

ANNALES DE L'I. H. P.

WILLIAM BOWEN BONNOR

III. La formation des nébuleuses en Cosmologie relativiste

Annales de l'I. H. P., tome 15, n° 3 (1957), p. 158-172

http://www.numdam.org/item?id=AIHP_1957__15_3_158_0

© Gauthier-Villars, 1957, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de l'I. H. P. » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

III.

La formation des nébuleuses en Cosmologie relativiste.

1. **Introduction.** — La théorie de la Cosmologie relativiste a été considérablement développée il y a plusieurs années, et il y a, à l'heure actuelle, toute raison de la regarder comme fondamentalement satisfaisante. Il reste, toutefois, quelques problèmes non résolus par la théorie; ils sont intéressants pour eux-mêmes, et ils sont importants aussi d'un autre point de vue. La théorie générale de la Relativité mène, en effet, à un grand nombre de théories cosmologiques, dont chacune a un modèle différent d'univers. On peut satisfaire aux faits observés par la plupart de ces modèles, et il n'y a aucune façon, en ce moment, de choisir entre eux. Certains problèmes offrent, peut-être, un moyen de décider entre les diverses possibilités.

C'est l'un de ces problèmes que je vais considérer dans cet exposé. Je vais examiner jusqu'à quel point les modèles de la Cosmologie relativiste sont capables d'expliquer la formation des nébuleuses, et j'espère montrer que la considération de ce problème peut avoir un rapport important avec le choix correct d'un modèle cosmologique.

En Cosmologie relativiste, on utilise les équations du champ

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + g_{\mu\nu} \Lambda = -8\pi T_{\mu\nu},$$

où $T_{\mu\nu}$ est le tenseur d'énergie et Λ la constante cosmologique. On suppose que la matière est présente sous forme d'un fluide parfait, et l'on présume qu'il est permis d'utiliser un système de coordonnées cosmiques. C'est un système tel que les particules de matière ont une vitesse nulle, de sorte que les coordonnées spatiales de chaque particule restent constantes. Une autre hypothèse fondamentale est le principe cosmologique. Il suppose que l'univers paraît isotrope à un observateur

cosmique quelconque, c'est-à-dire, un observateur qui est en repos quant au mouvement moyen de la matière dans son voisinage.

Avec ces hypothèses, les seules composantes du tenseur d'énergie qui ne disparaissent pas sont

$$T_1^1 = T_2^2 = T_3^3 = -\rho, \quad T_4^4 = \rho,$$

où ρ et p sont la pression et la densité locales mesurées par l'observateur cosmique. Dans ces conditions la métrique se réduit à

$$(1) \quad ds^2 = -[R(t)]^2 \left[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\Phi^2) \right] + dt^2,$$

où $R(t)$ est une fonction du temps seulement, et où k est une constante avec une des valeurs

$$k = 0, \quad \pm 1.$$

Jusqu'ici, nous n'avons pas utilisé les équations du champ. Si nous le faisons maintenant, nous trouvons que les fonctions p et ρ dépendent seulement de t et qu'elles satisfont

$$(2) \quad 8\pi\rho = \frac{3k}{R^2} + 3\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 - \Lambda,$$

$$(3) \quad 8\pi p = -\frac{k}{R^2} - \left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 - 2\frac{\ddot{R}}{R} + \Lambda,$$

où

$$\dot{} = \frac{d}{dt}.$$

Pour aller plus loin, des hypothèses supplémentaires sont nécessaires. Il est raisonnable de supposer que pour une grande partie de l'histoire passée de l'univers, la pression moyenne a été très petite, de sorte que nous pouvons mettre $p = 0$ dans l'équation (3); ainsi cette équation devient

$$(4) \quad 2\frac{\ddot{R}}{R} + \left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 + \frac{k}{R^2} - \Lambda = 0.$$

Nous avons maintenant une équation différentielle qui détermine la fonction R , à deux constantes arbitraires près. Toutefois, on ne sait rien de la valeur de la constante cosmologique Λ , sauf que sa valeur doit être si petite qu'elle n'a aucune influence significative sur le mouvement des planètes. La présence de Λ introduit beaucoup d'indétermination dans la solution de l'équation (4). Il est naturel d'étudier d'abord les

cas où Λ est nul, et dans la plupart des investigations cosmologiques (à l'exception notamment de celles de Lemaître), c'est ce qu'on a fait.

Si, dans l'équation (4), on prend Λ égal à zéro, il y a, comme il est bien connu, trois modèles différents d'univers selon qu'on prend

$$k = 0, \quad k = 1 \quad \text{ou} \quad k = -1.$$

Ces trois modèles commencent tous au temps $t = 0$ par un état singulier de densité infinie. Dans deux d'entre eux (avec $k = 0$ ou $k = -1$) l'univers est infini en étendue, et dans celui qui reste ($k = +1$), il est fini. Les modèles infinis continuent à s'élargir indéfiniment, mais le rayon du modèle fini arrive à un maximum et puis tombe à zéro de sorte qu'il y a un deuxième état singulier. Dans les trois modèles la

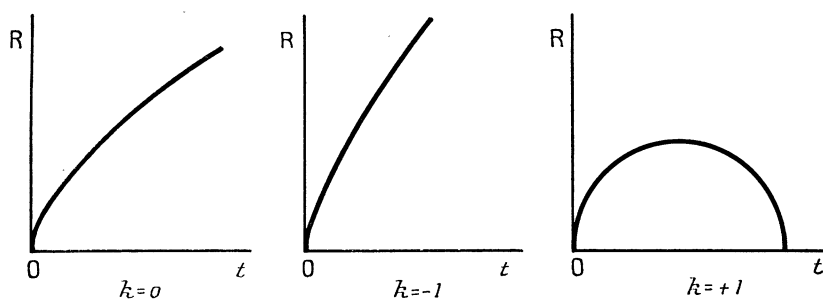


Fig. 1.

fonction R mesure l'expansion. Le fonctionnement des trois modèles peut être montré schématiquement dans la figure 1.

Les observations les plus importantes de la cosmologie sont les suivantes : 1° la loi de Hubble qui concerne le spectre de la lumière des nébuleuses ; 2° la densité moyenne de la matière dans l'univers, dont la limite inférieure peut être considérée comme connue, quoique la limite supérieure soit un peu douteuse ; 3° l'âge de l'univers. Par ce dernier je veux dire le temps qui s'est écoulé depuis l'état singulier au temps $t = 0$; au sujet de la moindre valeur de cet âge, beaucoup d'information est disponible.

Par un choix approprié des constantes arbitraires, les modèles de la Relativité générale (avec $\Lambda = 0$) peuvent satisfaire à ces données, quoique, dans le cas du modèle fini, l'accord avec l'observation ne soit pas très bon.

2. **Énoncé du problème.** — Le problème de la formation des nébuleuses est le suivant. A présent, la matière visible de l'univers est amassée en nébuleuses, et la densité moyenne d'une nébuleuse est estimée à environ 10^{-24} g/cm³. D'autre part, on pense que la densité moyenne de la matière partout dans l'univers est comprise entre 10^{-28} et 10^{-30} g/cm³. La différence entre ces deux valeurs représente un degré considérable d'hétérogénéité, qui doit s'être développé, probablement, dans la période de $4 \cdot 10^9$ ans écoulée depuis l'état singulier des modèles.

Examinons plus soigneusement cette dernière affirmation. Si nous acceptons l'état singulier au temps $t = 0$ comme représentant une condition de densité et de température extrêmement grandes, alors nous pouvons supposer à coup sûr qu'aux temps très reculés la matière était distribuée uniformément, et il nous reste à expliquer comment l'hétérogénéité est arrivée.

D'autre part, il faut se souvenir que l'état singulier de l'univers signifie que nos équations ont échoué et qu'elles ne s'appliquent pas du tout à l'univers au temps $t = 0$. Dire qu'il y a un état singulier c'est une façon euphémique de confesser notre ignorance. En ce qui concerne la théorie, le commencement de l'expansion au temps $t = 0$ est un *miracle*.

Ce point de vue étant donné, on peut dire que ce ne serait qu'un peu plus miraculeux si l'univers avait commencé son expansion un peu plus tard, disons à $t = 10^8$ ans après l'état singulier des équations, dans une condition de densité finie et avec de légères hétérogénéités dans la distribution de la matière. J'espère qu'il deviendra clair d'après ce qui suit que la présence des hétérogénéités assez légères à un tel moment suffiraient à expliquer la formation des nébuleuses. D'ailleurs, il n'y a rien dans une telle hypothèse qui soit en conflit avec les trois données observées. Donc, si l'on accepte cette vue du commencement de l'univers, le problème de la formation des nébuleuses n'existe plus.

Dans l'état actuel de notre connaissance, c'est une affaire de goût personnel : préfère-t-on le miracle au temps $t = 0$ ou un peu plus tard. A mon avis, il est préférable de faire remonter nos modèles aussi loin qu'ils peuvent aller ; c'est-à-dire jusqu'au temps $t = 0$, et d'exiger de notre théorie qu'elle explique la formation des nébuleuses avec cette hypothèse. Ma raison principale pour cette préférence est que je consi-

dère désirable que la théorie puisse expliquer enfin ce qui est arrivé à l'univers avant le temps $t = 0$. Il me semble qu'il est contraire à l'esprit de la science de supposer sans une bonne raison qu'il y ait une période dans l'histoire de l'univers dont nous ne pouvons pas avoir connaissance.

Je supposerai donc, que la phase actuelle de l'expansion commença au temps $t = 0$, et qu'au commencement, la densité de la matière était uniforme à une échelle macroscopique. Nous devons trouver alors une cause quelconque qui a développé l'hétérogénéité. La cause la plus raisonnable semble résider dans les fluctuations de la densité et de la vitesse qu'on attendrait de la Mécanique statistique. Dans le cas d'un gaz parfait, la fluctuation isotherme dans la densité d'un groupe de N molécules est donnée par

$$\frac{(\rho - \bar{\rho})^2}{\bar{\rho}^2} = \frac{1}{N}.$$

Si l'on pouvait montrer que des fluctuations de cet ordre dans la densité auraient pu produire déjà des condensations semblables aux nébuleuses, ceci serait un pas important vers la solution du problème.

3. Un modèle de condensation. — Pour examiner cette question, je construirai un modèle de condensation dans l'univers en expansion, et je suivrai son histoire comme marche de l'expansion. Pour le moment, je limiterai mon attention aux trois modèles qui ont une constante cosmologique nulle.

Prenons un modèle d'univers à symétrie sphérique centrée sur l'origine des coordonnées et à pression nulle; utilisons aussi des coordonnées cosmiques. La métrique la plus générale qui satisfait ces hypothèses est

$$(5) \quad ds^2 = -e^\lambda dr^2 - e^\omega (d\theta^2 + \sin^2\theta d\Phi^2) + dt^2,$$

où λ et ω sont des fonctions de r et t [1]. Les équations du champ mènent à l'équation suivante pour ω :

$$(6) \quad \int \frac{de^{\frac{\omega}{2}}}{\sqrt{2\beta e^{-\frac{\omega}{2}} - (1-\alpha)}} = t + \gamma,$$

où α , β et γ sont des fonctions arbitraires de r . L'intégrale mène à trois cas différents selon que

$$1 - \alpha \neq 0,$$

Pour le moment supposons que

$$1 - \alpha > 0.$$

En calculant l'intégrale (6) nous trouvons la solution suivante pour la métrique (5) :

$$(7) \quad e^{\frac{1}{2}\omega} = \beta(1 - \alpha)^{-1}(1 - \cos \psi),$$

$$(8) \quad t + \gamma = \beta(1 - \alpha)^{-\frac{3}{2}}(\psi - \sin \psi),$$

$$(9) \quad 8\pi\rho = \frac{1}{2} \beta'(\omega')^{-1}(1 - \alpha)^3 \beta^{-3} \operatorname{cosec}^6 \frac{1}{2} \psi,$$

$$e^{\lambda} = \frac{e^{\omega} \omega'^2}{4\alpha},$$

où

$$' = \frac{\partial}{\partial r}.$$

Supposons que le modèle représente une hétérogénéité dans une région $r = a$ d'un univers ordinaire, en expansion, de la Relativité générale, à pression nulle. C'est-à-dire que, pour $r < a$, les équations (7), (8) et (9) s'appliquent, alors que pour $r > a$, nous avons la métrique (1), avec les équations (2) et (4) (*fig. 2*),

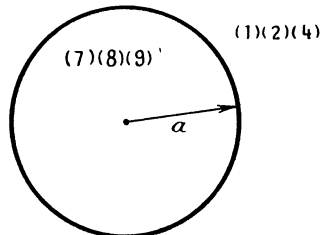


Fig. 2.

Si nous prenons, pour la région en dehors de $r = a$, la constante $k = +1$, de sorte que nous traitons le cas d'un univers fini, alors sa solution est

$$(10) \quad R = K(1 - \cos \xi),$$

$$(11) \quad t = K(\xi - \sin \xi),$$

$$(12) \quad 8\pi\rho = \frac{6K}{R^3},$$

où K est une constante positive, en laissant de côté dans (11) une

constante supplémentaire qui correspond à γ dans (8) et qui n'a aucune importance ici.

Le problème maintenant est le raccord des deux solutions à la limite $r = a$. Pendant ces dernières années, la question des conditions de raccordement en Relativité générale a retenu l'attention de Lichnerowicz [2], et d'O'Brien et de Synge [3], et les résultats de leur travail semblent être très satisfaisants. On peut dire que l'existence des conditions correctes de raccordement a rendu possible la solution de beaucoup de problèmes en Cosmologie qu'on ne pouvait traiter, auparavant, que d'une façon spéculative.

Dans le problème actuel j'utilise les conditions de raccordement d'O'Brien et de Synge, qui exigent que les quantités suivantes soient continues pour $r = a$:

$$g_{\alpha\beta}, \quad \frac{dg_{mn}}{dx_1}, \quad T_{\alpha}^1,$$

où

$$\alpha, \beta = 1, 2, 3, 4 \quad \text{et} \quad m, n = 2, 3, 4.$$

On trouve qu'on peut satisfaire ces conditions avec des restrictions seulement très faibles sur les fonctions arbitraires α , β et γ . Par exemple, il suffit de choisir

$$\begin{aligned} \alpha(a) &= 1 - a^2, & \alpha'(a) &= -2a, \\ \beta(a) &= Ka^3, & \beta'(a) &= 3Ka^2, \\ \gamma(a) &= 0, & \gamma'(a) &= 0. \end{aligned}$$

L'objet de l'examen précédent est de trouver quelle sorte de restrictions les conditions de raccordement apportent sur la solution (7), (8) et (9). Il montre qu'il y a encore un grand choix de fonctions α , β et γ .

Choisissons pour $0 < r < b < a$ (où b est une constante) une solution donnée par

$$(13) \quad ds^2 = -[R^*(t)]^2 \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\Phi^2) \right] + dt^2,$$

où $k = +1$, et où

$$(14) \quad \begin{cases} R^* = K^*(1 - \cos \eta), \\ t + \varepsilon = K^*(\eta - \sin \eta), \\ 8\pi\rho^* = \frac{6K^*}{R^{*3}}, \end{cases}$$

K^* et ε étant des constantes arbitraires, et K^* étant positif. Cette solution est un cas particulier de (7), (8) et (9), correspondant à une région homogène. Elle signifie qu'au milieu de la région condensante, nous choisissons un modèle de Friedmann avec des constantes différentes de celles figurant dans (1) qui s'applique à l'univers en dehors de $r = a$. Pour la région $b < r < a$ nous aurons besoin encore de la solution inhomogène plus générale (5), mais nous pouvons permettre à cette région d'être aussi petite que nous le voulons, et il est clair, d'après ce qui précède, que nous pouvons choisir les fonctions arbitraires α , β et γ de sorte que les conditions de raccordement soient satisfaites pour $r = a$ et $r = b$. Ainsi nous représentons la condensation par une

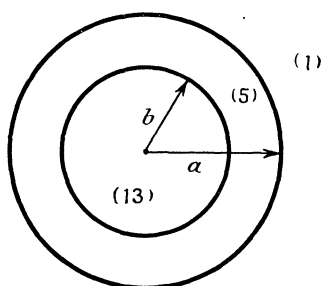


Fig. 3.

partie homogène pour $r < b$ (d'une densité différente de celle du reste de l'univers) et par une zone de transition $b < r < a$, et nous étudions sa croissance en comparant le fonctionnement des modèles (1) et (13) (fig. 3).

Jusqu'ici j'ai parlé du modèle d'une condensation dans un univers fini. D'une façon exactement semblable il est possible de construire un modèle pour des univers infinis. On pourrait aussi prendre la fonction α égale à, ou plus grande que l'unité. Ces autres cas n'introduisent aucune difficulté. Toutefois, il se trouve que le cas considéré — c'est-à-dire, celui dans lequel les modèles (1) et (13) sont fermés tous les deux — est le cas le plus favorable pour la formation des condensations.

4. La formation des condensations. — Considérons maintenant les deux métriques (1) et (13). La première représente l'univers en totalité, et nous pouvons déterminer la constante K des équations (10), (11)

et (12) d'après les données connues. Prenons

$$\rho = 2 \cdot 10^{-28} \text{ g/cm}^3,$$

$$\frac{\dot{R}}{R} = 2,8 \cdot 10^{-10} (\text{ans})^{-1}.$$

Cette valeur de la densité est comprise dans l'intervalle permis par l'observation, et le deuxième nombre est la constante de Hubble. On trouve, d'après ceci

$$k = 9,3 \cdot 10^9 \text{ ans},$$

$$T = 2,2 \cdot 10^9 \text{ ans}.$$

Ici T , la valeur actuelle de t , est le temps pendant lequel l'expansion a eu lieu, temps que je vais appeler l'âge de l'univers. La valeur ci-dessus pour T est un peu petite en comparaison de l'âge estimé d'après les

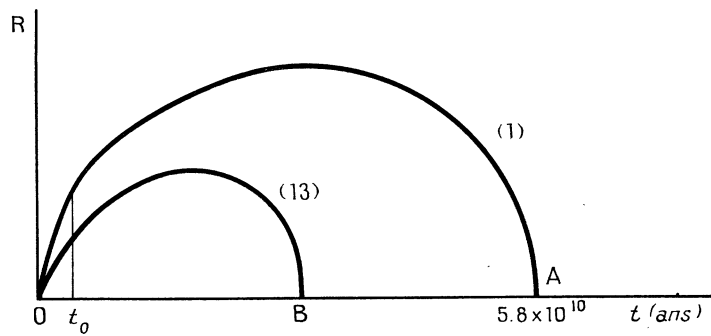


Fig. 4.

observations, et il est vrai que l'âge du modèle fini est désagréablement petit. Toutefois, comme une révision de plus de la constante de Hubble est attendue, le modèle ne peut pas encore être écarté.

Si nous faisons un graphique pour représenter l'histoire du modèle (1) nous obtenons la figure 4.

Les points O et A représentent les états singuliers initial et final de l'univers.

Prenons maintenant le modèle (13) et, pour le moment, posons $\varepsilon = 0$ dans (14); alors nous obtenons un autre graphique semblable. Le deuxième état singulier de ce modèle, représenté par le point B, a lieu avant A si

$$k^* < k.$$

Comme approximation, nous pouvons prendre l'état singulier en B comme représentant la condensation de la matière à l'intérieur de $r = b$. Alors, pour expliquer le fait que les nébuleuses sont déjà formées, il faut que B soit antérieur à l'époque actuelle :

$$2\pi K^* = t_B < T = 2,2 \cdot 10^9 \text{ ans.}$$

Supposons que l'univers ait été homogène au commencement, de sorte que dans ses premiers âges l'expansion dans la région $r < b$ ait suivi la courbe (1). Alors, si à un certain moment, disons $t = t_0$, un dérangement eut lieu par suite duquel la matière à l'intérieur de $r = b$ se mit à suivre la courbe (13), une condensation aurait été formée au temps t_B . Le problème consiste alors à trouver la valeur de la perturbation en fonction du changement de densité au temps t_0 , qui aurait été nécessaire pour faire commencer la condensation.

Le résultat est le suivant. (Ces détails sont donnés dans [4].) On trouve que des condensations, qui représentent des nébuleuses, peuvent être formées par le mécanisme suggéré dans le graphique, et que cela n'exige que des perturbations assez petites, pourvu qu'elles aient lieu assez tôt. Par exemple, on trouve que si le dérangement a eu lieu au temps $t_0 = 2 \cdot 10^8$ ans, une perturbation d'environ $\frac{1}{10}$ est nécessaire, c'est-à-dire

$$\frac{\delta\rho}{\rho} \sim \frac{1}{10};$$

et 1000 ans après le commencement de l'univers une perturbation d'environ $5 \cdot 10^{-3}$ est nécessaire pour produire une condensation. Pour des temps antérieurs, l'hypothèse que la pression peut être négligée n'est guère valable.

Nous avons posé ε égal à zéro dans (14). Il est facile de montrer qu'une valeur non nulle de ε n'apporte aucune différence au résultat si nous supposons que les perturbations sont petites.

Quoique petites, les perturbations nécessaires à la production des nébuleuses sont, toutefois, beaucoup trop grandes pour avoir été causées par les fluctuations des groupes de molécules selon la théorie ordinaire des gaz. Celle-ci donne pour un rassemblement de molécules d'un gaz parfait

$$\frac{\delta\rho}{\rho} = N^{-\frac{1}{2}}.$$

La masse d'une nébuleuse est d'environ 10^{44} g, de sorte que si elle est composée d'hydrogène

$$\frac{\delta \rho}{\rho} = 10^{-34}.$$

Donc, avec ce mécanisme, la formation des nébuleuses serait hautement improbable. D'autre part, si l'on calcule le nombre probable de particules entraînées dans une fluctuation d'une valeur de 10^{-3} , on trouve que ce nombre est 10^{40} . Ainsi selon la théorie statistique ordinaire la masse de la condensation serait un fragment minime de 1 g.

Les conclusions sont assez semblables si l'on considère les univers infinis. Encore une fois, on trouve que les perturbations nécessaires sont beaucoup plus grandes que celles qui pourraient arriver par hasard.

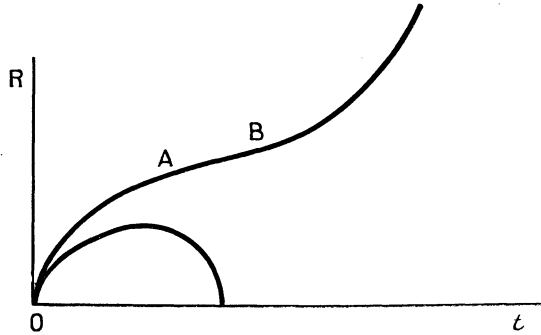


Fig. 5.

En effet, les perspectives pour la formation des condensations sont un peu plus défavorables dans l'univers infini.

Tous ces résultats s'appliquent à des modèles où la constante cosmologique est nulle. J'ai examiné un cas où cette constante n'est pas nulle, le modèle de Lemaître. Dans ce modèle la constante cosmologique est positive et l'espace est fini; l'expansion commence par un état singulier à $t=0$, et, après un certain temps, le modèle arrive au stade où la gravitation et la répulsion due au terme cosmologique sont approximativement égales, ce qui est représenté par la partie AB de la courbe sur la figure 5.

On a cru auparavant que cette période serait favorable à la croissance des condensations, puisque l'expansion n'est pas alors très rapide [5].

Plus tard, la répulsion dépasse la force de la gravitation, et le modèle continue à s'élargir indéfiniment.

Si l'on considère une région sphérique de densité différente enfoncée dans le modèle de Lemaitre, on trouve qu'une condensation peut se former dedans, de la façon suggérée par la deuxième courbe de la figure 5. Toutefois, comme dans les cas précédents, il arrive que les perturbations nécessaires pour cet événement sont beaucoup plus grandes que ce qu'on attendrait de la théorie ordinaire des fluctuations.

Je soupçonne fortement que dans tous ces modèles qui commencent par un état singulier il y a $4 \cdot 10^9$ ans, la présence dans les équations d'une petite constante cosmologique n'aide pas beaucoup à la formation des condensations. Ce qui est nécessaire, c'est un temps plus long pour que les condensations puissent croître. Je reparlerai de cette question plus tard.

On peut légitimement demander si je puis être certain de mes conclusions en raison de la grossièreté du modèle de condensation que j'ai utilisé. J'ai supposé, après tout, que la région condensante avait la symétrie sphérique, et partout j'ai négligé la pression. Toutefois, je crois que, quand les résultats de mon travail sont considérés avec ceux de Lifshitz [6] ils sont assez concluants. Utilisant des modèles à constante cosmologique nulle, Lifshitz étudiait l'effet des petites perturbations d'un type très général dans la densité et dans la vitesse. Il s'est servi des équations linéaires dans les perturbations, et il a décidé que la plupart des perturbations ou bien s'éteindraient ou bien n'augmenteraient pas. Certains types pourraient devenir grands mais pas assez grands pour produire ou des nébuleuses ou des étoiles dans le temps disponible.

Mon travail diffère de celui de Lifshitz parce que, bien que je considère une classe de perturbations beaucoup plus restreinte, je puis tenir compte des termes non linéaires. Les résultats des deux méthodes sont semblables, et il me semble qu'ils se renforcent les uns les autres. En particulier, Lifshitz a trouvé que la période de haute pression dans les premiers âges de l'expansion était, en somme, moins favorable à la croissance des condensations que la période plus tardive où la pression peut être négligée. Ceci donne une justification pour négliger la pression dans mon travail.

5. **Conclusion.** — La conclusion est que si l'on a des raisons d'utiliser

la théorie statistique ordinaire, le temps depuis l'état singulier n'est pas assez long pour tenir compte de la croissance des nébuleuses à partir du gaz cosmique primordial.

Comment résoudre la difficulté? J'ai parlé tout d'abord de la possibilité suivante : l'univers est créé à un temps un peu postérieur à l'état singulier des modèles, avec des condensations naissantes qui pourraient s'augmenter en nébuleuses. J'ai dit aussi que je ne considère pas qu'une telle hypothèse soit satisfaisante au point de vue scientifique. Il y a toutefois, une façon de formuler l'hypothèse, de sorte qu'elle ne soit pas désagréable. Si l'on suppose que le modèle cosmologique commence par l'état singulier au temps $t = 0$, et si l'on se demande ce qui se passait avant ce temps-là, la réponse la plus naturelle c'est qu'une période

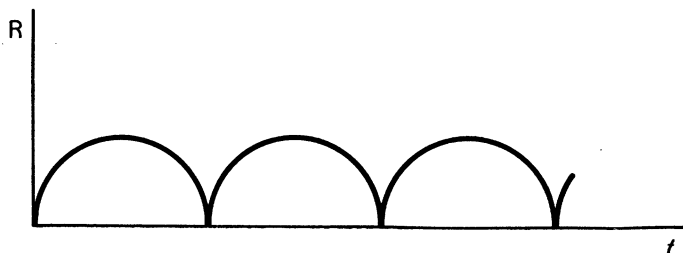


Fig. 6.

de contraction d'une phase précédente de l'histoire de l'univers se terminait. Le modèle fini à constante cosmologique nulle a une série d'oscillations, chacune précédée, et terminée par un état singulier comme le montre la figure 6.

Si la transition d'une oscillation à la suivante a lieu avant que la matière, à l'intérieur, ne soit devenue tout à fait homogène, les hétérogénéités nécessaires pour la formation des nébuleuses de la phase suivante subsisteraient encore de l'oscillation précédente. Dans un travail récent publié dans le *Zeitschrift für Astrophysik*, j'ai considéré cette possibilité au point de vue mathématique, en appliquant les conditions de raccordement d'O'Brien et de Synge à une section $t = \text{const.}$ d'un modèle de l'univers [7]. J'ai trouvé qu'une transition d'une phase de contraction à une phase d'expansion était possible, avec des discontinuités certaines dans les dérivées de la pression dans le modèle. De tels dérangements peuvent accompagner la conversion de la radiation en

matière. Un travail de ce genre fournirait peut-être la solution du problème de l'origine de l'expansion universelle et de la formation des nébuleuses simultanément.

Ceci représente une solution possible du problème. Une autre solution, c'est que nous choisissons un modèle d'une histoire plus longue. Ceci nous aiderait de deux façons : 1° il y aurait un temps plus grand pour la production des fluctuations improbablement grandes ; 2° il y aurait pour les petites fluctuations un temps plus long où elles pourraient augmenter. Un modèle qui vient immédiatement à l'esprit pour ce but est celui d'Eddington-Lemaître. Ce modèle n'a pas d'état singulier, mais il a l'origine d'un dérangement dans l'univers statique d'Einstein, lequel fait commencer l'expansion. L'univers d'Eddington-Lemaître était le premier modèle cosmologique à être étudié en détail. La raison de son abandon en faveur des modèles à constante cosmologique nulle était que l'état singulier de ces derniers était supposé offrir des conditions appropriées pour la production des corps simples et lourds. Toutefois, on estime maintenant probable que ces corps peuvent être produits à l'époque actuelle dans les étoiles, de sorte qu'il n'est pas nécessaire d'avoir un état singulier pour cet objectif. Alors, l'objection saillante au modèle d'Eddington-Lemaître est enlevée et nous sommes libres d'adopter ce modèle s'il peut expliquer la formation des nébuleuses.

Il est bien entendu possible que la solution de notre problème puisse être d'un caractère plus prosaïque. Il se peut simplement que nous ayons tort d'appliquer la Mécanique statistique ordinaire à l'univers en expansion, et que les fluctuations probables de densité soient beaucoup plus grandes que celles prédites par la théorie ordinaire. Point n'est besoin de souligner que l'état du gaz cosmique pendant l'expansion est très différent de celui d'un gaz en équilibre isotherme, auquel, à proprement parler, la théorie des fluctuations s'applique. En effet, le Russe Terletsky a récemment suggéré que la théorie ordinaire des gaz est tout à fait inadéquate à traiter des grandes masses de gaz, si l'on tient compte de la gravitation, même si elles sont statiques [8]. J'ai examiné l'idée de Terletsky, et je ne crois pas que ce soit très utile au point de vue cosmologique. Toutefois, elle suggère un moyen possible d'attaque du problème. Il peut être possible d'appliquer à l'univers d'Einstein la théorie des fluctuations. Ceci a l'avantage d'être un pro-

blème statique, et peut indiquer si les fluctuations sont fondamentalement différentes dans le problème cosmologique.

Je ne veux pas terminer sans faire allusion au travail intéressant et imaginatif de Gamow en ce qui concerne les premiers âges de l'univers et l'origine des corps simples [9]. A l'heure actuelle, il semble que la théorie de Gamow n'explique pas avec succès la formation des corps simples et lourds; et elle rencontre des difficultés telles que celles que j'ai décrites, en expliquant la formation des nébuleuses. Gamow a proposé de surmonter celles-ci en postulant que la matière cosmique et primordiale était turbulente. Cette turbulence, croit-il, donnerait les grandes fluctuations nécessaires à la formation des nébuleuses. Cette suggestion souffre de deux désavantages : 1° elle ajoute même plus de mystère à l'état singulier des modèles. Comme je l'ai dit, il me semble que notre objectif doit être d'éliminer l'état singulier plutôt que de lui attribuer notre ignorance; 2° il reste à prouver que la turbulence au temps $t=0$ persisterait pendant l'ère de haute pression. Jusqu'à ce que ceci ait été fait, l'hypothèse de la turbulence primordiale ne peut pas être considérée comme la solution du problème.

La présence de la matière turbulente dans les nébuleuses à l'heure actuelle est, bien entendu, bien établie. Dans le mécanisme de condensation que j'ai suggéré dans cette conférence, les vitesses de la matière deviennent grandes quand les nébuleuses sont formées et ceci peut faire naître de la turbulence. Il peut être bon que la turbulence soit le résultat et non pas la cause du procédé de condensation.

BIBLIOGRAPHIE.

- [1] R. C. TOLMAN, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, t. 20, 1934, p. 169.
- [2] A. LICHTNEROWICZ, *Théorie relativistes de la Gravitation et de l'Électromagnétisme*.
- [3] O'BRIEN and SYNGE, *Jump conditions at discontinuities in general relativity*, Institute for Advanced Studies, Dublin, 1952.
- [4] BONNOR, *Zeitschrift für Astrophysik*, t. 39, 1956, p. 143.
- [5] LEMÂÎTRE, *Comptes rendus*, t. 196, 1933, p. 903, 1085.
- [6] LIFSHITZ, *Journal of Physics U. S. S. R.*, t. 10, 1946, p. 146.
- [7] W. B. BONNOR, *Zeitschrift für Astrophysik*, t. 35, 1954, p. 10.
- [8] Y. P. TERLETSKY, *Zhurnal Éksperimental'noï i teoreticheskoi fiziki*, t. 22, 1952, p. 506.
- [9] G. GAMOW, *Nature*, t. 162, 1948, p. 680; *Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskab, Dan. Mat. Fys. Medd.*, t. 27, 1953, n° 10.