ANNALES DE L'I. H. P.

BERNARD KWAL

Les difficultés de la théorie du méson et des forces nucléaires

Annales de l'I. H. P., tome 12, nº 4 (1951), p. 207-222
<http://www.numdam.org/item?id=AIHP_1951__12_4_207_0>

Les difficultés de la théorie du méson et des forces nucléaires

par

Bernard KWAL.

1. **Introduction.** — La théorie du méson de spin 1 se heurte, à l'heure actuelle, à deux difficultés majeures.

La première se rencontre dans le problème des valeurs propres de l'énergie et des fonctions propres correspondantes, dans le cas du champ coulombien. La difficulté en question a été discutée par Tamm, ainsi que par Corben et Schwinger. Nous ne nous en occuperons pas ici, bien que son examen fût à l'origine des suggestions que l'on trouvera dans la dernière partie de cet exposé.

2. **Équations du corpuscule de spin 1.** — Les équations d'onde du corpuscule de spin 1 ont été formées pour la première fois par M. L. de Broglie, en 1934, au cours de ses recherches sur la théorie de la lumière. Ces équations se partagent en deux groupes, le premier correspondant au corpuscule *maxwellien* (corpuscule que nous désignerons souvent par le symbole C_1^1), et qui a la forme que voici :

$$(2.1)\qquad \begin{cases} \partial^j h_{jk} = \varkappa a_k, & \partial_j a_k - \partial_k a_j = \varkappa h_{jk}; \\ \partial^k a_k = 0, & \partial_{[j} h_{kl]} = 0 \end{cases}$$

et le groupe d'équations, correspondant au corpuscule *non maxwellien* (de symbole C_0^1), qui s'écrit

$$(2.2)\qquad \begin{cases} \partial_{[m} b_{jkl]} = \varkappa C_{[jklm]}, & \partial^m C_{[jklm]} = \varkappa b_{[jkl]}; \\ \partial^l b_{[jkl]} = 0. & \end{cases}$$

(Nous écrirons ∂_j pour $\frac{\partial}{\partial x_j}$, l'indice j variant de 1 à 4 $\frac{\partial}{\partial x_4} = \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}$; la notation $[jk]$, $[jkl]$ et $[jklm]$ est employée pour désigner les formules complètement antisymétriques en 2, 3 ou 4 indices, respectivement.)

Dans la théorie de L. de Broglie, nous trouvons déjà l'interprétation selon laquelle le quadrivecteur a_k qui se présente dans la théorie du corpuscule C_1^1, joue le rôle du potentiel quadrivecteur de la théorie de Maxwell-Lorentz, à cette différence près, qu'il ne présente pas l'indétermination de ce dernier et que, par voie de conséquence, les équations du corpuscule de spin 1 n'admettent pas de transformation de jauge.

Pour ressortir davantage la parenté du quadrivecteur a_k avec le potentiel de la théorie électromagnétique, M. L. de Broglie, ainsi que tous les auteurs qui se sont occupés de la théorie du corpuscule de spin 1 écrivent h_{jk} à la place de $\varkappa h_{jk}$, de sorte que les équations prennent l'aspect suivant :

$$(2.1\,a)\qquad \left\{\begin{array}{ll} \partial^j h_{jk} = \varkappa^2 a_k, & \partial_j a_k - \partial_k a_j = h_{jk}; \\ \partial^k a_k = 0, & \partial_{[j} h_{kl]} = 0. \end{array}\right.$$

En 1936, Proca retrouve les équations du corpuscule C_1^1, mais en le considérant comme une particule chargée ; de ce fait, les équations de L. de Broglie se trouvent complétées par les termes qui tiennent compte de l'interaction avec le champ électromagnétique.

Comme nous n'aurons pas à nous préoccuper de cette interaction, nous n'allons donc pas écrire les équations de Proca, nous signalerons néanmoins la forme intégrale de la théorie, donnée par cet auteur. On part de la fonction de Lagrange

$$(2.3)\qquad L = \left[\frac{1}{2} h^{\star jk} h_{jk} + \varkappa_0^2 a^{\star j} a_j\right],$$

et l'on y considère les grandeurs a_j, en tant que « potentiels », comme les variables canoniques indépendantes, tandis que les grandeurs h_{jk} sont considérées, en tant que « champs », comme des formes dérivées, définies à l'aide des relations

$$h_{jk} = \partial_j a_k - \partial_k a_j.$$

Les équations d'Euler-Lagrange du problème variationnel nous fournissent alors les équations restantes du corpuscule C_1^1.

Après l'apparition du premier Mémoire de Yukawa, où a été envisagé l'hypothèse d'un véhicule corpusculaire des actions à l'échelle nucléaire, véhicule de masse propre intermédiaire entre celle de l'électron et celle du proton, différents auteurs ont développé la théorie des mésons nucléaires, basée sur les équations du type envisagé par L. de Broglie et par Proca.

On doit à Kemmer le nom du méson *vectoriel*, donné au corpuscule C_1^1 et le nom du méson *pseudoscalaire*, donné au corpuscule C_0^1. Cette nomenclature est basée évidemment sur l'interprétation des grandeurs a_j et $b_{[jklm]}$ comme jouant le rôle des potentiels. On doit également à Kemmer l'introduction des équations duales, et les corpuscules correspondants ont reçu le nom des corpuscules pseudovectoriels et scalaires, respectivement.

3. Théorie du champ mésique nucléaire. — La théorie des interactions nucléaires, basée sur l'emploi des équations du corpuscule de spin 1, s'est heurtée dès le début à un obstacle insurmontable, que des artifices divers permettent de contourner d'une manière assez peu satisfaisante.

Dans cette théorie, on admet qu'en première approximation les états des nucléons peuvent se déduire des équations de Dirac. On introduit alors comme « sources » du champ mésique, d'une part le quadrivecteur courant

$$g_1 S_j = g_1(\psi^\star \gamma_j \psi)\, \delta(r - r'), \tag{3.1}$$

[$\delta(r - r')$ étant la fonction singulière de Dirac, r' étant la coordonnée du nucléon]; d'autre part, le tenseur « moment magnétique et électrique ».

$$g_2 S_{jk} = g_2(\psi^\star \gamma_{[jk]} \psi)\, \delta(r - r') \tag{3.2}$$

[γ^j sont les matrices de von Neumann, qui permettent d'écrire les équations de Dirac sous la forme $(\gamma^j \partial_j + \varkappa)\psi = 0$, $\gamma^{[jk]} = \frac{1}{2}(\gamma^j\gamma^k - \gamma^k\gamma^j)$]; ensuite les tenseurs suivants :

$$f_2 S_{[jkl]} = f_2 \psi^\star \gamma_{[jkl]} \psi\, \delta(r - r'), \tag{3.3}$$

$$f_1 S_{[jklm]} = f_1 \psi^\star \gamma_{[jklm]} \psi\, \delta(r - r). \tag{3.4}$$

En présence de ces sources, les équations du méson « vectoriel » et du méson « pseudovectoriel » s'écrivent, respectivement

$$(3.5)\quad \begin{cases} \partial^j h_{jk} - \varkappa a_k = g_1 S_k, & \partial_j a_k - \partial_k a_j - \varkappa h_{jk} = g_2 S_{jk}; \\ \partial^k a_k = 0, & -\varkappa \partial_{[j} h_{kl]} = g_2 \partial_{[j} S_{kl]}; \end{cases}$$

$$(3.6)\quad \begin{cases} \partial^m c_{[jklm]} - \varkappa b_{[jkl]} = f_2 S_{[jkl]}, & \partial_{[m} b_{jkl]} - \varkappa c_{[jklm]} = f_1 S_{[jklm]}, \\ & -\varkappa \partial^l b_{[jkl]} = f_2 \partial^l S_{[jkl]}. \end{cases}$$

De ces équations, on déduit facilement les équations du second ordre suivantes :

$$(3.7a)\qquad \partial^j \partial_j a_k - \varkappa^2 a_k = g_1 S_k + \frac{g^2}{\varkappa} \partial^j S_{jk},$$

$$(3.7b)\qquad \partial^j \partial_j h_{kl} - \varkappa^2 h_{kl} = g_2 S_{kl} + \frac{g_1}{\varkappa}(\partial_k S_l - \partial_l S_k) - \underline{\frac{g_2}{\varkappa} \partial^j (\partial_{[j} S_{kl]})}.$$

Le terme souligné, par qui diffère la forme générale des équations auxquelles satisfait la grandeur h_{kl} de eelle des équations auxquelles satisfait la grandeur a_k, provient de la non-nullité de la « divergence » de la source S_{kj}, en contraste avec l'équation de continuité $\partial^j S_j = 0$. C'est ce terme souligné qui est responsable de l'apparition d'une singularité en r^{-3} dans la solution de l'équation (3.7 b).

On trouve de même les équations du second ordre relatives au corpuscule C_0^1

$$(3.8a)\qquad (\partial^m \partial_m - \varkappa^2) b_{[jkl]} = \varkappa f_2 S_{[jkl]} + f_1 \partial^m S_{[jklm]} - \underline{\frac{f_2}{\varkappa} \partial_j (\partial^m S_{[klm]})},$$

$$(3.8b)\qquad (\partial^n \partial_n - \varkappa^2) c_{[jklm]} = \varkappa f_1 S_{[jklm]} + f_2 \partial_{[m} S_{jkl]}.$$

Le terme souligné est également ici responsable d'une singularité en r^{-3}. Dans le cas *statique*, le quadrivecteur spin $S_{[klm]}$ et le tenseur $S_{[kl]}$ de la théorie de Dirac se réduisent tous les deux aux mêmes composantes spatiales d'un vecteur axial qui est le spin. On conçoit donc que le mélange des actions véhiculées par le corpuscule C_1^1 et par le corpuscule C_0^1 permet, dans le cas statique, de supprimer la singularité en r^{-3}. C'est sur cette remarque, que Møller et Rosenfeld ont bâti leur théorie bien connue.

En effet, à l'approximation non relativiste ($v \to 0$), les différentes formes bilinéaires de la théorie de Dirac, qui servent ici des sources du champ mésique, se ramènent à quatre, qui sont les suivantes :

$$S_k \to S_4, \qquad S_{jklm} \to 0,$$

$$S_{jk} \to \vec{S} \ \text{(vecteur spin)}, \qquad S_{jkl} \to \vec{S} \ \text{(vecteur spin)}.$$

Il en résulte que dans les seconds membres des équations (3.7) et (3.8) figurent les dérivées de la même grandeur $\vec{S}$, dont on peut se débarrasser en mélangeant d'une manière convenable les champs du méson vectoriel et du méson pseudoscalaire.

Mais cette propriété ne subsiste qu'à l'approximation statique, c'est-à-dire aussi longtemps que les nucléons responsables du champ mésique peuvent être considérés comme rigoureusement immobiles. Car étant donné le caractère relativiste différent des grandeurs qui figurent dans les seconds membres des équations (3.7) et (3.8), il n'est pas possible que les termes qui y interviennent puissent se compenser mutuellement.

Comment déduit-on les équations précédentes du principe de l'action stationnaire ? On introduit à cette fin les fonctions de Lagrange suivantes :

$$(3.9a)\qquad \mathrm{L}_{v} = \frac{1}{2} h^{jk} h_{jk} + a^{\star j} a_j + g_1 a^{\star j} \mathrm{S}_j + g_1^{\star} a^j \mathrm{S}_j^{\star},$$

$$(3.9b)\qquad \mathrm{L}_{\mathrm{psc}} = \frac{1}{6} b^{\star jkl} b_{jkl} + \frac{1}{24} c^{\star jklm} c_{jklm} + \frac{f_1}{24} c^{\star jklm} \mathrm{S}_{jklm} + \frac{f_1^{\star}}{24} c^{jklm} \mathrm{S}_{jklm}$$

dans lesquelles on traite les grandeurs a_j et c_{jklm}, en tant que « potentiels », en variables canoniques indépendantes, tandis que les grandeurs h_{jk} et b_{jkl} sont considérées comme des formes dérivées, définies à l'aide des relations

$$(3.10a)\qquad \varkappa h_{jk} = \partial_j a_k - \partial_k a_j - g_2 \mathrm{S}_{jk},$$

$$(3.10b)\qquad \varkappa b_{jkl} = \partial^m \mathrm{C}_{[jklm]} - f_2 \mathrm{S}_{[jkl]}.$$

Les équations d'Euler-Lagrange, fournissent alors les équations d'onde restantes et ainsi tout paraît pour le mieux dans le meilleur des mondes. Mais tout se gâte irrémédiablement dès que l'on détermine, selon le même procédé, l'énergie d'interaction des nucléons, due aux champs mésiques envisagés. En effet, les fonctions de Lagrange, nous conduisent aux expressions suivantes de la densité de l'Hamiltonien

$$(3.11a)\qquad \mathrm{H}_{v} = \tau^{v}_{44} = \frac{1}{2}\left\{ \frac{1}{2} h^{\star jk} h_{jk} + a_j^{\star} a_j + \frac{g_2}{2} \mathrm{S}^{\star jk} h_{jk} + g_1 \mathrm{S}_i^{\star j} a_j + \text{conj.} \right\} \delta_{44}$$
$$+ \frac{1}{2} h^{\star j}{}_{4} h_{j4} + a_4^{\star} a_4 + g_2 \mathrm{S}^{\star j}{}_{4} h_{j4} + g_1 \mathrm{S}_4^{\star} a_4 + \text{conj.},$$

$$(3.12b)\qquad \mathrm{H}_{\mathrm{ps}} = \tau^{\mathrm{psc}}_{44} = \frac{1}{2}\left\{ \frac{1}{6} b^{\star jkl} b_{jkl} + \frac{1}{24} c^{\star jklm} c_{jklm} \right.$$
$$\left. + \frac{f_2}{6} \mathrm{S}^{\star jkl} b_{jkl} + \frac{f_1}{24} \mathrm{S}^{\star jklm} c_{jklm} + \text{conj.} \right\} \delta_{44}$$
$$+ \frac{1}{2} b^{\star jk}{}_{4} b_{jk4} + \frac{1}{6} c^{\star jkl}{}_{4} c_{jkl4}$$
$$+ \frac{f_2}{2} \mathrm{S}^{\star jk}{}_{4} b_{jk4} + \frac{f_1}{6} \mathrm{S}^{\star jkl}{}_{4} c_{jkl4} + \text{conj.}$$

qui font apparaître des termes d'interaction de la forme

$$(3.13\,a)\qquad \mathrm{H}_{\mathrm{v}}^{\mathrm{int}} = \frac{1}{2}\left(\frac{g_2}{2}\mathrm{S}^{\star jk} h_{jk} + g_1 \mathrm{S}^{\star j}\varkappa_j\right) + g_2 \mathrm{S}^{\star j}{}_4 h_{j4} + g_1 \mathrm{S}^{\star}_4 a_4 + \text{conj.},$$

$$(3.13\,b)\qquad \mathrm{H}_{\mathrm{psc}}^{\mathrm{int}} = \frac{1}{2}\left(\frac{f_2}{6}\mathrm{S}^{\star jkl} b_{jkl} + \frac{f_1}{6}\mathrm{S}^{\star jklm} c_{jklm}\right) + \frac{f_2}{2}\mathrm{S}^{\star jk4} b_{jk4} + \frac{f_1}{6}\mathrm{S}^{\star jkl4} c_{jkl4} + \text{conj.}$$

Dans ces termes d'interactions figurent des champs qui présentent des fortes singularités, qui empêchent l'existence des états stables pour un ensemble de deux nucléons, couplés par le champ mésique. En effet, si l'on admet que l'état du nucléon, en l'absence de l'interaction est représenté par l'équation de Dirac

$$(3.14)\qquad (\gamma^j \partial_j + \varkappa_n)\psi = 0,$$

alors il est évident, par les raisons de l'invariance relativiste, qu'en présence du champ mésique, émanant d'un autre nucléon, les équations d'onde ne peuvent s'écrire que de la manière suivante :

$$(3.15\,a)\qquad (\gamma^j \partial_j + \varkappa_n)\psi = \left(g_1 \gamma^j a_j + \frac{g_2}{2}\gamma^{[jk]} h_{jk}\right)\psi$$

dans le cas d'interaction par mésons vectoriels, et

$$(3.15\,b)\qquad (\gamma^j \partial_j + \varkappa_n)\psi = \left(\frac{f_2}{6}\gamma^{[jkl]} b_{jkl} + \frac{f_1}{24}\gamma^{[jklm]} c_{jklm}\right)\psi$$

dans le cas d'interaction par mésons pseudoscalaires.

D'après ce que nous avons plus haut, a_j et c_{jklm} présentent des singularités jusqu'à l'ordre de r^{-2}, tandis que h_{jk} et b_{jkl}, jusqu'à l'ordre de r^{-3}. En présence de tels termes, les équations (3.15a) et (3.15b) n'admettent pas des solutions relatives aux états stationnaires.

4. Critique de l'interprétation courante des concepts des champs et des potentiels en théorie du corpuscule de spin 1. — Nous n'avons pas l'intention d'examiner ici de plus près les différentes théories qui ont été proposées pour tourner l'obstacle des singularités gênantes qui s'introduisent dans l'expression de l'énergie de l'interaction, ni d'essayer de juger dans quelle mesure elles ont réussi dans leur dessein. Car nous allons soulever une question préjudicielle en contestant la légitimité de la procédure théorique habituelle où l'on assimile aux potentiels certaines grandeurs physiques qui n'en ont qu'une apparence purement formelle.

Remarquons de suite que la façon la plus naturelle d'écrire les équations d'onde des corpuscules C_1^1 et C_0^1 est celle, présentée en (2.1), où le coefficient de masse $\varkappa$ apparaît d'une manière symétrique devant les grandeurs a_k et h_{jk}. C'est, d'ailleurs, à cette manière d'écrire les équations qu'on est amené, si l'on désire leur donner une forme analogue aux équations de Dirac. On pose dans ce cas

$$(4.1)\qquad \left(\partial^j \beta_j \psi + \frac{2\pi mc}{h}\psi\right) = 0, \qquad \text{avec} \quad x_4 = ict;$$

les matrices β_j, introduites par Petiau [4] en 1935, satisfont les relations de commutation

$$(4.2)\qquad \beta_j \beta_k \beta_l + \beta_l \beta_k \beta_j = \beta_j \delta_{kl} + \beta_l \delta_{kj}.$$

Si dans ces équations on pose $\varkappa = 0$, on obtient bien les équations de Maxwell auxquelles satisfont les grandeurs h_{jk}, mais on n'obtient pas les relations par lesquelles ces grandeurs dérivent des potentiels. Pour obtenir ces dernières relations, on introduit une dissymétrie dans la théorie, en posant $\varkappa h_{jk} = h'_{jk}$. Or, il n'y a aucune raison *a priori* pour ne pas faire la manipulation inverse, en posant cette fois-ci $\varkappa a_k = a'_k$. On aboutit dans ce cas aux équations suivantes :

$$(4.3)\qquad \begin{cases} \partial^j h_j a_k - a_k = g_1 S_k, \\ \partial_j a_k - \partial_k a_j - \varkappa^2 h_{jk} = \varkappa g_2 S_{jk}, \end{cases}$$

et cette fois-ci, dans le cas limite $\varkappa = 0$, nous ne nous trouvons plus en présence des équations de Maxwell. Pourtant cette nouvelle présentation des équations du corpuscule « vectoriel » de spin 1 est aussi bonne que la précédente, mais où ce sont plutôt les grandeurs h_{jk} qui jouent le rôle des potentiels et les grandeurs a_k celui des champs ! Nous pouvons introduire la fonction de Lagrange suivante :

$$(4.4)\qquad L = \frac{1}{2}\left(\frac{\varkappa^2}{2} h^{\star jk} h_{jk} + a^{\star j} a_j\right) - \left(\frac{g_2 \varkappa}{2} h^{\star jk} S_{jk} + \text{conj.}\right),$$

où les formes dérivées a_j sont définies par les relations

$$(4.5)\qquad a_k = \partial^j h_{jk} - g_1 S_k.$$

Et la théorie continue comme précédemment avec la même expression pour l'hamiltonien.

Nous voyons donc qu'au fond les grandeurs a_j et h_{jk} jouent un rôle absolument symétrique dans la théorie du corpuscule de spin 1. Or, ce n'est pas le cas en théorie classique de Maxwell-Lorentz, où une distinction très tranchée se trouve établie entre les potentiels et les champs qui dérivent des premiers grâce aux relations irréversibles

$$H_{jk} = \partial_j A_k - \partial_k A_j, \tag{4.6}$$

distinction accentuée par l'*indétermination* des potentiels, qui ne sont définis qu'au gradient d'une fonction scalaire près, car si l'on substitue au potentiel A_k un autre

$$A'_k = A_k + \partial_k \Phi, \tag{4.7}$$

les valeurs des champs ne changent pas. Les champs de la théorie de Maxwell sont *invariants* par rapport à la transformation appliquée aux potentiels, qu'on désigne sous le nom de *la transformation de jauge*. Ce n'est pas la transformation de jauge la plus générale; on peut prendre aussi la transformation suivante :

$$A'_k = A_k + \partial^l \Phi_{[lk]}, \tag{4.8}$$

pourvu que la fonction génératrice de la transformation satisfasse à l'équation

$$\partial^l \partial_l \Phi_{[jk]} + \partial^l (\partial_{[j} \Phi_{kl]}) = 0. \tag{4.9}$$

Or, dans la théorie du corpuscule de spin 1, les grandeurs a_j et h_{jk} sont bien déterminées, et, ni l'une, ni l'autre n'est susceptible d'une transformation de jauge.

5. Les potentiels « vrais » et la transformation de jauge en théorie du corpuscule de spin 1. — Nous arrivons donc à la conclusion que le quadrivecteur a_k qui s'introduit dans les équations du champ du corpuscule dit « vectoriel » ne peut pas être considéré comme un potentiel, dans le sens que donne à ce concept la théorie classique des champs. Il n'a qu'une apparence d'un potentiel, apparence qu'on accentue artificiellement en divisant les équations (2.1) par le facteur de masse $\varkappa$. En réalité, il doit être traité sur un même pied d'égalité que le champ h_{jk} et c'est donc une place usurpée à un potentiel « vrai » qu'il occupe dans l'expression de l'hamiltonien.

Car nous allons montrer qu'il est possible d'introduire un potentiel « vrai », qui possède toutes les qualités requises pour jouer réellement ce rôle : les champs h_{jk} et a_j s'en déduisent par dérivation, il est susceptible d'une transformation de jauge et il satisfait aux équations D'Alembert-Poisson où les sources figurent au second membre.

Pour trouver l'expression de ce potentiel vrai, nous nous laisserons guider par l'artifice mathématique de la cinquième coordonnée. Nous n'attachons à ce procédé aucune signification autre que celle qu'il fournit une méthode rapide de traiter correctement les représentations relativiste des grandeurs physiques situées en dehors du cône de la lumière. L'emploi de la cinquième coordonnée ramène l'étude de ses représentations à celles relatives à l'espace isotrope à cinq dimensions. Dans l'espace à cinq dimensions, dont la cinquième dimension résulte de l'adjonction d'une dimension scalaire aux quatre dimensions de l'espace-temps, nous pouvons dresser le tableau suivant des grandeurs tensorielles avec leurs correspondances dans l'espace-temps :

(5.1)

Scalaire............	1 composante	scalaire
Pentavecteur t_{α}....	5 composantes	quadrivecteur + scalaire
$t_{[\alpha\beta]}$...............	10 »	tenseur ant. + quadrivecteur
$t_{[\alpha\beta\gamma]}$..............	10 »	tenseur ant. + pseudovecteur
$t_{[\alpha\beta\gamma\delta]}$.............	5 »	pseudo-quadrivecteur
$t_{[\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon]}$............	1 composante	pseudo-scalaire

Grâce à l'emploi des cinq coordonnées, les équations du méson vectoriel et celles du méson scalaire peuvent s'écrire de la manière condensée suivante :

$$\partial^{\alpha} h_{\alpha\beta} = 0, \qquad \partial_{[\alpha} h_{\beta\gamma]} = 0; \tag{5.2 a}$$

$$\partial^{\delta} b_{[\alpha\beta\gamma\delta]} = 0, \qquad \partial_{[\alpha} b_{\alpha\beta\gamma\varepsilon]} = 0, \tag{5.2 b}$$

à condition de considérer que l'opérateur ∂_5 se ramène à la multiplication par $\varkappa$ et de poser

$$h_{\alpha\beta} = h_{jk} \qquad (\alpha,\ \beta \neq 5), \qquad h_{\alpha 5} = - h_{5\alpha} = a_{\alpha}.$$

Les équations du méson vectoriel ont donc, grâce à l'emploi des cinq coordonnées, la forme d'équations de Maxwell. Or, dans un espace à un nombre quelconque de dimensions, les équations de Maxwell jouissent des propriétés fondamentales suivantes :

1° On peut définir un potentiel n-vecteur P_α, tel que l'on a

$$h_{\alpha\beta} = \partial_\alpha P_\beta - \partial_\beta P_\alpha, \qquad \partial^\alpha \partial_\alpha P_\beta - \partial_\beta(\partial^\alpha P_\alpha) = 0 \tag{5.3}$$

et qui est susceptible d'une transformation de jauge

$$P_\alpha = P'_\alpha + \partial_\alpha \Phi \tag{5.4}$$

(et d'une transformation de jauge plus générale).

2° On peut définir un anti-potentiel, tenseur complètement antisymétrique à trois indices $P_{[\alpha\beta\gamma]}$, tel que l'on a

$$h_{\alpha\beta} = \partial^\varepsilon P_{[\alpha\beta\varepsilon]} \qquad \partial^\varepsilon \partial_\varepsilon P_{[\alpha\beta\gamma]} - \partial^\varepsilon \partial_{[\varepsilon} P_{\alpha\beta\gamma]} = 0 \tag{5.5}$$

et qui est susceptible également d'une transformation de jauge

$$P_{[\alpha\beta\gamma]} = P'_{[\alpha\beta\gamma]} + \partial^\varepsilon \varphi_{[\alpha\beta\gamma\varepsilon]}. \tag{5.6}$$

Nous voyons donc que les champs du méson vectoriel admettent un potentiel pentavecteur (c'est-à-dire un quadrivecteur P_j et un scalaire P_5) et qu'on peut écrire

$$h_{jk} = \partial_j P_k - \partial_k P_j, \qquad a_j = \varkappa P_j - \partial_j P_5. \tag{5.7}$$

Mais on peut aussi introduire un antipotentiel $P_{[\alpha\beta\gamma]}$, qui se ramène dans l'espace-temps à un potentiel-tenseur $P_{[jk]}$ et un potentiel pseudo-quadrivecteur $P_{[jkl]}$. On a dans ce cas

$$h_{jk} = \varkappa P_{jk} + \partial^l P_{[jkl]}, \qquad a_j = \partial^k P_{kj}. \tag{5.8}$$

Nous avons donc aussi une indétermination dans le choix des potentiels. Cette indétermination existe également dans la théorie de Maxwell-Lorentz. On y choisit le potentiel quadrivecteur parce que celui-ci est *adapté* aux sources du champ électromagnétique qui sont du type quadrivectoriel.

Dans la théorie du méson, nous allons donc également nous guider par la nature des sources du champ, auxquelles nous allons adapter nos potentiels. Si les sources étaient figurées par un quadrivecteur et un scalaire, nous aurions choisi le potentiel pentavecteur; si elles étaient figurées par un tenseur et un pseudoquadrivecteur, nous aurions choisi le second potentiel. Or, dans le cas de la théorie du méson, les sources sont représentées par un quadrivecteur et un tenseur, grandeurs qui se partagent entre les deux groupes d'équations du champ

$$(5.9)\quad \begin{cases} \partial^j h_{jk} - \varkappa a_k = g_1 S_k, & \partial_j a_k - \partial_k a_j - \varkappa h_{jk} = g_2 S_{jk}; \\ \partial^j a_j = (g_1 \partial^k S_k) = 0, & \partial_{[j} h_{kl]} = -\dfrac{g_2}{\varkappa} \partial_{[j} S_{kl]}. \end{cases}$$

En se basant sur les raisonnements précédents, nous allons donc introduire un potentiel qui participe à la fois du potentiel P_α et de l'anti-potentiel $P_{[\alpha\beta\gamma]}$, en posant :

$$(5.10)\quad \begin{cases} a_k = \varkappa P_k + \partial^j P_{jk}, \\ h_{jk} = \varkappa P_{jk} + \partial_j P_k - \partial_k P_j - \underline{\dfrac{1}{\varkappa} \partial^l (\partial_{[j} P_{kl]})}, \\ \partial^k P_k = 0 \end{cases}$$

Il est facile de voir qu'on a alors

$$(5.11)\quad \begin{cases} \partial^j \partial_j P_k - \varkappa^2 P_k = g_1 S_k, \\ \partial_l \partial^l P_{jk} - \varkappa^2 P_{jk} = g_2 S_{jk}. \end{cases}$$

Si le terme souligné ne figurait pas dans la définition de h_{jk} en fonction des potentiels, nous aurions eu dans le second membre de la dernière équation un terme supplémentaire $\frac{1}{\varkappa^2}(\partial^l \partial_{[j} S_{kl]})$ présentant une forte singularité.

Les potentiels que nous venons d'introduire satisfont à la transformation généralisée de jauge

$$(5.12)\quad \begin{cases} P_k = P'_k + \varkappa \Phi_k + \partial^j \Phi_{[jk]}, \\ P_{jk} = P'_{jk} + \varkappa \Phi_{[jk]} - \partial_j \Phi_k + \partial_k \Phi_j, \end{cases}$$

à condition que les fonctions génératrices de la transformation satisfassent aux équations que voici

$$(5.13)\quad \begin{cases} (\partial^k \partial_k - \varkappa^2) \begin{Bmatrix} \Phi_j \\ \Phi_{jk} \end{Bmatrix} = 0, \\ \partial^j \Phi_j = 0. \end{cases}$$

Montrons maintenant comment l'introduction des potentiels « vrais » modifie la forme canonique de la théorie du corpuscule de spin 1.

Tout d'abord, en analogie parfaite avec la théorie de Maxwell-Lorentz nous allons écrire la fonction de Lagrange de la manière que voici :

$$(5.14)\quad L = \frac{1}{2}(h^{*jk} h_{jk} + a^{*j} a_j) + (g_1 P^{*j} S_j + g_2 P^{*jk} S_{jk} + \text{conj.}),$$

où P_j et P_{jk} sont considérés, en tant que potentiels, comme les variables canoniques indépendantes, tandis que les champs h_{jk} et a_j s'en déduisent par dérivation selon les relations

$$\left\{\begin{aligned} a_j &= \varkappa P_j + \partial^l P_{lj}, \\ h_{jk} &= \varkappa P_{jk} + \partial_j P_k - \partial_k P_j - \frac{1}{\varkappa}\partial^l(\partial_{[j} P_{kl]}). \end{aligned}\right. \tag{5.15}$$

On trouve alors facilement les équations d'Euler-Lagrange sous la forme suivante :

$$\left\{\begin{aligned} \partial^j \partial_j P_k - \varkappa^2 P_k &= g_1 S_k, \\ \partial^l \partial_l P_{jk} - \varkappa^2 P_{jk} &= g_2 S_{jk}. \end{aligned}\right. \tag{5.16}$$

De la forme de la fonction de Lagrange, jointe aux considérations de l'invariance relativiste, nous écrirons les équations de Dirac, décrivant l'état d'un nucléon se mouvant dans le champ du méson maxwellien, de la manière suivante :

$$(\gamma^j \partial_j + \varkappa_n)\psi = \frac{i}{\hbar c}\left(g_1 \gamma^j P_j + \frac{g_2}{2}\gamma^{[jk]} P_{[jk]}\right)\Psi. \tag{5.17}$$

Nous introduisons ainsi dans l'équation de Dirac *uniquement les potentiels*.

Nous pensons d'ailleurs que l'introduction des champs dans cette équation, comme on le fait actuellement, à la suite de Pauli, est non seulement arbitraire, mais incorrecte.

L'introduction des potentiels généralisés dans l'équation de Dirac nécessite d'ailleurs de généraliser la *transformation de phase*, qui accompagne les transformations de jauge, effectuées sur les potentiels, afin de redonner à l'équation de Dirac sa forme primitive.

En présence du champ électromagnétique, l'équation de Dirac s'écrit

$$(\gamma^j \partial_j + \varkappa)\psi = (\varepsilon \gamma^j A_j)\psi \tag{5.18}$$

et à la transformation de jauge

$$A_j = A'_j + \partial_j \Phi, \tag{5.19}$$

on doit associer la transformation de phase

$$\Psi = e^{\varepsilon \Phi}\Psi' \tag{5.20}$$

Nous avons montré [19] que dans le cas des potentiels généralisés qu'on peut introduire dans l'équation de Dirac, les transformations générales de jauge, qui font intervenir des fonctions génératrices du type scalaire, vectoriel, tensoriel, etc. demandent l'intervention des transformations générales de phases du type

$$\psi' = [\exp(\varepsilon\Phi + \varepsilon_1 \gamma^j \Phi_j + \varepsilon_2 \gamma^{jk} \Phi_{jk} + \ldots)]\,\psi, \tag{5.21}$$

ainsi dans notre cas, à la transformation de jauge

$$\left\{ \begin{aligned} P''_k &= P'_k + \varkappa\Phi_k - \partial^l \Phi_{lk}, \\ P''_{jk} &= P'_{jk} + \varkappa\Phi_{jk} - \partial_j \Phi_k + \partial_j \Phi_k, \end{aligned} \right. \tag{5.22}$$

avec

$$(\Box - \varkappa^2)\{\Phi_j, \Phi_{jk}\} = 0, \qquad \partial^j \Phi_j = 0, \tag{5.23}$$

correspond la transformation de phase (et de polarisation)

$$\psi' = \left[\exp \frac{i}{\hbar c}\left(+ i g_2 \gamma^j \Phi_j - \frac{i g_1}{2} \gamma^{[jk]} \Phi_{jk}\right)\right] \psi, \tag{5.24}$$

$$- i \frac{g_1}{1} \gamma^{[jkl]} \partial_{[j} \Phi_{kl]} = \varkappa\left(g_1 \gamma^k \Phi_k + \frac{g_2}{2} \gamma^{[jk]} \Phi_{[jk]}\right). \tag{5.25}$$

6. **Les équations fondamentales de la théorie des corpuscules C_0^1, $C_1'^1$ et $C_0'^1$.** — Nous voyons donc que les *champs* a_j et h_{jk} de la théorie du corpuscule maxwellien de spin 1 peuvent être dérivés des *potentiels vrais* P_j et P_{jk}. En théorie habituelle du méson, où l'on traite en potentiel le champ a_j, le corpuscule en question porte le nom du méson « vectoriel ». Nous allons abandonner cette nomenclature, qui reflète une conception des potentiels que notre théorie ne justifie pas, et nous allons reprendre la nomenclature du premier auteur qui s'occupa de la théorie du corpuscule de spin 1, à savoir de M. L. de Broglie. Nous désignerons ainsi à l'aide des symboles C_1^1, C_0^1, $C_1'^1$ et $C_0'^1$, que nous avons utilisés dans notre Thèse, les corpuscules : maxwellien, non maxwellien ou broglien, pseudo-maxwellien et pseudo-broglien, respectivement.

Les équations fondamentales de la théorie du corpuscule maxwellien ont été écrites au paragraphe précédent. Il nous reste à établir, en partant des mêmes considérations, les équations des corpuscules C_0^1, $C_1'^1$ et $C_0'^1$. C'est ce que nous allons faire maintenant.

Équations de la théorie du corpuscule broglien C_0^1 :

$$
(6.1\,a)\qquad \left\{\begin{aligned} &\partial^m c_{[jklm]} - \varkappa b_{[jkl]} = f_2 S_{[jkl]}, \qquad \partial_{[m} b_{jkl]} - \varkappa c_{[jklm]} = f_1 S_{[jklm]},\\ &\qquad\qquad \partial^l b_{[jkl]} = -\frac{f_2}{\varkappa}\partial^l S_{[jkl]}; \end{aligned}\right.
$$

$$
(6.2\,a)\qquad \left\{\begin{aligned} b_{[jkl]} &= \varkappa P_{[jkl]} + \partial^m P_{[jklm]} - \frac{1}{\varkappa}\partial^m \partial_{[m} P_{jkl]},\\ c_{[jklm]} &= \varkappa P_{jklm} + \partial_{[m} P_{jkl]}; \end{aligned}\right.
$$

$$
(6.3\,a)\qquad \left\{\begin{aligned} P_{[jkl]} &= P'_{[jkl]} + \varkappa \Phi_{[jkl]} - \partial^m \Phi_{[jklm]},\\ P_{[jklm]} &= P'_{[jklm]} + \varkappa \Phi_{[jklm]} + \partial_{[m} \Phi_{jklm]},\\ &(\partial^n \partial_n - \varkappa^2)\,\{\Phi_{[jkl]}, \Phi_{[jklm]}\} = 0; \end{aligned}\right.
$$

$$
(6.4\,a)\qquad \begin{aligned} L_B = {} & \frac{1}{6} b^{\star jkl} b_{jkl} + \frac{1}{24} c^{\star jklm} c_{jklm}\\ & + \left(\frac{f_2}{6} P^{\star jkl} S_{jkl} + \frac{f_1}{24} P^{\star jklm} S_{jklm} + \text{conj.}\right); \end{aligned}
$$

$$
(6.5\,a)\qquad (\gamma^i \partial_j + \varkappa_n)\psi = \frac{i}{\hbar c}\left(\frac{f_2}{6}\gamma^{[jkl]} P_{[jkl]} + \frac{f_1}{24}\gamma^{[jklm]} P_{[jklm]}\right)\psi;
$$

$$
(6.6\,a)\qquad \psi = \psi' \exp\left[\frac{i}{\hbar c}\left(-\frac{if_1}{6}\gamma^{[jkl]}\Phi_{[jkl]} - \frac{if_2}{24}\gamma^{[jklm]}\Phi_{[jklm]}\right)\right].
$$

Équations de la théorie du corpuscule pseudo-maxwellien C_1^1 :

$$
(6.1\,b)\qquad \left\{\begin{aligned} &\partial^l b'_{[jkl]} - \varkappa h'_{[jk]} = g'_1 S'_{jk}, \qquad \partial_{[l} h'_{jk]} - \varkappa b'_{[jkl]} = g'_2 S'_{[jkl]};\\ &\partial^j h'_{[jk]} = -\frac{g'_1}{\varkappa}\partial^j S'_{[jk]}, \qquad \partial_{[m} b'_{jkl]} = -\frac{g'_2}{\varkappa}\partial_{[m} S'_{jkl]}; \end{aligned}\right.
$$

$$
(6.2\,b)\qquad \left\{\begin{aligned} h'_{[jk]} &= \varkappa P'_{[jk]} + \partial^l P_{[jkl]} - \frac{1}{\varkappa}\partial^m \partial_{[m} P'_{jk]},\\ b'_{[jkl]} &= \varkappa P'_{[jkl]} + \partial_{[l} P'_{jk]} - \frac{1}{\varkappa}\partial^m \partial_{[m} P_{jkl]}; \end{aligned}\right.
$$

$$
(6.3\,b)\qquad \left\{\begin{aligned} P'_{jk]} &= P''_{[jk]} + \varkappa \Phi'_{[jk]} - \partial^l \Phi_{[jkl]},\\ P'_{[jkl]} &= P''_{[jkl]} + \varkappa \Phi'_{[jkl]} - \partial_{[j} \Phi'_{kl]},\\ &(\partial^n \partial_n - \varkappa^2)\{\Phi'_{[jk]}, \Phi'_{[jkl]}\} = 0; \end{aligned}\right.
$$

$$
(6.4\,b)\qquad L_{psm} = \frac{1}{2} h'^{\star jk} h'_{jk} + \frac{1}{6} b'^{\star jkl} b'_{jkl} + (g'_1 P'^{\star jk} S'_{jk} + g'_2 P'^{\star jkl} S'_{jkl} + \text{conj.});
$$

$$
(6.5\,b)\qquad (\gamma^j \partial_j + \varkappa_n)\psi = \frac{i}{\hbar c}\left(\frac{g'_1}{2}\gamma^{[jk]} P'_{[jk]} + \frac{g'_2}{6}\gamma^{[jkl]} P'_{[jkl]}\right);
$$

$$
(6.6\,b)\qquad \psi = \psi' \exp\left[\frac{i}{\hbar c}\left(\frac{g'_2}{2}\gamma^{[jk]}\Phi_{[jk]} + \frac{g'_1}{6}\gamma^{[jkl]}\Phi'_{[jkl]}\right)\right].
$$

Équations de la théorie du corpuscule pseudo-broglien $C_0'^{1}$:

$$(6.1\,c)\qquad \begin{cases} \partial_j c - \varkappa b_j = f_2' S_j', & \partial^j b_j - \varkappa c = f_1' S', \\ \partial_j b_k - \partial_k b_j = -\dfrac{f_2'}{\varkappa}(\partial_j S_k' - \partial_k S_j'); \end{cases}$$

$$(6.2\,c)\qquad \begin{cases} b_j = \varkappa P_j' + \partial_j P' - \dfrac{1}{\varkappa}\partial^k(\partial_j P_k' - \partial_k P_j'), \\ c = \varkappa P' + \partial^j P_j'; \end{cases}$$

$$(6.3\,c)\qquad \begin{cases} P_j' = P_j'' + \varkappa \Phi_j' - \partial_j \Phi', \\ P' = P'' + \varkappa \Phi' - \partial^j \Phi_j', \\ (\partial^n \partial_n - \varkappa^2)\{\Phi, \Phi_j'\} = 0; \end{cases}$$

$$(6.4\,c)\qquad L_B' = b^{\star j} b_j + c^\star c + (f_1' c^\star S' + f_2' b^{\star j} S_j' + \text{conj.});$$

$$(6.5\,c)\qquad (\gamma^j \partial_j + \varkappa_n)\psi = \frac{i}{\hbar c}(f_1' P + f_2' \gamma^j P_j)\psi;$$

$$(6.6\,c)\qquad \psi = \psi' \exp\left[\frac{i}{\hbar c}\left(f_2' \Phi' + f_1' \gamma^j \Phi_j'\right)\right].$$

7. Conclusion. — Selon le point de vue adopté ici, les champs qui décrivent le comportement ondulatoire des corpuscules de spin 1, peuvent être dérivés des potentiels. Ce sont ces potentiels qui doivent servir pour la construction des termes d'interactions avec les sources. Ce faisant on est amené à écrire les équations de Dirac, décrivant le comportement des nucléons en présence des différents champs mésiques de la manière que voici :

$$(7.1)\qquad \begin{cases} (\gamma^j \partial_j + \varkappa_n)\psi = \dfrac{i}{\hbar c}\left(g_1 \gamma^j P_j + \dfrac{g_2}{2}\gamma^{[jk]} P_{[jk]}\right)\psi, \\ (\gamma^j \partial_j + \varkappa_n)\psi = \dfrac{i}{\hbar c}\left(\dfrac{f_2}{6}\gamma^{[jkl]} P_{[jkl]} + \dfrac{f_1}{24}\gamma^{[jklm]} P_{[jklm]}\right)\psi, \\ (\gamma^j \partial_j + \varkappa_n)\psi = \dfrac{i}{\hbar c}\left(\dfrac{g_1'}{2}\gamma^{[jk]} P_{[jk]}' + \dfrac{g_2'}{6}\gamma^{[jkl]} P_{[jkl]}'\right)\psi, \\ (\gamma^j \partial_j + \varkappa_n)\psi = \dfrac{i}{\hbar c}(f_1' P' + f_2' \gamma^j P_j')\psi, \end{cases}$$

où les potentiels satisfont aux équations de d'Alembert-Poisson .

$$(7.2)\qquad \begin{cases} (\partial^n \partial_n - \varkappa^2) P_j = g_1 S_j, & (\partial^n \partial_n - \varkappa^2) P_{jk} = g_1 S_{kj}; \\ (\partial^n \partial_n - \varkappa^2) P_{[jkl]} = f_2 S_{[jkl]}, & (\partial^n \partial_n - \varkappa^2) P_{[jklm]} = f_1 S_{[jklm]}; \\ (\partial^n \partial_n - \varkappa^2) P_{[jk]}' = g_1' S_{[jk]}', & (\partial^n \partial_n - \varkappa^2) P_{[jkl]}' = g_2' S_{[jkl]}'; \\ (\partial^n \partial_n - \varkappa^2) P' = f_1' S', & (\partial^n \partial_n - \varkappa^2) P_j' = f_2' S_j'. \end{cases}$$

Dans les théories habituelles, ce sont les champs qui figurent dans les seconds membres des équations de Dirac. Si donc notre théorie est acceptable, elle rendrait caducs la plupart des résultats obtenus jusqu'ici en théorie des forces nucléaires, basée sur l'emploi des champs mésiques. Nous nous proposons donc de réétudier dans un proche avenir quelques problèmes fondamentaux qui se posent en physique nucléaire.

Je remercie M. Louis de Broglie de l'intérêt qu'il a témoigné pour ce travail, et de ses précieuses remarques qui m'ont permis de corriger des erreurs et m'ont apporté de nouvelles idées de recherche.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] L. de Broglie, *C. R. Acad. Sc.*, 198, 1934, p. 135.
[2] B. Kwal, *C. R. Acad. Sc.*, 199, 1934, p. 23.
[3] L. de Broglie, *C. R. Acad. Sc.*, 199, 1934, p. 445 et 1165; *Une Nouvelle Conception de la Lumière* (Paris, Hermann, 1934).
[4] G. Petiau, *C. R. Acad. Sc.*, 200, 1935, p. 1829; *Mém. Acad. Roy. Belg.* (Thèse), vol. 16, 1936.
[5] L. de Broglie, *Nouvelles Recherches sur la Lumière* (Paris, Hermann, 1936).
[6] B. Kwal, *C. R. Acad. Sc.*, 202, 1936, p. 1913.
[7] A. Proca, *J. Phys. Rad.*, 7, 1936, p. 347.
[8] J. Géhéniau, *C. R. Acad. Sc.*, 207, 1938, p. 1173; *Contribution à la théorie de la Lumière*, de L. de Broglie (Paris, Hermann, 1939).
[9] N. Kemmer, *Proc. Roy. Soc.*, 166, 1938. p. 127.
[10] M. A. Tonnelat, *C. R. Acad. Sc.*, 208, 1939, p. 790.
[11] C. Moller et L. Rosenfeld, *Det. Kgl. Danske Vid. Selskab*, 17, 1940, p. 8.
[12] L. de Broglie, *De la Mécanique Ondulatoire à la Théorie du Noyau* (Paris, Hermann, vol. 2, 1945).
[13] E. C. G. Stueckelberg, *Helv. Phys. Acta*, 11, 1938, p. 225.
[14] P. Caldirola, *Nuovo Cimento*, 19, 1942, p. 25 et 300.
[15] C. Salvetti, *Nuovo Cimento*, 3, 1946, p. 257.
[16] B. Kwal, *C. R. Acad. Sc.*, 206, 1938, p. 238.
[17] B. Kwal, *Recherches sur la Mécanique Ondulatoire Relativiste des corpuscules élémentaires*, (*Thèse*, Paris, 1945).
[18] B. Kwal, *C. R. Acad. Sc.*, 225, 1947, p. 922.
[19] B. Kwal, *C. R. Acad. Sc.*, 228, 1949, p. 980.
[20] B. Kwal, *J. Phys. Rad.*, 10, 1949, p. 189.
[21] B. Kwal, *C. R. Acad. Sc.*, 232, 1951, p. 37; *J. Phys. Rad.*, 12, 1951, p. 66.
[22] B. Kwal et L. de Broglie, *C. R. Acad. Sc.*, 232, 1951, p. 2056.