

ANNALES DE L'I. H. P.

JEAN ULLMO

Recherches sur l'équilibre économique

Annales de l'I. H. P., tome 8, n° 1 (1938), p. 1-62

http://www.numdam.org/item?id=AIHP_1938__8_1_1_0

© Gauthier-Villars, 1938, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de l'I. H. P. » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

Recherches sur l'équilibre économique

par

Jean ULLMO.

CHAPITRE I.

PRÉLIMINAIRES.

A. Introduction. — La statique économique, comme son nom l'indique, recherche les conditions d'équilibre d'un système économique donné. Système donné, c'est-à-dire que les quantités totales de travail et de capital disponibles y sont fixées, ainsi que la liste des biens susceptibles d'être produits, et les conditions techniques de leur production : ce sont les « données ». La notion d'équilibre est plus obscure : à première vue, elle n'est qu'une image empruntée à la mécanique. Les motifs d'action, les tendances, les « mobiles » qui meuvent les différents types d'individus qui concourent à former la société économique : travailleurs salariés, entrepreneurs, capitalistes, etc., sont assimilés à des forces mécaniques, entre lesquelles on cherche les conditions d'équilibre.

Cette image, cette analogie ont été fécondes, et ont servi utilement à guider des recherches. Elles ne doivent pourtant pas faire illusion. Et l'équilibre économique demande une définition propre, qu'on pourrait provisoirement formuler ainsi : ayant reconnu les « mobiles » des actions économiques, on cherche un état (production, distribution, échanges, consommations) dont le système économique ne tende pas à sortir par l'effet de ces mobiles lorsqu'il est réalisé, les « données » restant fixes.

On voit que le problème ainsi posé comporte la fixation des données et la détermination des mobiles. Et, bien entendu, suivant le degré d'abstraction et de simplification qu'on adoptera pour introduire, à partir

de l'observation du réel, ces deux classes de faits dans la théorie économique, on obtiendra toute l'échelle des théories, depuis les schèmes les plus abstraits fondés sur l'*homo economicus* et le concept synthétique du marché, jusqu'aux doctrines les plus nuancées et détaillées de l'économie historique. Notre méthode propre sera celle de la complexité progressive : partant de « modèles » très dépouillés, après contrôle des hypothèses qui leur ont servi de base, nous tenterons d'y introduire successivement la diversité des faits tirés de l'observation, dans une hiérarchie convenable, pour aboutir à rendre compte le plus fidèlement possible des conditions authentiques de la vie économique contemporaine.

Laissant provisoirement de côté ce progrès ultérieur et revenant aux fondements théoriques de l'économie mathématique, nous voyons que la fixation des données ne présente pas là de difficultés de principe : elles nous sont fournies par des recherches statistiques et techniques, achevées par les approximations et les groupements nécessaires. Mais la détermination des mobiles est beaucoup plus délicate : elle ne peut guère reposer que sur des hypothèses psychologiques, et la prééminence accordée *a priori* à certaines tendances sur toutes les autres. Toutes hypothèses qui ne peuvent guère se vérifier que par le succès des théories qui reposent sur elles, l'accord de leurs conclusions avec des faits économiques observables.

Parmi ces hypothèses, le type le plus fréquent est la tendance à la maximisation : l'*homo economicus* tend à maximiser sa satisfaction, ou plus précisément son « ophélimité ». Ou plus particulièrement, l'entrepreneur tend à maximiser son profit, le salarié son salaire, etc. Avec ce type de mobiles, le problème de l'équilibre, conformément à la définition que nous en avons donnée, devient lui-même un problème de maxima simultanés, donc de maxima liés.

Cette transformation d'un problème d'équilibre en problème de maximum est familière aux mécaniciens : elle correspond en mécanique à la substitution équivalente de la notion de potentiel à celle de forces. En ce sens, on peut dire que les fonctions à maximiser (les fonctions d'ophélimité individuelles, ou les profits, etc.) jouent en économie le rôle des potentiels. On remarquera cependant que dans le cas classique des fonctions d'ophélimité, l'analogie s'impose avec des potentiels individuels, relatifs aux particules individuelles constituant un système.

La notion d'énergie potentielle mutuelle et surtout celle de potentiel du système, indispensable pour le traitement du problème mécanique, n'a pas trouvé son analogue, son correspondant dans l'économie classique : conséquence du « no bridge » de Pareto. Nous avons essayé ailleurs de combler cette lacune par l'introduction d'une fonction d'« utilité statistique » qui joue le rôle du potentiel du système en mécanique.

L'équivalence trouvée de la notion d'équilibre et de celle de maximum est aisée à concevoir : si les mobiles de l'individu tendent à maximiser une certaine fonction, lorsqu'elle sera maxima il ne cherchera plus à sortir de l'état réalisé. Ainsi ce sera un état d'équilibre. Mais cette équivalence a eu une conséquence fort importante : puisque l'état trouvé est celui où les mobiles individuels sont satisfaits le mieux possible, cet état d'équilibre apparaît aussi comme un état « optimum », un état préférable. Tout naturellement la théorie économique a tendu alors à devenir *normative* : ayant défini un état préférable, elle a cherché à imposer les règles qui permettraient la réalisations de cet état, c'est-à-dire le libre jeu des mobiles qui devait y aboutir.

C'est ainsi que s'est développée la *doctrine* du libéralisme économique sur la *théorie* de l'économie mathématique. Mais ici une objection grave apparaît : la théorie classique repose sur une certaine abstraction des données et des mobiles. Que cette abstraction ait été bien faite, que les données acceptées soient une image fidèle de la réalité, les mobiles, des hypothèses psychologiques admissibles, ne peut être vérifié que par le succès de la théorie : si l'état optimum qu'elle décrit l'est en effet, ou mieux encore si les conditions qu'elle pose pour y atteindre tendent à maximiser les bonheurs individuels. Cette vérification par le succès n'a guère été possible. Conditions imparfaitement réalisées, ou insuffisance des hypothèses initiales : le débat ne peut être tranché.

On voit la difficulté. L'économie politique, science sociale, science humaine, a parfaitement le droit d'être normative; de suggérer des règles de gouvernement. Mais elle doit le faire sans ambiguïté. Elle peut dire : telle fin objective et mesurable étant souhaitable, telles sont les conditions objectives de sa réalisation. Mais non déduire la définition de l'état souhaitable d'hypothèses invérifiables *a priori*.

Lorsque, le but à atteindre étant clairement posé, les conditions matérielles de réalisation en sont élucidées, une étude ultérieure consiste à confronter ces conditions matérielles avec les possibilités et

les mobiles humains, dans l'état social particulier étudié : on verra ainsi s'il y a ou non compatibilité présente ou future entre cet état social et l'achèvement du but proposé. Tels sont les apports de la théorie : au delà, il y a nécessairement intervention de la politique pratique.

Ainsi les problèmes de maximisation peuvent-ils prendre dans la théorie une existence indépendante. Les modèles permettront d'exprimer les conditions de maximisation d'une fonction quelconque. Il restera à comparer ces conditions aux processus réels. En particulier, il pourra se trouver que l'état maximé ainsi obtenu *a priori* apparaisse comme un état d'équilibre : lorsqu'il est réalisé, les mobiles humains ne tendent pas à le détruire, conclusion qui peut être soumise au contrôle de l'expérience. Dans ces cas, du point de vue théorique, on aura assisté à une véritable inversion des rapports de la notion d'équilibre et de celle d'optimum.

Nous montrerons dans ce qui suit qu'en prenant pour fonction à maximiser le revenu national consommable, défini de façon précise, c'est-à-dire une grandeur objective qui semble tout indépendante des mobiles individuels, l'état de maximisation obtenu nous apparaîtra comme un état d'équilibre, du moins sous certaines restrictions. C'est en ce sens qu'une telle étude ressort à la statique économique. C'est aussi parce qu'en première approximation elle n'introduit pas le temps explicitement.

B. Notations. — Nous désignerons par n le nombre total des individus constituant la collectivité étudiée, par A, B, C, \dots, M les biens (de nature quelconque, produits ou services) qu'ils sont susceptibles de créer. $p_A, p_B, p_C, \dots, p_M$ désigneront les prix de ces biens. n_A, n_B, \dots, n_M désigneront les nombres de travailleurs (au sens général, comprenant les administrateurs, ingénieurs, ouvriers, distributeurs) qui contribuent à la production des produits correspondants; $n'_A \dots$ désigneront les rapports $\frac{n'_A}{n}$ définissant la répartition des travailleurs entre les productions. n sera supposé assez grand pour que les n'_H puissent être traités comme des variables continues, et différenciés. Nous appellerons *ration* et désignerons par r_A^x la quantité de produit A livrée à la consommation de l'individu x pendant une unité de temps convenable. Nous appellerons *menu*, l'ensemble de rations $r_A^x, r_B^x, \dots, r_M^x$ d'un même individu.

Nous désignerons par Y_A, \dots, Y_N les vitesses moyennes de production par individu des produits correspondants; par q_A, \dots, q_M les productions totales pendant l'unité de temps de ces produits, par Q_A, \dots les produits livrés à la consommation individuelle (ou finale). Nous désignerons par la notation (AB) la quantité du produit B contribuant à la fabrication du produit A. Cette quantité se présente sous deux formes : 1° une portion de B entrant comme matière première ou plus généralement sous forme d'outillage, bâtiments, etc., dans la fabrication de A, q_B^A servant à fabriquer q_A (consommation industrielle); nous appellerons *coefficient de structure* et désignerons par (ab) (1) le rapport $\frac{q_B^A}{q_A}$, qui est à une époque donnée une *constante physique*, ne dépendant que de la technique de la fabrication (d'une époque à l'autre les coefficients de structure peuvent changer : ainsi la quantité d'acide sulfurique nécessaire pour la fabrication d'une certaine quantité de produits chimiques peut varier avec les procédés employés — une même quantité d'acier peut servir à construire une nouvelle machine dont l'usure par unité produite du bien A est très différente). 2° Une autre portion de B a été consommée sous forme de rations par les producteurs de A (toujours, et désormais sans que nous le spécifions, pendant la même unité de temps). Si, par exemple, ces rations sont égales pour tous les producteurs de A et égales à r_B^A on aura [en remarquant que

$$(a) \quad q_B^A = q_A(ab) \Big],$$

$$(b) \quad (AB) = q_A(ab) + n_A r_B^A.$$

Et aussi

$$(c) \quad Q_A = q_A - q_A^B - \dots - q_A^M = q_A - (ba)q_B - \dots - (ma)q_M \quad (2).$$

Pour simplifier les écritures et les raisonnements, nous considérerons parfois les coefficients de structure comme nuls, ce qui revient à se placer dans l'un des deux cas extrêmes : économie artisanale, ou écono-

(1) Nous prendrons les (aa) nuls, cas général. Mais, rien ne serait changé à toutes nos conclusions ultérieures si on les suppose différents de zéro.

(2) La production disponible pour la consommation finale est égale à la production totale diminuée des différents types de consommations industrielles.

mie industrielle à concentration verticale complète. Par un groupement convenable des productions étudiées, on peut d'ailleurs toujours se ramener à peu près à ce cas dans la pratique.

Enfin, nous appellerons un système de productions et consommations *conservatif*, si le total des productions est égal au total des consommations.

C. Remarque sur les rendements moyens. — En introduisant la notion de productivité moyenne, c'est-à-dire des vitesses moyennes de production par individu, ou de rendements moyens par unité de main-d'œuvre, nous faisons une hypothèse essentielle sur la collectivité étudiée. C'est qu'elle échappe aux conditions de l'économie de pénurie qui prévalaient au début du XIX^e siècle, quand a été formulée la théorie de la rente de Ricardo. Lorsque la technique est fruste, la production insuffisante pour répondre aux besoins élémentaires, le producteur le plus mal placé est nécessaire à la subsistance de la collectivité : on ne peut se passer de lui, même si son rendement est très inférieur à la moyenne. D'où la théorie de la rente, qui suppose une dispersion élevée des rendements des différentes entreprises, et rend illusoire la notion de rendement moyen. Une telle théorie s'adapte particulièrement à une économie agricole, aux sols de fertilité dispersée.

Dans une économie industrielle et évoluée, au contraire, la règle générale est qu'aucun producteur n'est plus indispensable. Si son pouvoir de concurrence est diminué par un rendement inférieur à la moyenne, une entreprise est vouée à la faillite. La grande masse des producteurs d'un produit déterminé travaille dans des conditions techniques voisines et ainsi le rendement marginal est pratiquement confondu avec le rendement moyen ; c'est d'ailleurs celui-ci qu'atteignent les recherches statistiques. Seuls les entrepreneurs qui vont de l'avant, ceux qui perfectionnent leur technique, font l'essai de brevets nouveaux, obtiennent un rendement supérieur à la moyenne. De ces producteurs « marginaux supérieurs » nous tiendrons le plus grand compte dans notre étude ultérieure. Pour notre première étape, nous pourrions négliger la faible augmentation du rendement moyen qu'ils déterminent. Notre hypothèse se trouve donc justifiée par l'évolution historique.

D'ailleurs, nous nous proposons d'étudier, dans une première approxi-

mation, un système « donné », c'est-à-dire où les conditions techniques ne changent pas : le progrès technique y est donc nul. Pour un système réel qui serait dans ce cas, les processus réels conduiraient bien à une telle uniformisation des rendements moyens; il y aurait toujours tendance à utiliser au mieux la technique disponible, c'est-à-dire à atteindre le rendement maximum compatible avec elle, soit du fait de la concurrence, en régime libre, soit par la nécessité d'employer au mieux les ressources existantes, en régime contraint. L'unité productrice, c'est-à-dire l'usine ou l'atelier, qui viendrait à se créer par suite d'un investissement nouveau ou d'un transfert de capital et de main-d'œuvre, atteindrait aussitôt, sans pouvoir le dépasser, ce rendement moyen : aucune loi de rendement décroissant n'a de raison de jouer pour ce surcroît de production industrielle.

Il reste bien entendu que la théorie de la rente continue de s'appliquer dans des cas particuliers : l'agriculture, dans le cas d'autarcie (quoiqu'en ce cas même la rente différentielle des terres moyennes tende à être remplacée par la subvention aux terres pauvres; c'est encore le rendement moyen, et non le rendement marginal, qui fixe le prix économique) et surtout l'exploitation des mines. Mais nous réintroduirons dans une approximation ultérieure la théorie de la rente dans les cas où elle sera nécessaire. Nous ne prétendons pas l'ignorer, mais nous n'y voulons plus voir, ni dans aucune forme de loi de rendement décroissant (contre-dite par l'expansion industrielle), le fondement de l'équilibre économique.

Plus généralement, nous dirons : la théorie classique repose sur les fonctions *marginales* : c'est du marginal inférieur qu'elle fait dépendre l'équilibre économique. Pour elle, le marginal est *nécessaire* : c'est une donnée de la nature.

Pour nous, face aux progrès de la technique, et pour la production industrielle qui nous occupe spécialement, nous préférons traiter le marginal comme *contingent*. Il existe assurément, mais c'est un fait d'inertie ou d'initiative si certains producteurs sont en retard, ou en avance. Dans le seul cas de la répartition des achats d'un individu, le fait de satiété nous apparaîtra fondamental; là seulement notre théorie sera fondée sur l'utilité marginale. Partout ailleurs nous nous servons des fonctions moyennes; c'est sur elles que nous fonderons les équilibres. Nous n'introduirons qu'ensuite les faits marginaux comme

corrections : ainsi nous en tiendrons compte de façon complète. Mais ce n'est pas d'eux que nous ferons dépendre l'équilibre économique; ils nous apparaîtront au contraire comme des facteurs de déséquilibre, négatif (chômage, faillites) ou positif (progrès, profits).

CHAPITRE II.

ÉCHANGES ET MONNAIE.

A. La définition du revenu national consommable. — Supposons le système étudié conservatif, c'est-à-dire que toutes les quantités produites (de biens ou de services) q_A sont consommées dans l'unité de temps, soit sous forme de consommation finale Q_A , soit sous forme de consommation industrielle, pour servir à la production d'autres biens de consommation. Le revenu national consommable doit évidemment

être une somme pondérée des Q_A , $\sum_A^M A Q_A$. On peut le considérer comme un *indice* de la consommation finale.

Remarquons que du fait que le système est conservatif il n'y a pas de différence entre les Q_A produits et les Q_A consommés; ainsi les difficultés relatives à la distinction, dans les systèmes réels, entre revenu produit et revenu distribué, sont laissées de côté dans cette première approximation. C'est seulement la question de la pondération que nous nous posons. Dans les estimations pratiques du revenu national, ce sont toujours les prix pratiqués p_A qui sont pris comme coefficients de pondération. Le revenu national est la valeur de la production consommée finalement. Mais une telle définition n'a pas d'utilité théorique, en ce que les prix pratiqués étant des phénomènes observés et non des grandeurs déductibles ne peuvent fournir qu'une simple constatation de l'inégalité de deux revenus, sans permettre aucune prévision, aucune description des conditions de l'accroissement ou de la maximation du revenu.

En outre, les prix pratiqués sont susceptibles de tensions brusques dues aux conditions du marché; si à un moment donné un besoin subitement accru, ou un fait d'accaparement, a provoqué la hausse

ou en abrégé

$$A(HA) \dots + H[(HH) - q_H] + \dots + M(MH) = O(H = A \dots M)$$

admet une solution unique pour les rapports $\frac{A}{M}, \frac{B}{M}, \dots, \frac{L}{M}$ de $(M-1)$ de ces coefficients au $M^{\text{ième}}$, d'ailleurs choisi arbitrairement une fois pour toutes.

Le système (2) a en effet son déterminant nul d'après les relations (1), la somme des éléments d'une même colonne de ce déterminant étant nulle. Tous ses mineurs d'ordre $(M-1)$, d'autre part, ne sont pas nuls dans le cas général. D'où la propriété énoncée.

On voit que le système des coefficients A, B, \dots, M , lorsqu'on a choisi l'un d'entre eux pour unité (par exemple M) pourraient être considérés comme des prix; les équations (2) prendraient alors la forme de *bilans* relatifs à chaque production, leur premier membre représentant la *valeur* de la production envisagée, le second membre la *valeur* équivalente de la consommation (industrielle et finale) des producteurs de A , c'est-à-dire le *prix de revient* de la production A , sous la forme de matières premières, outillages et salaires.

On a ainsi une définition algébrique univoque des « coefficients d'échange », ou mieux de leurs rapports à l'un d'entre eux : $\frac{A}{M}, \frac{B}{M}, \dots$ seraient les prix à attribuer aux produits A, \dots, M pour que les échanges des productions et consommations envisagées, données par les valeurs fixées quelconques des q_H et des (AB) , puissent se faire sans *résidus* (c'est-à-dire sans laisser subsister de profits contractuels ou d'endettements) et suivant une commune mesure de valeur.

C. **Discussion.** — L'intérêt du théorème et de la définition qu'il nous a permise est qu'il permet d'analyser la notion de prix. Pour un système absolument quelconque de productions et de consommations se faisant équilibre (et même cette restriction est superflue, la variation des stocks pouvant être introduite dans le modèle, mais ce point ne nous occupera pas ici), le théorème met entre nos mains un jeu de coefficients, les A, B, \dots, M , qui assurent l'accomplissement des échanges; si l'on frappe des jetons sans valeur en quantité quelconque, qu'on les distribue aux producteurs, on pourra, connaissant leurs productions et

leurs consommations, leur indiquer à chacun le nombre de jetons $\frac{A}{M}$ contre lequel il doit échanger l'unité de masse de sa propre production (1); ces jetons pourront ainsi servir d'intermédiaires pour effectuer ces échanges (dont la quantité est connue d'avance); en fin de circuit, tous les échanges sont effectués, tous les individus récupèrent le même nombre de jetons qu'ils avaient initialement. Dira-t-on que ces jetons représentent une monnaie, ces nombres de jetons des prix? Peut-être, mais on voit que c'est là ne se fixer qu'à un des aspects de la monnaie, une propriété parmi d'autres, celle d'être capable de servir d'intermédiaire des échanges, un seul aspect des prix, d'être des unités de mesure homogènes pour des biens différents (aussi hétérogènes que des produits et des services, par exemple). Il faut évidemment chercher ailleurs l'évaluation psychologique, ou l'utilité sociale, qui donne son « prix » à un bien.

Ainsi l'automatisme du mécanisme des équations qui fournissent les « coefficients d'échanges » éloigne ceux-ci de la définition des prix réels, en ce qu'ils n'ont en rien le pouvoir de correction, d'ajustement, de poursuite constante d'un équilibre à travers des conditions, des besoins, des appétits changeants, qui caractérise ces derniers. Tout au plus, peuvent-ils servir d'étiage, de point moyen par rapport aux prix réels; un ensemble de consommations et productions ayant été accompli, le calcul des coefficients d'échanges correspondants fixe les disparités avec les prix effectivement pratiqués; et ces disparités recouvrent les écarts qui différencient un monde économique réel du système ordonné des échanges parfaits que les coefficients d'échange (qu'on peut aussi nommer « prix théoriques ») auraient assurés; écarts qu'on nomme profits, endettements, intérêts, stocks, etc., tous éléments *étrangers* à la définition des coefficients d'échange. On voit qu'en outre des stocks ce sont tous les problèmes financiers et monétaires que posent ces disparités : elles y constituent un guide précieux, comme nous l'exposerons ailleurs.

Mais, pour notre propos actuel, c'est l'automatisme même de l'obtention des coefficients d'échanges qui nous sert. Car, si le problème social des échanges est résolu par ailleurs, suivant quelque critérium propre,

(1) Qui pourra être une unité de temps pour un service.

les coefficients d'échanges assurent l'accomplissement des échanges déterminés préférables.

Et nous voyons d'ores et déjà la relation des coefficients d'échange aux prix réels pratiqués : ils n'en diffèrent que par des écarts qui sont des corrections d'ordre inférieur. L'écart relatif est, en effet, d'après leur définition même, du même ordre de grandeur que la proportion des stocks nouvellement formés à la production totale, ou des profits à la valeur totale de la production, c'est-à-dire une faible fraction. Aussi les coefficients d'échange constituent-ils une première approximation aux prix réels, et leur choix comme coefficients de pondération dans le revenu national consommable se trouve-t-il provisoirement justifié.

D. Théorie élémentaire de la monnaie. — Nous sommes conduits par les considérations précédentes à dissocier nettement les trois fonctions de la monnaie, qui sont généralement confondues dans la pratique, que nous nommerons respectivement *fonction d'étalon*, *fonction d'échange* et *fonction d'accumulation*. C'est à cette dernière fonction que se rattache l'expression de « profits contractuels », symétrique de celle d'« endettement », que nous avons employée.

Fonction d'étalon. — Tout d'abord une distinction essentielle s'impose entre monnaie *produite* et monnaie *créée*. Parmi les produits de notre système, nous avons envisagé que le prix théorique de l'un d'entre eux (la valeur du coefficient d'échange) était pris égal à l'unité : c'est à ce produit que, selon la terminologie courante, nous réservons le nom de monnaie, et plus précisément de *monnaie produite*. Ce sera en général l'or, ou l'argent dans le cas de bimétallisme. En dehors de ce privilège que son prix soit par définition pris égal à l'unité, rien ne distingue ce produit (qu'en principe on peut choisir arbitrairement) de tous les autres ; comme eux, il a une vitesse moyenne de production et un prix de revient formé par les salaires, l'outillage et les matières premières nécessaires à sa production. Comme eux, lorsqu'on adopte pour « prix » les valeurs calculées des coefficients d'échange, son prix de de revient est égal à sa valeur produite.

On choisit en général pour une telle monnaie produite une substance particulièrement durable et de qualité homogène, comme l'or. Ainsi les rations de monnaie produite acquises par chaque individu, qui figurent

dans sa consommation finale, restent semblables en qualité d'année en année et peuvent être conservées par lui presque indéfiniment, sous forme d'objets d'art ou de lingots, ou de pièces frappées. Mais à ce titre encore elles ne diffèrent qu'en degré de durée de tous les autres biens durables, biens à consommation lente : immeubles, mobiliers, etc. La possibilité pour un individu d'acquérir de tels biens au cours des échanges à quoi ont donné lieu sa production et ses besoins constitue pour lui un *enrichissement*. Il a accru ce que nous appellerons sa part de « biens au soleil », pour marquer le caractère tangible, matériel, des biens à consommation lente ou très lente qu'il a pu ainsi accumuler.

La monnaie produite, comme tous les biens à consommation lente; mais avec une constance parfaite par définition, constitue donc une *réserve de valeurs*, un moyen de les accumuler, d'en conserver la disposition éventuelle. Mais, jusqu'à présent, nous ne lui avons reconnu qu'une seule « fonction monétaire », celle de servir d'*étalon* pour le calcul des prix théoriques, c'est-à-dire des valeurs.

Fonction d'échange. — Nous avons, par contre, dégagé dans ce qui précède une autre « fonction monétaire », celle qui consiste à servir d'*intermédiaire des échanges* : mais celle-là, nous l'avons attribuée à des jetons sans valeurs analogues aux coquillages de certaines peuplades, dont le rôle est simplement d'être des unités de mesure homogènes, une « commune mesure » pour des biens différents, hétérogènes. Nous pourrions appeler ces jetons de la *monnaie créée* : imaginons des cailloux peints, qu'il suffit de ramasser. Ils servent seulement à remplacer le troc primitif par un « double échange », produit A contre jetons puis jetons contre produit B. Quel que soit le nombre qui en soit distribué initialement aux producteurs, une fois complété le circuit des échanges, ce nombre se retrouve intact : ainsi ce nombre peut être quelconque, il sera réglé par des raisons de commodités, il sera fonction uniquement du nombre et de la fréquence des échanges, en sorte qu'aucun producteur-consommateur ne s'en trouve jamais dépourvu à un moment quelconque. Avec cette condition, ils pourront parfaitement servir à réaliser pratiquement le circuit d'échanges *prévu* (les coefficients d'échange n'ont pu être calculés que si les productions et consommations étaient données; par exemple, il s'agira de reproduire identiquement une certaine année les productions-consommations de l'année

précédente); la seule précaution à prendre sera d'éviter qu'ils puissent être contrefaits : simple mesure de police. Si l'on imagine quelque peuplade primitive introduisant ainsi (avec l'aide d'un calculateur !), pour faciliter ses trocs, une monnaie d'échange pour assurer un circuit de productions-consommations fixé, l'on voit que, selon que ces échanges prévus seront modifiés d'une année à l'autre, les coefficients d'échange calculés changeront, donc le nombre de jetons à échanger contre une unité de masse produite. Sauf toutefois pour le produit M choisi pour étalon, celui que nous avons appelé « monnaie produite » : *il y aura ainsi rapport d'échange constant entre une quantité (nombre de jetons) de monnaie créée et une quantité (masse) de monnaie produite.*

On voit comme l'idée peut venir d'identifier monnaie produite et monnaie créée, de prendre comme jetons des masses constantes de monnaie métallique, en un mot de confondre les deux fonctions monétaires que notre analyse a distinguées. Double avantage : les jetons prendront à la monnaie produite ses qualités d'inaltérabilité et de rareté (ce qui est le moyen le plus sûr d'éviter les contrefaçons : s'il coûte autant d'efforts de créer un jeton que de s'en procurer un par échange légitime, les contrefacteurs sont découragés); la monnaie produite d'autre part gagnera l'utilité des jetons, utilité considérable par leur rôle dans les échanges, et ainsi sera consolidé son rôle de réservoir de valeurs par les facilités de disposition, d'usage immédiat, qu'elle présentera désormais.

Cependant, la distinction entre les deux fonctions monétaires reste valable. Et la création au XVIII^e siècle de monnaie fiduciaire, cette forme évoluée de la monnaie créée, des jetons sans valeur propre, confirme ce fait : dans son principe, la fonction d'échange était seule remplie par cette monnaie fiduciaire. L'habitude de la substitution et de l'échangeabilité de la monnaie produite et de la monnaie créée a conduit à attribuer pratiquement aux billets de banque la valeur définie par le prix de revient de la monnaie métallique équivalente. En dehors du fait matériel de l'échangeabilité, qui n'est assuré qu'à proportion d'une certaine fraction, il y a là une fiction évidente, qui ne se maintient que pour autant que le nombre de billets en circulation reste régi par les nécessités techniques, par les besoins effectifs des échanges (comme les jetons précédemment); au delà de cette limite, on rencontre l'inflation, et comme

il est normal la valeur attribuée à ces billets surabondants cesse alors d'avoir un rapport fixe à celle de la monnaie métallique.

Dans notre modèle simplifié, il n'importe pas que l'on imprime d'une part des billets de banque pour tenir lieu des jetons ci-dessus, et que d'autre part on fasse jouer en partie le même rôle à des pièces frappées avec la masse existante de monnaie produite durable. La masse totale des moyens de paiement ainsi utilisés s'accroît chaque année de la quantité d'or produite (ou importée en circuit ouvert) : c'est cet accroissement qui est la mesure de l'enrichissement sous forme de monnaie pour la collectivité étudiée. Pour un individu quelconque, la part de monnaie qu'il a acquise au cours du circuit des échanges peut être représentée aussi bien par l'or que par les billets; et ainsi dans son enrichissement personnel figurera la monnaie fiduciaire; mais si l'on somme les enrichissements en monnaie pour l'ensemble des individus, on retrouve bien la quantité d'or nouvellement produite, car le total des billets en circulation, fonction uniquement technique des besoins matériels des échanges, doit rester constant dans notre système statique, où les fonctions techniques ne changent pas.

Fonction d'accumulation. — En cours de route, tout en analysant la fonction d'étalon et la fonction d'échange de la monnaie, nous avons reconnu sa fonction d'accumulation, c'est-à-dire la propriété qu'elle a de constituer un réservoir de valeurs, propriété due à son utilité, à sa maniabilité et à sa durabilité. Nous avons vu tout à l'heure la monnaie produite étalon assumer le rôle de la monnaie créée jetons; nous allons voir, par un effet inverse, la monnaie créée prendre la propriété d'accumulation de la monnaie produite. Ce transfert a été causé par l'emploi du crédit, ou acceptation des promesses d'échanger en temps voulu une signature contre une monnaie réelle; promesses dont le modèle parfait fut l'échangeabilité instantanée de la monnaie métallique et de la monnaie fiduciaire.

Il est bien clair que c'est là l'origine véritable de la *monnaie contractuelle*, nom que nous donnons aux obligations de toutes sortes. La monnaie scripturale (dépôts dans les banques et caisses d'épargne, comptes d'avances) participe à la fois de la fonction d'accumulation et de la fonction d'échange; une part représente la richesse accumulée, une part l'intermédiaire nécessaire des échanges. Aussi, pour notre modèle sim-

plifié pourrions-nous négliger d'étudier la monnaie scripturale, dont les propriétés se rattachent soit à celles de la monnaie fiduciaire, soit à celles de la monnaie contractuelle.

La monnaie contractuelle est essentiellement de la monnaie créée; elle représente pour l'emprunteur un endettement, pour celui qui a pu payer avec sa production l'acquisition d'obligations un enrichissement d'une nature nouvelle. C'est à cet enrichissement que nous avons réservé le nom de *profit contractuel*, qu'on pourrait appeler aussi *profit monétaire* pour rappeler qu'il est dû à une création de monnaie.

E. **L'enrichissement.** — Pour un individu, disons un entrepreneur, lorsqu'il établit son bilan réel, trois formes d'enrichissements sont possibles : avec le produit de sa vente il a non seulement vécu, mais il a accru la quantité de ses biens au soleil, ou la quantité de monnaie métallique ou fiduciaire qu'il possède, ou il a acquis de la monnaie contractuelle. Suivant les règles de comptabilité, ces trois formes d'enrichissement sont interchangeables; ainsi un accroissement d'investissements peut ou non figurer dans un compte de profits et pertes. Aussi la notion de profit comptable est-elle imprécise en théorie. Mais, par la sommation déjà faite pour tous les producteurs du système, nous éliminons ces imprécisions : car l'enrichissement total sera nécessairement constitué :

1° Par la valeur des « biens au soleil » nouvellement acquis ⁽¹⁾ (qui figurent dans le circuit productions-consommations, et sont par conséquent couverts par les coefficients d'échange);

2° Par l'accroissement total de la monnaie (métallique et fiduciaire) qui, nous l'avons vu, est égal (toujours, dans notre modèle simplifié, et à peu près, dans un système réel) à l'accroissement du stock d'or, c'est-à-dire rentre au fond dans la catégorie précédente de l'accroissement des « biens au soleil »;

3° Par le total de la monnaie contractuelle créée au cours de l'unité de temps considérée.

C'est précisément ce dernier total que nous avons nommé « profit

(1) Ou des actions qui les représentent, ce qui n'introduit pas de nouveauté de principe.

contractuel », ou même profit tout simplement, et dont nous avons dit qu'il était étranger à la définition des coefficients d'échange. En effet, dans celle-ci ne figurent que les productions et consommations effectuées, donc rien d'analogue à la monnaie créée en tant que représentant des richesses promises : donc le détail des postes de nos bilans théoriques établis avec les prix théoriques que sont les coefficients d'échange diffère et diffère seulement ⁽¹⁾ de celui des bilans réels établis avec les prix réels par l'absence des profits contractuels et de leur contre-partie d'endettement et d'intérêts payés : c'est pourquoi nous avons pu dire que la différence relative des prix théoriques aux prix réels était en moyenne de l'ordre de grandeur du rapport des profits ou de l'endettement nouveau à la valeur totale de la production.

Remarque. — Ajoutons encore ceci qu'il pourrait paraître qu'en sommant à leur tour les profits contractuels (qui sont assurément un enrichissement, et un profit au sens comptable) et les endettements qui leur correspondent nécessairement (qu'on traiterait comme appauvrissement, donc comme pertes) on obtiendrait une somme nulle. Mais nous aurons ailleurs l'occasion d'expliquer comment ces deux grandeurs figurent à des postes très divers des bilans industriels ou personnels véritables, et qu'ainsi ils n'apparaissent nullement comme se détruisant dans la balance des comptabilités réelles. C'est pourquoi nous les avons nettement distinguées ici.

CHAPITRE III.

LE REVENU NATIONAL.

A. Les salaires et le revenu national consommable. — Plaçons-nous tout d'abord pour simplifier les raisonnements dans le cas des coefficients de structure nuls (économie artisanale ou économie concentrée verticalement, où les $q_A = Q_A$: toutes les productions vendues sont consommées sous forme de consommation finale. Les équations qui défi-

(1) Toujours en négligeant les stocks invendus.

nissent les coefficients d'échange deviennent ici [d'après (b) et en faisant $M = 1$]

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} A q_A = n_A [A r_A^A + B r_B^A + \dots + r_M^A], \\ B q_B = n_B [A r_A^B + B r_B^B + \dots + r_M^B]. \\ \dots\dots\dots \end{array} \right.$$

En assimilant, comme nous avons le droit de le faire, les coefficients d'échange à des « prix théoriques », les premiers membres de ces équations représentent les « valeurs théoriques » des différentes productions. Aux seconds membres apparaissent les « salaires moyens théoriques » des producteurs de A

$$s_A = A r_A^A + B r_B^A + \dots + r_M^A$$

(valeur théorique de la consommation individuelle moyenne dans le groupe de producteurs A). De même le salaire des producteurs de B

$$s_B = A r_A^B + B r_B^B + \dots + r_M^B.$$

En introduisant ici le mot « salaire », nous lui donnons bien entendu, son extension la plus générale, y comprenant le traitement des ingénieurs, la rétribution des administrateurs, etc., qui figurent dans le salaire « moyen » correspondant. Notre modèle peut comporter une production d'or (ce sera en ce cas le bien M choisi pour étalon), mais ne comporte pas au stade actuel de création de monnaie fiduciaire, scripturale ou contractuelle : billets, dépôts bancaires, obligations. Il est clair que dans un tel système, où ne peut s'instituer aucune épargne de monnaie créée, la valeur totale de la production est égale à la masse des salaires payés et dépensés, fait qu'on retrouve en sommant respectivement les premiers membres et les seconds membres des équations (3).

Nous retrouvons ici un nouveau point de contact de notre modèle abstrait et des systèmes réels. Car, pour évaluer effectivement le revenu national consommable, les statisticiens des États-Unis, par exemple, calculent la masse des salaires (au sens restreint ordinaire) distribués, et y ajoutent la moitié de la masse des traitements; l'autre moitié des traitements est assimilée aux profits capitalistes; comme eux, elle est considérée comme non immédiatement consommée, mais contribuant par l'intermédiaire de l'épargne de monnaie contractuelle (obligations) à accroître les investissements en biens de capital. Ces deux processus

dynamiques corrélatifs (création de monnaie, investissements nouveaux) n'entrent pas encore dans notre schéma statique.

Avec la même approximation que précédemment, nous retrouvons pour notre définition *a priori* du revenu national consommable l'égalité avec une des définitions pratiques effectivement utilisées.

Sous la forme (3) apparaît une conséquence importante de la définition des coefficients d'échange. Divisons en effet les deux membres respectivement par n_A , n_B , etc. En nous rappelant que $\frac{q_A}{n_A} = Y_A$, rendement moyen par producteur, qui est une constante technique de notre modèle « donné », nous obtenons

$$(4) \quad AY_H = Ar_A^H + Br_B^H + \dots + r_M^H \quad (H = A \dots M).$$

Nous voyons sous cette forme que les coefficients d'échange dépendent des conditions techniques du système (les Y_H) et des conditions de la distribution qui y prévalent (les r_H^H , ce qu'on pourrait appeler la structure des salaires, les *menus* attribués aux producteurs des différents groupes) *mais non de la production totale effective des biens* A, ..., M.

Imaginons qu'une unité productrice, disons une usine, transfère son activité de la production du bien A à celle de B, en attribuant à ses membres les salaires (ou mieux les rations) typiques du groupe B : le système des coefficients d'échange restera inchangé, quoique les quantités totales produites q_A et q_B aient été modifiées.

Les coefficients d'échange ne dépendent que des productivités moyennes et de la structure des salaires.

B. La maximisation du revenu national consommable. — Le système étant donné, nous ne pouvons agir ni sur les productivités Y_A ni sur le nombre total des travailleurs

$$n = \sum_A^M n_A.$$

Le **revenu** national consommable ne pourra être modifié que *par des variations de la production ou de la distribution*, des quantités totales produites q_A , ou de la structure des salaires, des menus r_A^H , r_B^H , ..., r_M^H attribués à chaque catégorie de producteurs.

Dans l'expression du revenu national consommable $\Sigma A Q_A$, chaque

terme est le produit de deux facteurs dont l'un Q_A ne dépend que de la production (les Q_A dépendent seulement des q_A , leur sont même égaux dans le cas traité ici des coefficients de structure nuls), l'autre A ne dépend que de la distribution comme nous venons de le voir.

Les liaisons imposées à notre système sont :

1° Pour la production le nombre total des travailleurs disponibles est fixe

$$(5) \quad \sum_A^M n_A = n$$

et la production est déterminée par la répartition des travailleurs

$$(6) \quad q_A = n_A Y_A = Q_A.$$

2° Pour la consommation le total des rations est égal à la production disponible

$$(7) \quad \sum_{II} n_{II} r_K^{II} = Q_K \quad (K = A \dots M).$$

Ceci étant, il s'agit de maximiser l'expression

$$(8) \quad R = \sum_A^M A Q_A,$$

où les Q sont donnés par (6) en fonction des n_{II} et des Y_{II} ; les A sont fonctions implicites des r_K^{II} et Y_{II} définis par (4).

$$(9) \quad dR = \sum_A^M A dQ_A + \sum_A^M Q_A dA = \sum_A^M A Y_A dn_A + \sum_A^M Q_A dA,$$

Les dn_A ne sont pas indépendants, puisqu'ils sont liés par (5). Employons donc la méthode des multiplicateurs de Lagrange pour les rendre indépendants. Différentions $R + \lambda n$

$$d(R + \lambda n) = \sum_A^M (A Y_A + \lambda) dn_A + \sum_A^M Q_A dA.$$

Les A ne dépendant pas des n_A , nous pouvons fixer notre attention sur la première somme, où les dn_A sont maintenant arbitraires, et nous

voyons que des *conditions nécessaires du maximum* sont

$$AY_A + \lambda = 0 \quad (A = A \dots M)$$

ou

$$(10) \quad -\lambda = AY_A = BY_B = \dots = Y_M.$$

Nous voyons aussi que lorsque ces conditions nécessaires sont remplies, les coefficients d'échange A sont des *constantes techniques*

$$(11) \quad A = \frac{Y_M}{Y_A}$$

ne dépendant plus par conséquent de la structure des salaires, des r_K^H , et qu'alors les dA sont nuls quels que soient les dr_K^H , quelque variation qu'on fasse subir à la distribution.

Donc les conditions de (10) trouvées nécessaires se révèlent aussi suffisantes pour la maximisation du revenu national consommable.

En appelant « optimum » par définition la valeur d'une grandeur quelconque qui correspond au maximum cherché du revenu national, nous voyons d'après (10) que les *valeurs optima des coefficients d'échange sont inversement proportionnelles aux productivités moyennes dans les productions correspondantes.*

Voyons les conséquences. De (4) qui s'écrit

$$AY_A = s_A,$$

on tire d'après (10) que

$$(12) \quad s_A = s_B = \dots = s_M = -\lambda$$

et aussi

$$(13) \quad A q_A = AY_A n_A = -\lambda n_A.$$

Les salaires moyens théoriques optima sont égaux pour les différents groupes de producteurs. Ainsi, pour la maximisation du revenu national consommable, le système de distribution doit être tel qu'il y ait équilibre de salaires entre les différents types de productions, et les prix théoriques sont tels que les valeurs produites Aq_A soient proportionnelles au travail inclus n_A .

Autre conséquence importante : l'égalité des salaires moyens $s_A = s_B, \dots$ entraîne certaines conditions imposées aux consommations

effectives des différents groupes de producteurs. Les équations (4) deviennent autant d'équations de conditions pour les r_k^H puisque la valeur optima des A a été obtenue par ailleurs, et est telle que tous les premiers membres des équations (4) soient égaux. On doit donc avoir

$$\frac{A}{H} r_A^H + \frac{B}{H} r_B^H + \dots + \frac{M}{H} r_M^H = Y_H \quad (H = A \dots M)$$

ou, d'après (11),

$$(14) \quad \frac{r_A^H}{Y_A} + \frac{r_B^H}{Y_B} + \dots + \frac{r_M^H}{Y_M} = 1 \quad (H = A \dots M).$$

On a donc bien ainsi M équations de conditions imposées aux rations r_k^H , à raison d'une par menu ($r_A^H, r_B^H, \dots, r_M^H$). Mais si l'on considère que les rations moyennes r_k^H sont au nombre de M^2 , on voit que pour un système ordinaire, où le nombre M des biens ou services susceptibles d'être produits est considérable, ces M^2 rations liées par M relations sont pratiquement libres : la *liberté de choix est totale*; dans les limites de leur salaire optimum (1) les différents producteurs peuvent répartir leurs achats à leur fantaisie. *L'état optimum comporte une distribution équilibrée sous forme de salaires, et une consommation effective libre.*

Dans ces conditions la consommation totale d'un bien déterminé A (acheté au prix théorique optimum) va être parfaitement libre, et fixée par la sommation des libres choix individuels. Soit Q_A cette quantité acquise librement au prix optimum A par l'ensemble des individus formant la collectivité étudiée; nous serons fondé à nommer $\frac{A Q_A}{\sum_A Q_A}$ la « fraction de son pouvoir d'achat total $\sum_A Q_A$ que la collectivité est disposée à consacrer à l'acquisition du bien A ». C'est cette fraction librement décidée par les choix individuels qui va achever de déterminer l'état optimum. Car pour cet état, d'après (10), cette fraction est égale à la fraction des travailleurs consacrée à produire A.

Ainsi la fraction optima du travail collectif $\left(\frac{n_A}{n}\right)$ consacrée à produire A est égale à la fraction de son pouvoir d'achat que la collectivité est librement disposée à consacrer à l'acquisition de A.

(1) C'est ce qu'expriment les conditions (14).

L'état optimum se trouve ainsi parfaitement défini par les conditions imposées aux salaires (distribution), aux prix (échanges) et à la répartition de la main-d'œuvre (production).

Les salaires doivent être équilibrés entre les différentes productions, les valeurs produites proportionnelles au travail inclus, et la répartition de la main-d'œuvre adaptée aux libres choix des individus après que les conditions précédentes relatives aux salaires et prix aient été remplies.

On remarquera que ces conditions trouvées abstraitement *a posteriori* en cherchant la maximisation du revenu national consommable paraissent se rapprocher des conditions intuitives qu'on imposerait *a priori* pour réaliser les meilleurs états statiques possibles. Ceci justifie provisoirement l'adjectif « optimum » que nous avons employé pour qualifier ces conditions. Mais une étude plus approfondie est nécessaire pour comparer cet état dit optimum aux conditions réelles qui valent pour un état réel, même supposé statique.

On remarquera aussi que, fondant notre définition des prix et des valeurs théoriques sur la notion d'échange, de marché, et même sur celle d'échanges parfaits, nous sommes parvenu, à travers la considération du revenu national, à identifier nos valeurs optima avec les « valeurs de travail », les valeurs posées *a priori* proportionnelles au travail inclus qui semblent indépendantes de toute notion d'échange.

L'identification de ces deux types de valeurs, valeur d'échange et valeur de travail, ne se fait que pour le système optimum, lorsque le revenu national est maximé.

C. Cas général des productions connexes. -- Voyons comment sont modifiés les résultats obtenus quand on ne suppose plus les coefficients de structure nuls : une part des produits vendus est consommée industriellement. La consommation finale Q_A et la production totale q_A sont liées par (c)

$$(c) \quad Q_A = q_A - q_A^B - \dots - q_A^M = q_A - \sum_{B \neq A} (ba) q_B \quad (1).$$

(1) $\sum_{B \neq A} (ba) q_B$ est une sommation qui porte à la fois sur le symbole B et sur le symbole b; la sommation s'étend à toutes les valeurs de B et b différentes respectivement de A et a.

Les équations (3) qui définissent les coefficients d'échange deviennent d'après (b)

$$(3') \quad H q_H = n_H (A r_A^H + B r_B^H + \dots + r_M^H) + \left[\sum_{K \neq H} K(hk) \right] q_H \quad (H = A \dots M).$$

Ici nous avons groupé séparément dans le prix de revient théorique représenté par le second membre, la part due aux salaires théoriques (le salaire moyen s_A a toujours même expression) et la part due aux coefficients de structure, qui représente les matières premières, l'outillage, les investissements immobiliers, etc.

Si l'on somme les premiers membres des équations (3'), et qu'on en retranche la somme de tous les termes des seconds membres où figurent les coefficients de structure; on obtient d'après (c) la valeur théorique de la consommation finale; au second membre, il reste le total des salaires payés. On retrouve la relation entre le revenu national consommable et les salaires, dont nous avons déjà parlé, et qui guide les recherches statistiques pratiques sur le revenu national consommable.

En divisant les équations (3') respectivement par n_A, n_B, \dots , on trouve (4') au lieu de (4)

$$(4') \quad H Y_H = A r_A^H + B r_B^H + \dots + r_M^H + \left[\sum_{K \neq H} K(hk) \right] Y_H \quad (H = A \dots M).$$

Les coefficients d'échange dépendent encore uniquement des conditions techniques du système [les productivités moyennes Y_H et les coefficients de structure (hk)] et de la structure des salaires (les r_K^H) mais non de la production totale effective.

Pour maximiser le revenu national consommable $\sum_A^M A Q_A$ il nous faut encore tenir compte des liaisons : (5) qui reste inchangé, et (6) qui est remplacé par

$$(6') \quad Q_H = q_H - \sum_{K \neq H} (kh) q_K = n_H Y_H - \sum_{K \neq H} (kh) n_K Y_K \quad (H = A \dots M).$$

Les équations (7) et (8) relatives à la consommation finale et au revenu consommable restent inchangées.

L'équation (9) qui donne la différentielle du revenu devient

$$(9') \quad dR = \sum_A^M A dQ_A + \sum_A^M Q_A dA = \sum_A^M A \left[Y_A dn_A - \sum_{B \neq A} (ba) Y_B dn_B \right] + \sum_A^M Q_A dA.$$

Ordonnons par rapport aux dn_A

$$dR = \sum_A^M \left[A - \sum_{B \neq A} (ab)B \right] Y_A dn_A + \sum_A^M Q_A dA.$$

Employant toujours la méthode des multiplicateurs de Lagrange pour rendre les dn_A indépendants, nous différencions $R + \lambda n$

$$d(R + \lambda n) = \sum_A^M dn_A \left\{ Y_A \left[A - \sum_{B \neq A} (ab)B \right] + \lambda \right\} + \sum_A^M Q_A dA.$$

Nous trouvons donc pour conditions nécessaires du maximum, au lieu de (10),

$$(10') \quad -\lambda = Y_A \left[A - \sum_{B \neq A} (ab)B \right] \\ = Y_B \left[B - \sum_{H \neq B} (bh)H \right] = \dots = Y_M \left[1 - \sum_{H \neq M} (mh)H \right].$$

Lorsque ces conditions nécessaires sont remplies, les coefficients d'échange ($A \dots, M = 1$) sont encore des constantes techniques; $A \dots, L$ sont les solutions des $M - 1$ équations à $(M - 1)$ inconnues.

$$(11') \quad Y_A \left[A - \sum_{B \neq A} (ab)B \right] = Y_B \left[B - \sum_{H \neq B} (bh)H \right] = \dots = Y_M \left[1 - \sum_{H \neq M} (mh)H \right],$$

équations dont les coefficients sont tous des constantes techniques (les Y_H et les coefficients de structure.)

Tout comme dans le cas particulier traité précédemment, les prix théoriques qui remplissent les conditions nécessaires de la maximisation ne dépendent plus de la structure des salaires, des r_K^H : les dA sont encore nuls quels que soient les dr_K^H , quelque variation qu'on fasse subir à la distribution : les conditions (10') trouvées nécessaires se révèlent encore suffisantes pour la maximisation du revenu national consommable.

L'interprétation des conditions (11') est simple : elles expriment encore, d'après (4'),

$$(12') \quad s_A = s_B = \dots = s_M = -\lambda.$$

Les salaires moyens théoriques optima sont égaux pour les différents groupes de producteurs. Ainsi c'est la condition d'équilibre des

salaires qui nous apparaît primordiale pour la maximisation du revenu national consommable.

Quant aux prix théoriques optimums, ils sont tels que les valeurs nettes produites soient proportionnelles au travail inclus n_A .

Par valeur nette produite d'un bien, il faut entendre valeur de la production vendue de ce bien diminuée de la somme des valeurs des biens différents qu'il a fallu consommer industriellement (matières premières, outillage, bâtiments, etc.) pour produire le bien considéré.

En effet (10') s'écrit

$$-\lambda = \frac{A - \sum_{B \neq A} (ab)B}{\frac{1}{Y_A}} = \frac{B - \sum_{H \neq B} (bh)H}{\frac{1}{Y_B}} = \dots$$

Multiplions le premier rapport haut et bas par q_A , le second par q_B et ainsi de suite. Il vient d'après (*a* Notations) et $\frac{q_A}{Y_A} = n_A$:

$$(15) \quad -\lambda = \frac{A q_A - \sum_{B \neq A} B q_B^A}{n_A} = \frac{B q_B - \sum_{H \neq B} H q_H^B}{n_B} = \dots$$

Au numérateur on trouve bien les valeurs nettes produites pour chaque bien, au dénominateur le travail inclus correspondant.

Nous pouvons trouver pour les prix théoriques un autre énoncé équivalant au précédent, mais plus suggestif encore qui fait intervenir, à côté du travail inclus directement dans la production de A, le travail indirect qu'a nécessité cette production, c'est-à-dire le travail relatif aux matières premières, à l'outillage, aux bâtiments, etc., qui a été nécessaire pour obtenir finalement le bien Q_A livré à la consommation individuelle.

Les prix théoriques optimums sont tels que les valeurs produites finalement sont proportionnelles au travail inclus directement et indirectement.

La démonstration de ce théorème, assez délicate, est exposée en annexe.

Nous pouvons ici en donner une démonstration simple dans un cas simplifié où le produit A nécessite l'usage des produits B, C par exemple,

mais où ceux-ci sont produits isolément, les équations (15) s'écrivent alors

$$(15') \quad -\lambda = \frac{A q_A - B q_B^A - C q_C^A}{n_A} = \frac{B q_B^A}{n_B^A} = \frac{C q_C^A}{n_C^A},$$

en appelant n_B^A , n_C^A , les nombres des travailleurs qui ont produit les quantités q_B^A , q_C^A , de produits B, C nécessaires pour la fabrication de A.

(On a évidemment $\frac{q_B^A}{n_B^A} = Y_B = -\frac{\lambda}{B}$ puisque B est produit isolément.)

De (15') on tire, en ajoutant respectivement numérateurs et dénominateurs,

$$(15'') \quad -\lambda = \frac{A q_A}{n_A + n_B^A + n_C^A} = \frac{A q_A}{N_A},$$

en désignant par N_A , comme dans l'annexe, le travail total inclus directement et indirectement dans la fabrication de q_A .

On voit donc que toutes les conclusions essentielles valables pour le système simplifié à coefficients de structure nuls subsistent pour le système général, le travail inclus étant compté tant directement qu'indirectement. La conclusion importante relative à la *liberté de choix* subsiste aussi. L'égalité des salaires moyens impose M conditions aux M^2 ratios r_K^H donc laisse libre la répartition des achats dans les limites fixées par le salaire.

L'équation de condition (14), valable pour l'individu moyen appartenant à un groupe quelconque de producteurs, et qui exprime seulement la limitation de ses libres choix par le montant de son salaire total, est remplacée dans le cas actuel par une équation de même type, ayant même signification, mais les Y_H des dénominateurs sont remplacés par certaines constantes techniques Z_H qui sont les *productivités composées* définies à l'annexe

$$(14') \quad \frac{r_A^H}{Z_A} + \frac{r_B^H}{Z_B} + \dots + \frac{r_M^H}{Z_M} = 1 \quad (H = A \dots M).$$

Les quantités consommées Q_A étant fixées par le libre choix des consommateurs (à des prix connus et à des salaires équilibrés), la répartition optima de la main-d'œuvre s'en déduit. L'énoncé obtenu précédemment reste valable, la main-d'œuvre totale employée directement et indirectement étant substituée à la main-d'œuvre directe du

cas particulier : la fraction totale de main-d'œuvre employée directement et indirectement à produire Q_A disponible pour la consommation finale est égale à la fraction de son pouvoir d'achat que la collectivité est disposée à consacrer à acquérir le bien A.

La répartition effective des travailleurs entre les différents groupes producteurs s'en déduit immédiatement; la connaissance des N_A, N_B, \dots, N_M détermine celle des $n_A^A, n_A^B, \dots, n_A^M$ donc celle des

$$n_A = n_A^A + n_A^B + \dots + n_A^M,$$

travailleurs effectivement employés à la production de A.

D. Répartition des achats et répartition de la main-d'œuvre. — C'est une des propriétés les plus intéressantes du modèle abstrait fondé sur la maximisation du revenu national consommable, qu'il comporte une libre répartition des achats individuels, un libre usage du salaire. Car la libre disposition de ses gains est sans doute un des mobiles les plus forts de l'activité humaine. Partant de la définition abstraite du revenu national, c'est-à-dire d'une donnée relative à la collectivité, nous risquons, en cherchant à le maximiser, de poursuivre une fin opposée aux mobiles individuels, de trouver des conditions qui n'eussent pu être réalisées dans la pratique que par des *contraintes* imposées aux individus; ceci restreindrait singulièrement la portée d'une étude abstraite.

Tout d'abord, une réalité dont ces contraintes sont exclues n'offrirait aucune ressemblance avec le modèle abstrait : ainsi il perdrait toute valeur descriptive. Garderait-il une valeur normative ? Il faudrait pour cela que la fin proposée *a priori* pour le modèle, et trouvée contradictoire aux mobiles humains, fût jugée préférable aux fins poursuivies par ceux-ci. Au nom de quoi porter un tel jugement ? Le revenu national préféré aux volontés individuelles ? Mais une opération abstraite comme maximiser le revenu national doit pouvoir s'analyser en actes réels des individus, s'exprimer en termes d'expériences humaines, pour être seulement définie. Tirant sa définition même des actes individuels, elle n'a pas qualité pour leur imposer aucune règle.

Voyons comment s'exercera le libre choix individuel, limité seulement par la condition (14) ou (14') qui exprime que le salaire total est fixé. Il s'agit ici du salaire moyen. Dans un groupe de producteurs, les salaires réels auront une certaine dispersion autour du salaire moyen que nous

aurons à étudier ultérieurement. Mais quoi qu'il en soit, ce sera toujours la condition (14) qui s'imposera aux achats $r_A^i, r_B^i, \dots, r_M^i$ de l'individu i , en remplaçant au second membre de l'équation l'unité par la fraction K du salaire moyen représentée par le salaire réel.

Dans ces conditions la répartition des achats de l'individu i est un problème classique. Rappelons-en la solution. Si $\varphi_i(r_A^i, r_B^i, \dots, r_M^i)$ est sa fonction d'ophélimité pour le menu r_A^i, \dots, r_M^i acquis pendant l'unité de temps considérée, l'individu i cherchera à maximiser φ_i en tenant compte de (14'')

$$(14'') \quad \frac{r_A^i}{Y_A} + \frac{r_B^i}{Y_B} + \dots + \frac{r_M^i}{Y_M} = K(\Pi) \quad (Y_H \text{ ou } Z_H \text{ suivant le cas}),$$

c'est-à-dire cherchera l'hypersurface de la famille à un paramètre $\varphi_i = c$ qui est tangente à l'hyperplan (Π) d'équation (14''). Les M équations (14'') et

$$(16) \quad Y_A \frac{\partial \varphi_i}{\partial r_A^i} = Y_B \frac{\partial \varphi_i}{\partial r_B^i} = \dots = Y_M \frac{\partial \varphi_i}{\partial r_M^i}$$

résolvent le problème et fixent le menu optimum.

On sait que, pour lever les difficultés relatives à la fonction d'ophélimité individuelle proprement dite φ_i , la théorie classique ne considère que les hypersurfaces d'indifférence $\varphi_i = \text{const.}$ qui sont en principe accessibles à l'expérience psychologique. Avec cette terminologie, nous dirons que le problème est résolu par la détermination du point de contact de l'hyperplan (Π) et d'une hypersurface d'indifférence qui lui soit tangente.

Si l'on remarque en outre que seuls sont accessibles à l'expérience, même en principe, des hyperplans d'échange personnel indifférent

$$(17) \quad \mathcal{A}_i dr_A^i + \mathcal{B}_i dr_B^i + \dots + \mathcal{M}_i dr_M^i = 0$$

qui fixent en chaque point (pour chaque menu) les proportions relatives dans lesquelles l'individu i est prêt à échanger des petits accroissements ou diminutions de ses rations r_H^i sans que sa satisfaction soit changée, on voit qu'on ne peut parler même d'hypersurface d'indifférence, l'équation (17), où $\mathcal{A}_i(r_A^i, r_B^i), \mathcal{B}_i, \dots, \mathcal{M}_i$ sont les composantes du vecteur normal à l'hyperplan d'échange indifférent, n'étant pas nécessairement complètement intégrable.

En se bornant à la connaissance de ce champ de vecteurs $\mathcal{A}_1, \dots, \mathcal{M}_i$ le problème de la répartition des achats revient à trouver le point du plan (Π) où le vecteur associé est normal à (Π) et se résout par les équations (14'') et

$$(16') \quad Y_A \mathcal{A}_i = Y_B \mathcal{B}_i = \dots = Y_M \mathcal{M}_i.$$

Soit $\bar{r}_A^i, \bar{r}_B^i, \dots, \bar{r}_M^i$ la solution.

Ce problème se résout séparément pour chaque individu de la collectivité. La somme des rations ainsi trouvées fournit la consommation exigée

$$(18) \quad \sum_{i=1}^{i=n} \bar{r}_A^i = Q_A.$$

Bien entendu les fonctions d'ophélimité, ou les champs de vecteurs $\mathcal{A}_i, \dots, \mathcal{M}_i$, diffèrent d'un individu à l'autre. Mais pour tous, ils vérifient (16) ou (16'). On aura donc, pour tous les choix individuels réalisés \bar{r}_M^i , d'après (16) ou (17),

$$(19) \quad \frac{d\bar{r}_A^i}{Y_A} + \frac{d\bar{r}_B^i}{Y_B} + \dots + \frac{d\bar{r}_M^i}{Y_M} = 0 \quad (i=1 \dots n).$$

d'où, en sommant les n équations (19),

$$(20) \quad \sum_{i=1}^{i=n} \frac{d\bar{r}_A^i}{Y_A} + \dots + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{d\bar{r}_M^i}{Y_M} = 0.$$

L'équation (19) fixe les proportions des petits échanges personnels suivant lesquels l'individu i peut modifier son menu optimum sans que son ophélimité cesse d'être maxima. L'équation (20) fixe donc les proportions des petits échanges suivant lesquels l'ensemble des individus peuvent modifier leurs menus optimums sans que l'ophélimité de chacun d'eux cesse d'être maxima. D'après (18)

$$\sum_{i=1}^{i=n} d\bar{r}_A^i = dQ_A.$$

Donc (20) s'écrit

$$(21) \quad \frac{dQ_A}{Y_A} + \frac{dQ_B}{Y_B} + \dots + \frac{dQ_M}{Y_M} = 0.$$

Sous cette forme on peut dire qu'elle fixe les petits échanges de consommation totale qui, dans l'état optimum, laissent maxima les différentes ophélimités individuelles.

(21) s'écrit encore, puisque $Q_A = n_A Y_A$ (ou $N_A Z_A$)

$$(22) \quad dn_A + dn_B + \dots + dn_M = 0 \quad \text{ou} \quad dN_A + dN_B + \dots + dN_M = 0$$

et l'on obtient l'énoncé suivant fort important :

Pour l'état optimum, les petits transferts de main-d'œuvre d'une production à une autre ont pour effet de laisser maxima les différentes ophélimités individuelles des consommateurs, ou, dans le cas non intégrable, de laisser indifférents les divers consommateurs (1).

Ce théorème jette un pont entre les psychologies individuelles et la distribution du travail social, entre les valeurs subjectives (utilité attachée par l'individu à la possession d'un objet) soumises à la loi de satiété et les valeurs de travail fondées sur une bonne répartition des travailleurs entre les différentes activités.

En présentant les choses autrement, et nous rappelant que $AY_A = \text{const.}$ (ou AZ_A dans le cas général), on tire de (16) que

$$(23) \quad \frac{\frac{\partial \varphi_i}{\partial r_A^i} dr_A^i}{A dr_A^i} = \frac{\frac{\partial \varphi_i}{\partial r_B^i} dr_B^i}{B dr_B^i} = \dots \quad (i = 1, \dots, n).$$

Ce qui s'énonce : pour l'état optimum, l'utilité marginale de tout bien acquis par tout consommateur est proportionnelle à son prix théorique. Il y a pour chaque individu proportionnalité de la valeur subjective et de la valeur d'échange de toute espèce de bien marginal.

On voit donc que l'état optimum, où le revenu national consommable est maximé et la liberté des choix individuels assurée, réalise pour chaque individu séparément, *pour chacun de ses derniers achats*, l'ajustement de la valeur subjective et des deux types de valeurs objectives, valeur de travail et valeur d'échange. *L'égalité des valeurs subjectives de deux objets entraîne l'égalité de leurs prix et du travail qu'ils ont coûté (directement et indirectement).*

(1) Dans le cas général, ces transferts de main-d'œuvre doivent s'entendre relativement au groupe d'industries connexes qui concourent à satisfaire une certaine consommation finale.

La réalisation des conditions de l'état optimum assure ainsi la réconciliation des définitions différentes de la valeur. Mais il est à remarquer que nous sommes partis de la notion d'échanges parfaits, et de la valeur d'échange correspondante, pour aboutir à la valeur de travail et à la valeur d'utilité. Nous avons montré en somme, en définissant simultanément un système de prix appropriés pour tous les biens mis en œuvre dans la société étudiée, que l'échange à égalité de prix de revient, fait fondamental, était compatible avec l'échange à égalité de travail inclus, et avec l'échange personnel à égalité d'utilité marginale.

E. Discussion et limitation de l'état statique. — L'état dit optimum dont nous avons trouvé les conditions de réalisation est-il un état d'équilibre ? Est-il un état d'équilibre réel ? Ces deux questions se distinguent, en ce que la première suppose les données réalisées, et étudie alors l'effet des mobiles humains ; la seconde question n'a d'intérêt que si la première est résolue. Pour comparer la société réelle à l'état d'équilibre qui aura été défini, il faut comparer les données objectives avec les données abstraites, et chercher quelles seront les conséquences de l'écart de celles-ci à celles-là. Après avoir défini un état statique, on en apercevra ainsi la limitation ; on pourra prévoir quels ordres de faits trouveront leur explication dans les propriétés statiques ; quels autres ressortiront à une étude dynamique ultérieure, et, suivant l'importance et la nature de ces derniers faits, on saura avec quelle précision on pourra considérer l'état statique comme repère, et quelle évolution on pourra attendre en le traitant comme tel.

A la base de l'état optimum, nous avons trouvé l'équilibre des salaires entre les différents groupes de producteurs, l'égalité du salaire moyen. Deux aspects : le salaire de base, celui du manœuvre si l'on veut, et la dispersion des salaires, depuis le manœuvre jusqu'à l'administrateur délégué. Deux questions : les mobiles humains tendent-ils vers cet équilibre ? Le maintiennent-ils une fois réalisé ? Pour les salaires de base, une telle tendance est certaine ; leur égalité est assurée en principe par la possibilité de migration des ouvriers d'une industrie à une autre. Une industrie où les salaires de base seraient systématiquement inférieurs seraient désertée à la longue. La théorie économique suppose en général ce fait si évident que le salaire ouvrier y est pris comme variable unique, indépendante du groupe industriel considéré. Pour nous ce fait n'est

pas évident; mais le progrès technique tend sans doute à uniformiser les capacités requises par l'ouvrier de base, d'une industrie à l'autre. La recherche du mieux-être doit donc aboutir à l'égalité postulée, malgré l'inertie des traditions et des attaches locales. La rétribution du travail par l'instrument des contrats collectifs doit tendre aussi à la même fin.

L'importance des salaires de base dans le calcul du salaire moyen nous dispenserait peut-être de tenir compte de la dispersion des salaires, pour affirmer que l'équilibre des salaires tend pratiquement à se réaliser et à se maintenir. Il est intéressant cependant de noter que plusieurs processus accessoires concourent à renforcer cette tendance : à tous les échelons où il y a pour l'individu faculté de choix entre diverses activités comparables, exigeant une formation équivalente, la concurrence, la possibilité de migration, jouent; les ingénieurs des grandes écoles, les distributeurs, les employés de l'administration, les entrepreneurs disposant de capitaux, ont assurément cette faculté de choix, au moins au début de leur carrière : d'où tendance à niveler les rétributions correspondantes d'une industrie à l'autre.

Reste la proportion des différentes « classes » de producteurs-maîtrises, ouvriers spécialisés, contremaîtres, ingénieurs, administrateurs, direction, distributeurs, etc. Quoiqu'elle n'ait qu'une faible importance dans la fixation du salaire moyen à cause de la prépondérance statistique des classes de base, on peut remarquer encore qu'il y a une certaine tendance à l'égalisation de ces proportions; la technique évoluée s'uniformise, exige dans des activités très diverses des proportions fixes de manœuvres, ouvriers spécialisés, contremaîtres. Les conditions de vente aussi s'uniformisent. se standardisent pour employer une expression courante.

Enfin un fait important que notre analyse a mis en lumière est *l'inter-concurrence* entre groupes industriels différents, aussi bien et même plus que la concurrence à l'intérieur d'un même groupe industriel; la répartition des achats du consommateur est le phénomène fondamental qui règle la production et la vente. A preuve, le fait contemporain des campagnes de publicités collectives pour tout un groupe industriel. A preuve encore le déplacement massif des pouvoirs d'achats hors d'un bien qui passe de mode, ou hors d'un bien qui n'améliore pas le service rendu au rythme des biens « inter-concurrents » (exemple du transfert de pouvoir d'achat du logement vers le transport automobile). Cette

inter-concurrence entre industries différentes les conduit à faire des efforts d'organisation comparables, à consacrer des ressources analogues à la rétribution de l'intelligence, ingénieurs, bureaux d'étude, dont les découvertes s'incorporent au produit offert, au service rendu, et renforcent sa capacité de concurrence. D'où encore une tendance à une égale répartition des frais fixes et des dépenses directes, à une importance relative comparable de la classe des techniciens.

Par ce dernier processus d'effort technique comparable est assurée aussi la fixité de la répartition du pouvoir d'achat de la collectivité, chaque bien étant produit dans les meilleures conditions possibles, conditions qui ne changent plus quand la technique proprement dite reste fixe.

Toutes ces tendances indéniables de la société contemporaine, fondées sur les mobiles : recherche du mieux-être, concurrence des capacités comparables, enfin recherche de la dépense individuelle assurant la meilleure satisfaction, nous permettent de conclure que l'équilibre des salaires comme celui des productions tendent à être réalisés et, avec beaucoup plus de force encore, qu'une fois réalisés ils tendent à se maintenir : car si les inerties qui s'y opposent ont été surmontées, le libre jeu des mobiles ci-dessus est ensuite certain et assure le maintien de l'état réalisé : rétribution égale des individus interchangeable, des capacités comparables, inter-concurrence parfaite des différents groupes de producteurs par adaptation aux exigences des consommateurs, par des efforts d'intelligence et d'organisation comparables.

Une objection mineure est tirée de la considération de métiers particuliers, dangereux ou malsains, comportant des efforts ou des dangers spéciaux. Le salaire moyen correspondant à ces métiers supposés indispensables, ne pourrait être égal au salaire moyen des autres professions sans entraîner un abandon de ces métiers défavorisés, dont les fonctions ne seraient plus remplies. Il est bien clair qu'un système réel comportant de tels métiers devrait introduire un facteur correctif relativement à eux.

Il nous reste à reprendre la question de la répartition effective de la main-d'œuvre entre les différentes productions, répartition qui est déterminée par celle des entrepreneurs et des capitaux. Nous n'avons pas fait encore la théorie du profit ni celle du capital et de son intérêt. Cependant, avant même de la faire, nous sommes assurés que les entre-

preneurs règlent l'extension de leurs affaires, ou la création d'entreprises nouvelles, sur le débit des produits correspondants. Supposé réalisé l'état optimum quant aux prix et aux salaires, l'adaptation de la production au libre choix des consommateurs pourrait se faire théoriquement sans variations de prix, par l'estimation de la facilité des ventes, par l'étude des carnets de commande, par la règle des délais de livraison. Il est bien connu que, dans un système où les prix sont libres, ces débits différents des différentes sortes de bien se traduisent par des disparités de prix par rapport aux prix théoriques, et que ce sont les profits ou pertes consécutifs à ces disparités de prix qui déterminent les migrations des entrepreneurs et des capitaux. Quel que soit le mécanisme de régulation (par les prix ou directement par l'étude des débits de vente) une fois l'équilibre réalisé entre les différentes productions par les migrations d'entrepreneurs, toutes les vitesses de débits deviennent comparables : c'est ainsi que se manifeste l'adaptation de la production aux choix des consommateurs, et cet état réalisé tend à se maintenir : c'est ce que nous appelons *l'équilibre des productions*. Comme l'équilibre des salaires, l'équilibre des productions est *stable* sous l'action des mobiles humains.

L'état optimum nous apparaît donc bien comme un état statique. Mais les données prises en hypothèse sont-elles conformes aux données réelles, et que faut-il conclure de leur écart éventuel? Nous avons supposé la population fixe, la technique fixe, la non-dispersion des rendements. Laissons de côté le premier point (1). Le troisième, lorsqu'il est en contradiction avec les faits : production nécessaire qui ne peut être obtenue qu'à partir de sources de rendements différents, donne lieu à une correction que nous pourrions appeler théorie de la rente foncière, pour rappeler son origine historique, et dont nous verrons qu'elle n'infirme pas la permanence de l'état statique.

Reste l'hypothèse d'une technique fixe, en contradiction évidente avec les faits contemporains. Le progrès technique rend indispensable l'élaboration d'une dynamique économique pour rendre compte de ses effets. Et nous voyons dès maintenant la nécessité de considérer l'état

(1) Il donne lieu à une généralisation immédiate de l'état statique, dont l'intérêt sociologique l'emporte sur l'intérêt économique, et dont la discussion nous entraînerait trop loin.

statique optimum défini par une technique donnée seulement comme un repère pour la société économique réelle, et nullement comme une représentation d'un état d'équilibre vers lequel elle tendrait effectivement. Car les processus que nous avons analysés, qui tendent à réaliser l'état statique lorsque la technique est fixe, sont des processus lents : migrations de la main-d'œuvre, des capitaux, des entrepreneurs. Leur effet correctif est lent comparé à l'effet du progrès technique moyen qui contribue à élever progressivement l'efficacité technique de la machine économique. Mais surtout leur action demande une durée incomparablement plus grande que celle qui est nécessaire à l'apparition d'une invention nouvelle, phénomène fortuit et quasi instantané.

L'intégration du progrès technique dans le système abstrait se fera en deux étapes. Une première, supposant l'état statique préalablement réalisé, étudiera l'effet d'un changement technique unique pendant la période intermédiaire avant l'établissement d'un nouvel état statique : cette période intermédiaire constitue un état dynamique où jouent essentiellement les *inerties* économiques, le souvenir et l'influence de l'état d'équilibre ancien.

Une seconde étape permettra ensuite d'étudier l'état dynamique le plus général, en superposant les effets de toutes les tensions préexistantes et de tous les facteurs de déséquilibre nouvellement créés, superposition rendue possible par la nature même de ces effets, comme nous le montrerons ailleurs.

C'est au cours de cette étude que nous serons amené à faire la théorie du capital et de l'intérêt, et plus généralement celle de la création de monnaie contractuelle portant intérêt : tous éléments étrangers jusqu'à présent à notre analyse.

Parmi les données que nous avons abstraites ne figure pas en effet la donnée juridique de l'appropriation du capital, et sa conséquence qui fait du capital une source de valeur. Nous verrons dans ce qui suit qu'une tentative pour fonder un système statique comportant cette donnée échoue; le fait correspondant nous apparaîtra ainsi comme essentiellement dynamique de nature.

La contre-épreuve sera offerte par la théorie dynamique des mêmes phénomènes, que nous proposerons ailleurs et qui apparaîtra en accord avec l'expérience historique. En passant, l'identification de la valeur de travail et de la valeur d'échange dans l'état statique optimum nous

apparaîtra comme une propriété dérivée de cet état, qui n'est valable que pour lui; nous montrerons comment cette propriété se transforme pour l'état dynamique, même pour cet état dynamique élémentaire qui est la transition entre deux états statiques définis par des techniques différentes, et ainsi nous rattacherons étroitement la notion de valeur à celle de progrès technique, après l'avoir rattachée à celle de travail.

Nous terminerons la présente étude par l'application des principes posés à quelques problèmes particuliers; nous distinguerons ainsi ceux qui ressortissent à l'état statique et ceux qui relèvent d'une étude dynamique ultérieure.

CHAPITRE IV.

LA PRODUCTION.

A. Les facteurs humains de la production. — L'état optimum est caractérisé par l'équilibre des salaires, c'est-à-dire l'égalité du salaire moyen dans les différents groupes de producteurs. A l'intérieur d'un groupe déterminé, la dispersion des salaires, le nombre et la rétribution des différentes classes de producteurs, sont déterminés en principe par la nécessité d'assurer préalablement à tout échange la meilleure productivité moyenne compatible avec l'état de la technique. Cette nécessité est une propriété immédiate de l'état optimum : la maximisation du revenu national consommable suppose évidemment que la production soit la plus forte possible, toutes choses égales d'ailleurs, c'est-à-dire la répartition de la main-d'œuvre et les prix théoriques étant fixés de façon arbitraire. Les mécanismes pratiques qui répondent à cette nécessité sont, nous l'avons vu, en régime libre, la concurrence des entrepreneurs qui les amène à tirer le meilleur rendement possible de leurs ressources; en régime contraint, la meilleure utilisation des forces productrices de la collectivité est la fonction essentielle du pouvoir. Remarquons cependant que nous ne traitons pas la question de la durée de travail, qui nous paraît plus sociale que proprement économique, et que nous supposons résolue au préalable sur des critères différents.

Le salaire moyen théorique étant fixé dans l'état optimum (il est égal à la valeur théorique totale de la production consommable ΣAQ_A divisée par le nombre total n des travailleurs) ainsi que la répartition n_A des

travailleurs, la masse totale des salaires à distribuer parmi les participants à la production d'un bien quelconque A est connue. Il est clair qu'à ce moment les proportions et les salaires respectifs des différentes classes de producteurs (manœuvres, ouvriers spécialisés, maîtrise, ingénieurs, etc.) constituent un problème technique et psychologique : obtenir par une rétribution appropriée la meilleure efficacité de chaque individu, problème psychologique, déterminer les proportions des différentes classes en vue du meilleur rendement, problème technique. La pratique industrielle, la tradition, les approximations successives de l'expérience ⁽¹⁾, résolvent ce problème. Si l'on veut le mettre en équation — mais ici visiblement les équations ne font que traduire symboliquement les procédés pratiques rappelés ci-dessus — on considérera la productivité moyenne Y_A qu'il s'agit de maximiser comme fonction des nombres n, n', n'', \dots de producteurs des différentes classes, et de leurs salaires respectifs s, s', s'', \dots qui influent sur leur activité et la qualité de leur rendement. Le total des producteurs

$$(24) \quad n_A = n + n' + n'' + \dots$$

est connu ainsi que le total des salaires

$$(25) \quad n_A s_A = ns + n's' + n''s'' + \dots$$

Problème classique de maximum lié qui se résout par la méthode des multiplicateurs de Lagrange, en annulant la différentielle

$$d[Y_A(n, n', n'', \dots, s, s', s'') + \lambda n_A + \mu n_A s_A],$$

ce qui donne les relations

$$(26) \quad -\mu = \frac{\partial Y_A}{\partial s} = \frac{\partial Y_A}{\partial s'} = \frac{\partial Y_A}{\partial s''} = \dots,$$

$$(27) \quad -\lambda = \frac{\partial Y_A}{\partial n} - \frac{s \partial Y_A}{\partial s} = \frac{\partial Y_A}{\partial n'} - \frac{s' \partial Y_A}{\partial s'} = \dots$$

Les équations (24), (25), (26), (27) permettent en principe d'obtenir les différents n et s . Les équations (26) expriment que pour la meilleure

⁽¹⁾ *Note* : Ces approximations successives sont supposées achevées au moment où le rendement moyen Y_A — le meilleur compatible avec le niveau technique — est introduit dans les équations d'échange.

dispersion des salaires, la même somme totale K affectée à augmenter les salaires d'une catégorie quelconque de producteurs

$$(K = n ds = n' ds' = n'' ds'')$$

produirait la même augmentation du rendement moyen, quelle que soit la catégorie avantagée

$$\left(\frac{\partial Y_A}{\partial s} ds = \frac{\partial Y_A}{\partial s'} ds' = \dots = -K\mu \right)$$

énoncé naturel.

De (27) on tire

$$\frac{\partial Y_A}{\partial n} - \frac{\partial Y_A}{\partial n'} = -\mu(s - s'),$$

d'où

$$(28) \quad -\mu = \frac{\frac{\partial Y_A}{\partial n} dn + \frac{\partial Y_A}{\partial n'} dn'}{s dn + s' dn'} \quad \text{si l'on prend } dn = -dn'.$$

Ce qui exprime que la somme K si elle permet de remplacer un certain nombre de travailleurs d'une classe par un même nombre de travailleurs d'une autre classe (un manœuvre par un ingénieur, par exemple) ($s dn + s' dn' = K$) produirait la même augmentation du rendement moyen que précédemment.

En résumé, si l'on disposait d'une petite somme supplémentaire et qu'on la consacre à augmenter les salaires d'une classe quelconque ou à remplacer des travailleurs par un nombre égal de travailleurs de classe supérieure, elle produirait la même augmentation du rendement dans l'état optimum : ce qui exprime bien que le total des salaires disponibles est utilisé au mieux.

L'intérêt de ce qui précède n'est pas dans l'introduction de l'hypothétique fonction technique et psychologique $Y_A(n, s, n', s', n'', s'')$. Il est dans la confirmation de l'intuition *a priori* que la dispersion des salaires, lorsque le salaire moyen est fixé, est effectivement un problème technique et psychologique, tout indépendant en principe de la notion de minimum vital ou de prix de revient de la force de travail. La détermination du salaire moyen est elle-même un pur problème technique : il ne dépend que des ressources productrices de la collectivité, il est fixé par la quantité totale de richesses qu'elle peut produire. La notion de minimum vital pourra se réintroduire pour une collectivité pauvre,

de technique arriérée, où le salaire moyen — ou mieux le menu moyen, quotient de la production consommable totale par le nombre d'individus — est voisin du minimum vital juste suffisant pour assurer la subsistance des travailleurs. En ce cas, pour la catégorie de producteurs la moins favorisée, les manœuvres, la fonction psychologique $Y_A(s)$ devra tenir compte de ce seuil défini par le minimum vital; autrement dit, le salaire des ouvriers marginaux sera forcément pris égal à ce minimum vital, leur efficience diminuant fortement au-dessous, la faiblesse du salaire moyen empêchant de leur donner plus.

Mais ce fait apparaît ainsi accidentel, propre aux collectivités arriérées. Pour une collectivité riche, c'est-à-dire à la technique développée, le salaire moyen, fixé par cette technique, est très au-dessus du minimum vital, et le salaire marginal des manœuvres, fonction seulement de ce salaire moyen et de la dispersion technique des salaires, *n'a aucun rapport nécessaire, aucun rapport de principe avec ce minimum vital*. La loi d'airain de Lassalle n'est donc pas vérifiée dans l'état optimum. Mieux encore, d'après ce qui précède, la réalisation de l'état optimum *impose* un salaire marginal de la classe la moins favorisée indépendant du minimum vital, et qui lui est très supérieur dans les collectivités riches.

On remarquera la nouveauté de principe de ces conclusions. Dans une théorie générale des facteurs de la production, pour que l'état optimum soit réalisé, le salaire ne peut plus être pris comme variable, les entrepreneurs ne peuvent plus diminuer leur prix de revient par une baisse des salaires : lorsqu'ils recherchent la meilleure répartition de leur capital en salaires directs et en capital fixe (outillage, etc.) le salaire moyen (et, par suite, le salaire marginal) doit constituer pour eux une donnée et c'est sur lui que se règle la meilleure proportion du capital fixe.

Nous reconnaissons dans les sociétés modernes des tendances qui concourent à rendre effective cette propriété essentielle de l'état optimum relative aux salaires. Nous voulons parler de l'allocation de chômage et du contrat collectif : dans les deux cas, en épargnant au travailleur marginal, poussé par la crainte de la misère ou l'inégalité du marchandage, d'avoir à accepter un salaire réduit, ces réformes évitent les conséquences de ces sujétions d'ordre non économique, conséquences que formulait la loi d'airain; elles permettent ainsi à l'équilibre écono-

mique de s'établir sur les bases que nous avons décrites; elles renforcent les mécanismes naturels qui y tendent.

B. Théorie des facteurs de la production. — N'ayant pas encore introduit l'intérêt du capital, nous sommes assuré que le prix de revient d'un produit quelconque se résout en salaires, salaires directs payés aux producteurs de ce produit, salaires indirects payés aux producteurs de l'outillage, des bâtiments, etc. Dans ces conditions la théorie des facteurs de la production, pour fixer la meilleure répartition du coût en salaires directs, outillage, bâtiments, est simple. Elle repose sur la notion de productivité composée définie à l'annexe. N_A travailleurs étant disponibles pour contribuer à la production de A, tant directement qu'indirectement, il s'agit de fixer la meilleure répartition $n_A^A, n_B^A, n_C^A, \dots$, des travailleurs directs et des travailleurs indirects pour assurer la production finale Q_A la plus grande possible.

Parmi les travailleurs indirects n_B^A, n_C^A, \dots il faut distinguer deux groupes. Les premiers sont entièrement définis par la donnée de n_A^A : par exemple la quantité de matière première ou de produit mi-fini à fabriquer est exactement proportionnelle à la quantité finale de produit fini qu'on veut obtenir; il en va de même pour la quantité d'un produit chimique qui entre dans une certaine fabrication, pour un procédé déterminé; les symboles $(ab), (ac)$ correspondants sont donc des constantes techniques absolues. Les n_B^A, n_C^A correspondants sont proportionnels à n_A^A et peuvent être groupés avec lui.

Le second groupe (machines, bâtiments) est susceptible de variations qui influencent la productivité composée Z_A . La maximation de celle-ci s'obtient par la méthode ordinaire, qui donne

$$\frac{\partial Z_A}{\partial n_A^A} = \frac{\partial Z_A}{\partial n_B^A} = \frac{\partial Z_A}{\partial n_C^A} = \dots$$

qui exprime la propriété bien connue que *pour la production optimale tout transfert de main-d'œuvre du travail direct à toute espèce de travail indirect ($dn_A^A + dn_B^A dn_C^A + \dots = 0$) laisse invariant la productivité composée, ou la production finale*

$$\left(\frac{\partial Z_A}{\partial n_A^A} dn_A^A + \frac{\partial Z_A}{\partial n_B^A} dn_B^A + \dots = 0 \right).$$

(Ici A, B, C représentent les productions non invariablement liées considérées en second lieu). A ce moment, un petit supplément de production dû à une petite quantité de main-d'œuvre et de capital supplémentaires disponibles sera obtenu au même prix de revient, qu'on l'effectue en conservant les conditions techniques (proportion des *investissements* aux salaires directs) ou en augmentant la proportion de travail indirect, par exemple l'outillage. Quand le maximum de productivité est réalisé, les (ab) , (ac) du groupe étudié sont fixés, et deviennent ainsi pour l'équilibre des échanges des constantes techniques, que nous pouvons appeler relatives.

On sait que l'introduction de l'intérêt ne change rien d'essentiel à des résultats de ce genre. Il est seulement nécessaire d'introduire les délais de production et d'escompter au jour pris comme base les valeurs produites au bout de délais différents. Ceci avantage systématiquement, mais légèrement, le travail direct sur le travail indirect (¹).

Cette maximisation des productivités ordinaires, ou composées, dont nous nous sommes occupé dans les deux paragraphes précédents est un fait de production pure, doit donc, bien entendu, être préalable aux échanges qui définissent le système optimum. Ce sont les Y_A et les Z_A ainsi déterminés qui règlent ensuite les conditions optima des échanges et des prix. On remarquera que la répartition entre travail direct et travail indirect ne dépend nullement du système de prix, puisque tous les salaires moyens sont égaux. La dispersion des salaires n'en dépend qu'en apparence : pour une collectivité donnée, l'échelle des salaires à l'intérieur d'une production peut être prise en unités arbitraires, par exemple en unités de manœuvres : un ingénieur devra toucher la rétribution de K manœuvres pour assurer l'efficiencia maxima. Cette échelle variera d'ailleurs avec le niveau de vie de la collectivité étudiée, ce qu'expriment nos équations (24) à (27).

Si nous n'avons traité ces problèmes de production qu'après les problèmes d'échange, cela est dû à ce que ceux-ci imposent pour la réalisation de l'état optimum la condition d'équilibre des salaires. Nous ne pouvions traiter de la production qu'en tenant compte de cette condition, ce que nous avons montré être possible, et conduire à des résultats évidents intuitivement.

(¹) Voir O. LANGE, *Review of Economic Studies*, juin 1936.

C. **Les productions associées.** — Nous avons jusqu'à présent parlé de façon abstraite du groupe des producteurs d'un bien A. Cette définition soulève plusieurs problèmes et en particulier la question pratique du groupement des entreprises réelles pour former les groupes de producteurs de la théorie, en vue des recherches statistiques. Il est rare en effet qu'une entreprise ne produise qu'un seul type de bien consommable. Le plus souvent, elle produit une série de types qui sont offerts concurremment au marché : catalogue de tissus, d'instruments de ménage, etc. Plus généralement certaines productions sont couramment *associées* ⁽¹⁾ dans la pratique : boulangerie et pâtisserie par exemple.

Dans ces deux cas, qui ne diffèrent d'ailleurs qu'en degré, il convient de prendre certaines précautions dans la définition de la productivité moyenne, ou vitesse moyenne de production, de débit par individu.

Différents cas peuvent se présenter : une partie des travailleurs d'une entreprise pourra être consacrée tout entière à la production d'un certain type; par exemple un atelier spécialisé dans la fabrication d'un certain tissu. Ou bien, un travailleur individuel pourra consacrer une partie de son temps à différentes productions : cas d'un ouvrier boulanger qui fait de la pâtisserie, cas des bureaux d'étude et de la direction d'une entreprise à production diversifiée, cas des distributeurs dans les magasins de détail non entièrement spécialisés.

Dans tous ces cas on pourra définir la *fraction de leur temps total* de travail consacrée par l'ensemble des producteurs associés, à la production d'un certain type, en affectant dans cette statistique, à chaque individu, un « poids » proportionnel à son salaire théorique.

Prenons par exemple le cas de trois productions associées a, a', a'' , trois types de tissus par exemple. Soient $t_a, t_{a'}, t_{a''}$ les fractions du temps total correspondantes :

$$(29) \quad t_a + t_{a'} + t_{a''} = 1.$$

Nous réservons la lettre A au groupe pris dans son ensemble.

Il pourra arriver que le groupe A comporte des entreprises spécia-

⁽¹⁾ Nous avons déjà traité des productions *connexes* (le produit de l'une sert à la fabrication du produit de l'autre). Nous introduisons ici la notion différente de productions *associées*, indépendantes en principe, mais effectuées par les mêmes entreprises.

lisées dans la production de a , a' , ou a'' , qui permettront de calculer directement les productivités Y_a , $Y_{a'}$, $Y_{a''}$ que nous appellerons productivités *virtuelles*.

Mais en tout cas il est possible d'atteindre les vitesses de débit effectives y_a , $y_{a'}$, $y_{a''}$ qui sont égales au quotient de la production totale de a , a' ou a'' par le nombre total n_A de travailleurs engagés dans la production de a , a' et a'' , et l'on peut alors définir les productivités virtuelles Y_a , $Y_{a'}$, $Y_{a''}$ par les relations

$$(30) \quad y_a = Y_a t_a, \quad y_{a'} = Y_{a'} t_{a'}, \quad y_{a''} = Y_{a''} t_{a''}.$$

Quoi qu'il en soit, la production totale par individu, pour le groupe de producteurs associés considéré est

$$y_a + y_{a'} + y_{a''}.$$

Nous *définirons* la productivité Y_A de ce groupe par la relation

$$(31) \quad Y_A = y_a + y_{a'} + y_{a''}.$$

Ceci n'est qu'une expression symbolique du fait que le débit total de a , a' et a'' est $n_A y_a + n_A y_{a'} + n_A y_{a''}$. Si l'on appelle q_A cette production totale, on a comme d'habitude ainsi

$$(32) \quad q_A = n_A Y_A.$$

Appelons maintenant a , a' , a'' les prix auxquels sont vendus les produits correspondants. Par un *arbitrage* spontané qui s'effectuera à l'intérieur de chaque entreprise produisant à la fois a , a' et a'' on aura, entre ces prix et les productivités virtuelles Y_a , $Y_{a'}$, $Y_{a''}$ ⁽¹⁾,

$$(33) \quad a Y_a = a' Y_{a'} = a'' Y_{a''}$$

qui expriment que l'entreprise a autant d'intérêt, étant donné les conditions du marché et celles de l'emploi de la main-d'œuvre, à fabriquer a que a' ou a'' , en quantités effectives proportionnelles à y_a , $y_{a'}$, $y_{a''}$ (33) s'écrit en effet

$$(34) \quad \frac{a y_a}{t_a} = \frac{a' y_{a'}}{t_{a'}} = \frac{a'' y_{a''}}{t_{a''}}.$$

(1) Il faudrait comme toujours remplacer les Y par les Z dans le cas de productions connexes, et compléter le raisonnement comme nous le faisons plus loin dans le cas où le capital porte intérêt.

Ce qui veut dire que le rapport, la valeur produite par chaque activité est proportionnel à la fraction de travail total qui lui est consacrée. Si cela n'avait pas lieu, si les prix pratiqués et la demande effective rendaient plus avantageuse une de ces occupations, un transfert d'activité se ferait dans chaque entreprise vers le type le plus rémunérateur.

Ou encore, on peut dire que ce sont justement les conditions d'égalité (34) qui *fixent* les pourcentages de la main-d'œuvre qui se consacreront respectivement à produire a , a' ou a'' . Si les prix du marché a et a' sont tels que

$$\frac{ay_a}{t_a} > \frac{a'y_{a'}}{t_{a'}},$$

l'arbitrage tendra à augmenter t_a . Si par contre t_a était trop fort pour la demande, le débit total des ventes de a : $n_a y_a$ tendrait à n'être plus proportionnel à t_a donc le quotient $\frac{y_a}{t_a}$ tendrait à décroître. Il faudrait diminuer t_a pour rétablir l'équilibre en égalisant les débits relatifs.

Remarquons que nous ne traitons pas ici de la question des sous-produits, dont la quantité produite est fixée par celle de la production principale. Les productions a , a' , a'' sont associées en fait, mais indépendantes en principe; rien n'empêche un entrepreneur de développer l'une d'elles au détriment des autres, s'il y trouve son avantage.

Nous observons ainsi dans la réalité économique un mécanisme d'arbitrage spontané à l'intérieur des entreprises qui tend à la réalisation pour les productions associées, de l'équilibre des prix et des répartitions de main-d'œuvre que définit précisément l'état optimum : les équations (33) et (34), qui expriment l'ajustement des productions associées aux prix et aux débits des ventes, ne sont rien d'autre que les équations (10) de l'état optimum entre groupes différents.

Nous pouvons donc appliquer sans crainte ces équations aux divers groupes, assuré que nous sommes qu'elles ont été réalisées spontanément au préalable à l'intérieur de chaque groupe, pour les divers types de produits qu'il comporte.

Ceci étant posé, le produit moyen par individu est

$$(35) \quad ay_a + a'y_{a'} + a''y_{a''}.$$

Nous pouvons alors définir un prix moyen A du groupe de produc-

tions associées $a a' a''$ par la relation

$$(36) \quad \Lambda Y_A = a y_a + a' y_{a'} + a'' y_{a''}$$

et l'on a encore, d'après (30), (33) et (29).

$$(37) \quad \Lambda Y_A = a Y_a = a' Y_{a'} = a'' Y_{a''}.$$

De (37) et (31) on tire

$$(38) \quad \Lambda = \frac{a y_a + a' y_{a'} + a'' y_{a''}}{y_a + y_{a'} + y_{a''}}.$$

Dorénavant, utilisant les définitions ci-dessus, nous traiterons un ensemble de produits associés tels que a , a' , a'' comme un produit unique A , pour lequel la productivité Y_A et le prix Λ seront bien définis.

On voit ainsi comment grouper pratiquement les entreprises en sorte de constituer un groupe de producteurs théoriques. Partant d'un produit a bien défini, on associera aux entreprises spécialisées dans sa production celles qui produisent simultanément a et a' , puis celles qui produisent seulement a' et ainsi de suite. On formera ainsi des ensembles « fermés » d'entreprises qui constitueront un groupe de producteurs. Bien entendu, on ne devra pas grouper ensemble deux produits si les entreprises qui les produisent simultanément représentent une production trop faible par rapport à la production totale de chacun d'eux. Mais dans le cas contraire un grand nombre de produits pourront être associés : ainsi dans un système de vente au détail où les grands magasins jouent un rôle prépondérant, ou même important, tout le commerce de détail peut être groupé dans un même groupe producteur (sa « matière première » est le produit acheté en gros, sa « productivité » le débit moyen de la vente au détail).

CHAPITRE V.

APPLICATIONS.

A. Théorie de la rente foncière et rareté. — La théorie de la rente foncière (et celle de la rente des mines) est calquée sur la théorie classique de Ricardo, adaptée aux conditions de l'équilibre économique ici définies. Le fait économique fondamental, dont nous avons tenu compte

en introduisant la notion initiale du groupe de producteurs, est la loi d'indifférence : un produit déterminé a sur un marché, à un moment donné, un prix unique, quelle que soit sa provenance. Si donc un produit nécessaire à la subsistance de la collectivité, disons le blé, ne peut être produit en quantité suffisante pour répondre aux besoins, qu'en exploitant des terres de qualités différentes, un fait nouveau apparaîtra.

Supposons d'abord pour simplifier qu'il y ait deux catégories de terres, terre riche R et terre pauvre P. La productivité moyenne des travailleurs effectivement employés à produire le blé sera Y_A sur P et $Y'_A > Y_A$ sur R. Si l'on considérait le blé de ces deux provenances comme deux produits différents, les conditions de l'optimum assigneraient le prix $\frac{Y_M}{Y_A}$ au blé P et $\frac{Y_M}{Y'_A}$ au blé R. Mais la loi d'indifférence impose un prix unique, qui sera le prix le plus élevé, seul capable d'assurer l'exploitation effective des terres P (le mécanisme pratique correspondant à cette nécessité logique est encore évidemment la migration des travailleurs hors de l'exploitation des terres P, s'ils y étaient systématiquement défavorisés par un salaire moyen inférieur).

Ainsi les individus qui vivent de la production sur R, parmi lesquels n'_A travailleurs produisent $n'_A Y'_A$, recevront n''_A salaires moyens

$$\left(n''_A \equiv \frac{n'_A Y'_A}{Y_A} \right).$$

Et il apparaîtra ainsi $n''_A - n'_A$ salaires moyens *disponibles*, inutiles à rétribuer le travail effectif (qui sera assuré dans les conditions ordinaires de l'équilibre des salaires), qui pourront par conséquent être versés au propriétaire de la terre R, qui se trouvera ainsi vivre de la production sans y participer effectivement. C'est là le phénomène de la rente foncière. On peut dire que par l'adjonction de propriétaires oisifs (ou de parties prenantes quelconques, dans un autre système d'appropriation des terres) au nombre des travailleurs, on ramène la productivité moyenne réelle des terres riches à une productivité fictive égale à la productivité marginale. Mais bien entendu le nombre de salaires moyens touchés par un propriétaire oisif peut être quelconque dans les limites ci-dessus, sans altérer en rien les conditions de l'optimum.

Le cas de rendements dispersés quelconques se traite identiquement. Nous voyons ainsi que la rente foncière apparaît comme un phénomène

essentiellement statique, qui ne tend nullement à détruire les conditions d'un état d'équilibre. L'existence et la permanence d'une classe privilégiée de propriétaires fonciers n'est pas un facteur de progrès, ou de déséquilibre; elle est parfaitement compatible avec le maintien d'un état statique tel que l'état optimum que nous avons décrit.

L'expérience de l'histoire confirme cette vue. Alors que les profits différentiels dus aux progrès technique ont été le facteur dynamique par excellence, transformant de façon incessante les conditions économiques, la rente différentielle due aux inégalités naturelles a été le phénomène type des époques stationnaires; la classe des propriétaires fonciers vivant « noblement », c'est-à-dire sans participer à la production, a pu se maintenir tout au long de telles époques.

La rente foncière apparaît souvent comme une conséquence particulière du fait économique de la *rareté*. C'est parce que les bonnes terres sont en quantités insuffisantes, sont rares, que la rente foncière prend naissance : la rareté se présente ainsi comme une source de valeur. Comment un tel fait indéniable s'intègre-t-il dans notre schème d'équilibre ?

En ce qui concerné les « grands » phénomènes de rareté, rattachés aux hasards naturels, la réponse est fournie par la théorie précédente. Ces « raretés permanentes » s'intègrent à l'état statique, sans en changer l'essence. Restent les phénomènes de rareté de nature différente, fondés sur la qualité *unique* de certains biens : œuvres d'art, crus classés, emplacements urbains, etc. Là l'essentiel n'est plus le fait de production (à rendements différents), mais le *fait d'échange* : c'est le rapport d'une demande arbitraire, réglée par le libre choix des individus et non par des besoins à peu près fixes, à une offre inextensible dans son essence, qui crée la rareté.

Le processus de réalisation de l'état optimum qui se trouve mis en défaut est l'adaptation de la production à la fraction de son pouvoir d'achat total que la collectivité est disposée à consacrer à l'acquisition du bien considéré : car la production de ce bien est limitée par hypothèse.

Le transfert de main-d'œuvre ou de capital ne peuvent plus résoudre le problème. C'est pourquoi la productivité perd dans ces cas sa signification économique, car elle ne peut plus déterminer la production totale par addition de main-d'œuvre supplémentaire. Le prix sera donc

dans ces cas fondé sur tout autre chose que les productivités moyennes. Nous voyons ainsi apparaître un premier exemple de *tension* dans notre système ; les prix théoriques assurent un échange parfait, les prix optimums réalisent en outre un marchandage parfait (puisque tous les participants à la production sont également favorisés), lui-même rendu possible par la faculté d'adaptation du système, les transferts possibles d'activité ; lorsque ceux-ci sont impossibles, le marchandage est nécessairement imparfait, les prix pratiqués s'écartent arbitrairement des prix optimums.

Les tensions observées mesurent la rareté : le système optimum joue donc encore son rôle de repère. Mais l'équilibre qu'il définit serait systématiquement contredit par de tels phénomènes : ils ressortissent à la dynamique économique ; mais surtout, réduits au groupe des produits « uniques », ils sont en petit nombre, leur rôle économique est relativement faible, et peut être traité comme une correction secondaire, avant même que soit faite la théorie dynamique du marchandage imparfait et de ses conséquences.

B. Théorie des fonctions sociales : Impôts. Armements. — Nous avons considéré jusqu'à présent les productions et les consommations qui répondent à des besoins économiques, c'est-à-dire qui visent à satisfaire les choix libres des individus en vue de leurs consommations finales. Nous avons même pris en hypothèse que toute l'activité disponible de la collectivité étudiée était consacrée à poursuivre de telles fins économiques, et nous en avons déduit les conditions optima de cette activité. En quoi notre étude est-elle modifiée lorsqu'on tient compte, pour une collectivité réelle, de la nécessité d'assurer certaines *fonctions sociales*, c'est-à-dire de consacrer une certaine part de son activité à des occupations qui ne tendent pas à satisfaire en définitive des consommations individuelles, mais à remplir certaines exigences de la vie sociale : fonction de justice, de police, d'administration gouvernementale ; fonction de sécurité représentée par l'armée et la fabrication d'armements.

On pourrait objecter que ces fonctions sociales correspondent elles aussi à des besoins individuels, d'ordre, de libre disposition des biens, de sécurité et comme telles ne se différencient pas des productions ordinaires. En particulier les efforts et les dépenses correspondantes

peuvent être en théorie fixés par le libre choix des individus, par l'intermédiaire de leurs représentants.

Mais, sans entrer dans un débat sociologique qui dépasserait notre propos, d'une part les besoins individuels ainsi mis en jeu ne sont pas des besoins économiques; ce n'est pas la règle ordinaire de la répartition des achats qui mesure la part du revenu individuel qui y est consacrée. D'autre part il nous paraît peu réaliste de faire rentrer la justice rendue, par exemple, ou les armements fabriqués dans les biens consommables, et de maximiser le revenu national consommable après inclusion de ces termes. Pour ces raisons, théoriques aussi bien que pratiques, il nous paraît utile de rechercher les conditions optima des échanges, après que certaines *contraintes* aient été imposées à la collectivité étudiée : contrainte *a priori*, de fondement non économique, de rendre la justice, d'assurer l'ordre, de garantir la sécurité. En quoi le fonctionnement de la machine sociale s'en trouve-t-il modifié ?

Remarquons que ce n'est nullement une théorie générale des impôts que nous avons en vue ici. En particulier, tous les impôts qui contribuent à développer la puissance économique de la collectivité, travaux publics, enseignement technique, etc., ou à répondre à certaines satisfactions individuelles qui ne peuvent être assurées individuellement, terrains de jeu, tourisme, hygiène, etc., nous paraissent rentrer dans la théorie économique proprement dite, et seront étudiés comme tels, ailleurs. Nous traitons seulement ici du *prélèvement* effectué sur les produits du travail pour assurer l'accomplissement des fonctions proprement sociales, telles que celles que nous avons citées.

Supposons donc fixé *a priori* le nombre des membres de la collectivité, qui sont nécessaires pour remplir ces fonctions sociales : les « fonctionnaires ». Nous allons montrer que leurs menus (c'est-à-dire, en fait, leurs rétributions) peuvent être fixés *arbitrairement*; les conditions de l'optimum restent ensuite inchangées pour le reste de la collectivité : équilibre des salaires, des productions, des débits. Les contraintes sociales ne modifient pas les conditions de l'équilibre économique, moyennant *l'égalité devant l'impôt*.

La possibilité de la fixation arbitraire des rétributions des fonctionnaires sans détruire l'équilibre économique est un fait important. Car il permet d'assurer le recrutement adéquat pour les fonctions qui exigent des études et des capacités particulières, cas fréquent pour les fonctions

sociales que nous envisageons. Par ailleurs le nombre fixé *a priori* des fonctionnaires conduit à des méthodes de sélection particulières, par exemple par voie de concours; en outre ils sont soustraits à la concurrence qui existe dans les professions ordinaires, due aux possibilités de migration. Toute disparité ainsi créée entre leurs rétributions et celles des producteurs ordinaires peut par conséquent se maintenir : une politique entièrement libre (donc déterminée seulement par les fonctions à remplir) des traitements des fonctionnaires est ainsi possible, tant pour la théorie que pour la pratique économiques.

Désignons par la lettre P l'ensemble des fonctions sociales à remplir. Aux équations (3) qui définissent les coefficients d'échange des biens économiques, nous pouvons ajouter une équation *supplémentaire* relative aux fonctionnaires. Le second membre de cette équation ne se distinguera pas de celui des autres équations, relatives à un groupe de producteurs quelconque : y figureront les consommations finales, contrepartie des salaires théoriques, et les consommations dites « industrielles », qui ici représenteront les bâtiments, fournitures, etc., nécessaires à l'accomplissement des fonctions sociales : nous les appellerons plutôt besoins *matériels* de ces fonctions.

Le premier membre de l'équation relative au groupe des fonctionnaires, par contre, se distingue de celui des autres groupes : car il ne représente pas proprement la valeur théorique de ce qu'ils ont vendu, mais la masse de ressources que nous désignerons par Pq_p qu'il a fallu prélever sur les producteurs pour payer les consommations des fonctionnaires.

Pour tenir compte de ces prélèvements, il faudra en outre introduire dans chaque équation relative à un groupe de producteurs, au second membre, un terme supplémentaire représentant les *impôts* payés, qui figurent dans le prix de revient théorique; nous désignerons ce terme par Pq_p^A pour le groupe de producteurs de A, et nous aurons par définition

$$(39) \quad Pq_p = \sum_A^M Pq_p^A.$$

Au lieu des M équations (2) [écrites de façon développée en (3')] pour définir les coefficients d'échange A, ..., M (avec $M = 1$), nous avons maintenant $M + 1$ équations qui définissent A, ..., M ainsi que P

tion qui déterminent les mêmes prix optimums, indépendamment du prélèvement effectué sur le produit des ventes pour assurer l'accomplissement des fonctions sociales. Ce résultat reste vrai même s'il n'y a pas égalité devant l'impôt, ainsi que les conséquences que nous en avons déduites relativement à la théorie de la valeur. De même les règles de répartition des travailleurs non fonctionnaires, la seule différence est que la demande qui règle cette répartition n'est plus seulement due aux besoins directs et indirects de la consommation finale, mais aussi aux besoins matériels fixés *a priori* des fonctions sociales.

L'égalité devant l'impôt, qui assure l'équilibre des salaires et par suite le caractère statique de l'état optimum, peut se réaliser de bien des façons : par un prélèvement direct sur le salaire, proportionnel à celui-ci, ou progressif, mais en sorte d'obtenir une proportion constante du total des salaires payés par chaque groupe industriel. Mais l'impôt peut aussi être perçu sous forme d'impôt indirect à taux fixe, proportionnel à la dépense; ou encore sous forme d'une taxe à la production d'une fraction fixe du rendement moyen : on obtiendra bien ainsi dans les deux cas prélèvement proportionnel au travail inclus dans un produit, donc aux salaires optimums. On peut combiner aussi ces différents modes de perception. Mais l'essentiel, pour respecter les conditions d'équilibre de l'optimum, est de ne pas aboutir à favoriser ou défavoriser systématiquement un groupe de producteurs par rapport aux autres.

En somme nous avons montré que, quel que soit le prélèvement effectué par l'État pour des fins non économiques, s'il est équitablement réparti, les conditions de maximation du revenu national restent les mêmes pour l'activité demeurée libre de la collectivité.

On peut encore présenter les choses ainsi : si l'on considère les équations (40), on peut supposer l'impôt total, encore inconnu, comme réparti entre les différents groupes de producteurs : les q_p^A fixent ces proportions, en unités arbitraires. Appelons-les impôts relatifs.

On peut alors conserver les prix optimums A, ..., M définis précédemment par les conditions techniques relatives aux biens économiques, et fixer arbitrairement les menus des fonctionnaires et les besoins matériels des fonctions sociales [les (PA)]. On en tire l'impôt total à prélever sous forme monétaire, Pq_p : le coefficient P fixe la grandeur absolue, la valeur monétaire de l'impôt q_p ; de la répartition relative des impôts q_p^A , il permet de passer à la perception monétaire effective.

L'ensemble des équations (10) est compatible, avec les impôts relatifs assignés, les prix optimums conservés, les besoins sociaux arbitrairement fixés : elles fournissent alors le taux absolu de l'impôt nécessaire et les salaires moyens, qui ne restent équilibrés que si la répartition relative des impôts était équitable. Sous cette forme, on voit qu'elles permettent de traiter théoriquement les conditions d'accomplissement par l'impôt d'une fonction sociale nouvelle, sans troubler l'équilibre du système précédent : ce sera le cas d'armements exigés par une situation diplomatique nouvelle. La quotité peut en être quelconque ; mais l'équilibre ou la tendance à l'équilibre du système précédent, ne seront respectés que sous les conditions indiquées.

Remarquons ici que si l'égalité devant l'impôt et l'équilibre des salaires ont été respectés, et les fonctions sociales (fixées arbitrairement) accomplies au moyen de l'impôt, il s'ensuit un certain ensemble de productions et de consommations : par le théorème fondamental, qui reste vrai du fait de l'équation (39) il lui correspond un certain système de coefficients d'échange A, \dots, M et P . Nous sommes sûrs *a priori* que ce système est identique à celui que nous venons de construire (où les A, \dots, M sont les prix optimums et P est déduit) parce que les équations (40), quand les consommations et productions sont connues, ont une *solution unique* en les coefficients d'échange : qu'on la construise *a priori* en cherchant les conditions que l'équation impose alors aux consommations, ou qu'on la calcule *a posteriori* après que ces conditions aient été remplies, le résultat ne saurait être différent.

C. Théorie de l'intérêt du capital. — Le modèle que nous avons étudié jusqu'à présent ne comporte pas d'intérêt : la simple possession du capital n'y entraîne pas de rétribution particulière. Un tel modèle serait valable pour une collectivité où le statut juridique du capital ne serait plus celui des États du XIX^e siècle ; par exemple la propriété en serait collective. Il serait valable encore pour des sociétés où le capital serait propriété individuelle, mais où la fonction capitaliste serait confondue avec la fonction d'entrepreneur : la rétribution de l'entrepreneur prélevée sur la masse des salaires, comporterait une part qui récompenserait son apport de capital ; c'est la pratique des entreprises du type personnel. Quoi qu'il en soit, nous avons trouvé que, en l'absence d'une rétribution propre du capital, l'état où le revenu national

consommable est maximé est un état stable, et que les mobiles humains, lorsque la technique est fixée, tendent spontanément à réaliser cet état. Si l'on tient compte ensuite du fait de l'intérêt du capital, il peut se produire que ce fait se trouve compatible avec l'état dit optimum, ou plus précisément avec le maintien des prix théoriques optimums, comme cela s'est produit au paragraphe précédent pour l'exercice des fonctions sociales. Sinon, on introduit une tension permanente (écarts entre les nouveaux coefficients d'échange et les prix optimums) dans l'état optimum que nous avons décrit; en utilisant celui-ci comme repère, l'étude et la mesure de cette tension informent des effets et des tendances créées par le phénomène de l'intérêt.

Cependant on peut concevoir cette tension sous deux aspects : elle peut conduire à un autre état stable, différent de l'état que nous avons appelé jusqu'à présent optimum pour la commodité du langage, sans que le mot préjuge en rien de la valeur relative de cet état et d'un état différent, du point de vue du progrès social, valeur relative qui doit faire l'objet d'une discussion spéciale. *L'état stable nouveau* ainsi obtenu du fait de la tension introduite serait à l'état optimum ce qu'un cristal en état de déformation permanente est au même cristal libre.

Mais il peut arriver aussi que la tension introduite — ici pour tenir compte du paiement des intérêts — ne conduise pas à un état stable; elle apparaîtra alors comme un facteur dynamique, capable de provoquer une évolution du système même alors que l'état optimum y est supposé initialement réalisé, évolution dont l'étude est l'objet de la dynamique économique.

Cherchons donc tout d'abord à trouver si l'état optimum est compatible avec le paiement d'intérêt, et pour cela employons la même méthode qu'au paragraphe précédent, où nous l'avons déterminé compatible avec l'accomplissement de certaines fonctions sociales de nature non économique. Assignons la lettre R au groupe des détenteurs du capital, que nous appellerons groupe des rentiers, bien qu'évidemment des travailleurs y puissent figurer. On pourra faire correspondre à ce groupe une équation supplémentaire qui s'ajoute au système (3) de définition des coefficients d'échange. Le second membre de cette équation représente les consommations des rentiers — qui dans ce cas sont toutes des consommations finales. Le premier membre de l'équation représente ici la valeur théorique de ce que les rentiers ont vendu au

Cherchons maintenant les conditions de maximation du revenu national consommable $\sum_A^M A Q_A$; dans cette somme n'intervient évidemment pas de terme $R Q_R$; les intérêts payés sont prélevés sur les ventes et n'ajoutent rien à la production totale.

Les équations (6') sont conservées. Le calcul qui conduit aux conditions (10') de l'optimum subsiste, et par suite le système des prix optimums est conservé. Mais l'interprétation de ces conditions change : elles n'expriment plus, pour les différents groupes de producteurs, l'égalité du salaire moyen théorique, mais l'égalité du total : *salaire moyen plus intérêt payé par unité de main-d'œuvre employée*

$$(44) \quad s_A + \frac{R q_R^A}{n_A} = s_B + \frac{R q_R^B}{n_B} = \dots$$

Or $\frac{q_R^A}{n_A}$ est le capital utilisé par unité de main-d'œuvre; c'est une constante pour une technique donnée, appelons-la « proportion du capital fixe ». Les deux termes des équations (44) représentent respectivement, pour chaque industrie, la rétribution du travail et la rétribution du capital fixe : on voit immédiatement que l'état ainsi obtenu, où les prix optimums sont maintenus, *n'est pas stable*. Car le salaire moyen y est inférieur dans les industries où la proportion du capital fixe est plus grande. Tout se passe comme si la rétribution du capital fixe était prise sur celle du travail, et l'on voit qu'ainsi les productions à la technique la plus poussée sont systématiquement désavantagées. Les mobiles humains s'opposent à la permanence d'un tel état et ne tendent pas vers lui quand l'état réel en est écarté. Il y a incompatibilité entre le maintien du système de prix optimums et le paiement des intérêts, l'état résultant n'étant plus stable (1). Autrement dit le paiement des intérêts introduit une *tension permanente* dans l'état dit optimum.

(1) En particulier dans le cas des industries connexes, pour une industrie comme celle des machines-outils dont la production est employée à fabriquer des produits différents tels que A et B comportant une proportion différente de capital fixe, le salaire moyen devrait être différent suivant que les constructeurs des machines-outils fussent engagés indirectement dans la production de A ou B. Il se produirait un arbitrage à l'intérieur du groupe des constructeurs de machines-outils vers la fabrication la plus favorisée : l'instabilité du système se manifesterait au sein même du groupe de producteurs.

Recherchons maintenant si cette tension est susceptible de définir un état stable différent de l'état optimum. Tout d'abord les équations (43) définissent les coefficients d'échange et le taux d'intérêt théorique R assurant des échanges parfaits lorsque le capital a porté intérêt; ces équations ont une solution unique (si $M = 1$) d'après (1) (42) lorsque le système de productions et de consommations ⁽¹⁾ — tant des travailleurs que des rentiers — est connu, a été effectué. Il est donc toujours possible de comparer les prix pratiqués et le taux d'intérêt effectif avec les prix théoriques et le taux d'intérêt théorique calculés *a posteriori* : si le taux effectif est supérieur au taux théorique, la tension ainsi manifestée a une interprétation simple et importante : il a alors été impossible de payer les intérêts dus *avec* la production, en en prélevant simplement une part pour l'attribuer aux rentiers. Il a fallu pour faire face à ces intérêts que l'ensemble des producteurs contracte des endettements nouveaux. On atteint là la définition objective de l'*usure* : le taux d'intérêt pratiqué est usuraire lorsqu'il est supérieur au taux théorique qui aurait permis de payer les intérêts dus par prélèvement direct sur la production.

Observons le double emploi qu'on peut faire des équations d'échange parfait telles que (2) ou (43). Ou bien un ensemble a été réalisé; on calcule *a posteriori* les coefficients d'échange ou prix théoriques, on les compare aux prix réels, on étudie les causes et les conséquences des écarts observés, les tensions. Ou bien, en se fondant sur un principe *a priori*, comme la maximisation du revenu national, on détermine le système de prix qui satisfait au postulat posé, puis on *construit* au moyen des équations d'échange le système de productions-consommations résultant de ces prix. Si ensuite il se trouve des mécanismes réels qui réalisent ce système de productions-consommations, on est sûr que les coefficients d'échange qu'on pourra calculer *a posteriori* pour ce système seront égaux aux prix déduits *a priori*, puisque la solution des équations d'échange est unique.

Nous venons de voir une application du premier procédé. Nous allons donner une application du second. Le principe *a priori* utilisé ne sera plus la recherche du revenu national maximé, puisqu'elle ne conduit pas à un état stable. Ce sera l'équilibre des salaires, puisque nous avons

(1) En adjoignant à la notion de consommation, pour les producteurs, celle d'usage du capital.

vu que c'était là une condition nécessaire de la stabilité, et que nous cherchons un état stable compatible avec la tension-intérêt.

Désignons par c_A la proportion du capital fixe $\frac{q_R^A}{n_A}$ (capital utilisé par unité de main-d'œuvre pour produire A). Dans le cas général des coefficients de structure, des industries à interconnexions, il faut introduire en outre le symbole C_A représentant la proportion du capital fixe utilisé tant directement qu'indirectement, et qui est égal, dans les notations de l'annexe, à

$$C_A = \frac{n_A^\lambda c_A + n_B^\lambda c_B + \dots + n_M^\lambda c_M}{n_A^\lambda + n_B^\lambda + \dots + n_M^\lambda}.$$

Nous raisonnerons dans ce qui suit sur le système simple où entrent en jeu les Y_A et c_A . Les résultats sont les mêmes pour le système complexe, en remplaçant Y_A par Z_A , c_A par C_A , le travail ou le capital utilisés directement par le travail ou le capital total, utilisés tant directement qu'indirectement.

Alors l'équilibre des salaires ($s_A = s_B = \dots = s_M = s$) pris en postulat impose aux coefficients d'échange, que nous appellerons ici $A', B', \dots, 1$ et au taux d'intérêt théorique R les conditions

$$\begin{aligned} A' Y_A &= s + R c_A, \\ Y_M &= s + R c_M. \end{aligned}$$

On voit que le taux théorique peut être pris arbitrairement, et qu'en éliminant s on obtient pour le système de coefficients d'échange

$$(45) \quad A' = \frac{Y_M + R(c_A - c_M)}{Y_A} \quad (A = A \dots M).$$

La tension positive ou négative, est représentée par le terme $\frac{R(c_A - c_M)}{Y_A}$ qui correspond aux proportions différentes de capital fixe utilisées dans la production de A et dans celle de la monnaie.

Pour un taux arbitraire R , le système des A' assure des échanges parfaits comportant consommation d'une partie de la production (fixée par R) par les rentiers, l'équilibre des salaires étant respecté, le salaire moyen étant égal à celui du producteur de monnaie $Y_M - R c_M$. Mais un tel système d'échanges est-il stable, des mobiles humains autres que ceux qui conduisent à l'équilibre des salaires, ne vont-ils pas tendre à le détruire s'il est une fois réalisé?

Parmi les mobiles humains le désir de sécurité est un des plus forts. Il conduit à l'épargne, dont nous ne ferons pas la théorie ici. Mais il est connu que dans un système comportant le paiement d'intérêt, l'épargne personnelle tend à prendre la forme d'accumulation du capital, mis ensuite à la disposition des producteurs par les épargnants, moyennant le versement de l'intérêt. Ainsi, pour un produit quelconque tel que A, la masse de capital mise à la disposition de ses producteurs tend à augmenter ; s'ils n'en ont pas l'emploi, l'intérêt tend à disparaître et le système de prix retourne vers le système optimum : la tension tend alors à s'abolir (1). Une conséquence importante des équations (45) est qu'ils n'en peuvent avoir l'emploi que si la productivité moyenne Y_A s'en trouve améliorée, si l'investissement du nouveau capital permet le progrès technique. Dans le cas contraire en effet, si Y_A reste constant, le prix d'échange A' supposé réalisé devient insuffisant pour rémunérer le nouveau capital, l'apport de capital Δc_A devrait se traduire par la hausse du prix d'échange de $\frac{R\Delta c_A}{Y_M}$ d'après (45) : les conditions de la vente, le débit du produit A, seraient empirés par l'apport de capital nouveau.

Ainsi, partant d'un état où il y a paiement d'intérêt et où les échanges sont parfaits, nous sommes conduits à l'alternative : en cas de stagnation technique, l'intérêt tend à disparaître. Pour que se maintienne l'accumulation de capital portant intérêt, il faut la possibilité du progrès technique. Nous aboutissons bien à la conclusion annoncée que la théorie de l'intérêt ne peut être séparée du fait du progrès technique, et ressortit comme lui à la dynamique économique.

ANNEXE.

VALEUR PRODUITE DANS LE CAS GÉNÉRAL.

Pour démontrer dans le cas général des coefficients de structure non nuls que la valeur produite, pour l'état optimum défini par les équations (10'), est *proportionnelle au travail inclus directement et indi-*

(1) La conclusion suivant laquelle le paiement d'intérêt est incompatible avec un état statique n'est pas nouvelle. On la trouve déjà dans J. B. Clark (1899), Wicksell (1933), Lange (1936), *loc. cit.*

du groupe de producteurs de A, et aussi le travail indirect de n_B^A , n_A , etc. travailleurs dans les industries connexes — Q_A a en somme requis l'intervention de $N_A = n_A^A + n_B^A + \dots$ travailleurs répartis dans différentes industries. $\frac{Q_A}{N_A}$ est une *constante technique*, indépendante de la grandeur absolue de Q_A , qu'on peut appeler *productivité composée* et désigner par le symbole Z_A : si en effet dans les équation (I) on remplace Q_A par KQ_A , les solutions q_A^A, q_B^A, \dots se trouvent multipliées aussi par K , donc aussi les n_A^A, n_B^A, \dots donc N_A : $\frac{Q_A}{N_A}$ est bien indépendant des quantités produites Q_A .

Ceci étant posé, les équations (II) ci-dessus s'écrivent

$$(III) \quad -\lambda = AZ_A = BZ_B = Z_M$$

et les équations (12') qui expriment l'égalité des salaires moyens deviennent les équations de condition

$$(14') \quad \frac{r_A^H}{Z_A} + \frac{r_B^H}{Z_B} + \dots + \frac{r_M^H}{Z_M} = 1 \quad (H = A \dots M).$$

On remarque que les Z_H sont égaux aux Y_H pour tout groupe de producteurs qui n'a pas besoin d'acheter à d'autres groupes leurs produits pour effectuer sa propre production.
