

# ANNALES DE L'I. H. P.

LOTHAR NORDHEIM

**Théorie des chocs et du rayonnement pour les énergies élevées  
(Freinage et rayonnement des particules constituant les rayons  
cosmiques ; création et destruction de la matière)**

*Annales de l'I. H. P.*, tome 6, n° 1 (1936), p. 1-106

[http://www.numdam.org/item?id=AIHP\\_1936\\_\\_6\\_1\\_1\\_0](http://www.numdam.org/item?id=AIHP_1936__6_1_1_0)

© Gauthier-Villars, 1936, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de l'I. H. P. » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

•

# Théorie des chocs et du rayonnement pour les énergies élevées

(Freinage et rayonnement des particules constituant les rayons  
cosmiques ; création et destruction de la matière)

PAR

LOTHAR NORDHEIM

---

## INTRODUCTION

§ 1. — En science, les périodes de progrès dans le domaine expérimental alternent, en général, avec les époques florissantes de la théorie. De ce point de vue, la physique expérimentale moderne est aujourd'hui dans une période d'extraordinaire développement ; les découvertes de faits nouveaux se suivent à une telle allure que la théorie s'est trouvée dépassée. Pour progresser, cette dernière aurait besoin à son tour d'idées nouvelles, vivifiantes, qui surgissent généralement plutôt de l'étude attentive et approfondie des phénomènes que de spéculations abstraites. Ces idées font actuellement défaut ; en attendant leur éclosion, nous devons cependant poursuivre jusqu'au bout les conséquences de la théorie actuelle, pour nous rendre compte de ses limites exactes et chercher des indications sur le sens dans lequel il convient de la développer.

Les faits nouveaux mentionnés plus haut se divisent en deux groupes nettement distincts. Le premier se rattache aux problèmes nucléaires, à la constitution et à la transmutation des noyaux. Dans ce domaine, malgré les efforts souvent couronnés de succès de Heisenberg, Fermi et autres, il faut bien admettre que la théorie n'a pas encore atteint sa forme définitive.

— I —

Le second groupe de faits a trait aux processus à très grande énergie qu'on observe principalement dans les rayons cosmiques : freinage ordinaire des particules, rayonnement émis pendant le choc, création et annihilation de négatons et positons. Dans ces cas le noyau n'intervient que comme catalyseur, grâce à sa charge ; sa structure ne joue aucun rôle essentiel, au moins en apparence. Cette dernière circonstance nous permet d'espérer que les conceptions de la mécanique quantique ordinaire suffiront pour rendre compte des phénomènes observés, au moins entre certaines limites.

C'est cette dernière tâche que nous avons assumée dans le présent travail. Nous n'y aspirons ni à une interprétation cohérente de l'immense amas de faits connus, ni à une clarification des bases incertaines de l'explication actuelle. Notre but est plus immédiat : il s'agit, en vue d'une préparation à une meilleure compréhension des phénomènes, d'apporter une modeste contribution à la connaissance de la théorie sous sa forme actuelle.

Nous avons cherché à établir un tableau synoptique des effets de rayonnement et de choc, en particulier pour le cas limite des grandes énergies, ce qu'on peut faire assez complètement grâce à une classification qui permet d'énumérer et de discriminer tous les processus imaginables.

Le premier chapitre contient d'abord un exposé assez complet de la théorie, indispensable pour préciser notre point de vue, ensuite une classification générale des processus possibles et, enfin, une discussion des limites de validité de la théorie. Le second chapitre est consacré à l'étude détaillée des divers effets particuliers.

## CHAPITRE I

### THÉORIE GÉNÉRALE

#### § 2. L'hamiltonien ; introduction des positons

Le problème général est le suivant : on donne un ensemble de particules chargées et un champ électromagnétique et on demande quelle est l'évolution du système total. Dans l'état actuel de la physique, on ne peut traiter un tel problème qu'en divisant le système total en deux systèmes partiels, les corpuscules d'un côté et le rayonnement de l'autre, et en considérant leur interaction comme une perturbation.

Nous prendrons comme point de départ les équations fondamentales de la théorie sous une forme qui est la plus simple pour les applications, mais qui ne cache aucun de leurs traits essentiels.

Pour les applications, il suffira de se borner à un volume fini ; pour fixer les idées nous prendrons comme volume fondamental un cube dont l'arête soit égale à 1 centimètre. Le champ qui règne dans ce volume peut être considéré comme une superposition de vibrations propres, lesquelles sont des ondes planes dans notre cas. A chacune de ces vibrations on fait correspondre un oscillateur harmonique, qu'on peut quantifier à la manière usuelle, ainsi qu'il est bien connu.

Désignons par  $\vec{r}$  le rayon vecteur, par  $\vec{k}$  le vecteur de propagation d'une onde plane et par  $\vec{e}_k$  le vecteur unité de polarisation qui est orthogonal à  $\vec{k}$ .

Le potentiel vecteur  $\vec{A}$  se décompose comme suit

$$(2,1) \quad \vec{A} = \sum_k q_k \vec{A}_k; \quad \vec{A}_k = \sqrt{4\pi c^2} \cdot \vec{e}_k \cdot e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}; \quad \text{div } \vec{A}_k = 0.$$

Pour tout ce qui concerne les notations et les unités, voir la liste complète des notations (page 100).

Les électrons satisfont aux équations de Dirac

$$(2,2) \quad \{\vec{\alpha} \vec{p} + \beta \mu - e(\vec{\alpha}, \vec{A}) + V + \varepsilon\} \psi = 0,$$

où  $\vec{p}$  est la quantité de mouvement (en unités d'énergie),  $\vec{\alpha}$  et  $\beta$  les matrices de Dirac, obéissant aux relations de commutation

$$(2,3) \quad \alpha_x \alpha_y + \alpha_y \alpha_x = 0; \quad \alpha_x^2 = \mathbf{1}, \text{ etc.}$$

La fonction d'onde  $\psi$  a quatre composantes. Le potentiel électrique est uniquement celui qui provient des autres particules chargées, à l'exclusion de celle qu'on considère ; conjointement avec le potentiel vecteur, il fournit toute l'interaction entre les électrons et le champ de rayonnement.

L'hamiltonien de l'ensemble est

$$(2,4) \quad H = \frac{\mathbf{1}}{2} \sum_k (k^2 + \omega_k^2 q_k^2) + \sum_i [(\vec{\alpha}_i \vec{p}_i) + \beta_i \mu_i^2] + \sum_{ik} e_i q_k (\vec{\alpha}_i \vec{A}_k) + \sum_{i>j} \frac{e_i e_j}{r_{ij}},$$

le premier terme représentant l'énergie propre du champ.  $H$  constitue un opérateur opérant sur la fonction d'onde  $\psi$ , qui dépend de tous les  $r_i$  (coordonnées des particules) et de tous les  $q_k$  (coordonnées des oscillateurs harmoniques du champ).

Cette forme de la théorie est bien connue, mais il n'est pas superflu de faire quelques remarques sur sa généralité. On peut montrer que le potentiel de Coulomb provient en fait d'une quantification rigoureuse du champ dans laquelle on néglige ensuite uniquement l'énergie propre des électrons (cf., par exemple, l'exposé de FERMI <sup>(22)</sup>, qui est très clair). La théorie basée sur l'hamiltonien (2,4) est alors parfaitement équivalente à l'électrodynamique de HEISENBERG et PAULI <sup>(23,45)</sup>. Elle contient, ainsi que nous le verrons plus tard, tous les effets relativistes, c'est-à-dire l'existence d'une vitesse finie pour la propagation des perturbations électriques (forces « retardées ») et le couplage magnétique entre les spins des électrons.

Le fait de se borner à considérer un volume fini n'introduit aucune restriction dans les applications de la théorie ; cela signifie uniquement que l'on a choisi un même système de référence pour toutes les particules. Dans ces conditions, on peut dire que la forme d'hamiltonien donnée ci-dessus permet d'attaquer tous les problèmes d'intérêt pratique envisagés jusqu'à présent.

Il nous reste à préciser l'introduction des positons dans la théorie.

THÉORIE DES CHOCES ET DU RAYONNEMENT

On sait que les équations de Dirac (2,2) admettent toujours deux catégories de solutions, symétriques par rapport à l'énergie zéro et correspondant à la formule

$$(2,5) \quad \varepsilon = \pm \sqrt{\vec{p}^2 + \mu^2} \quad (\mu = mc^2)$$

avec deux signes possibles devant le radical.

Au début, il semblait fort difficile de trouver une interprétation correcte des états d'énergie négative, correspondant au signe moins devant le radical, états qui ont des propriétés singulières et qu'on ne peut pas négliger purement et simplement, parce qu'ils interviennent dans les transitions permises des électrons négatifs. Cependant, Dirac lui-même a trouvé <sup>(18,20)</sup> une solution surprenante de cette difficulté, qui prédit en même temps l'existence et le comportement des positons. Partant du principe d'exclusion de Pauli, d'après lequel un état stationnaire quelconque ne peut être occupé par plus d'un électron négatif à la fois, Dirac admet que, normalement, tous les états d'énergie négative sont occupés. La charge électrique infinie que représentent les électrons négatifs qui occupent ces états est distribuée uniformément dans tout l'espace et par conséquent ce sont uniquement les écarts par rapport à cette distribution uniforme qui donnent lieu à des forces et à des potentiels observables. Le principe d'exclusion interdit toute transition vers des états d'énergie négative puisque ceux-ci sont occupés. Une telle transition ne peut avoir lieu que lorsqu'un de ces états est excité, c'est-à-dire *lorsqu'il existe une lacune* dans la distribution uniforme envisagée plus haut.

Il est facile de montrer qu'une telle lacune possède précisément toutes les propriétés d'un électron normal sauf une : sa charge est *positive*. Cela est dû au fait que lorsqu'une charge négative manque, l'écart par rapport à la distribution normale, le seul qui compte, est positif. L'énergie d'une telle lacune est *positive* puisqu'il faut ajouter une énergie *négative* à une lacune pour retrouver la distribution uniforme dans laquelle tous les états négatifs sont occupés. Finalement les lois du mouvement d'une lacune sont les mêmes que celles des électrons puisqu'on les déduit toutes d'une seule et même équation, l'équation de Dirac.

Cela étant, lorsqu'il existe une lacune d'énergie  $\varepsilon$  et de quantité de mouvement  $\vec{p}$ , on dit qu'on a un positon caractérisé par

$$(2,6) \quad \vec{p}_+ = -\vec{p}; \quad \varepsilon_+ = -\varepsilon; \quad \varepsilon_+ > 0.$$

De ce point de vue, la création d'une paire d'électrons positif et négatif apparaît comme la transition d'une particule unique d'un état d'énergie négative à un état normal d'énergie positive, le positon étant la lacune qui reste. De même, l'annihilation d'un positon et d'un négaton (électron négatif) se présente comme le passage de l'électron négatif d'un état d'énergie positive à l'état d'énergie négative inoccupé qui correspond au positon considéré.

Il est essentiel de remarquer qu'une seule particule participe à ces processus de création ou de destruction de paires et que par conséquent l'interaction entre le positon et le négaton n'intervient pas.

Ainsi que nous le verrons par la suite, les applications pratiques de ces conceptions n'offrent aucune difficulté. Néanmoins, la théorie prête le flanc à la critique et soulève de graves objections. En particulier, il est fâcheux qu'on soit obligé d'admettre l'existence d'une densité de charge *infinie*, correspondant aux états occupés d'énergie négative, parce qu'il n'existe pas en général de règle unique et bien déterminée pour calculer la différence entre la charge, — infinie —, du vide, et la charge, — également infinie, — qui apparaît après une perturbation. Ces questions ont été étudiées par DIRAC <sup>(21)</sup>, OPPEINHEIMER <sup>(39)</sup> PEIERLS <sup>(42)</sup> et HEISENBERG <sup>(27)</sup>, mais il n'a pas encore été possible d'aboutir à des résultats concluants. Aussi, toutes les applications sont-elles basées exclusivement sur la théorie élémentaire que nous venons d'exposer. Parmi ces applications, citons seulement la formule relativiste de la structure fine et la formule de Klein-Nishina. L'excellent accord de ces formules avec les résultats expérimentaux montre que la théorie définitive devra nécessairement contenir la théorie élémentaire précédente comme une première et très bonne approximation, — au moins entre certaines limites que nous indiquerons plus loin. A ce sujet, on peut également mentionner que les résultats expérimentaux concernant la production de paires par des rayons  $\gamma$  sont en très bon accord quantitatif avec les prévisions de la théorie (voir § 13).

### § 3. Théorie des perturbations ; états intermédiaires

Ainsi que nous l'avons déjà dit, on ne peut pas résoudre rigoureusement le problème défini par l'hamiltonien (2,4) et il faut se contenter d'un calcul de perturbation. Pour cela on néglige d'abord les termes d'in-

teraction et l'on suppose connues les solutions stationnaires correspondant aux systèmes isolés formés par le rayonnement, d'une part, et par les particules, d'autre part. Ensuite on introduit l'interaction comme une perturbation et on calcule les probabilités des transitions qu'elle induit entre les états stationnaires considérés. Notons que dans ce calcul, les forces de Coulomb peuvent être considérées soit comme contenues dans la solution initiale connue, soit aussi comme un terme de perturbation ; nous reviendrons plus tard sur ce point de détail.

La méthode esquissée ci-dessus est bien connue <sup>(18,35)</sup>. Soient  $b_{s^0}$  et  $b_s$  les amplitudes de probabilités de l'état initial et de l'état final et soient  $E^0$  et  $E$  les énergies totales correspondantes. Les indices  $s^0$  et  $s$  désignent l'ensemble de tous les nombres quantiques  $i$  des électrons et  $k$  des oscillateurs harmoniques du champ ; ils fixent donc complètement l'état initial et l'état final du système tout entier.

L'équation du mouvement est

$$(3,1) \quad i\hbar \dot{b}_s = H_{s^0s} e^{i\frac{(E-E^0)t}{\hbar}} b_{s^0}.$$

Avec la condition initiale  $b_s = 0$  pour  $t = 0$ , l'intégration donne

$$(3,2) \quad b_s = H_{s^0s} \frac{e^{i\frac{(E-E^0)t}{\hbar}} - 1}{E - E^0} b_{s^0} ;$$

la probabilité de transition sera par conséquent

$$(3,3) \quad |b_s|^2 = |b_{s^0}|^2 |H_{s^0s}|^2 \cdot \frac{2 \left( 1 - \cos \frac{(E - E^0)t}{\hbar} \right)}{(E - E^0)^2}.$$

Les états possibles  $s$  forment un spectre pratiquement continu et ce qui nous intéresse est le passage non pas à un état d'énergie bien déterminée, mais à un domaine de largeur  $dE$ . Soit  $\rho(E)dE$  la densité d'états par intervalle d'énergie ; la probabilité pour qu'à l'instant  $t$  le système se trouve dans un état  $s$  dont l'énergie ne diffère de  $E^0$  que par  $dE$  sera :

$$(3,4) \quad W_s = \int |b_s|^2 \rho(E) dE = t \cdot \frac{2\pi}{\hbar} |H_{s^0s}|^2 \cdot |b_{s^0}| \cdot \rho(E) \Big|_{E=E^0}$$

en vertu de la formule bien connue

$$(3,5) \quad \int f(E) \frac{1 - \cos \frac{(E - E^0)t}{\hbar}}{(E - E^0)^2} dE = \frac{t\pi}{\hbar} f(E^0),$$



quelle que soit  $f(E)$ . Le résultat (3,4) peut aussi s'énoncer en disant qu'il existe une probabilité par unité de temps pour la transition  $s^0 \rightarrow s$ , égale à

$$(3,6) \quad W_{s^0s} = \frac{2\pi}{h} |H_{s^0s}|^2 \delta(E - E^0) f(E),$$

formule dans laquelle la fonction de Dirac  $\delta(E - E^0)$  exprime la conservation de l'énergie.

Tout ceci ne vaut naturellement qu'en première approximation puisqu'en (3,1) on admet que  $b_s^0$  est indépendant du temps. Au premier abord, il semble possible de passer à des approximations supérieures, par exemple de la manière suivante. On part d'un état bien défini et l'on considère tout d'abord les transitions effectuées pendant un très court intervalle de temps, entre cet état et divers autres états possibles. On prend ensuite l'ensemble de ces états secondaires comme nouveau point de départ et on calcule les probabilités des transitions analogues aux précédentes, et ainsi de suite. On peut espérer obtenir de cette façon une meilleure valeur de la probabilité de l'état final. Malheureusement, cela est impossible parce que le processus décrit plus haut est divergent. Le nombre des états est infini à cause du nombre infini d'oscillateurs harmoniques qui constituent le rayonnement ; le procédé indiqué plus haut conduit toujours à des sommes infinies (<sup>41</sup>, <sup>51</sup>, <sup>52</sup>), qui divergent et qui ne peuvent avoir par conséquent aucun sens physique bien déterminé.

Ainsi, la valeur que nous avons trouvée plus haut constitue le premier terme d'un développement *qui diverge*. Il est clair que l'emploi d'un tel développement est loin d'être satisfaisant et l'on ne s'y résout qu'à défaut d'autre méthode de calcul plus précise et plus correcte. D'ailleurs, on a constaté que cette « première approximation » fournit toujours des résultats raisonnables qui se raccordent à ceux de la théorie classique et qui suivent de près le principe de correspondance. Elle suffit pour rendre compte de tous les phénomènes optiques habituels, y compris ceux dont le calcul est plus délicat comme par exemple l'élargissement des raies spectrales.

En dehors des difficultés précédentes le problème en présente une autre, qu'on surmonte d'ailleurs aisément. L'hamiltonien (2,4) ne contient que des termes exprimant l'interaction entre une onde électromagnétique et un électron ou entre deux électrons, mais il n'y a pas de

THÉORIE DES CHOCs ET DU RAYONNEMENT

terme concernant l'interaction entre plusieurs électrons. Il peut arriver alors que les états initial et final qui nous intéressent dans un problème particulier soient tels *qu'il n'existe pas de transition directe possible entre eux*. Il en est ainsi par exemple dans le cas de l'effet Raman, c'est-à-dire dans le phénomène de l'absorption d'un photon par un système atomique et la réémission d'un second photon d'énergie différente, la différence étant transférée à l'atome. Le point essentiel dans ce processus est l'existence d'un état intermédiaire (à savoir : atome excité, absence de photons) qui peut servir de point d'arrivée ou de départ pour une transition possible aussi bien vers l'état initial que vers l'état final. Il est évident qu'on peut aboutir à tous les états permis (c'est-à-dire compatibles avec les lois de conservation) en passant d'abord par un ou plusieurs états intermédiaires.

Considérons un état tel qu'il n'y ait pas de transition directe possible entre lui et l'état initial du système considéré. Admettons qu'il existe une ou plusieurs successions d'états intermédiaires distinctes mais composées du même nombre d'étapes, qui y conduisent et soient  $s', s'', \dots, s^x$  les nombres quantiques de ces états. Les équations (3,1) qui donne les amplitudes de probabilité seront remplacées dans ce cas par une série d'équations consécutives :

$$(3,7) \left\{ \begin{array}{l} a) \quad i\hbar \dot{b}_{s'} = H_{s_0 s'} e^{\frac{i(E' - E^0)t}{\hbar}} b_{s_0}; \quad b_{s'} = H_{s_0 s'} \frac{e^{\frac{i(E' - E^0)t}{\hbar}} - 1}{E' - E^0} b_{s_0} \\ b) \quad i\hbar \dot{b}_{s''} = \sum_{s'} H_{s' s''} e^{\frac{i(E'' - E')t}{\hbar}} b_{s'} \\ \quad = \sum_{s'} \frac{H_{s_0 s'} H_{s' s''}}{(E' - E^0)} \left[ e^{\frac{i(E'' - E^0)t}{\hbar}} - e^{\frac{i(E'' - E')t}{\hbar}} \right] b_{s_0} \\ c) \quad i\hbar \dot{b}_s = \sum_{s^x} H_{s^x s} e^{\frac{i(E - E^x)t}{\hbar}} b_{s^x} \\ \quad = \sum_{s' s'' \dots s^x} \frac{H_{s_0 s'} H_{s' s''} \dots H_{s^x s}}{(E' - E^0)(E'' - E') \dots (E^x - E^{x-1})} b_{s_0} \\ \quad \quad \left\{ e^{\frac{i(E - E^0)t}{\hbar}} + \text{termes de périodes différentes} \right\}. \end{array} \right.$$

La conservation de l'énergie ne doit pas et ne peut pas être réalisée que pour l'état initial et l'état final ( $E^0 = E$ ) au moins si la succession

des états intermédiaires est la plus courte possible. Les termes des formules (3,7c) qui contiennent d'autres exposants que  $E^0 - E$  donnent après la sommation finale des expressions purement périodiques qui ne croissent donc pas au cours du temps et peuvent par conséquent être omis. Les termes essentiels de (3,7c) ont alors la même forme que (3,1) si l'on pose

$$(3,8) \quad H_{s^0s} = \sum_{s', s'', \dots, s^x} \frac{H_{s^0s'} H_{s's''} \dots H_{s^x s}}{(E' - E^0)(E'' - E') \dots (E^x - E^{x-1})}$$

et l'on retrouve le résultat (3,6) dans lequel on a simplement remplacé  $H_{s^0s}$  par l'expression (3,8).

La somme dans (3,8) s'étend à tous les chemins intermédiaires entre les états  $s^0$  et  $s$ , comportant le même nombre d'étapes. On pourrait croire au premier abord qu'on doit se heurter ici aux mêmes difficultés qu'on rencontre lorsqu'on veut calculer la seconde approximation du calcul de perturbation décrite plus haut. Cependant, on a ici en général un nombre fini d'états intermédiaires et on peut obtenir par conséquent des résultats bien définis pourvu que l'on se borne au chemin le plus court entre  $s^0$  et  $s$ . Nous verrons d'ailleurs au paragraphe suivant que le choix des étapes intermédiaires est déterminé d'une manière univoque dans les cas qui nous préoccupent (\*).

Précisons un peu la manière dont on doit appliquer ce formalisme au cas des niveaux d'énergie négative et au cas des positons. La création d'une paire signifie, ainsi que nous l'avons indiqué, le passage d'un électron d'un état d'énergie négative à un état normal, le positon étant la lacune restante. Normalement, tous les états d'énergie négative étant occupés ils doivent être considérés comme des états initiaux possibles ; la probabilité de la création d'une paire sera la somme des

(\*) En général on peut dire que l'insuffisance de la théorie élémentaire se manifeste toujours par l'apparition d'un nombre infini d'états intermédiaires. Les problèmes de ce type les plus importants, sont les suivants : recherche des approximations plus élevées des questions traitées ici ; traitement correct de l'interaction relativiste des particules ; calcul de l'énergie propre d'un photon ou d'un électron ; diffusion mutuelle de deux quanta (voir § 6) ; diffusion de la lumière par un noyau ; séparation de la charge effective d'avec la charge totale infinie due aux électrons dans les états négatifs.

Pour ce dernier problème, on a essayé de donner des règles permettant d'éviter les divergences ; ces règles sont cependant encore trop spéciales et trop compliquées pour qu'elles puissent être regardées comme constituant une solution satisfaisante. Dans ce mémoire nous avons renoncé à discuter ces questions en détail, malgré qu'elles soient sans aucun doute intimement liées aux difficultés de la théorie élémentaire.

probabilités des transitions ayant un état d'énergie négative comme point de départ. D'autre part, ces mêmes états négatifs sont presque tous occupés, donc interdits comme états finaux, comme niveaux d'arrivée. La probabilité de transition vers un tel état sera donc nulle [même si l'on peut écrire formellement une expression du type (3,6)] sauf s'il est inoccupé donc sauf s'il y a un positon présent ; dans ce cas on applique la formule (3,6) à la manière ordinaire.

Pour élucider le cas des états *intermédiaires* d'énergie négative, prenons comme exemple l'effet Compton. Dans ce cas l'état initial est la configuration formée par un photon et par un électron au repos. Tandis que dans l'état final on a un photon d'énergie moindre que le précédent et un électron en mouvement. Les transitions directes sont impossibles à cause de l'absence d'interaction simultanée entre deux oscillateurs du champ et un électron. On peut alors imaginer que le passage entre ces deux états se fait de la manière suivante :

1) L'électron saute à un état intermédiaire avec absorption du quantum initial (une autre possibilité serait l'émission du quantum final) ; et ensuite

2) il passe à l'état final en émettant le quantum final (ou encore en absorbant le quantum initial).

La conservation de l'énergie n'étant pas exigée pour les étapes intermédiaires on peut admettre que l'état intermédiaire soit un état à énergie négative ; en fait on a trouvé qu'on *doit* également prendre comme états intermédiaires ces états négatifs sous peine d'obtenir des résultats incomplets. Donc l'électron *doit* passer par des états intermédiaires négatifs ; or, ceux-ci sont occupés. Il semble donc qu'il y ait là une contradiction, mais il n'en est rien et on peut l'éviter en imaginant un autre mode de passage, à savoir le suivant :

On a au début, à côté du photon et de l'électron initial, un autre électron dans un état d'énergie négative qui correspond à l'état intermédiaire de l'interprétation donnée plus haut ; ensuite, ce second électron émet un photon passant ainsi à l'état final et constituant l'électron final. Il laisse derrière lui une lacune. L'électron *initial* comble cette lacune en absorbant le photon initial.

Le calcul des probabilités de transition avec cette deuxième interprétation de faits se poursuit exactement de la même façon qu'avec la première, parce que les éléments de matrice qui interviennent sont identiques dans les deux cas.

On voit aisément qu'une telle interprétation est toujours possible et qu'on peut utiliser par conséquent les formules établies sans s'inquiéter si les états intermédiaires sont occupés ou non.

Cette remarque simple ne se trouve pas dans la littérature du sujet et il sera utile peut-être de l'élucider par un autre exemple. Examinons la dispersion de la lumière par un atome compliqué, ayant un certain nombre d'orbitales intérieures occupées.

On peut décrire la dispersion comme l'absorption d'un photon, suivie immédiatement de l'émission d'un autre photon de même fréquence. Comme états intermédiaires on doit prendre tous les états possibles de l'électron, — la conservation de l'énergie ne devant pas nécessairement être respectée. Lorsque l'atome est excité, les états inférieurs donneront aussi une contribution, qui sera la « dispersion négative ». Mais devra-t-on considérer aussi comme états intermédiaires possibles les niveaux intérieurs déjà occupés ? Il est clair que non, parce qu'il s'agirait alors d'un problème de deux électrons. Les transitions entre deux orbitales occupées toutes les deux, n'interviennent pas les deux électrons donnant des contributions égales et de signes contraires qui se compensent. Cela résulte du fait que les éléments de matrice ont exactement la même forme, mais contiennent le dénominateur  $(E' - E'')$ , qui change de signe lorsque l'ordre des états initial et final est renversé.

On voit donc qu'on ne rencontre jamais de difficultés dans l'application de la théorie générale, pourvu toutefois qu'on analyse correctement les processus de transition, ainsi que nous l'avons indiqué sur les exemples précédents.

#### § 4. Éléments de matrice ; section d'action

Comme on le voit d'après (3,8), les probabilités (3,6) dépendent des éléments de matrices relatifs à l'interaction décrite par l'hamiltonien (2,4) entre les électrons et les ondes électriques du champ. Ce sont ces éléments de matrices qui représentent les grandeurs réellement importantes du problème.

Leur valeur dépend naturellement du choix des états stationnaires qu'on prend comme point de départ. Ainsi que nous l'avons indiqué, on peut procéder de deux manières différentes, soit en englobant les forces

THÉORIE DES CHOCS ET DU RAYONNEMENT

de Coulomb dans l'approximation zéro, soit en les considérant aussi comme des perturbations. Il est évident que le second procédé est plus simple car dans ce cas les fonctions propres sont des ondes planes tandis que dans le premier cas il faut partir des solutions rigoureuses d'un problème à plusieurs particules, dont la résolution ne laisse pas d'offrir de grosses difficultés.

Nous envisageons tout particulièrement dans ce travail des phénomènes à grande énergie, pour lesquels les énergies de liaison sont faibles par rapport à celles du mouvement ; par conséquent l'adoption du second procédé — ondes initiales planes — est tout à fait légitime ; c'est elle que nous adopterons désormais.

En absence de champ extérieur, l'équation de Dirac (2,2) a comme solution

$$(4,1) \quad \psi = ue^{\frac{i}{\hbar c}(\vec{p} \cdot \vec{r})}; \quad \varepsilon^2 = p^2 + \mu^2,$$

$u$  étant une grandeur à 4 composantes sur laquelle opèrent les matrices de Dirac  $\vec{\alpha}$  et  $\beta$ . Pour chaque valeur de la quantité de mouvement  $\vec{p}$  on a quatre solutions correspondant aux deux signes possibles de l'énergie et aux deux orientations possibles du spin. Le tableau suivant <sup>(29)</sup> donne les valeurs de  $u$ , en fonction des composantes de la quantité de mouvement.

Solutions des équations de DIRAC

$$\psi = ue^{\frac{i}{\hbar c}(\vec{p} \cdot \vec{r})}$$

Energie	Spin	Facteur de normalisation	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4$
$\varepsilon > 0$	$\uparrow$	$\frac{\varepsilon + \mu}{\sqrt{2(\varepsilon^2 + \mu^2)}} \approx \frac{1}{\sqrt{2}}$	I	0	$\frac{p_z}{\varepsilon + \mu}$	$\frac{p_x - ip_y}{\varepsilon + \mu}$
	$\downarrow$		0	I	$\frac{p_x + ip_y}{\varepsilon + \mu}$	$\frac{-p_z}{\varepsilon + \mu}$
$\varepsilon < 0$	$\uparrow$	$\frac{ \varepsilon  + \mu}{\sqrt{2(\varepsilon^2 + \mu^2)}} \approx \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{p_x + ip_y}{- \varepsilon  + \mu}$	$\frac{-p_z}{- \varepsilon  + \mu}$	0	I
	$\downarrow$		$\frac{p_z}{- \varepsilon  + \mu}$	$\frac{p_x - ip_y}{- \varepsilon  + \mu}$	I	0

Cela étant, considérons l'hamiltonien (2,4) ; il contient deux termes d'interaction. Le premier

$$(4,2) \quad \sum_i e_i(\vec{\alpha}_i, \vec{A}) = \sum_{i,k} e_i q_k(\vec{\alpha}_i, \vec{A}_k),$$

(cf. (2,1)), donne le couplage entre électrons et le champ de rayonnement. C'est une somme de termes contenant les variables d'un seul électron et d'un seul oscillateur ; il ne peut donc fournir que des éléments de matrice correspondant au saut d'un seul électron avec émission ou absorption d'un seul photon. L'élément de matrice, correspondant à la variable  $q_k$  d'un oscillateur et aux transitions permises  $n \rightarrow n \pm 1$ , a la forme bien connue

$$(4,3) \quad \begin{cases} q_k = (n \rightarrow n - 1) = \sqrt{\frac{\hbar n}{2\omega_k}} = \sqrt{\frac{\hbar^2 n}{2k}} \\ q_k = (n \rightarrow n + 1) = \sqrt{\frac{\hbar(n+1)}{2\omega_k}} = \sqrt{\frac{\hbar^2(n+1)}{2k}}. \end{cases}$$

L'élément de la transition complète  $\vec{p}^0 \rightarrow \vec{p}$  ;  $n_k \rightarrow n_k \pm 1$  se déduira par les règles connues [cf. (2,1) et (4,1)] et aura la forme

$$(4,4) \quad H_{p^0 n_k; p, n_k \pm 1} = e \sqrt{\frac{\hbar^2 [n(+1)]}{2k}} [u^0(\vec{\alpha} \vec{e}_k)u] \sqrt{4\pi c^2} \int e^{\frac{i}{\hbar c}(\vec{p}^0 - \vec{p} + \vec{k}) \cdot \vec{r}} d\vec{r}$$

formule dans laquelle  $[n(+1)]$  est égale à  $n$  pour la transition  $n \rightarrow n - 1$  et à  $n + 1$  pour  $n \rightarrow n + 1$ .

La somme n'est différente de zéro que s'il y a conservation de la quantité de mouvement

$$(4,4a) \quad \vec{p}^0 - \vec{p} = -k,$$

et nous obtenons finalement, en ne considérant que les transitions entre les deux niveaux les plus profonds de l'oscillateur linéaire

$$(4,5) \quad H_{p^0_0; p_{1k}} = H_{p^0_{1k}, p_0} = e \sqrt{\frac{2\pi \hbar^2 c^2}{k}} [u_0(\vec{\alpha} \vec{e}_k)u].$$

Remarquons que la charge de l'électron entre linéairement dans cette formule.

L'interaction de Coulomb se compose additivement de termes con-

tenant les variables de deux particules seulement, qui ne fourniront donc que des éléments de matrice relatifs à un saut de deux particules.

On aura encore en appliquant les règles connues

$$(4,6) \quad H_{p_1^0 p_2^0, p_1 p_2} = e_1 e_2 (u_1^0 u_1) (u_2^0 u_2) \iint \frac{e^{\frac{i}{\hbar c} [(\vec{p}_1^0 - \vec{p}_1) r_1 + (\vec{p}_2^0 - \vec{p}_2) r_2]}}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} d\tau_1 d\tau_2 \\ = e_1 e_2 \cdot 4\pi \hbar^2 c^2 \frac{(u_1^0 u_1) (u_2^0 u_2)}{q^2},$$

toujours dans l'hypothèse que la quantité de mouvement se conserve

$$(4,7) \quad \vec{q} = \vec{p}_1^0 - \vec{p}_1 = -\vec{p}_2^0 + \vec{p}_2.$$

On arrive aisément à ce résultat en utilisant la formule (\*)

$$(4,8) \quad \varphi(r_2) = \int \frac{1}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} e^{\frac{i}{\hbar c} (\vec{q} \cdot \vec{r}_1)} d\tau_1 = \frac{4\pi^2 \hbar^2 c^2}{q^2} e^{\frac{i}{\hbar c} (\vec{q} \cdot \vec{r}_2)}.$$

Pour l'interaction d'un électron avec un noyau de charge  $Ze$ , on peut négliger la réaction de ce dernier et écrire simplement

$$(4,9) \quad H_{p^0 p} = -Ze^2 \cdot 4\pi \hbar^2 c^2 \frac{(u^0 u)}{|\vec{p}^0 - \vec{p}|^2}.$$

Cependant, un autre problème se pose ici. Si le noyau est entouré d'électrons périphériques son action sera diminuée par l'effet d'écran<sup>(2,4)</sup>. On peut en tenir compte en faisant appel au potentiel électrique de l'atome tout entier

$$(4,10) \quad V = -e \left\{ \frac{eZ}{r} - \int \frac{\rho(\mathbf{R})}{|\vec{r} - \mathbf{R}|} d\tau_{\mathbf{R}} \right\},$$

où  $\rho(\mathbf{R})$  est la densité de charge des électrons atomiques en fonction d'un rayon vecteur  $\mathbf{R}$ . L'élément de matrice correspondant à la transition qui cède au noyau la quantité de mouvement  $\vec{q} = \vec{p}^0 - \vec{p}$  sera donc

$$(4,11) \quad H_{p^0 p} = -e^2 \cdot 4\pi \hbar^2 c^2 (u^0 u) [Z - f(q)],$$

(\*)  $\varphi(r_2)$  est le potentiel d'une distribution de la forme  $e^{\frac{i}{\hbar c} (\vec{q} \cdot \vec{r}_1)}$  au point  $\vec{r}_2$ ; on a

$$\Delta \varphi = 4\pi \varphi = 4\pi e^{\frac{i}{\hbar c} (\vec{q} \cdot \vec{r})},$$

et l'on obtient immédiatement (4,8)<sup>(2)</sup>.



où

$$(4,12) \quad f(q) = \int \rho(\mathbf{R}) e^{\frac{i}{\hbar c} (\vec{q} \cdot \vec{R})} d\tau_{\mathbf{R}}$$

est le facteur de « forme atomique » bien connu. On peut vérifier immédiatement (4,11) au moyen de (4,12) et (4,8). Nous verrons que cet effet d'écran devient important dans certains cas (§§ 12 et 13).

Pour achever le calcul, il suffit d'ajouter quelques indications sur les facteurs de normalisation. Ainsi que nous l'avons déjà mentionné, la transition vers un état parfaitement déterminé n'est pas intéressante en elle-même. Ce qui est intéressant et ce qu'on peut observer, est la transition dont l'arrivée n'est pas précise à ce point, mais a lieu dans un petit intervalle entourant l'état précédent. La probabilité correspondante (3,6) contient par conséquent  $\rho(E)$ , le nombre d'états finaux situés dans cet intervalle. Ces facteurs de densité sont simplement le nombre d'états par unité de volume, par unité d'angle solide et par unité d'intervalle d'énergie.

Pour des ondes planes la densité est

$$(4,13) \quad \rho_p d^3p = \frac{\Omega p^2 dp}{(2\pi\hbar)^3},$$

en unités usuelles de quantité de mouvement. Avec nos unités d'énergie on aura pour des électrons (remplacer  $p$  par  $cp$  et  $\varepsilon^2 = p^2 + \mu^2$ ) :

$$(4,14) \quad \rho_\varepsilon d\varepsilon = \frac{\Omega p \varepsilon d\varepsilon}{(2\pi\hbar c)^3},$$

et pour des photons (remplacer  $p$  par  $\hbar k$  et  $\hbar\omega = \hbar k c$ ) :

$$(4,15) \quad \rho_k dk = \frac{\Omega k^2 dk}{(2\pi\hbar c)^3}.$$

Il faut introduire un pareil facteur pour chaque particule ou photon dont la quantité de mouvement n'est pas déterminé d'avance.

Enfin, le procédé plus commode pour exprimer les résultats est le calcul des *sections d'action*. Considérons un flot d'électrons tombant, à raison d'un électron par seconde et par centimètre carré, sur un obstacle qui en dévie une partie. La fraction  $\Phi$ , d'électrons déviés par centimètre carré, est une grandeur ayant les dimensions d'une surface et qu'on appelle la *section d'action*. Nos fonctions d'ondes précédentes ont été normalisées par centimètre cube. Une particule décrite par une telle onde traversera donc une surface de 1 centimètre carré  $v$  fois par se-

conde,  $v$  étant sa vitesse. La probabilité par traversée,  $\Phi$ , s'obtiendra en divisant la probabilité déjà calculée  $W$  par  $v$  et nous aurons

$$(4,16) \quad \Phi = \frac{W\Pi_\rho}{v} = \begin{cases} \frac{W\Pi_\rho\varepsilon^0}{\hbar^0 c} & \text{pour un électron incident} \\ \frac{W\Pi_\rho}{c} & \text{pour un photon incident,} \end{cases}$$

où  $\Pi_\rho$  est le produit des facteurs de densité.

Il est facile de généraliser ces résultats à des chocs multiples, auxquels participent plusieurs particules ou photons. On calcule d'abord la probabilité de transition pour des états initiaux bien définis, et on prend ensuite sur la somme les distributions réelles.

Deux cas sont particulièrement importants.

Pour la création de positons, on admet naturellement que tous les états d'énergie négative sont occupés et peuvent figurer comme points de départs possibles. Les noyaux sont toujours entourés par les électrons atomiques (spécialement de la couche K), ce qui signifie que la présence d'électrons près d'un noyau n'est pas fortuite. Par conséquent, des effets où ces électrons atomiques interviennent sont toujours possibles. Ces effets peuvent être traités par les méthodes développées ici, en introduisant simplement une expression convenable pour le facteur de densité.

La densité électronique par unité de volume autour d'un noyau, due aux électrons de la couche K, est <sup>(4a)</sup>

$$(4,17) \quad \rho = \frac{1}{\pi} \left( \frac{Z}{a_0} \right)^3 = \frac{1}{\pi} \left( \frac{Z}{137} \right)^3 \left( \frac{mc}{\hbar} \right)^3,$$

ce qui signifie que les électrons sont approximativement distribués d'une manière uniforme sur une région ayant les dimensions de l'orbite de Bohr  $a_0/Z$ .

Ces électrons ont tous une énergie  $\approx \mu$ , l'énergie de liaison étant «  $\mu$ . La déviation peut être négligée pour des processus où interviennent des énergies  $> \mu$ . Dans ce cas, on peut traiter les électrons K comme des électrons libres d'une énergie  $\varepsilon \approx \mu$ . On calcule les probabilités de transition pour cette limite et on multiplie par la densité réelle  $\rho$  de (4,17), au lieu d'introduire le facteur de densité  $\rho_\varepsilon d\varepsilon$  de (4,14). On voit alors que la probabilité de transition contiendra généralement un facteur de l'ordre de  $(Z/137)^3$ .

Une fois ces détails précisés, la marche du calcul est très simple. Pour

un processus donné, on cherche d'abord la succession d'états intermédiaires qui conduisent à l'état final. L'élément de matrice est alors donné par (3,8) formule dans laquelle on introduit les résultats de (4,4) et (4,6). On obtient la section d'action, au moyen de (3,6) et (4,16) en utilisant (4,14) et (4,15) pour des valeurs de la quantité de mouvement, pour des directions de spin et pour des polarisations données. En général cependant, on cherche des valeurs globales des sections d'action déduites des précédentes par intégrations sur toutes les directions possibles, etc. Cette dernière étape du calcul est la seule qui puisse présenter quelques difficultés, les expressions à intégrer pouvant être très compliquées ; néanmoins, ces difficultés ne sont jamais autres que celles d'une quadrature.

### § 5. Interaction relativiste ; forces retardées

Au premier abord notre hamiltonien (2,4) semble incomplet ; en effet il n'est pas du tout évident qu'il puisse suffire pour rendre compte des effets relativistes c'est-à-dire des forces retardées et de l'interaction magnétique des spins. On connaît les difficultés insurmontables que présente en théorie classique le problème de l'interaction entre deux particules lorsqu'on veut tenir compte de la relativité ; insoluble rigoureusement en théorie classique, ce problème reste *a fortiori* inattaquable en théorie quantique. Cependant, on peut en donner quand même une solution approchée et nous constaterons que cette solution est implicitement contenue dans le formalisme qui précède, ce qui est très satisfaisant et propre à dissiper les doutes que nous formulions plus haut.

La méthode de résolution a été indiquée par Möller <sup>(36, 37)</sup>, Bethe et Fermi <sup>(5)</sup> ; il suffit de la généraliser très légèrement pour la rendre applicable à tous les cas <sup>(43, 30)</sup>. Elle nous fournit en même temps un exemple intéressant de la manière dont on doit utiliser les passages par des états intermédiaires.

Dans ce qui précède, nous avons introduit l'interaction de Coulomb en suivant le procédé qu'on utilise d'habitude à cet effet. Cette interaction donne lieu à des éléments de matrice (4,6) qui correspondent à des transferts de quantité de mouvement entre deux particules. Or, les éléments (4,5), correspondant à l'interaction d'une particule avec le champ de rayonnement, dépendent *linéairement* de  $e$ . Il s'ensuit qu'on peut obtenir également une transition du type (4,6) par l'intermédiaire

d'un état qui comporte un seul oscillateur excité : première étape, l'une des particules émet un photon ; seconde étape, le photon est absorbé par la seconde particule et c'est le photon qui transporte la quantité de mouvement. La contribution de cet effet doit être ajoutée aux éléments de matrice (4,6).

Considérons la transition

$$(5,1) \quad \vec{p}_1^0 + \vec{p}_2^0 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2.$$

Elle peut s'effectuer en deux étapes, comme nous venons de l'indiquer, et cela de deux manières différentes, qu'on peut caractériser par les relations suivantes *a*) et *b*) entre les quantités de mouvement respectives :

$$(5,2) \quad a) \left\{ \begin{array}{l} \vec{p}_1^0 = \vec{p}_1 + \vec{k}_1 \\ \vec{k}_1 + \vec{p}_2^0 = \vec{p}_2 \end{array} \right. \quad b) \left\{ \begin{array}{l} \vec{p}_2^0 = \vec{p}_2 + \vec{k}_2 \\ \vec{k}_2 + \vec{p}_1^0 = \vec{p}_1. \end{array} \right.$$

On déduit de ces relations

$$(5,3) \quad a) \vec{k}_1 = \vec{p}_1^0 - \vec{p}_1 = \vec{q} \quad \text{et} \quad b) \vec{k}_2 = \vec{p}_2^0 - \vec{p}_2 = -\vec{q}.$$

Les vecteurs  $\vec{k}$  sont donc complètement déterminés ; la transition ne peut donc s'effectuer que par l'intermédiaire d'un seul oscillateur déterminé parmi ceux qui constituent le rayonnement (ou au moyen de deux autres, vibrant en sens opposés). On obtient l'élément de matrice dû au rayonnement en appliquant la règle (3,8) concernant les états intermédiaires et en étendant la somme aux étapes *a*) et *b*) ; il vient

$$(5,4) \quad H_{II} = -e_1 e_2 \cdot \frac{2\pi \hbar^2 c^2}{q} \sum (u_1^0 \vec{x}_1 \vec{e} u_1) (u_2^0 \vec{x}_2 \vec{e} u_2) \left[ \frac{1}{q + \varepsilon_1 - \varepsilon_1^0} + \frac{1}{q + \varepsilon_2 - \varepsilon_2^0} \right].$$

La somme qui figure dans cette formule s'étend aux deux directions de polarisation possibles (orthogonales d'ailleurs à  $\vec{k}$ , lequel est lui-même parallèle à  $\vec{q}$ ). En prenant un système de coordonnées rectangulaires dont l'axe *z* coïncide avec la direction de  $\vec{k}$  et les axes *x* et *y* avec les deux directions de polarisation, c'est-à-dire

$$e_{x_1} = 1, \quad e_{y_1} = e_{z_1} = 0$$

et

$$e_{y_2} = 1, \quad e_{x_2} = e_{z_2} = 0,$$

on a pour deux vecteurs quelconques  $\vec{a}$  et  $\vec{b}$

$$\sum (\vec{a} \vec{e})(\vec{b} \vec{e}) = a_x b_x + a_y b_y = (\vec{a} \vec{b}) - a_z b_z = (\vec{a} \vec{b}) - \frac{1}{q^2} (\vec{a} \vec{q})(\vec{b} \vec{q}),$$

et par conséquent pour (5,4) qui est toujours de la forme  $\sum (\vec{a} \vec{e})(\vec{b} \vec{e})$ :

$$(5.5) \quad H_{\text{II}} = -\frac{e_1 e_2 2\pi \hbar^2 c^2}{q} [(u_1^0 \vec{x}_1 u_1)(u_2^0 \vec{x}_2 u_2) - \frac{1}{q^2} (u_1^0 \vec{x}_1 \vec{q} u_1)(u_2^0 \vec{x}_2 \vec{q} u_2)] \\ \times \left[ \frac{1}{q + \varepsilon_1 - \varepsilon_1^0} + \frac{1}{q + \varepsilon_2 - \varepsilon_2^0} \right].$$

L'élément de matrice total pour la transition (5,1) est la somme des contributions (4,6) et (5,5) et devient alors

$$(5.6) \quad H_{p_1^0 p_2^0, p_1 p_2} = H_{\text{I}} + H_{\text{II}} = \frac{e_1 e_2 \cdot 4\pi \hbar^2 c^2}{q^2} (u_1^0 u_1)(u_2^0 u_2) + H_{\text{II}},$$

qui est la généralisation relativiste de (4,6).

Pour mieux saisir le sens physique de cette formule (5,6) considérons le cas particulier où l'énergie est également conservée, (c'est-à-dire où la transition (5,1) constitue le processus total du passage entre l'état initial et l'état final et non pas uniquement une étape entre deux états intermédiaires. On a alors en plus

$$\varepsilon_1^0 - \varepsilon_1 = -(\varepsilon_2^0 - \varepsilon_2),$$

et à l'aide de l'équation de Dirac

$$\left( \frac{\vec{\alpha} \vec{p}}{\alpha} + \beta \mu \right) u = \varepsilon u, \\ u^0 \frac{\vec{\alpha}}{\alpha} (\vec{p}^0 - \vec{p}) u = (\varepsilon^0 - \varepsilon) (u^0 u),$$

on obtient aisément (cf. Bethe et Fermi) :

$$(5.7) \quad H_{p_1^0 p_2^0, p_1 p_2} = \frac{e_1 e_2 4\pi \hbar^2 c^2}{q^2 - (\varepsilon_1^0 - \varepsilon_1)^2} [(u_1^0 u_1)(u_2^0 u_2) - (u_1^0 \vec{x}_1 u_1)(u_2^0 \vec{x}_2 u_2)].$$

(5,7) est la formule de Möller qui met en évidence par son second membre l'interaction directe des spins, et qui tient compte des « forces retardées » en remplaçant le vecteur  $\vec{q}$  par le vecteur à quatre dimensions  $\left\{ \vec{q}, \varepsilon^0 - \varepsilon \right\}$ .

Lorsque les énergies cinétiques des particules sont petites par rapport à l'énergie au repos, les quantités  $(u^0 \vec{x} u)$  sont négligeables par rapport à l'unité (elles sont de l'ordre de  $v/c$ , tandis que les  $u^0 u$  sont de

l'ordre de l'unité) ; les effets relativistes peuvent donc être négligés dans ce cas. En particulier, il est en ainsi pour l'interaction d'un électron avec un noyau.

Pour des processus plus compliqués il faut envisager aussi d'autres possibilités d'étapes intermédiaires. Par exemple, considérons un choc de trois électrons 1, 2, 3. L'échange d'énergie et de quantité de mouvement peut se faire de la manière suivante : 1 émet un quantum  $k_1$ , 2 émet un quantum  $k_2$ , 3 absorbe  $k_1$ , 1 absorbe  $k_2$ . Il y a six processus analogues possibles, correspondant aux six permutations de 3 particules ; pour une discussion complète des effets relativistes il faut en tenir compte et les ajouter à ceux qui interviennent dans l'établissement de l'interaction de Coulomb (5,6), déjà modifiée.

### § 6. Interprétation physique de la théorie ; énumération des processus possibles

Considérons les éléments de matrices (4,5) relatifs à l'interaction entre une particule et le rayonnement ainsi que les éléments (4,6) concernant l'interaction mutuelle de deux particules ; la charge élémentaire  $e$  apparaît linéairement dans les premiers et au carré dans les seconds. L'élément de matrice total (3,8) pour un processus déterminé sera donc caractérisé par une certaine puissance de  $e$ , dont l'exposant dépendra du nombre des états intermédiaires qui sont nécessaires pour passer de l'état initial à l'état final. La valeur de cet exposant nous fournit donc le critère d'une classification naturelle de tous les processus possibles.

Rappelons-nous qu'il faut choisir la succession d'états intermédiaires la plus courte possible. Dans ces conditions, cette succession ne doit comporter qu'un seul terme d'interaction pour chaque oscillateur en interaction avec la matière ou pour chaque particule en interaction avec une autre. Si donc  $e$  figure dans l'élément de matrice à une puissance plus élevée, cela signifie que le processus intéresse un nombre plus grand de photons et de particules qui participent à la transition ; notre classification ordonne donc les différents processus par ordre de complexité.

Cette décomposition en effets de différents ordres correspond aussi à un développement en série par rapport à une grandeur petite devant l'unité.

Le « rayon de l'électron » (voir § 7) défini par

$$(6,1) \quad r_0 = \frac{e^2}{mc^2},$$

étant la seule longueur qu'on puisse former avec  $e$  et  $m$ , il est évident que la section d'action devra contenir  $r_0^2$  en facteur. De plus, la seule constante numérique qui contienne  $e$  est la constante de structure fine

$$(6,2) \quad \frac{e^2}{hc} = \frac{1}{137}.$$

Les puissances de  $e$  supérieures à  $e^4$  (qui est contenu en  $r_0^2$ ) doivent pouvoir s'exprimer à l'aide de cette constante. On le vérifie aisément en effectuant le produit des facteurs des éléments de matrices, etc., pour un processus quelconque. Cela donne déjà une idée de l'importance relative des divers effets, mais naturellement ne rend pas superflu le calcul exact, à cause des facteurs numériques et surtout des fonctions homogènes de  $\frac{\varepsilon^0}{mc^2}$  qui restent à déterminer. Ces dernières peuvent même produire un renversement de l'ordre de la classification, ainsi que nous le verrons plus loin.

Un tel développement en  $e$  (ou bien en  $e^2$ ) n'est justifié que pour des particules qu'on peut considérer comme presque libres ; notre méthode n'est donc pas appropriée à l'étude des processus dans lesquels l'énergie de liaison d'un électron n'est pas négligeable par rapport à l'énergie totale ; nous n'étudions cependant ici que le cas des grandes énergies (\*).

Il ne faut pas perdre de vue également que nous envisageons ici uniquement le choc d'une particule ou d'un photon incident contre un obstacle, et non pas des chocs multiples qui exigeraient la présence simultanée mais fortuite de trois objets en un même point de l'espace. D'un autre côté, il faudra toujours admettre l'existence d'électrons se trouvant dans des états d'énergie négative et par conséquent d'une participation toujours possible de plusieurs particules au même processus de transition ; enfin, on doit faire entrer en ligne de compte également la possibilité de l'excitation simultanée de plusieurs oscillateurs du champ électromagnétique.

(\*) Des investigations plus approfondies de H. CASIMIR<sup>(14)</sup> et de A. SIEGERT<sup>(48a)</sup>, ont montré que l'influence de la liaison des électrons atomiques ne disparaît pas complètement même à cette limite. Les écarts restent cependant hors des possibilités d'observation et n'ont joué aucun rôle jusqu'à présent dans les discussions sur la nature du rayonnement cosmique.

## THÉORIE DES CHOCS ET DU RAYONNEMENT

La présence des électrons de la couche K dans l'entourage d'un noyau ne peut pas être considérée comme fortuite. L'effet photoélectrique normal fournit l'exemple le plus important. Ici l'absorption du photon est effectuée par l'action du champ de rayonnement et de la force de COULOMB du noyau sur l'électron. Cette action simultanée du noyau et des électrons K fait apparaître généralement un facteur  $(Z/137)^3$  qui multiplie la puissance de  $1/137$ . (Comparer la fin du § 4.)

Avec les restrictions précédentes, le tableau de la page 24 donne tous les processus possibles jusqu'à ceux caractérisés par  $e^{10}$ . La première colonne contient la puissance de  $e$ , la seconde le nombre des particules ( $p$ ) et de quanta ( $q$ ) qui interviennent ; on voit aisément que l'exposant  $\nu$ , correspondant à un processus du type  $np + mq$ , sera égal à

$$(6,3) \quad \nu = 2[2(n - 1) + m],$$

(on se rappellera qu'une paire compte comme une seule particule pour les processus de matérialisation et de dématérialisation). La troisième colonne contient une courte description du phénomène correspondant. Pour faciliter la comparaison, la quatrième donne l'ordre de grandeur de la section d'action dans les cas où elle est connue ; d'une façon plus précise, la formule qui indique cet ordre de grandeur contient outre le facteur commun  $r_0^2$ , un facteur égal à une puissance, — variable suivant les cas, — de la constante de structure fine, un autre facteur égal à une puissance de la charge nucléaire  $Z$ , le tout multiplié enfin par une fonction qui indique l'allure asymptotique (pour des grandes énergies) de la fonction homogène en  $\frac{\epsilon^0}{mc^2}$ . Enfin, dans la dernière colonne on trouvera des renvois à divers mémoires originaux ou aux paragraphes de ce travail, dans lesquels on étudie les processus en question.

Donnons un bref commentaire de ce tableau.

Pour  $e^2$  il n'y a aucun effet possible. La seule possibilité serait l'émission ou l'absorption d'un quantum par un électron isolé et elle ne peut pas être réalisée parce que dans ce cas la condition de conservation de la quantité de mouvement ne serait pas satisfaite, les relations entre l'énergie et la quantité de mouvement affectant une forme différente suivant qu'il s'agit d'électrons ou de photons.



Tableau des effets possibles

Puissance de $e$	Nombre de particules ( $p$ ) et de quanta ( $q$ )	Description sommaire de l'effet	Ordre de grandeur de la section d'action	Références
$e^2$	$1p + 1q$	—	0	—
	$2p$	1) Choc de deux particules (ralentissement ordinaire).	$Zr_0^2 \log \frac{\varepsilon^0}{\mu}$	§ 9, (27, 28, 10)
	$1p + 2q$	2) Effet Compton.	$Zr_0^2 \frac{\mu}{\varepsilon^0} \log \frac{\varepsilon^0}{\mu}$	§ 10, (33)
$e^4$	$1p + 2q$	3) Annihilation d'une paire avec émission de $2q$ .	$Zr_0^2 \frac{\mu}{\varepsilon^0} \log \frac{\varepsilon^0}{\mu}$	§ 11, (19)
	$2p + 1q$	1) Rayonnement de freinage.	$Zr_0^2 \log \frac{\varepsilon^0}{137 \mu}$	§§ 12, 14, (29, 32, 6)
		2) Production d'une paire par un rayonnement $\gamma$ .	$Zr_0^2 \log \frac{\varepsilon^0}{137 \mu}$	§§ 13, 14, (32, 6, 40)
		3) Effet photoélectrique.	$Zr_0^5 \frac{\mu}{137^4 \varepsilon^0}$	§ 13 (48)
	$1p + 3q$	4) Annihilation d'une paire dans le voisinage d'un noyau avec émission de $1q$ .	—	§ 11, (31)
		5) Effet Compton double.	$Zr_0^2 \frac{\mu}{137 \varepsilon^0} \log \frac{\varepsilon^0}{\mu}$	§ 10, (31)
6) Annihilation d'une paire avec émission de $3q$ .		—	—	
$e^8$	$3p$	1) Production de paires par choc de $2p$ .	$Zr_0^2 \left( \log \frac{\varepsilon^0}{\mu} \right)^3$	§ 15, (31, 38)
		2) Annihilation avec transfert d'énergie, sans rayonnement.	—	§ 11, (13)
	$2p + 2q$	3) Rayonnement double de freinage.	$Zr_0^2 \frac{\mu}{(137)^2} \log \frac{\varepsilon^0}{\mu}$	§ 15, (31)
		4) Production de paires par des rayons $\gamma$ avec émission d'un nouveau quantum.	—	§ 15, (42a)
		5) Annihilation d'une paire au voisinage d'un noyau avec émission de $2q$ .	—	(17)
		6) Diffusion de la lumière par un noyau à l'aide des électrons à énergie négative.	—	—
		7) etc.	—	—
$1p + 4q$	1) Production de 2 paires par un rayonnement $\gamma$ .	$Zr_0^2 \log \frac{\varepsilon^0}{(137)^3 \mu}$	§ 15	
$e^{10}$	$3p + 1q$	—	—	—
	$2p + 3q$	—	—	—
	$1p + 5q$	—	—	—

Pour  $e^4$  on a tout d'abord les effets ordinaires bien connus. Le type  $2p$  correspond aux échanges d'énergie et de moment entre deux particules, qui donnent lieu au ralentissement habituel des rayons  $\alpha$  et  $\beta$  traversant une couche de matière.

On obtient un effet du même ordre en remplaçant l'une des particules précédentes par deux quanta ; c'est une possibilité dont le symbole est  $1p + 2q$  et qui n'est autre que l'effet Compton. Il consiste en l'absorption d'un photon suivie de l'émission d'un autre photon par un électron libre et constitue la principale cause de l'absorption des rayons  $\gamma$ .

Un effet de même nature est l'émission de deux quanta par un électron isolé ; ce processus ne peut cependant avoir lieu que si l'état final est un état d'énergie négative, condition indispensable pour que la conservation de la quantité de mouvement soit réalisée. En effet, l'électron peut sauter à un état d'énergie négative sans que sa quantité de mouvement soit altérée ; les deux photons peuvent être alors émis en des directions opposées sans qu'il y ait recul de l'électron. Cet effet a une grande importance ; il constitue le processus décrit par Dirac d'annihilation d'un électron et d'un positon.

Pour  $e^6$ , on a les possibilités  $2p + 1q$  et  $1p + 3q$ , qu'on peut étudier complètement. Les effets 1) et 2) du type  $2p + 1q$  sont les premiers qu'on rencontre lorsqu'on fait intervenir les noyaux. Ce sont aussi les plus importants : production de rayonnement par des électrons rapides freinés dans le voisinage d'un noyau, et production de paires par des rayons  $\gamma$  tombant également sur un noyau. 3) l'effet photoélectrique normal est de même nature que 2). Un électron de la couche K (au lieu d'un électron de l'ensemble de Dirac) est excité sous l'influence simultanée du noyau et du photon, et l'ordre naturel de cet effet devrait être  $e^6$ . Cependant, la densité électromagnétique (4,17) introduit un facteur  $(Z/137)^3$ . ( $e^6$ , 4) donne une autre possibilité de destruction de positons, mais grâce à la densité comparativement faible des électrons K, son importance est beaucoup moindre que celle du processus de DIRAC ( $e^4$ ,3). La diffusion d'un quantum en deux quanta secondaires par un électron libre, 5), est une sorte d'effet Compton double, intéressant parce qu'il fournit le premier exemple d'un processus multiple ; sa probabilité est cependant inférieure à celle de l'effet Compton ordinaire.

Pour  $e^8$  on a les cas  $3p$ ,  $2p+2q$ ,  $1p + 4q$ . On a étudié le premier ( $3p$ )

et le troisième ( $2p + 2q$ ) ; leur probabilité, quoique non négligeable, est inférieure à celle des processus caractérisés par une puissance de  $e$  moins élevée. Un autre effet de cette catégorie est la diffusion d'un photon par un noyau ( $e^8, 6$ ). Le photon produit d'abord une paire ; la quantité de mouvement est modifiée par l'interaction avec le noyau, après quoi la paire disparaît avec émission du photon diffusé. Cet effet a été envisagé par DELBRÜCK <sup>(17)</sup> pour expliquer certaines anomalies de la diffusion des rayons  $\gamma$ .

Pour  $e^{10}$ , le nombre de processus possibles est déjà grand ; nous avons renoncé à les décrire tous en détail. Le plus important est probablement la production simultanée de deux paires par un photon dans le voisinage d'un noyau, parce qu'on semble l'avoir déjà observé dans certains cas sur des photographies de gerbes.

Pour que notre tableau soit complet il faut aussi y inclure les phénomènes analogues à ceux qui ont lieu en présence d'un noyau, mais dans lesquels au lieu d'un noyau on considère un électron. Les processus de cette nature ont été considérés par Francis Perrin <sup>(43)</sup> qui a écrit les relations déduites des lois de conservation. Ces relations diffèrent peu de celles qu'on peut écrire dans le cas d'un noyau, parce que l'électron prend toujours une fraction considérable de l'énergie initiale, grâce à la petitesse de sa masse. En général, les probabilités sont plus faibles pour un électron que pour un noyau. En effet, dans le premier cas la charge intervient au moins par son carré ; dans le second cependant, on a un facteur  $Z^2$  qui ne peut être compensé, même en tenant compte du facteur  $Z$  qui apparaît à cause du nombre d'électrons présents. De plus, pour des électrons, il faut tenir compte des effets relativistes qui tendent toujours à diminuer l'interaction.

Remarquons aussi que des photons peuvent être créés dans des noyaux même pendant les processus radioactifs. Cette radiation  $\gamma$  naturelle peut produire les mêmes processus que des photons ordinaires. On obtient ainsi les processus de la *conversion interne* et on pourrait avoir l'analogue de l'effet photoélectrique, de l'effet Compton et de la production de paires.

Mentionnons encore un certain nombre de phénomènes qui présentent un intérêt théorique tout particulier, mais qui ne rentrent pas dans le cadre que nous avons tracé plus haut.

La théorie rend possible une interaction entre deux photons, phénomène inattendu qui ne possède aucun analogue en théorie classique,

mais qui est intimement lié à la conception des positons suivant Dirac. On peut avoir :

1) *Une désintégration spontanée d'un photon isolé en deux ou plusieurs autres.* — Les lois de conservation seront évidemment satisfaites si les quanta résultants sont de même direction et de même énergie totale que le quantum initial. On peut imaginer que cet effet se déroule avec intervention d'un état intermédiaire sur lequel le photon initial a produit une paire laquelle se détruit ensuite avec émission de deux photons secondaires (type  $e^{\beta}$ ). On peut prévoir que la section d'action correspondant à cet effet sera nulle parce que, invariante par rapport au groupe de Lorentz, elle devrait être la même pour toutes les fréquences et qu'il semble absurde d'admettre qu'il subsiste une probabilité finie pour la limite des petites fréquences. Ce point n'a cependant pas encore été démontré.

2) *Production d'une paire par deux photons.* — C'est l'inverse du processus de Dirac (3) du type  $e^{\beta}$  ; il doit donc être réalisable (voir § 11).

3) *Diffusion mutuelle de deux photons.* — Chaque photon produit une paire, ensuite les deux électrons retombent chacun dans la lacune laissée par l'autre en émettant les nouveaux photons (type  $e^{\beta}$ ). Cet effet, traité récemment par EULER et KOCKEL (<sup>21a</sup>), est d'un intérêt théorique particulier, parce qu'il signifie que le principe de superposition (action indépendante des divers champs) ne peut plus être conservé dans l'électrodynamique quantique.

Malheureusement, sauf pour le cas 2, l'étude de ces effets présente des difficultés considérables, parce que le nombre d'états intermédiaires devient infini.

## § 7. Limites de la théorie

Avant d'appliquer toute théorie il faut étudier naturellement les limites de sa validité. La première question qui se pose dans notre cas est celle de la validité de la théorie quantique des perturbations. Nous l'étudierons pour le cas simple des chocs de deux particules.

Pour que notre méthode, qui est celle de Born, soit valable il faut que la somme de toutes les amplitudes des ondes créées par la perturbation soit petite par rapport à l'amplitude de l'onde incidente et cela pour tous les éléments de l'espace. Distel et Bethe (<sup>2</sup>) ont trouvé de cette

manière la condition de validité suivante, pour la méthode de Born

$$(7, 1) \quad \frac{Ze^2}{\hbar v} \approx \frac{Ze^2}{\hbar c} < 1 \quad \left( \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137} \right).$$

Cette condition est toujours remplie dans le cas des grandes énergies. On pourrait hésiter pour les noyaux de grand numéro atomique, par exemple pour le plomb,  $Z = 82$ ; cependant, l'expérience a montré que l'approximation reste tout aussi bonne pour les éléments lourds que pour les éléments légers. On a également remarqué que, dans les cas qu'on peut traiter rigoureusement par d'autres méthodes, la première approximation de la méthode de Born conduit aux mêmes résultats que la méthode exacte dans le cas d'un potentiel de Coulomb. Ce n'est évidemment qu'une coïncidence heureuse, puisqu'elle ne se reproduit plus pour d'autres types de forces, mais il n'y a aucune raison pour ne pas en profiter.

Lorsque (7,1) n'est pas remplie, en d'autres termes si l'on a

$$(7, 2) \quad \frac{Ze^2}{\hbar v} > 1,$$

on peut montrer, d'après Bohr, qu'on reste nécessairement dans le domaine de la théorie classique, et mettre ainsi en évidence encore une fois la complémentarité de descriptions par ondes et par particules.

Pour qu'on puisse utiliser la description classique du phénomène il faut que la valeur d'un élément soit supérieure à l'incertitude quantique irréductible qui lui correspond. Soit alors un électron qui passe dans le voisinage du noyau à une distance  $r$  (paramètre de choc). L'incertitude  $\Delta p$  qui affecte la composante de la quantité de mouvement, normale à la direction initiale est alors

$$(7,3) \quad r\Delta p > \hbar; \quad \Delta p > \frac{\hbar}{r}.$$

Il faut que celle-ci soit plus petite que la valeur  $p$ , calculée par la théorie classique. La déviation classique est produite par la force de Coulomb  $K = \frac{Ze^2}{r^2}$  qui agit approximativement pendant le temps que dure le choc  $t = r/v$ ; la quantité de mouvement sera alors

$$(7, 4) \quad p = Kt = \frac{Ze^2}{r^2} \frac{r}{v} = \frac{Ze^2}{rv},$$

et la condition  $p > \Delta p$  donne immédiatement (7,2).

De ce point de vue rien ne s'oppose donc à l'emploi de la méthode de Born. Cependant, son application est quand même limitée, pour d'autres raisons.

Ainsi que nous le verrons plus loin (§ 12), les expériences connues semblent indiquer que la théorie ne fournit plus des résultats exacts pour des énergies très élevées, de l'ordre de 50 millions d'électron-volts. Lorsqu'on applique les formules théoriques aux énergies de cet ordre, on obtient des résultats absurdes : le freinage ou l'absorption des particules incidentes devraient être si grands que, par exemple, toute pénétration du rayonnement cosmique dans l'atmosphère deviendrait impossible, au moins si ce rayonnement était constitué par des électrons.

Bohr a indiqué les raisons pour lesquelles la théorie ne s'applique plus à ces cas <sup>(11)</sup>. Dès le début nous avons été obligés de ne pas tenir compte dans les calculs de l'énergie électromagnétique propre des électrons. Nous avons traités ceux-ci comme des points chargés pourvus d'une masse, que nous introduisons comme une constante additionnelle, mais nous avons toujours omis de considérer l'énergie de leur propre champ. Or, cette dernière est déjà équivalente à la masse totale à l'extérieur d'une sphère de rayon  $r_0 = e^2/mc^2$ , c'est-à-dire à une distance égale au « rayon de l'électron ». Il résulte qu'en deçà de cette limite, la loi de Coulomb ne sera probablement plus valable même en théorie classique. On doit donc s'attendre à ce que les lois ordinaires de l'interaction ne soient plus applicables chaque fois que des dimensions de cet ordre entreront en jeu.

Or, les longueurs d'onde deviennent égales à  $2\pi e^2/mc^2$  pour des énergies de l'ordre de  $137 mc^2$ , et cela aussi bien pour des photons que pour des électrons. On a, pour des photons

$$(7, 5) \quad \varepsilon = h\omega = \frac{2\pi hc}{\lambda} = \frac{hc}{e^2} mc^2 = 137 mc^2 \quad \text{pour} \quad \lambda = \frac{2\pi e^2}{mc^2};$$

pour les électrons également

$$(7, 6) \quad \varepsilon = \sqrt{p^2 + mc^2} \approx p \quad \text{pour} \quad p \gg mc^2,$$

et d'après de Broglie

$$p = \frac{2\pi \cdot hc}{\lambda},$$

donc

$$p \approx \varepsilon \approx \frac{hc}{e^2} mc^2 \quad \text{pour} \quad \lambda = \frac{2\pi e^2}{mc^2}.$$

En tout cas  $137 mc^2$  est une valeur critique pour l'énergie.

En réalité, la question est beaucoup plus compliquée que cela. Le « rayon de l'électron » est une notion d'origine classique ; donc, lorsqu'on veut étudier les limitations de validité auxquelles il donne lieu, il faut suivre d'aussi près que possible les raisonnements classiques, c'est-à-dire faire un usage constant du principe de correspondance. Considérons par exemple un électron ayant une énergie de  $137 mc^2$  et passant à une distance relativement très grande d'un système atomique. Cet électron produira dans l'atome une perturbation dont la fréquence prédominante sera de beaucoup inférieure à la fréquence critique  $\omega = 137 mc^2 / \hbar$  et par conséquent le calcul d'approximation que nous avons indiqué sera parfaitement applicable, quoique l'énergie de l'électron incident soit effectivement égale à  $137 mc^2$ .

Les limites de validité de la théorie peuvent donc être différentes pour les différents effets considérés et il sera nécessaire d'étudier chaque cas séparément. Nous indiquerons au paragraphe suivant les grandes lignes des méthodes qu'on peut employer à cet effet ; les détails seront donnés plus loin, dans la seconde partie.

En résumé, et malgré que toutes les difficultés ne soient pas encore résolues, on se rend compte aisément que l'échec de la théorie pour le cas des grandes énergies n'a rien de surprenant. Le problème se pose alors d'améliorer la théorie. Une seule tentative a été faite par Born <sup>(12)</sup>. L'origine des difficultés se trouve, somme toute, dans la théorie classique ; Born développe alors une nouvelle électrodynamique, très élégante, qui rend compte de l'existence de particules chargées de rayon fini. On peut montrer que l'interaction entre ces particules et des ondes électriques diminue rapidement lorsque la longueur d'onde décroît. Malheureusement les équations de cette théorie ne sont pas linéaires, condition qui semble malgré tout nécessaire pour pouvoir construire des particules à partir d'une théorie des champs. A cause de cette caractéristique la quantification de la théorie de BORN offre des difficultés considérables de sorte qu'il n'est pas possible de juger, à l'heure actuelle, de la portée ultérieure de cette théorie.

## § 8. Considérations classiques et semi-classiques.

### Echec du principe de superposition

Dans le paragraphe précédent nous avons fait appel à des considérations classiques pour fixer les limites de validité de la théorie ; dans celui-ci nous tâcherons d'obtenir, par la même voie, le plus de résultats possibles. En effet, il ne faut pas oublier que les procédés de calcul quantique ne sont pas exempts de tout reproche (il suffit de rappeler la divergence des développements utilisés) ; il est donc très important de prévoir autant que faire se peut, les résultats définitifs, par des raisonnements classiques.

Ce problème a été discuté à un congrès réuni à l'Institut de Physique théorique de Copenhague en l'automne 1933, et dont les discussions ont été résumées par v. Weizsäcker<sup>(53)</sup> et Williams<sup>(56)</sup>.

On comprendra mieux le raisonnement employé si nous l'appliquons à un exemple caractéristique<sup>(29)</sup>. Le problème de l'interaction entre particules étant le plus difficile, nous nous bornerons à étudier le cas du rayonnement de freinage c'est-à-dire l'émission de radiation par un électron freiné lorsqu'il passe dans le voisinage d'un noyau.

Considérons donc un noyau : un électron passe à grande vitesse dans son voisinage et subit un ralentissement. Il est clair que l'effet de rayonnement est dû à l'accélération de l'électron, le noyau restant pratiquement immobile à cause de sa grande masse. La source de rayonnement — l'électron, — est donc en mouvement ; pour les calculs classiques envisagés il serait plus commode qu'elle fût au repos. Or, il est facile de nous placer dans ces conditions particulières ; il suffira d'appliquer une transformation de Lorentz telle que, dans le nouveau système d'axes, l'électron soit initialement au repos. Dans ce même système, le noyau est en mouvement ; il passe au voisinage de l'électron, exerce sur lui une force électromagnétique et l'accélère, ce qui a pour résultat l'émission d'un rayonnement, aisément calculable. Une fois ce calcul fait nous pouvons revenir au système d'axes primitifs, par rapport auxquels le noyau est au repos, et avoir la valeur cherchée.

Dans les calculs qui vont suivre, nous laisserons de côté tous les facteurs numériques sans importance. Nous désignerons par des lettres accentuées les grandeurs mesurées dans le système dans lequel l'élec-



tron est au repos et par des lettres non accentuées les mêmes grandeurs dans le système du noyau.

Soit  $v$  la vitesse de l'électron dans le système dans lequel le noyau est au repos ; l'énergie de l'électron sera

$$(8,1) \quad \varepsilon = \frac{\mu}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \mu \xi.$$

Soit  $r$  le paramètre de choc ; l'accélération au moment du passage sera donnée par la loi de Coulomb,  $\vec{E}'$  étant le champ électrique

$$(8,2) \quad b' = \frac{e\vec{E}'}{m} = \frac{e}{m} \frac{Ze}{r^2} \xi,$$

(le facteur  $\xi$  apparaît quand on transforme pour passer au système de l'électron). L'énergie émise par unité du temps, à cause de cette accélération, devient

$$(8,3) \quad S' \sim \frac{e^2}{c^3} b'^2 = \frac{e^6 Z^2 \xi^2}{c^3 m^2 r^4} = \frac{r_0^2 c^2 Z^2 \xi^2}{r^4}; \quad \left( r_0 = \frac{e^2}{mc^2} \right).$$

La durée de choc est la durée pendant laquelle le noyau passe (avec une vitesse approximativement égale à  $c$ ), à une distance égale au paramètre de choc  $r$  (compte tenu de la contraction de Lorentz qu'il subit) ; sa valeur est donc

$$(8,4) \quad \tau' = \frac{r}{c} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{r}{c\xi}.$$

L'énergie totale émise sera donc

$$(8,5) \quad W' = \int S' dt \sim S' \tau' = \frac{r_0^2 e^2 Z^2 \xi}{r^3}.$$

L'accélération (8,2) est transversale, donc le rayonnement émis est parallèle à la direction du mouvement. La transformation inverse que nous appliquons pour revenir au système du noyau, introduit alors un nouveau facteur  $\xi$ . L'énergie totale rayonnée par l'électron lorsque celui-ci passe à une distance  $r$  du noyau sera

$$(8,6) \quad W \sim W' \xi = \frac{r_0^2 e^2 Z^2 \xi^2}{r^3}.$$

Cette expression devient infinie pour  $r \rightarrow 0$ , ce qui n'est pas étonnant; en effet, la calcul classique ne s'applique plus à des distances  $r$  trop

petites, à cause de l'incertitude quantique. Examinons les limites de validité de la formule précédente.

Pour que l'émission soit définie, il faut que la quantité de mouvement puisse être mesurée avec la précision nécessaire à une bonne détermination de l'accélération. Soit  $p$  la quantité de mouvement ; si donc nous posons

$$\Delta p < mc,$$

la condition générale

$$\Delta x \cdot \Delta p > h,$$

exige que l'endroit où se trouve l'électron ne puisse être déterminé qu'à

$$(8,7) \quad \Delta x > \frac{h}{mc} = \frac{hc}{\mu}$$

près, c'est-à-dire que les dimensions linéaires du paquet d'ondes représentant l'électron soient au moins égales à la longueur d'onde de Compton (voir § 10). Le champ accélérateur ne doit pas varier sensiblement sur une pareille distance. Le champ de Coulomb du noyau s'étend maintenant, compte tenu de la contraction de Lorentz (cf. 8, 4), sur une distance approximativement égale à  $r/\xi$  ; donc la valeur minimum de  $r$  pour laquelle l'application de la formule (8,6) est encore possible sera

$$(8,8) \quad \frac{r}{\xi} > \frac{hc}{\mu}; \quad r_{\min.} = \frac{hc}{\mu} \xi.$$

Bornons-nous donc à la contribution des chocs dont les paramètres sont plus grands que  $r_{\min}$  ; nous pouvons calculer la perte d'énergie par centimètre, due au freinage d'un électron d'énergie initiale  $\varepsilon$  dans un milieu contenant  $N$  noyaux par  $\text{cm}^3$ , chaque noyau portant la charge  $Ze$ . A des facteurs numériques près, cette énergie est

$$(8,9) \quad -\frac{d\varepsilon}{dx} = N \int_{r_{\min.}}^{\infty} W r dr = N r_0^2 e^2 Z^2 \int_{r_{\min.}}^{\infty} \frac{dr}{r^2} = \frac{N r_0^2 e^2 Z^2}{r_{\min.}} = \frac{N r_0^2 Z^2}{137} \varepsilon.$$

Cette valeur constitue au moins une limite inférieure pour l'effet total. Ainsi que nous le verrons plus loin l'expression (8,9) est presque exacte et met déjà en évidence le fait que la théorie n'est plus valable pour des énergies trop élevées. Remarquons que (8,9) contient en facteur  $\varepsilon$  ; donc la perte d'énergie est d'autant plus considérable que l'énergie initiale est plus grande.

Comme le montre notre raisonnement, ce résultat apparaît déjà dans la théorie classique et n'est pas dû à un effet quantique. Toutefois, la perte d'énergie (8,9) est beaucoup trop grande pour qu'elle puisse être en accord avec les faits expérimentaux. Cette situation nous obligera donc ultérieurement à changer même les bases classiques de la théorie.

Le calcul précédent est très approximatif mais on peut l'améliorer<sup>(53, 56)</sup> en remplaçant la description globale (8,2) et (8,4) du champ du noyau, par une décomposition en série de Fourier et en considérant l'action de chaque composante séparément. Cela revient à remplacer le champ de Coulomb du noyau en mouvement par un champ de rayonnement décomposable en ondes planes. En toute rigueur cette substitution n'est pas légitime parce que le champ de Coulomb possède une divergence non nulle. Cependant, il ne s'agit pas dans ce problème de remplacer le champ de Coulomb par un champ équivalent dans tout l'espace, mais d'en trouver une description qui soit correcte uniquement dans le voisinage de l'électron, dans un domaine dont les dimensions sont de l'ordre de  $\hbar/mc$ .

L'erreur qu'on commet lorsqu'on procède comme plus haut est de l'ordre de  $1/\xi$ , ainsi que v. Weizsäcker l'a montré, pourvu que les paramètres de choc ne soient pas trop petits. La méthode indiquée est donc applicable aux grandes énergies ( $\xi \gg 1$ ).

Rigoureusement, le champ d'une particule de charge  $Ze$  passant à la distance minima  $r$  de l'origine avec la vitesse  $v \sim c$  dans la direction  $x$  est donné par

$$(8,10) \quad \begin{cases} E_x' = \frac{Ze\xi}{R^3} x & H_x' = 0 \\ E_y' = \frac{Ze\xi}{R^3} y & H_y' = -\frac{v}{c} \frac{Ze\xi}{R^3} z \\ E_z' = \frac{Ze\xi}{R^3} z & H_z' = \frac{v}{c} \frac{Ze\xi}{R^3} y \end{cases}$$

$$R^2 = r^2 + \xi x^2 = \xi x^2 + y^2 + z^2.$$

Pendant la durée du choc (8,4)  $\vec{E}$  et  $\vec{H}$  ont même valeur absolue et sont perpendiculaires à la direction du mouvement, lorsqu'on néglige  $1/\xi$  par rapport à l'unité. Le courant d'énergie (la direction de propagation des ondes correspondantes) est alors lui-même parallèle à la direction du mouvement. La composante transversale de  $\vec{E}$ , la seule

importante, est une fonction paire du temps ; sa décomposition de Fourier sera (poser  $x = ct$ )

$$(8,11) \quad E_{\perp} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} f(\omega) \cos \omega t d\omega$$

$$(8,12) \quad f(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} E_{\perp} \cos \omega t dt = \frac{Ze\xi r}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos \omega t dt}{(r^2 + c^2\xi^2 t^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Le facteur de  $\cos \omega t$  sous le signe somme de (8,12) a un maximum prononcé pour  $t = 0$ , dont la largeur est approximativement égale à la durée du choc (8,4). Pour  $\omega < \frac{1}{\xi} = \frac{c\xi}{r}$ , on peut donc poser  $\cos \omega t \approx 1$  et  $f(\omega)$  devient constant. Au-dessus de cette fréquence,  $f(\omega)$  décroît rapidement par interférences, et l'on a, avec une bonne approximation

$$(8,13) \quad f(\omega) = \begin{cases} \frac{2Ze}{\sqrt{\pi}rc} & \text{pour } \omega \leq \frac{c\xi}{r} \\ 0 & \text{pour } \omega > \frac{c\xi}{r} \end{cases}$$

Donc, toutes les fréquences jusqu'à  $\frac{c\xi}{r}$  sont présentes dans le développement, avec à peu près la même intensité.

Considérons l'intégrale dans le temps du flux d'énergie ; on a

$$(8,14) \quad \int S dt = \frac{c}{4\pi} \int [\vec{E} \vec{H}] dt \approx \frac{c}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} E_{\perp}^2 dt = \frac{c}{4\pi} \int_0^{\infty} f^2(\omega) d\omega ;$$

l'expression

$$(8,15) \quad F(\omega) d\omega = \frac{c}{4\pi} f^2 d\omega = \frac{Z^2 e^2}{\pi^2 r^2 c} d\omega \quad \left( \omega \leq \frac{c\xi}{r} \right)$$

sera par conséquent la somme dans le temps de l'intensité pour l'intervalle de fréquence  $d\omega$ . L'énergie d'un quantum étant  $h = h\omega$ , on peut exprimer ce résultat en disant que le champ d'une particule qui passe à une distance  $r$ , avec une vitesse  $v$  est équivalent au champ de rayonnement d'un nombre de quanta, d'énergie  $h = h\omega$ , égal à

$$(8,16) \quad n(k) dk = \frac{F(k) dk}{h} = \frac{Z^2 e^2}{\pi^2 h c r^2} \frac{dk}{h} = \frac{Z^2}{137 \pi^2 r^2} \frac{dk}{h} ; \quad \left( k \leq \frac{hc}{r} \xi \right)$$

On peut ainsi réduire le problème de l'action d'une particule à celui de l'action de photons. L'action du champ du noyau peut être, par exemple, remplacé par l'effet de rayonnement décrit ci-dessus. Ce

rayonnement arrive sur l'électron au repos et est diffusé ; c'est évidemment ce rayon diffusé qui est le rayonnement de freinage cherché. Pour cela on n'a plus besoin que de la formule de diffusion, c'est-à-dire de la formule de Klein-Nishina, qui s'obtient plus facilement que la formule du rayonnement de freinage elle-même. Il faut encore naturellement le transformer pour en trouver l'expression dans le système dans lequel le noyau est au repos.

La méthode de calcul exposée plus haut, et dont nous donnerons les détails au paragraphe 14, peut aussi être appliquée avec succès pour des paramètres de choc plus petits que  $r_{\min}$  (cf. 8,8), jusqu'à des distances de l'ordre de  $\hbar/mc$  ; elle est très commode et permet de traiter un certain nombre de problèmes importants, inattaquables par d'autres méthodes. Son point faible est l'approximation du champ par une série de Fourier et la superposition pure et simple des effets provenant des différentes composantes de ce développement.

Cette superposition est permise tant que le couplage entre le champ de rayonnement et l'électron reste petit, c'est-à-dire tant que la réaction de l'électron sur le champ peut être négligée. Au fond, cette condition est identique à celle qui intervient dans toute théorie du rayonnement ; les limites de validité de la méthode exposée dans ce paragraphe et de celle du paragraphe 2 doivent être les mêmes.

Or, il y a deux raisons pour lesquelles on pourrait douter de la validité du principe de superposition. D'abord, même en théorie classique, l'existence d'un électron est absolument incompréhensible, à moins qu'on n'introduise des termes non linéaires dans les équations du champ comme l'indique BORN <sup>(12)</sup> (Comparer § 7). Dans ce cas, à l'intérieur de l'électron, on n'a certainement pas de superposition des champs, et de plus, on ne peut pas être sûr que la superposition soit permise pour des champs de l'ordre de celui à la limite d'un électron

$$(8,17) \quad E_0 = \frac{e}{r_0^2} = \frac{v^2}{e^3}.$$

Le champ d'une particule en mouvement est augmenté par un facteur  $\xi = \frac{\epsilon_0}{\mu}$ , grâce à la transformation de LORENTZ (cf. (8,2), (8,10)). Cela veut dire que le champ atteint la valeur critique (8,17) pour des paramètres de choc égaux à

$$(8,18) \quad r = r_0(Z\xi)^{1/2}.$$

THÉORIE DES CHOCs ET DU RAYONNEMENT

OPPENHEIMER (<sup>38a</sup>) a montré qu'on peut réaliser d'autres formes d'électrodynamique non-linéaire dans laquelle cette limite est remplacée par

$$(8,19) \quad r_c = r_0 \xi = r_0 \frac{\varepsilon_0}{\mu} = \frac{h}{mc} \frac{\varepsilon_0}{137\mu}.$$

D'après (8,13), cela signifie que pour des distances  $\geq r_c$ , il n'y a pas de composantes de FOURIER, avec  $h > 137\mu$ .

Une autre restriction dans l'application du principe de superposition découle déjà de la conception des positons d'après DIRAC. Comme nous l'avons mentionné au § 2, un champ extérieur (produit par des particules normales) modifiera les états d'énergie négative, occupés par des électrons de l'ensemble de Dirac. Par conséquent, cette distribution sera différente de la distribution normale du vide et le champ provenant de cette différence devra être ajouté au champ extérieur propre. On obtient donc un effet comparable à celui qui apparaît dans une substance diélectrique et magnétique, plongée dans un champ : une polarisation du vide, effet qui est négligé dans la théorie élémentaire. Pour des champs faibles et quasistationnaires (ne variant pas trop rapidement avec le temps) cette polarisation sera nécessairement proportionnelle au champ extérieur et ne donnera pas lieu, par conséquent, à des effets observables. Cependant, cette proportionnalité ne sera plus conservée pour des champs de l'ordre de

$$(8,17a) \quad E_c = \frac{\frac{mc^2}{e}}{\frac{h}{mc}} = \frac{mc^3}{eh} = \frac{\mu^2}{e^3} \cdot \frac{1}{137},$$

c'est-à-dire pour une différence de potentiel  $mc^2/e$  répartie sur une longueur de Compton. Un tel champ, introduit dans l'équation de Dirac (2,2) provoque des transitions entre des états positifs et négatifs (paradoxe de Klein). Dans la théorie des lacunes cela signifie qu'un nombre indéterminé de paires sera créé, qui contribueront aux champs effectifs d'une manière imprévisible dans l'état actuel de la théorie.

Dans le cas d'une particule passant à une distance  $r$ , ce champ (8,17a) sera obtenu pour un paramètre de choc

$$(8,20) \quad r_c = \sqrt{\frac{Ze}{E_c}} = \frac{h}{mc} \left( \frac{Z\xi}{137} \right)^{1/2} = 137r_0^2 \left( \frac{Z\varepsilon_0}{137\mu} \right)^{1/2}.$$

Au delà de la plus petite des limites (8,18) à (8,20) les formules déduites au moyen de la méthode semiclassique restent valables, mais il est bien possible que pour des passages à des distances plus petites les résultats obtenus sont erronés.

Un exemple fort concluant de l'échec du principe de superposition est fourni par les processus de production de paires par deux quanta, et de diffusion mutuelle des photons ; ces cas présentent clairement un exemple de non-linéarité des équations de champ, mentionnées au § 6. EULER et KOCKEL <sup>(21<sup>a</sup>)</sup> ont montré que le dernier processus peut être décrit aussi par un changement des équations de MAXWELL semblable (mais non identique) à celui de BORN. Peut-être trouvera-t-on dans une théorie future que les non-linéarités constatées ont toutes les deux une seule et même cause.

Nous reprendrons la question des limites de la théorie lorsque nous discuterons certains cas particuliers (§§ 9, 14).

## CHAPITRE II

### ÉTUDE DES DIVERS PROCESSUS PARTICULIERS

La seconde partie de ce mémoire sera consacrée à la discussion de divers effets particuliers, principalement à ceux pour lesquels les électrons peuvent être considérés comme libres. Ces cas sont également les plus importants pour l'étude du rayonnement cosmique et pour la création et la destruction des paires. Le sujet est très vaste ; pour cela nous nous bornerons à de brefs résumés chaque fois que les détails d'une question auront été traités dans les mémoires cités.

Une énumération de divers processus possibles a déjà été donnée au paragraphe 6.

#### § 9. Freinage ordinaire

Le premier des effets du type  $e^4$  est relatif à l'interaction de deux particules chargées, c'est-à-dire à l'échange d'énergie et de quantité de mouvement par l'intermédiaire des forces de Coulomb. C'est cet effet qui provoque le ralentissement des particules  $\alpha$  et  $\beta$  par la matière. Le problème a été étudié en détail par Bohr, Möller (<sup>37</sup>), Bethe (<sup>2,3</sup>), Bloch (<sup>10</sup>) et autres ; nous n'indiquerons ici que les résultats essentiels, indispensables pour la comparaison ultérieure avec d'autres effets.

Considérons le choc d'un électron de grande énergie  $\varepsilon_0 \gg \mu$  et d'un autre électron libre, initialement au repos. La section efficace pour une perte d'énergie comprise entre  $\Delta$  et  $\Delta + d\Delta$  se calcule aisément à l'aide des éléments de matrice (5,7) ; elle peut s'écrire, d'après Möller

$$(9,1) \quad \Phi(\Delta)d\Delta = 2\pi r_0^2 \frac{\mu d\Delta}{\Delta^2} \left[ \frac{1}{1 - \frac{\Delta}{\varepsilon_0}} - \frac{\Delta}{\varepsilon_0} \right]^2. \quad (\varepsilon_0 \gg \mu)$$

Lorsque  $\Delta \ll \varepsilon_0$ , elle se réduit à

$$(9,2) \quad \Phi(\Delta)d\Delta = 2\pi r_0^2 \frac{\mu d\Delta}{\Delta^2}; \quad (\varepsilon_0 \gg \mu, \Delta \ll \varepsilon_0)$$



pour des vitesses  $v$  d'une particule incidente ; inférieures de beaucoup à  $c$ , la section devient

$$(9,2 a) \quad \Phi(\Delta)d\Delta = \frac{2\pi e^4}{mv^2} \cdot \frac{d\Delta}{\Delta^2}. \quad (v \ll c)$$

(9,2) est identique à la section efficace donnée par la formule classique de Thomson et Bohr. Elle peut être également déduite par la mécanique quantique à l'aide de la solution rigoureuse, par la fonction d'onde sur un champ de COULOMB <sup>(35)</sup>. Dans (9,1) la parenthèse contient l'influence des effets relativistes et du spin et aussi l'effet d'échange, dont Möller a tenu également compte. (9,1) donne en même temps le nombre de rayons secondaires de grande énergie (rayons  $\delta$ ) produits dans un choc central entre deux électrons. Comme ce nombre décroît fortement avec  $\Delta$  (c'est-à-dire avec l'énergie cinétique de la particule secondaire), la formule classique (9,2) est en général suffisante.

Le résultat précédent a été obtenu en admettant que les électrons sont complètement libres. En fait, ils sont toujours liés dans l'atome, mais cette circonstance n'influe pas sensiblement sur le résultat du calcul tant que la perte d'énergie  $\Delta$  est grande par rapport à l'énergie de liaison. On peut le vérifier au moyen du calcul direct de l'ionisation des atomes par choc électronique, calcul qui permet de retrouver (9,2) pourvu que  $\Delta$  soit grande comparée à l'énergie d'ionisation.

Cependant, pour des pertes d'énergie  $\Delta$  peu considérables, la structure atomique du milieu traversé intervient d'une manière non négligeable, et il n'est plus possible de n'en pas tenir compte.

Les calculs se compliquent un peu, mais on peut les effectuer jusqu'au bout ; en voici le résultat. Soit un électron d'énergie  $\varepsilon_0$  traversant un milieu qui contient  $N$  atomes par centimètre cube, chacun ayant une charge nucléaire égale à  $Ze$  ; la perte d'énergie par centimètre est évidemment

$$(9,3) \quad -\frac{d\varepsilon_0}{dx} = NZ \int \Phi(\Delta)\Delta d\Delta,$$

où  $\Phi(\Delta)$  est la section efficace pour le transfert de l'énergie  $\Delta$  à un seul électron du milieu diffusant. Pour des  $\Delta$  supérieures à une énergie critique  $\varepsilon_c$ , grande par rapport aux énergies de liaison, on obtient en vertu de (9,2) et (9,3)

$$(9,4) \quad \left(-\frac{d\varepsilon_0}{dx}\right)_{\text{secondaires}} = 2\tau\gamma_0^2\mu NZ \lg \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_c}.$$

(On peut déduire cette formule en se servant de (9,2) au lieu de (9,1) car ce sont les  $\Delta \ll \varepsilon_0$  qui donnent la plus forte contribution.)

Il est clair qu'il s'agit de ralentissement occasionné par la production de rayons secondaires (rayons  $\delta$ ) d'énergie cinétique plus grande que  $\varepsilon_0$ .  $\varkappa$  est un facteur de dispersion, de « straggling », ce qui signifie que la limite supérieure de l'intégrale dans (9,3) ne doit pas être prise égale à  $\varepsilon_0$  (ou plus précisément à  $\varepsilon_0/2$ , puisqu'un électron ne peut perdre que la moitié de son énergie cinétique par choc contre un autre électron au repos), mais bien égale à  $\varkappa\varepsilon_0$  avec  $\varkappa < \frac{1}{2}$ . Cela est dû au fait que les  $\Delta > \varkappa\varepsilon_0$  sont tellement improbables qu'on peut admettre qu'en moyenne ils ne fournissent aucune contribution. La valeur exacte de  $\varkappa$  n'a pas grande importance ; nous pouvons donc la choisir égale à  $1/4$ .

Ceci pour les rayons  $\delta$  ; d'autre part, pour  $\Delta \leq \varepsilon_0$ , c'est-à-dire pour l'ionisation ordinaire et pour l'excitation des niveaux atomiques, Bethe et Bloch ont donné la formule

$$(9,5) \quad \left( -\frac{d\varepsilon}{dx} \right)_{\text{ionisation}} = 2\pi r_0^2 \mu N Z \lg \frac{2\varepsilon_0^2 c}{J^2 \mu},$$

où  $J$  est un potentiel moyen d'ionisation pour tous les électrons atomiques. D'après Bloch, on peut poser avec une approximation suffisante

$$(9,6) \quad J = 13,5 \cdot Z \text{ volts.}$$

En faisant la somme de (9,4) et (9,5) on a pour le freinage total par des chocs (\*)

$$(9,7) \quad \left( -\frac{d\varepsilon}{dx} \right)_{\text{chocs}} = 2\pi r_0^2 \mu N Z \lg \frac{2\varepsilon_0^3}{J^2 \mu}.$$

(\*) On peut déduire la formule (9,7) par le raisonnement suivant. La perturbation subie par l'atome ne doit pas être adiabatique, sans cela aucune transition (ionisation ou excitation) ne pourrait avoir lieu. Pour cela, il faut que la durée de choc  $\tau$  soit plus courte que la période atomique  $h/J$  (cf. BETHE (2)). Or,  $\tau$  est donné ici par l'intervalle de temps pendant lequel le champ de la particule primaire (de vitesse  $\sim c$ ) agit sur l'atome, c'est-à-dire, d'après (8,4),  $\tau = \frac{r}{c^2}$ . Le modèle classique ne s'applique pas dans ce cas, ainsi que nous l'avons vu (§ 7) et par conséquent, nous ne pouvons pas prendre pour  $r$  le paramètre de choc. Nous tournerons la difficulté en prenant pour la particule incidente une onde plane et pour  $r$  une distance déterminée par les dimensions du groupe d'ondes représentant l'électron secondaire. Cette distance sera de l'ordre de la longueur d'onde  $\lambda$  de son état final. On aura alors la condition

$$(9,8) \quad \frac{\lambda}{c^2} \ll \frac{h}{J} \quad \left( \lambda = \frac{hc}{p} \right),$$

et pour l'énergie  $\Delta$  de l'électron excité (qui est approximativement égale à la perte d'énergie

Cette expression croît lentement avec l'énergie et dépend aussi dans une certaine mesure du milieu par  $Z$  et par la proportionnalité de  $J$  à  $Z$ .

Pour des  $v \ll c$ , la perte d'énergie par centimètre devient beaucoup plus grande que la valeur relativiste (9,7) (comparer 9,2a) et (9,2). Le freinage comme fonction de  $\varepsilon_0$  a alors un minimum pour  $\varepsilon_0 \approx 10^6$  volts.

En comparant (9,4) à (9,5) on constate que la contribution des transferts de petites quantités d'énergie est prépondérante.

Cette constatation semble indiquer qu'il n'y a pas de limite supérieure (en énergie) à la validité de la formule (9,7). Or, une comparaison directe avec l'expérience pour des  $\varepsilon_0 \approx 10^9 - 10^{10}$  volts n'est pas possible à cause de la difficulté considérable qu'il y a à mesurer exactement l'énergie dans ce domaine. On peut cependant mesurer une autre grandeur qui lui est liée, à savoir le nombre d'ions créés par cm de parcours, lequel est (d'après BETHE) proportionnel à  $lg \frac{\varepsilon_0^2}{\mu J}$ , ( $\varepsilon_0 \gg \mu$ ), ce qui signifierait aussi un accroissement lent avec l'énergie primaire. D'après ANDERSON et NEDDERMEYER <sup>(1)</sup> la valeur théorique donne correctement l'ordre de grandeur de cet effet. Le nombre des secondaires de grande énergie est également bien donné par (9,2), mais l'accroissement logarithmique avec  $\varepsilon_0$  n'a pas été observé. Le nombre d'ions produits semble être pratiquement constant pour toutes les énergies plus grandes que  $\approx 10^8$  volts. Si cela est correct et si les trajectoires de WILSON observées par ANDERSON sont réellement dues à des électrons, on peut dire que la théorie se trouve dans une impasse. La seule possibilité d'expliquer l'échec de la théorie pour des petits transferts d'énergie réside dans l'inapplicabilité du principe de superposition envisagée au § 8. OPPENHEIMER <sup>(33a)</sup> a discuté qualitativement l'influence de cet effet. Il semble que le  $lg \frac{\varepsilon_0^2}{\mu J}$  dans la formule donnant l'ionisation totale serait probablement à remplacer par  $lg(137)^3$  pour  $\varepsilon_0 \gg (137)^2 \mu$ , mais ce n'est là qu'une tentative préliminaire. La seule conclusion certaine qu'on puisse tirer jusqu'à présent de ces considérations,

de la particule primaire)

$$(9,9) \quad \Delta_{\min} = \frac{h^2}{2\lambda^2 m} = \frac{J^2}{2mc^2 \varepsilon_0^2} = \frac{\mu J^2}{2\varepsilon_0^2}.$$

Les pertes d'énergie inférieures à (9,9) seront très rares. Si dans la sommation (9,3), nous introduisons (9,2), en prenant en outre (9,9) comme limite inférieure et  $\varepsilon_0$  comme limite supérieure, nous retomberons sur notre formule finale (9,7).

est que (9,7) donne au moins une limite supérieure pour cet effet de freinage, lequel ne peut pas lui être inférieur de beaucoup.

Si les particules primaires sont des particules lourdes, de charge  $Z_0e$ , on a d'abord naturellement un facteur  $Z_0^2$  de plus dans tous les effets. En dehors de cela, la seule différence dans les formules (9,2) à (9,7) est la substitution, pour le  $\varepsilon_0$ , non pas de l'énergie effective de la particule lourde, mais de l'énergie d'un électron de *même vitesse*, pourvu que cette vitesse soit comparable à  $c$  (en cas contraire les formules deviendraient un peu plus compliquées). Cela est dû au fait que des  $\Delta$  importants sont «  $\varepsilon_0$ . Les déviations du mouvement rectiligne de la particule primaire sont toujours négligeables, et la charge et la vitesse sont seules importantes pour cet effet.

L'ionisation produite par des protons sera par conséquent de même ordre de grandeur que celle par électrons. L'accroissement dû au facteur logarithmique ne sera pas très marqué, l'effet pour des énergies de  $10^9$  à  $10^{10}$  volts étant de l'ordre de sa valeur minima pour des électrons. Si les trajectoires observées par Anderson étaient dues à des protons, l'absence d'un accroissement de l'ionisation avec l'énergie ne serait donc pas en désaccord avec la théorie.

## § 10. Diffusion de la lumière ; effet Compton

L'effet Compton constitue le cas le plus simple d'interaction des photons avec la matière. Il a été complètement étudié par Klein et Nishina<sup>(33)</sup> au moyen du principe de correspondance. Nous l'examinerons, dans ce qui suit à l'aide de la méthode de Born, cette méthode étant plus simple et pouvant également être appliquée à des processus similaires par exemple à la diffusion double (avec émission de deux quanta) ; en même temps elle nous permettra d'exposer quelques détails techniques du calcul de pareils effets.

Le schéma de transitions conduisant à l'effet Compton est le suivant. L'état initial est constitué par un photon  $\vec{k}_0$  et un électron au repos (d'énergie  $\varepsilon_0 = \mu$ ) ; l'état final par un photon  $\vec{k}_1$  (distinct de  $\vec{k}_0$ ) et un

électron en mouvement  $(\varepsilon, \vec{p})$ . Les lois de conservations exigent que

$$(10,1) \quad E^0 = \mu + k_0 = \varepsilon + k_1 = E \quad (\text{conservation de l'énergie})$$

$$\vec{k}_0 = \vec{p} + \vec{k}_1 \quad (\text{conservation de la quantité de mouvement})$$

dont on déduit la relation bien connue

$$(10,2) \quad k_1 = \frac{k_0}{1 + (1 - \cos \theta) \frac{k_0}{\mu}},$$

où  $\theta$  est l'angle de diffusion entre les directions  $\vec{k}_0$  et  $\vec{k}_1$ . Cette relation s'écrit d'ailleurs, en introduisant les longueurs d'onde par

$$\frac{\lambda}{2\pi} = \frac{hc}{k}$$

sous la forme

$$(10,2a) \quad \lambda_0 - \lambda = (1 - \cos \theta)\Lambda, \\ \frac{\Lambda}{2\pi} = \frac{h}{mc} = \frac{hc}{\mu} = 137r_0.$$

$\Lambda$  est la « longueur d'onde de Compton ».

Les éléments de matrice ne sont différents de zéro que pour l'émission ou l'absorption d'un seul quantum ; la transition entre l'état initial et l'état final devra donc nécessairement se faire par un état intermédiaire comme au paragraphe 3. Dans le cas présent, on a deux possibilités sur lesquelles il faut faire la somme :

a) le quantum initial est absorbé par l'électron et on se trouve dans un état intermédiaire dans lequel il n'y a pas de photon présent ;  
et

b) le quantum final est émis par l'électron et l'on a deux photons présents.

La quantité de mouvement de l'électron et les énergies totales intermédiaires sont alors

$$(10,3) \quad \begin{array}{ll} \vec{p}' = \vec{k}_0 & \vec{p}'' = -\vec{k}_1 \\ E' = \varepsilon' & E'' = \varepsilon'' + k_0 - k_1. \end{array}$$

THÉORIE DES CHOCS ET DU RAYONNEMENT

La quantité de mouvement finale étant déterminée par celle du photon,  $k_1$ , il ne faut introduire de facteur de densité que pour ce dernier. Cela étant, on peut déduire en utilisant les formules (4,15), (4,16), (3,6), (3,8) et (4,5) la section efficace pour la diffusion dans l'élément d'angle solide  $d\Omega$  ; on a

$$(10,4) \quad d\Phi = \frac{2\pi}{\hbar c} |H|^2 \delta(E^0 - E) \frac{k_1^2 dk_1 d\Omega}{(2\pi \hbar c)^3}$$

avec

$$(10,5) \quad H = \sum \left[ \frac{H_{s^0 s'} H_{s' s}}{E^0 - E'} + \frac{H_{s^0 s''} H_{s'' s}}{E^0 - E''} \right] \\ = \frac{2\pi (e\hbar c)^2}{\sqrt{k_0 k_1}} \sum_4 \left\{ \frac{(\bar{u}' \alpha_0 u_0) (\bar{u} \alpha_1 u')}{k_0 + \mu - \varepsilon'} + \frac{(\bar{u}'' \alpha_1 u_0) (\bar{u} \alpha_0 u'')}{\mu - k_1 - \varepsilon''} \right\}.$$

La somme  $\Sigma$  porte sur les deux orientations du spin et les deux signes de l'énergie des états intermédiaires (\*);  $\alpha_0, \alpha_1$  sont les composantes du vecteur-matrice  $\vec{\alpha}$  dans les directions de polarisation des photons  $k_0$  et  $k_1$ , en d'autres termes des abréviations pour  $(\vec{\alpha} \vec{e}_0)$  et  $(\vec{\alpha} \vec{e}_1)$ . Grâce au facteur  $\delta(E^0 - E)$ ,  $k_1$  est déterminé au moyen de (10,2) pour des  $\theta$  données. Il suffit ensuite de faire la somme sur  $k_1$ , ce qui donne pour une fonction  $f$  arbitraire :

$$(10,6) \quad \int f(k_1, \theta) \delta(E^0 - E) dk_1 = f(k_1, \theta) \frac{\partial k_1}{\partial E} \Big|_{\theta} = f(k_1, \theta) \frac{\varepsilon k_1}{\mu k_0}.$$

On obtient finalement, au moyen de (10,4) à (10,6)

$$(10,7) \quad d\Phi = r_0^2 \frac{k_1^2}{k_0^2} \varepsilon \mu S \left| \sum_4 \left\{ \frac{(\bar{u}' \alpha_0 u_0) (\bar{u} \alpha_1 u')}{k_0 + \mu - \varepsilon'} + \frac{(\bar{u}'' \alpha_1 u_0) (\bar{u} \alpha_0 u'')}{\mu - k_1 - \varepsilon''} \right\} \right|^2 d\Omega, \\ d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta.$$

Dans cette expression tout est connu. Elle contient les angles de diffusion ( $\theta$ ) et de polarisation (par l'intermédiaire de  $\alpha_0$  et  $\alpha_1$ ) et aussi les orientations des spins pour l'état initial et l'état final. On peut donc répondre à l'aide de (10,7) à toutes les questions concernant la polarisation de la lumière diffusée et la probabilité d'un changement de direction des spins.

(\*) On se rappellera que l'interprétation des états intermédiaires pour les énergies négatives des électrons est différente de celle du texte ; mais comme les éléments de matrice et les différences  $E^0 - E'$  etc., sont de la même forme, (10,5) n'est pas à modifier.

Si ces questions n'intéressent pas le problème traité on peut sommer sur toutes les directions du spin et de la polarisation dans l'état final et faire la moyenne sur ces mêmes variables dans l'état initial ; nous avons indiqué cette opération dans la formule (10,7) par le symbole S.

La somme sur toutes les directions possibles du spin peut être effectuée par une méthode, due à Casimir (14), que nous discuterons en détail dans l'appendice. Une fois cette somme effectuée, ainsi que celle sur les directions de la polarisation il reste

$$(10,8) \quad d\Phi = \pi r_0^2 \left( \frac{k_1}{k_0} \right)^2 \left\{ \frac{k_0^2 + k_1^2}{k_0 k_1} + (\cos^2 \theta - 1) \right\} \sin \theta d\theta$$

qui n'est autre que la formule complète de Klein-Nishina. Pour  $k_0 \ll \mu$  c'est-à-dire pour des photons de basse fréquence,  $k_1$  est approximativement égal à  $k_0$  en vertu de (10,2) et dans ce cas (10,8) se réduit à la formule classique de Thomson pour la diffusion de la lumière

$$(10,9) \quad d\Phi = \pi r_0^2 (1 + \cos^2 \theta) \sin \theta d\theta \quad (k_0 \sim k_1 \ll \mu)$$

Par contre, pour de grandes énergies  $k_0 \gg \mu$  le terme  $(\cos^2 \theta - 1)$  peut être négligé parce que  $k_1 \sim k_0$  pour de  $\theta$  petits et  $k_1 \ll k_0$  pour de  $\theta$  grands. En vertu de (10,2) on a  $\sin \theta d\theta = \frac{\mu dk_1}{k_1^2}$  et la section d'action pour la production d'un photon secondaire, d'énergie comprise entre  $k_1$  et  $k_1 + dk_1$ , devient

$$(10,10) \quad d\Phi = \pi r_0^2 \frac{k_0^2 + k_1^2}{k_0 k_1} \frac{\mu dk_1}{k_1^2}. \quad (k_0 = h\nu_0 \gg \mu)$$

Dans ce cas, presque tout le rayonnement est concentré dans un angle de l'ordre de

$$(10,11) \quad 1 - \cos \theta \sim \frac{\mu}{k_0}, \quad \theta^2 \sim \frac{\mu}{k_0}$$

comme on le voit par (10,2) et (10,10) ; pour de grandes énergies, la lumière est donc presque complètement diffusée vers l'avant.

Le coefficient d'absorption  $\alpha$  des rayons  $\gamma$ , dû à l'effet Compton sera donné par la fraction totale des photons diffusés par centimètre

$$(10,12) \quad \alpha = NZ\Phi$$

avec

$$(10,13) \quad \Phi = \int_{k_{\min.}}^{k_{\max.}} d\Phi = \int_{\frac{\mu}{2}}^{k_0} d\Phi = \pi r_0^2 \frac{\mu}{k_0} \left( 1g \frac{2k_0}{\mu} + \frac{1}{2} \right); \quad (k_0 \gg \mu)$$

la limite inférieure de  $k_1$  devenant à peu près égale à  $\mu/2$  pour de grandes énergies (poser  $\theta = \pi$  dans (10.2)).  $z$  décroît alors avec l'énergie initiale : la pénétration des rayons  $\gamma$  croîtrait fortement pour des fréquences de plus en plus élevés, si cet effet déterminait seul l'absorption. Nous le comparerons à d'autres examinés plus loin au § 13.

Une autre grandeur intéressante est la perte moyenne d'énergie

$$(10,14) \quad -\left(\frac{d\varepsilon}{dX}\right)_{\text{Compton}} = NZ \int k_1 d\Phi = NZ \frac{4\pi}{3} r_0^2 \mu.$$

On peut dire que chaque fois qu'un photon rencontre un électron il perd en moyenne l'énergie  $\mu$ .

En ce qui concerne la limite de validité de la formule (10,10), on peut croire à première vue qu'elle est toujours définie par  $k_0 \sim 137\mu$ , comme au paragraphe 7. Mais cette limite a été obtenue par des considérations de correspondance qui ne sont pas applicables sans précaution dans notre cas ; en effet, dans le système d'axes dans lequel l'électron est initialement au repos sa vitesse finale est comparable à celle de la lumière ce qui interdit, de toute évidence, l'emploi des raisonnements précédemment cités. Pour l'évaluation de cette limite de validité il faut, ainsi que Bohr l'a indiqué <sup>(11)</sup>, choisir plutôt le système d'axes dans lequel la somme des quantités de mouvement est nulle et dans lequel par conséquent, la vitesse de l'électron et la fréquence de la lumière restent inaltérées par le processus de diffusion. La fréquence transformée est alors approximativement  $\omega' = \sqrt{\frac{\omega_0 \mu}{h}}$  et  $k' \approx \sqrt{k_0 \mu}$  ; en remplaçant  $k'$  par  $137 \mu$  on obtient comme limite de validité probable

$$(10,15) \quad k_0 \approx (137)^2 \mu.$$

On en déduit que la formule de Klein-Nishina reste applicable jusqu'aux fréquences les plus élevées qu'on rencontre dans les rayons cosmiques.

On peut traiter par la même méthode la diffusion double <sup>(31)</sup> c'est-à-dire l'émission de deux photons  $k_1$  et  $k_2$  pour chaque photon  $k_0$  incident ; c'est un processus d'ordre  $e^6$ , voir § 6. Naturellement, la transition à l'état final se fera ici par deux états intermédiaires successifs (donc en trois étapes) ; on aura d'abord par exemple l'absorption de  $k_0$ , ensuite l'émission de  $k_1$  et enfin celle de  $k_2$ . On peut permuter



l'ordre dans lequel ont lieu ces processus partiels ; on aura donc 6 chemins possibles entre l'état initial et l'état final ce qui complique beaucoup le calcul. Malgré cela, la question mérite d'être traitée parce qu'elle fournit l'exemple le plus élémentaire d'un processus multiple qui, probablement, joue un grand rôle dans le comportement des rayons cosmiques (phénomène des gerbes). D'une manière tout à fait analogue à celle qui a été exposée plus haut, on arrive aux ordres de grandeur suivants pour la section efficace :

$$(10,16) \quad \Phi \sim \frac{r_0^2}{137} \begin{cases} \left(\frac{k_0}{\mu}\right)^2 & \text{pour } k_0 \ll \mu \\ \left(\frac{\mu}{k_0}\right) & \text{pour } k_0 \gg \mu. \end{cases}$$

(Le calcul n'a pas été poussé assez loin pour qu'on puisse donner aussi avec certitude, le facteur logarithmique ; cela n'a cependant aucune importance pour la région qui nous intéresse (10  $\mu$  à 1.000  $\mu$ ) et dans laquelle ce terme ne varie que par un facteur 2 ou 3).

Comparons (10,16) avec le résultat pour l'effet simple. Il s'agit d'un effet d'ordre  $e^8$ , et il y a corrélativement un facteur 1/137 en plus. Pour de grandes énergies, seul ce facteur introduit une différence sensible : dans ce cas, le rapport des deux effets, simple et double, est approximativement égal à 1/137. Pour les petites énergies (10,16) diffère en outre par un facteur  $(k_0/\mu)^2$  de la formule de Thomson (10,9). Pour la lumière ordinaire la diffusion double reste donc extrêmement faible.

On peut étudier exactement de la même façon les diffusions d'un ordre de multiplicité  $n$  quelconque. On obtiendra des sections efficaces qui pour de grandes énergies, ne différeront entre elles que par des facteurs 1/137, abstraction faite d'autres facteurs logarithmiques de l'ordre de l'unité.

### § 11 Annihilation des positons

Parmi les processus du type  $e^4$ , le troisième présente un intérêt particulier, parce qu'il fait intervenir des éléments qui jouent un rôle capital dans notre conception actuelle de la matière : c'est le processus de destruction des positons, considéré par DIRAC ; le calcul même de DIRAC [19] est assez difficile à suivre, mais la méthode que nous avons

développée dans ce mémoire permet de retrouver les mêmes résultats sans trop de peine (\*).

Le processus considéré consiste en la transition d'un électron négatif d'un état d'énergie positive à un état d'énergie négative avec émission de lumière. Pour que cette transition soit possible il faut que l'état négatif ne soit pas occupé, c'est-à-dire qu'il y ait une lacune dans la distribution uniforme des états négatifs, ou en d'autres termes qu'il y ait un positon présent. La transition précédente s'interprète alors comme une annihilation de l'électron négatif (négaton) et du positon, avec émission de lumière ; le rayonnement émis doit être constitué au moins de deux photons  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$ , pour que les lois de conservation soient satisfaites, ainsi qu'il a déjà été indiqué au paragraphe 6. Les états intermédiaires sont des états, où un seul photon est présent.

Rappelons, que d'après (2, 6) le positon est défini par

$$(II,1) \quad \vec{p}_+ = -\vec{p} \quad \varepsilon_+ = -\varepsilon > 0,$$

où  $\vec{p}, \varepsilon$  décrivent l'état d'énergie négative considéré.

Les étapes successives sont alors caractérisées par les relations :

$$(II,2) \quad \begin{array}{l} \vec{p}_0 \rightarrow \vec{p}' + \vec{k}_1 \qquad \vec{p}_0 \rightarrow \vec{p}'' + \vec{k}_2 \\ \vec{p}' + \vec{k}_1 \rightarrow \vec{p} + \vec{k}_1 + \vec{k}_2 \qquad \vec{p}'' + \vec{k}_2 \rightarrow \vec{p} + \vec{k}_2 + \vec{k}_1, \end{array}$$

et

$$(II,3) \quad \varepsilon_0 - \varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_+ = k_1 + k_2 \quad (\text{conservation de l'énergie}).$$

Le calcul se simplifie considérablement si l'on admet que

$$(II,4) \quad \vec{p}_0 - \vec{p} = \vec{p}_0 + \vec{p}_+ = 0,$$

c'est-à-dire si l'on considère le phénomène vu d'un système d'axes lié au centre de gravité de l'ensemble. En vertu de (II,2) à (II,4) on a

$$(II,5) \quad \vec{k}_1 + \vec{k}_2 = 0; \quad k_1 = k_2 = \varepsilon_0 = \varepsilon_+ = k.$$

Les deux photons s'éloignent l'un de l'autre dans les directions opposées (mais qui ne sont pas autrement déterminées). Il suffira donc d'introduire un facteur de densité  $\rho_k$  pour un seul des deux photons.

(\*) Je dois ce calcul à M. W. HEITLER qui a bien voulu me permettre de le reproduire ici.

Les énergies des divers états sont

$$(II,6) \quad E^0 = 2\varepsilon_0 = 2\hbar k; \quad E' = \varepsilon' + \hbar + \varepsilon_+ = \varepsilon' + 2\varepsilon_0; \quad E'' = \varepsilon'' + 2\varepsilon_0.$$

On obtient, en vertu de (3,6) (3,8), (4,5), (4,15) et (4,16)

$$(II,7) \quad d\Phi = \frac{2\pi}{\hbar} \rho_k \left| \sum \frac{H_{s_0 s'} H_{s' s}}{\varepsilon'} + \sum \frac{H_{s_0 s''} H_{s'' s}}{\varepsilon''} \right|^2 \frac{\varepsilon_0}{c \dot{p}_0} \\ = r_0^2 \mu^2 \frac{\varepsilon_0}{\dot{p}_0} S \left| \sum_4 \frac{(\bar{u}_{x_1} u_0)(\bar{u}_{x_2} u')}{\varepsilon'} + \sum_4 \frac{(\bar{u}''_{\alpha_2} u_0)(\bar{u}_{x_1} u'')}{\varepsilon''} \right|^2 d\Omega_{\mathbf{k}}.$$

Comme dans la formule de l'effet Compton (cf. 10,5) la somme  $\sum_4$  porte sur les quatre états correspondant à  $\varepsilon'$  ou  $\varepsilon''$  et on doit prendre la moyenne sur toutes les polarisations et toutes les orientations possibles des spins dans l'état initial et la somme dans l'état final. En effectuant cette moyenne, on a (voir l'Appendice) :

$$(II,8) \quad d\Phi = \frac{\pi r_0^2}{4} \left( \frac{\mu}{\varepsilon_0} \right)^2 \left[ \frac{\varepsilon_0^2 + \dot{p}_0^2 + \dot{p}_0^2 \sin^2 \theta}{\varepsilon_0^2 - \dot{p}_0^2 \sin^2 \theta} - \frac{2\dot{p}_0^4 \sin^4 \theta}{(\varepsilon_0^2 - \dot{p}_0^2 \sin^2 \theta)^2} \right] \sin \theta d\theta,$$

où  $\theta$  est l'angle formé par la direction du mouvement de l'électron et celle des photons émis. Naturellement, la valeur globale, la somme pour tous les  $\theta$ , est une grandeur qui présente davantage d'intérêt. On a

$$(II,9) \quad \Phi = \int_0^\pi d\Phi = \frac{\pi r_0^2}{4} \left( \frac{\mu}{\varepsilon_0} \right)^2 \frac{1}{\gamma_0} \left[ \frac{3\gamma_0^4 - 1}{\gamma_0} \lg \frac{\gamma_0 + 1}{\gamma_0 - 1} + 2(1 - 2\gamma_0^2) \right], \\ \left( \gamma_0 = \frac{\varepsilon_0}{\dot{p}_0} \right).$$

Cette valeur vaut pour un système d'axes lié au centre de gravité. Transformons à un système d'axes dans lequel un positon mobile rencontre l'électron au repos. La section d'action est invariante puisqu'elle est normale à la direction du mouvement. Il suffira donc d'exprimer dans (II,9)  $\varepsilon_0$  et  $\gamma_0$  au moyen de l'énergie  $\varepsilon_+$  du positon dans ce nouveau système. Cela donne

$$(II,10) \quad \varepsilon_0^2 = \frac{1}{2} \mu(\varepsilon_+ + \mu) \quad \frac{\varepsilon_0}{\dot{p}_0} = \frac{\varepsilon_+ + \mu}{\sqrt{\varepsilon_+^2 - \mu^2}} \quad \frac{\varepsilon_+}{\mu} = \gamma_+ = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$(II,11) \quad \Phi = \pi r_0^2 \frac{1}{\gamma_+ + 1} \left\{ \frac{\gamma_+^2 + 4\gamma_+ + 1}{\gamma_+^2 - 1} \lg (\gamma_+ + \sqrt{\gamma_+^2 - 1}) - \frac{\gamma_+ + 3}{\sqrt{\gamma_+^2 - 1}} \right\},$$

ce qui est la formule de Dirac.

On en voit plus clairement la signification physique en considérant les deux cas limites

$$(II,IIa) \quad \Phi = \pi r_0^2 \frac{c}{v_+} \quad (\text{pour } \gamma_+ \rightarrow 1, v_+ \ll c)$$

$$(II,IIb) \quad \Phi = \pi r_0^2 \left[ \lg \frac{2\varepsilon_+}{\mu} - 1 \right] \frac{\mu}{\varepsilon_+}. \quad (\text{pour } \gamma_+ \gg 1, \varepsilon_+ \gg \mu)$$

La probabilité d'annihilation diminue rapidement avec l'énergie initiale. Pour faire une comparaison, on peut interpréter la formule (9,7) pour le freinage ordinaire en disant que la section efficace pour une perte d'énergie  $\mu$  est

$$(II,II2) \quad \Phi_{\text{chocs}} = 2\pi r_0^2 \lg 2 \frac{\varepsilon_+^3}{J^2 \mu},$$

valeur qui dépasse de beaucoup (II,IIb) (le logarithme dans cette formule ayant une valeur considérable).

Il sera donc très peu probable d'observer, par exemple, la destruction d'un positon de grande énergie dans la chambre de Wilson (disparition brusque de sa trace).

D'autre part, pour des petites vitesses (II,IIa) devient très grande et même infinie, à la limite ; ceci signifie qu'il y a une probabilité finie d'annihilation, même lorsque l'électron et le positon sont entièrement au repos et enfermés dans un volume fini. Tout cela est bien en accord avec les observations ; le positon vivra assez longtemps pour être observé dans une chambre de Wilson, mais il ne durera pas assez longtemps pour pouvoir se manifester d'une façon indépendante de sa création. Il sera annihilé après qu'il aura perdu la plus grande partie de son énergie cinétique par le mécanisme du freinage ordinaire. Puisque l'annihilation donne naissance à deux photons, le rayonnement aura une énergie égale à  $\mu = 500.000$  électron-volts, ce qui a été constaté, effectivement, par THIBAUD et autres auteurs.

Pour compléter ce qui précède, mentionnons qu'il y a encore d'autres possibilités d'annihilation. Considérons d'abord ce qui se passe dans le voisinage des noyaux. Lorsqu'un positon rencontre un électron lié à un noyau, ce dernier peut absorber toute la quantité de mouvement de recul ; l'annihilation peut se faire dans ces conditions avec émission d'un seul photon d'énergie  $2\mu$  [FERMI-UHLENBECK (23,7)].

Ce processus peut être décrit comme une transition avec rayonnement du positon incident vers l'état de l'électron atomique. L'énergie de cet état est  $\sim \mu$  et d'une densité dans l'espace donnée par (4,17),

ce qui donne un facteur de l'ordre de  $(Z/137)^3$  en comparaison avec (II,II). On trouve alors pour la section d'action pour ce processus

$$(II,12a) \quad \Phi = \frac{2\pi Z^5 \gamma_0^2}{137^4} \frac{1}{(\gamma_+ + 1)^2 \sqrt{\gamma_+^2 - 1}} \times \\ \left\{ \gamma_+^2 + \frac{2}{3} \gamma_+ + \frac{4}{3} - \frac{\gamma_+ + 2}{\sqrt{\gamma_+^2 - 1}} \lg (\gamma_+ + \sqrt{\gamma_+^2 - 1}) \right\} \\ \gamma_+ = \frac{\varepsilon_+}{\mu}.$$

Considérons ensuite deux électrons très rapprochés l'un de l'autre comme dans les couches K des éléments lourds ; lorsqu'un positon annihile l'un d'eux, l'énergie qui en résulte peut être transférée à l'autre et tout le processus peut avoir donc lieu sans émission de rayonnement [BRUNINGS (13)]. La probabilité pour que l'un de ces deux processus ait lieu avant que n'intervienne l'annihilation normale décrite plus haut, reste cependant très petite (de l'ordre de quelques pour cent pour les cas de Pb et encore plus réduite sur le cas des éléments légers). De cette façon, quoiqu'ils ne doivent pas être impossibles à observer, ces phénomènes ne jouent certainement pas un rôle important (\*).

Le processus inverse du processus de Dirac, c'est-à-dire la création d'une paire à partir de deux photons, n'est pas dénué d'intérêt. Lorsque les deux photons ont la même fréquence et des directions opposées, le calcul de la section totale, correspondant à (II,9) reste pratiquement le même, les éléments de matrice étant évidemment les mêmes dans les deux cas. Seul, le facteur de densité  $\rho_k$  (4,15) des photons doit être remplacé par un  $\rho_e$  pour électrons (4,14) ; de plus, il faut diviser par  $c$  et non pas par  $v$ , cf. (4,16). Tout ceci introduit par rapport à (II,9) un facteur  $\hbar_0^2/k_0^2$ , c'est-à-dire on a

$$(II,13) \quad \Phi = \frac{\pi \gamma_0^2}{4} \left( \frac{\mu}{\hbar_0} \right)^2 \frac{1}{\gamma_0^3} \left\{ \frac{3\gamma_0^4 - 1}{\gamma_0} \lg \frac{\gamma_0 + 1}{\gamma_0 - 1} + 2(1 - 2\gamma_0^2) \right\}, \\ \left( \gamma_0 = \frac{\varepsilon_0}{\hbar_0} = \frac{k_0}{\sqrt{k_0^2 - \mu^2}} \right).$$

(\*) Dans un travail récent (4a), BETHE a discuté en détail les formules donnant la probabilité d'annihilation. Il a constaté qu'un positon de grande énergie a une probabilité de disparaître sur son parcours, qui n'est pas du tout faible : elle est en général de l'ordre de 1/5 à 1/3. Par conséquent le rayonnement d'annihilation ne comportera pas uniquement l'énergie  $\hbar\nu = mc^2$ , mais une distribution continue. Le rapport des probabilités des processus à un ou à deux quanta émis reste à peu près constant quelle que soit l'énergie ; il est égal à 16% dans le cas du Pb et à  $10^{-5}$  dans le cas de l'air. Ces résultats plus précis ne modifient en aucune manière les conclusions générales du texte.

(Cette formule a été également déduite par BREIT et WHEELER <sup>(12a)</sup>). Pour des  $k_0$  surpassant à peine  $\mu$  (les plus petits pour lesquels une paire puisse être créée), on a ( $\gamma_0 \ll 1$ )

$$(11,14) \quad \Phi = \frac{\pi r_0^2 \mu^2 \sqrt{k_0^2 - \mu^2}}{2 k_0^3} \quad (k_0 \approx \mu),$$

et pour des  $k_0$  grands ( $\gamma_0 \rightarrow 1$ )

$$(11,15) \quad \Phi = \frac{\pi r_0^2}{2} \left(\frac{\mu}{k_0}\right)^2 \left[ \lg \left(\frac{2k_0}{\mu}\right)^2 - 1 \right] \quad (k_0 \gg \mu).$$

Pour la création d'une paire à partir d'un couple de deux photons arbitraires, il suffit de faire une transformation de Lorentz introduisant un  $k_0$  qui est justement l'énergie des photons dans le système d'axes dans lequel l'impulsion totale est nulle. Nous nous servirons de ces formules au § 14.

Les processus de l'interaction de deux photons, tout en n'ayant aucune importance pratique, présentent un intérêt théorique particulier, parce qu'ils signifient que dans la théorie des lacunes, deux champs de rayonnement ne se superposent pas sans se perturber, c'est-à-dire que l'électrodynamique correspondante n'est plus linéaire. Cela est mis en évidence encore plus clairement par la possibilité de la diffusion mutuelle de deux quanta (discutée aux §§ 6 et 8), processus dans lequel l'influence de la matière n'intervient que dans les étapes intermédiaires. Il est à noter que cette diffusion n'est pas due à l'interprétation des positons par la conception des lacunes, mais doit exister dans chaque théorie, qui rend compte de la possibilité de création et de destruction de paires. La section efficace pour cet effet est, d'après EULER et KOCKEL <sup>(21a)</sup> pour des quanta de petite énergie ( $k \ll \mu$ )

$$(11,16) \quad \Phi \approx \frac{r_0^2}{137^2} \left(\frac{\mu}{k}\right)^6, \quad (k \ll \mu)$$

c'est-à-dire qu'elle devient très petite pour de la lumière ordinaire. Mais pour des  $k \approx \mu$ , la section d'action sera de l'ordre  $r_0^2/137^2$ . Cependant, la densité de rayonnement n'est jamais suffisante pour que l'effet soit observable.

## § 12 — Rayonnement de freinage

Les effets d'ordre  $e^4$  dont dépendent le ralentissement et l'absorption ordinaire des électrons et des rayons  $\gamma$ , peuvent se calculer com-

plètement, ainsi que nous venons de le voir et les résultats sont en bon accord avec l'expérience.

Considérons maintenant les effets d'ordre  $e^6$ . D'après le tableau du § 6 les principaux processus de ce type sont : *a*) le rayonnement de freinage émis au moment du passage de l'électron au voisinage du noyau et *b*) la production de paires par un rayonnement  $\gamma$ , également au voisinage du noyau. Au § 8, on a calculé l'ordre de grandeur de ces effets, au moyen de la théorie classique et l'on est arrivé à la conclusion que ces résultats sont en contradiction avec l'expérience ce qui rend indispensable un traitement quantique du problème. Ce traitement a été indiqué par plusieurs auteurs <sup>(29,32,40)</sup> et notamment par BETHE et HEITLER <sup>(6)</sup>, dont nous adopterons le mode d'exposition pour ce qui suit.

On peut décrire le processus du rayonnement de freinage de la manière suivante : dans l'état initial on a un électron  $\vec{p}_0, \varepsilon_0$  et pas de photon, dans l'état final le même électron dans un état d'énergie inférieure et un photon  $\vec{k}$  qui prend la différence. Pour que la conservation de la quantité de mouvement ait lieu, la présence d'un troisième corps est nécessaire, pour absorber l'excédent

$$(12,1) \quad \vec{q} = \vec{p}_0 - \vec{p} - \vec{k}.$$

Lorsque ce troisième corps est un noyau, l'énergie qu'il reçoit dans le choc peut être négligée, malgré que l'impulsion qu'il absorbe puisse être du même ordre de grandeur que celle de l'électron ou du photon. La transition a lieu dans ce cas sous l'influence conjuguée de la force de Coulomb, — laquelle permet un échange d'impulsion entre le noyau et l'électron (éléments de matrice (4,9) ou (4,11)), — et de l'interaction avec le champ de rayonnement (éléments de matrice (4,5)), — laquelle permet la création d'un photon, mais avec conservation de l'impulsion totale. Le processus a lieu donc en deux étapes correspondant à l'action successive des deux perturbations. L'ordre dans lequel ces dernières agissent peut être direct ou inverse : il y a donc deux chemins différents pour passer de l'état initial à l'état final. Les caractéristiques des divers états sont les suivantes :

THÉORIE DES CHOCS ET DU RAYONNEMENT

<i>État initial</i>	$\vec{p}_0$ , pas de photon ; $E^0 = \varepsilon_0$	
<i>Transitions</i>	$\vec{p}_0 \rightarrow \vec{p}' + \vec{q}$ [transfert de $\vec{q}$ au noyau d'après (4,9)]	$\vec{p}_0 \rightarrow \vec{p}'' + \vec{k}$ [émission de $\vec{k}$ d'après (4,5)]
<i>États intermédiaires</i>	$\vec{p}'$ , pas de photon $E' = \varepsilon'$	$\vec{p}'', \vec{k}$ $E'' = \varepsilon'' + k$
<i>Transitions</i>	$\vec{p}' \rightarrow \vec{p} + \vec{k}$ [émission de $\vec{k}$ d'après (4,5)]	$\vec{p}'' \rightarrow \vec{p} + \vec{q}$ [transfert de $\vec{q}$ au noyau d'après (4,9)]
<i>État final</i>	$\vec{p}, \vec{k}$ ; $E = \varepsilon + k = E^0 = \varepsilon_0$ (conservation de l'énergie)	

On a alors les relations

$$(12,2) \quad \vec{p}' = \vec{p} + \vec{k}; \quad \vec{p}'' = \vec{p}_0 - \vec{k},$$

$$E^0 - E' = \varepsilon' - \varepsilon_0; \quad E^0 - E'' = \varepsilon'' - \varepsilon.$$

Les équations ne déterminent pas la somme  $\vec{p} + \vec{k}$  et par conséquent  $\vec{q}$  [voir (12,1)] ; la direction du photon et celle de l'électron après le choc sont donc arbitraires. Il faut introduire les deux facteurs de densité correspondants (4,14) et (4,15). Toutefois, grâce à la conservation de l'énergie

$$(12,3) \quad \varepsilon = \varepsilon_0 - k,$$

$\varepsilon$  est déterminée pour un photon  $\vec{k}$  donné.

En vertu de (3,6), (3,8) et (4,16) et en utilisant aussi les formules (12,1), (12,2), (4,5), (4,9), (4,14), (4,15), on obtient

$$(12,4) \quad d\Phi = \frac{Z^2 e^4}{137\pi^2} \frac{p_{\varepsilon_0} \varepsilon k d k \Omega_p \Omega_k}{p_0 q^4} S \left| \sum_4 \frac{(\bar{u}' u_0)(\bar{u}' x_k u')}{\varepsilon' - \varepsilon_0} + \sum_4 \frac{(\bar{u}'' x_k u)(\bar{u} u'')}{\varepsilon'' - \varepsilon} \right|^2,$$

où  $x_k$  est la composante de  $\vec{x}$  dans la direction de polarisation. Les



deux sommes  $\Sigma$  portent sur les 4 états correspondant respectivement à  $\vec{p}'$  et  $\vec{p}''$ ; elles peuvent être évaluées par la méthode des traces (voir l'Appendice). Enfin, on sommerait sur les deux directions de polarisation et sur l'orientation du spin dans l'état final. Finalement, cela donne :

$$(12,5) \quad d\Phi = \frac{Z^2 e^4}{137 \cdot 2\pi} \cdot \frac{dk}{k} \cdot \frac{p}{p_0} \frac{\sin \theta \sin \theta_0 d\theta d\theta_0 d\varphi}{q^4} \left\{ \frac{(4\varepsilon_0^2 - q^2)p^2 \sin^2 \theta}{(\varepsilon - p \cos \theta)^2} + \frac{(4\varepsilon^2 - q^2)p^2 \sin^2 \theta_0}{(\varepsilon_0 - p_0 \cos \theta_0)^2} - \frac{(4\varepsilon\varepsilon_0 - q^2)2pp_0 \sin \theta \sin \theta_0 \cos \varphi}{(\varepsilon - p \cos \theta)(\varepsilon_0 - p_0 \cos \theta_0)} + \frac{2k^2(p^2 \sin^2 \theta + p_0^2 \sin^2 \theta_0 - 2pp_0 \sin \theta \sin \theta_0 \cos \varphi)}{(\varepsilon - p \cos \theta)(\varepsilon_0 - p_0 \cos \theta_0)} \right\},$$

où  $\theta_0$  et  $\theta$  sont les angles entre  $\vec{k}$  et respectivement  $\vec{p}_0, \vec{p}$ , tandis que  $\varphi$  est l'angle entre les plans  $(pk)$  et  $(p_0k)$ .

La formule (12,5) est exacte quelle que soit la valeur  $\varepsilon_0$  de l'énergie initiale. On en déduit une formule approximative pour des énergies initiales petites par rapport à  $\mu$ , qui est identique à la formule connue pour le spectre continu des rayons X, ainsi que l'a montré SAUTER.

La grandeur qui nous intéresse ici est la probabilité globale d'émission d'un photon d'énergie déterminée  $k$ ; il faut donc faire la somme de (12,5) sur tous les angles de direction possibles. Ce calcul élémentaire mais assez laborieux peut être conduit jusqu'au bout. Contentons-nous d'indiquer ci-après le résultat pour le cas le plus important dans l'étude des rayons cosmiques, où toutes les énergies  $\varepsilon_0, \varepsilon, k$  sont très grandes par rapport à  $\mu$ . On a dans ce cas

$$(12,6) \quad d\Phi = \frac{Z^2}{137} r_0^2 \frac{dk}{k} \cdot 4 \cdot \frac{\varepsilon_0^2 + \varepsilon^2 - \frac{2}{3} \varepsilon_0 \varepsilon}{\varepsilon_0^2} \left[ \lg \frac{2\varepsilon_0 \varepsilon}{k\mu} - \frac{1}{2} \right].$$

Avant de discuter cette formule, portons notre attention sur un point important que nous avons négligé jusqu'ici.

Dans ce qui précède, nous avons considéré le noyau comme absolument libre, isolé et nous avons systématiquement négligé l'influence de la charge des électrons atomiques, autrement dit, nous avons laissé de côté l'effet d'écran. Cependant, nous verrons plus loin (résultat déjà déduit classiquement au § 8), que la majorité des processus du type considéré ont lieu à des distances assez considérables du noyau,

d'un ordre de grandeur au moins égal à la longueur d'onde de Compton  $\frac{h}{mc} = \frac{hc}{\mu} = 137r_0$ . Dans ces conditions, il est absolument nécessaire de tenir compte de l'effet d'écran, ce qui n'introduit pas cependant des difficultés essentielles. Il suffit de remplacer les éléments de matrice (4,9) par (4,11) ; le seul changement dans (12,5) est l'apparition d'un facteur  $[Z - f(q)]^2$  à la place de  $Z^2$ .  $f(q)$  est le facteur de forme atomique (4,12), dont la valeur numérique peut être déduite par la théorie de Fermi-Thomas. BETHE (4) a fait ce calcul numérique et les résultats sont les suivants.

L'effet d'écran n'est appréciable que lorsque  $f(q)$  est comparable à  $Z$ , en d'autres termes quand  $hc/q$  est plus grand ou au moins égal au rayon de l'atome [puisque c'est  $hc/q$  qui fournit la contribution essentielle aux éléments de matrices, cf. (4,8), à (4,12)]. Le rayon de l'atome est égal dans le modèle de Thomas-Fermi à  $a_0 Z^{-\frac{1}{3}}$ , où  $a_0 = h^2/mc^2 = r_0 \cdot 137^2 =$  rayon de l'atome d'hydrogène. Donc, l'effet d'écran devient sensible pour

$$(12,7) \quad \frac{hc}{q} > \frac{a_0}{Z^{\frac{1}{3}}} = \frac{h^2}{mc^2} Z^{-\frac{1}{3}},$$

$$\frac{1}{q} > \frac{h}{mce^2 Z^{\frac{1}{3}}} = \frac{137}{\mu Z^{\frac{1}{3}}}.$$

D'autre part, grâce au facteur  $1/q^4$ , la section d'action, considérée comme fonction de  $q$ , a un maximum très prononcé dans le domaine des petites valeurs de  $q$ , c'est-à-dire pour des petites déviations de l'électron considéré. L'impulsion de recul minima,  $q_{\min}$ , est obtenue donc pour des directions finales de l'électron et du photon parallèles à la direction d'incidence de l'électron. On a

$$(12,8) \quad q_{\min.} = \delta = p_0 - p - (\varepsilon_0 - \varepsilon) \approx \frac{\mu^2 k}{2\varepsilon_0 \varepsilon}, \quad (\varepsilon_0, \varepsilon, k \gg \mu)$$

puisque

$$p = \sqrt{\varepsilon^2 - \mu^2} \approx \varepsilon \left(1 - \frac{\mu^2}{2\varepsilon^2}\right); \quad p_0 - p \approx (\varepsilon_0 - \varepsilon) \left(1 - \frac{\mu^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon}\right) = k \left(1 - \frac{\mu^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon}\right).$$

La condition pour que l'effet d'écran se fasse sentir sera donc, en vertu de (12,7) et (12,8)

$$(12,9) \quad \frac{1}{q_{\min.}} = \frac{2\varepsilon_0\varepsilon}{\mu^2 k} > \frac{137}{\mu Z^3}; \quad \frac{\varepsilon_0\varepsilon}{k} > \frac{137\mu}{2Z^3},$$

qui est remplie pour des énergies très élevées. Pour la limite des très grandes énergies, BETHE a obtenu au lieu de (12,6)

$$(12,10) \quad d\Phi = \frac{Z^2}{137} r_0^2 \frac{dk}{k} 4 \left[ \frac{\varepsilon_0^2 + \varepsilon^2 - \frac{2}{3} \varepsilon_0\varepsilon}{\varepsilon_0^2} \lg 183 \cdot Z^{-\frac{1}{3}} + \frac{\varepsilon}{9\varepsilon_0} \right].$$

La différence essentielle est le terme logarithmique qui reste constant au lieu de croître indéfiniment avec l'énergie initiale.

Nous pouvons maintenant discuter ces résultats. Considérons d'abord la distribution du nombre des quanta du rayonnement de freinage en fonction de la fréquence; ce nombre est grossièrement proportionnel à  $k^{-1}$ , c'est-à-dire à  $\omega^{-1}$ . L'énergie émise dans l'intervalle  $dk$  est proportionnelle à  $kd\Phi$  et alors les grands quanta (comparables à  $\varepsilon_0$ ) seront les plus importants, grâce au terme logarithmique. Cette énergie sommée sur toutes les fréquences donnera évidemment aussi le freinage des électrons dû à ce processus de rayonnement. En vertu de (12,9), (12,10) on a

$$(12,11) \quad - \left( \frac{d\varepsilon}{dx} \right)_{\text{rayonnement}} = N \int kd\Phi = \frac{Z^2}{137} r_0^2 N \varepsilon_0 C,$$

où

$$C = \begin{cases} 4 \lg \frac{2\varepsilon_0}{\mu} - \frac{4}{3} & \text{pour } \varepsilon_0 < \frac{137\mu}{Z^3} \\ 4 \lg \frac{183}{Z^3} + \frac{2}{9} & \text{» } \varepsilon_0 > \frac{137\mu}{Z^3}. \end{cases}$$

Le freinage s'accroît dans ces cas à peu près proportionnellement à l'énergie initiale, et doit devenir plus grand que celui dû au chocs ordinaires, voir (9,7). L'allure de ces deux contributions en fonction de l'énergie est indiquée dans la figure 1.

THÉORIE DES CHOCS ET DU RAYONNEMENT

Pour le rapport des deux effets, BETHE a donné la formule approximative suivante, [le logarithme de (9,7) étant grossièrement proportionnel au C de (12,11)]

$$(12,12) \quad \frac{(d\varepsilon_0/dx)_{\text{choc}}}{(d\varepsilon_0/dx)_{\text{rayonnement}}} \approx \frac{1600\mu}{\varepsilon_0 Z}.$$

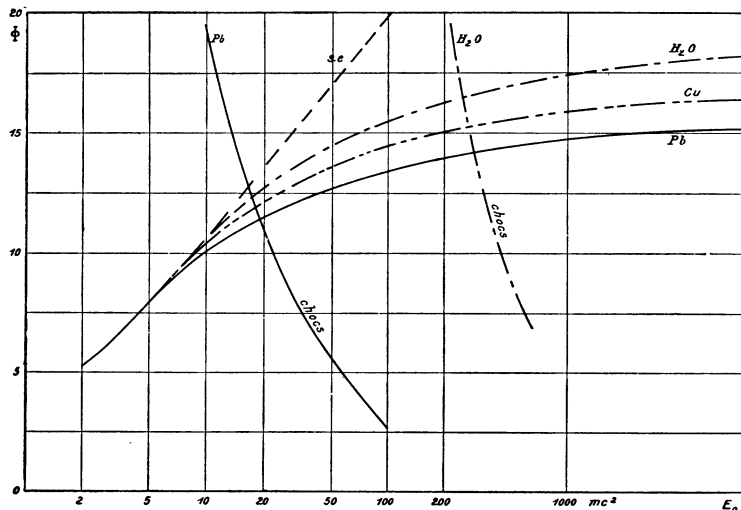


FIGURE I. — § 12, 6.

Section d'action pour la perte d'énergie par rayonnement de freinage (en unités  $Z^2 r_0^2 / 137$ ) en fonction de l'énergie primaire pour le Pb, Cu, et  $H_2O$  et sans effet d'écran (s. e.). On a donné également la section d'action du freinage ordinaire (chocs), pour comparaison.

Ces deux effets acquièrent donc une importance égale pour une énergie critique

$$(12,13) \quad \varepsilon_{\text{critique}} = 1600\mu / Z,$$

dont la valeur numérique est de  $20 \mu$  pour le Pb,  $55 \mu$  pour le Cu, et  $200 \mu$  pour l'air. Le freinage de rayonnement ne joue donc pas un grand rôle pour les rayons  $\gamma$  des éléments radioactifs ; il serait quand même très intéressant, si on pouvait constater déjà dans ce cas l'existence de petites différences d'avec les lois connues du freinage ordinaire. Par contre, pour les rayons cosmiques, la perte d'énergie par rayonnement doit certainement être le facteur essentiel.

Malheureusement, on ne possède pas encore un nombre suffisant d'observations, qui permette une vérification expérimentale de la

théorie. Il semble, d'ores et déjà certain cependant, que pour des énergies très élevées (de l'ordre de 137  $\mu$ ) la théorie est en contradiction avec l'expérience. La puissance de pénétration des rayons cosmiques est sûrement trop grande pour qu'elle puisse être compatible avec (12,11). Le tableau suivant établi par HEITLER et BETHE donne le libre parcours (en centimètres), en fonction de l'énergie initiale (en unité =  $10^6$  électrons-volts) :

$\varepsilon_0 \cdot 10^{-6}$		5	10	20	50	100	300	1000	10000
Centimètres de parcours dans	H <sub>2</sub> O	2,5	4,8	8,8	18,4	30,4	58	100	195
	Pb	0,33	0,54	0,81	1,23	1,68	2,25	2,88	4,08

On voit que ce parcours n'est jamais plus grand que quelques centimètres de Pb, et cependant on a trouvé des particules qui peuvent traverser toute l'atmosphère et de plus 1 mètre de Pb.

En outre, Anderson (\*) a mesuré la perte d'énergie d'un certain nombre d'électrons positifs et négatifs traversant une couche de Pb dans la chambre Wilson. Ses résultats sont consignés dans le tableau suivant :

Energie initiale $\varepsilon_0 \cdot 10^{-6}$	38	63	106	110	113	140	200	220	240
Perte par cm	29	57	80	65	20	120	68	55	18

La valeur théorique pour la perte moyenne sera  $170 \cdot 10^6$  pour un  $\varepsilon_0 = 100 \cdot 10^6$  et  $550 \cdot 10^6$  pour un  $\varepsilon_0 = 300 \cdot 10^6$ , tandis que la contribution (9,7) du freinage ordinaire n'est plus que  $20 \cdot 10^6$ . Ces nombres théoriques ne peuvent être comparés sans certaines précautions aux nombres du tableau précédent, parce qu'il est évident qu'on doit s'attendre à des écarts individuels considérables. Le rayonnement

(\*) Il faut remarquer, que l'effet de rayonnement sera négligeable pour les protons, parce que leur « rayon »  $R_0 = e^2/Mc^2$  ( $M =$  masse du proton) qu'il faudrait introduire au lieu de  $r_0$ , est très petit. Si on admettait l'hypothèse que les rayons de grand pouvoir pénétrant sont des protons (comparer § 17 et, par exemple, E. I. Williams<sup>(54)</sup> et COMPTON et BETHE<sup>(15)</sup>), le désaccord disparaîtrait. Cependant, même dans ce cas, les observations de Anderson pour des électrons ne seraient pas conciliables avec la théorie.

est un processus discontinu, dans lequel un électron peut perdre brusquement une fraction appréciable de son énergie ; par conséquent, la distribution des vitesses après le passage d'une couche de matière sera assez irrégulière (straggling effect). Néanmoins, le désaccord semble trop grand pour être attribuable uniquement à des écarts accidentels. Ceci confirme les conclusions du paragraphe 7 d'après lesquelles la théorie cesserait d'être valable pour des énergies de l'ordre de  $137 \mu \approx 60 \cdot 10^6$  Volts. Il serait fort désirable d'effectuer un nombre aussi grand que possibles de mesures analogues à celles d'Anderson, ce qui permettrait de trancher la question. (\*)

Malgré l'incertitude dans laquelle nous sommes au sujet de la portée de la théorie, il reste néanmoins évident que l'effet de rayonnement étudié ne peut être négligé dans l'analyse des courbes d'absorption des rayons cosmiques. Nous reviendrons sur la question théorique des limites probables de validité au paragraphe 14.

### § 13 Production de paires par un rayonnement $\gamma$ .

Un second processus d'ordre  $e^6$  de grande importance est la production des paires par un rayonnement  $\gamma$  (6,40), qu'on peut considérer comme l'inverse du processus précédent. Il consiste en l'absorption d'un quantum par un électron d'énergie négative, qui saute à un état normal, la lacune qui reste constituant le positon. Le calcul n'est pas modifié en principe, à part un changement dans les facteurs de densité et de quelques limites de sommation. Il faut d'abord remplacer le facteur de densité pour photons (4,15), par le facteur pour électrons (4,14), et diviser par la vitesse de la lumière au lieu de la vitesse de l'électron (comparer (4,16)). Tout cela introduit un facteur  $p_0^2/k^2 \approx \varepsilon_0^2/k^2$  et remplace  $dk$  par  $d\varepsilon_0$  dans (12,5). De plus, l'énergie  $\varepsilon_0$  et l'impulsion  $\vec{p}_0$  caractérisent maintenant la lacune dans la distribution uniforme des états négatifs ; pour obtenir le positon il faut poser

$$(13,1) \quad \varepsilon_+ = -\varepsilon_0, \vec{p}_+ = -\vec{p}_0, p_+ = p_0, \theta_+ = \pi - \theta_0, \varphi_+ = \pi + \varphi_0.$$

Naturellement, on doit sommer sur tous les états négatifs dont la

(\*) NEDDERMEYER et ANDERSON, *Phys. Rev.*, 48, 486, 1935 ont récemment annoncé les résultats d'une étude d'un grand nombre de trajectoires. Les pertes observées sont en moyenne de l'ordre prédit par la théorie jusqu'à une énergie primaire  $\approx 100 \cdot 10^6$  électron-volts. Au-dessus de cette valeur ils sont franchement plus petits, quoique encore considérables.

distance aux états normaux est plus petite que  $\hbar$  ; par conséquent,  $\hbar$  doit être plus grand ou au moins égal à  $2\mu$  pour qu'un effet soit possible. Pour ce qui est des angles, la sommation reste identique à celle du paragraphe précédent.

En tenant compte de ce qui précède, on obtient immédiatement au lieu de (12,6) et (12,10) (et pour  $\varepsilon_+, \varepsilon, \hbar \gg \mu$ ) :

$$(13,2) \quad d\Phi = \frac{Z^2}{137} \frac{4d\varepsilon}{k^3} \left\{ \begin{array}{l} (\varepsilon_+^2 + \varepsilon^2 + \frac{2}{3} \varepsilon_+ \varepsilon) \left( \lg \frac{2\varepsilon_+ \varepsilon}{\hbar \mu} - \frac{1}{2} \right) \\ (\varepsilon_+^2 + \varepsilon^2 + \frac{2}{3} \varepsilon_+ \varepsilon) \left( \lg 183 \cdot Z \cdot \frac{1}{3} - \frac{\varepsilon_+ \varepsilon}{9} \right) \end{array} \right. \quad \text{pour } \frac{\varepsilon_+ \varepsilon}{\hbar} \left\{ \begin{array}{l} \ll \frac{137\mu}{Z^3} \\ \ll \frac{137\mu}{Z^3} \end{array} \right.$$

Il reste à ajouter une remarque importante. Le positon, c'est-à-dire la lacune, possède une charge positive ; on pourrait donc croire, qu'il faudrait tenir également compte dans le calcul de l'interaction coulombienne entre l'électron et le positon, ce qui ne serait pas du tout conforme à l'esprit de la théorie, qui considère la création d'une paire comme la transition d'une seule particule entre deux états. Heureusement, cette difficulté disparaît d'elle-même, lorsqu'on l'examine d'un peu plus près. Si l'on introduisait une telle force coulombienne, la définition naturelle pour l'élément de matrice correspondant à la création d'une paire serait

$$(13,3) \quad \iint \frac{e^2}{|\vec{r}_+ - \vec{r}|} e^{\frac{i}{\hbar c} (\vec{p} \cdot \vec{r} + \vec{p}_+ \cdot \vec{r}_+)} d\tau d\tau_+,$$

et cette expression disparaît sauf si

$$\vec{p}_+ + \vec{p} = 0,$$

c'est-à-dire sauf dans le cas où les énergies sont les mêmes et les directions du mouvement opposées. Ce cas particulier ne contribue que pour une fraction minime dans l'effet global.

Considérons maintenant le résultat (13,2). Cette formule détermine aussi la distribution de l'énergie du photon entre les deux particules émises. D'après nos hypothèses, cette distribution devrait être symé-

trique en  $\varepsilon_+$  et  $\varepsilon$  ; cependant, en réalité les positons sont repoussés par le noyau, lequel attire au contraire les électrons et en définitive le positon reçoit un peu plus d'énergie que l'électron.

On peut évaluer aisément cette différence d'énergie. La création d'une paire a lieu principalement dans la région qui fournit la contribution la plus importante aux éléments de matrice, à savoir, le voisinage du noyau jusqu'à une distance de

$$(13,4) \quad r = \frac{hc}{q} \sim \frac{hc}{\mu} \frac{k}{\mu},$$

(comparer (12,8) distance sensiblement supérieure à la longueur d'onde de Compton  $\frac{hc}{\mu} = 137 r_0$ . Une analyse un peu plus précise montre, que tous les points situés à des distances comprises entre  $h/mc$  et  $(h/mc)(k/\mu)$  contribuent à peu près également à ces éléments, les autres ne donnant presque rien. L'énergie additionnelle due à cette action directe du champ du noyau sera alors de l'ordre de  $\mp \frac{Ze^2}{r} \sim \frac{Z}{137} \mu$  pour des énergies qui ne sont pas trop élevées ; pour des énergies plus élevées, elle serait encore plus petite.

Cette analyse montre aussi que les distances effectives sont plus grandes que les diamètres nucléaires ( $\sim r_0$ ), et que, par conséquent, la structure même des noyaux ne doit pas avoir une grande importance. On peut dire que le noyau joue uniquement le rôle d'un « catalyseur » et cela grâce à l'action de sa charge globale.

De la formule (12,5) (et de son analogue pour le phénomène de matérialisation), on déduit aussi que l'angle dans lequel sont émis la plupart des photons ou des électrons est de l'ordre de  $\mu/\varepsilon_0$ . Cela veut dire que presque tout est émis en avant pour des énergies élevées, tandis que la distribution angulaire est quasi uniforme pour des petites énergies.

La grandeur la plus importante pour nous est encore le nombre total de paires produites dans ce processus. En sommant (13,2), on trouve

$$(13,5) \quad \Phi = \frac{Z^2}{137} r_0^2 \left\{ \begin{array}{ll} \frac{28}{9} \lg \frac{2k}{\mu} - \frac{218}{27} & \text{pour } k \ll \frac{137\mu}{Z^3} \\ \frac{28}{9} \lg \frac{183}{Z} - \frac{2}{27} & \text{» } k \gg \frac{137\mu}{Z^3}; \end{array} \right.$$



$\Phi$  est donc proportionnel à  $Z^2$ , s'accroît légèrement avec l'énergie du photon  $h$  et atteint asymptotiquement un maximum (déterminé par l'effet d'écran) pour des énergies très élevées.

On ne peut observer en fait que le rapport du nombre des électrons négatifs et positifs. Une partie de ces derniers sera produit par effet Compton (voir (10,13)). La figure 2 montre les sections d'action théoriques en fonction de l'énergie, pour les deux effets, dans l'eau et le plomb. On peut arriver à une intéressante comparaison avec l'expé-

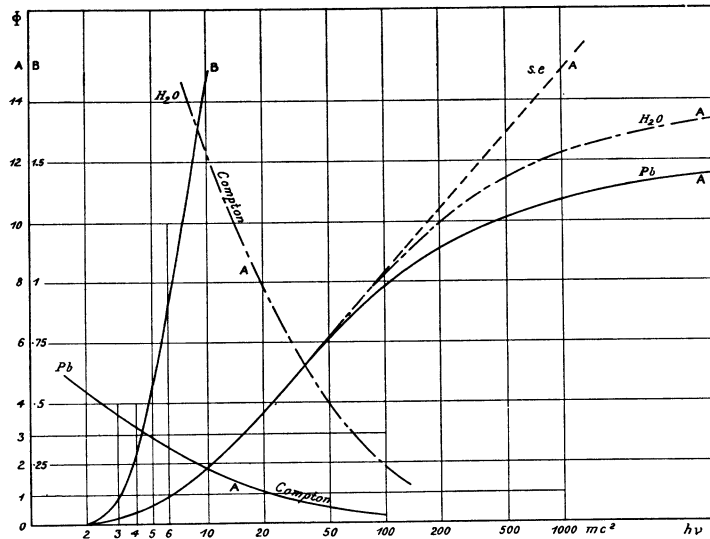


FIGURE 2. — § 13, 4.

Section d'action pour la création de paires (en unités  $Z^2 r_0^2 / 137$ ) en fonction du  $h\nu$  initial pour le Pb et  $H_2O$  et sans effet d'écran (s. e). Le début de la courbe est également reproduit à plus grande échelle (courbe B). On a tracé également, pour comparaison la section d'action de l'effet Compton.

rience en observant le rapport des nombres d'électrons positifs et négatifs produits par un rayonnement  $\gamma$  qui traverse des couches minces de matière. De telles expériences ont été faites par BLACKETT <sup>(9)</sup> et CURIE et JOLIOT <sup>(16)</sup>; le tableau suivant résume les résultats obtenus pour le plomb et l'aluminium (dernière colonne),

Les sections d'action sont données en unités  $Z^2 r_0^2 / 137$ . La théorie est en accord assez satisfaisant avec l'expérience. On remarquera en particulier l'accroissement de la production des paires avec l'énergie, et l'effet plus faible dans l'aluminium. On peut bien dire que ce bon accord est aussi quantitatif, parce que la marge d'erreur est assez grande. Pour obtenir un bon rendement, il faut se servir de couches

THÉORIE DES CHOCS ET DU RAYONNEMENT

pas trop minces. Dans ce cas, une partie des électrons (positifs et négatifs) sera déjà freinée dans la couche même et ne sera pas comptée.

Source d'énergie · 10 <sup>-6</sup>	Ra mélange 2 — 4,4	Th C'' 5,2	Po + Be 10 — 12	Po + Be 10 — 12
$\Phi_{\text{paires}}$ } calculé $\Phi_{\text{compton}}$ }	0,12	0,6	2,0	2,0
	4,0	3,0	2,1	12
$\Phi_{\text{p}}$ } calculé $\Phi_{\text{c}}$ } observé	0,03	0,20	0,95	0,17
	0,03	0,22	0,67	0,06
	Plomb			Al

Cet accord constitue certainement l'épreuve la plus convaincante pour toute la théorie et notamment pour la conception de DIRAC concernant la nature des positons.

Comme on l'a vu, le phénomène de production de paires devient plus fréquent que l'effet Compton pour des grandes énergies. Par conséquent, ce sera le premier processus qui déterminera pour la plus grande partie le coefficient d'absorption. Ce coefficient, ou mieux la contribution du processus de la création des paires à ce coefficient, sera donnée par

$$(13,6) \quad \alpha = N\Phi,$$

où pour  $\Phi$  on doit introduire l'expression (13,5). Cette valeur est comparable à la contribution de l'effet Compton (voir (10,12) et (10,13) pour  $k = 10 \mu$  dans le cas du Pb et pour  $k = 35 \mu$  dans le cas de l'Al. Le tableau suivant donne les valeurs numériques (en  $\text{cm}^{-1}$ ) calculées d'après ces formules pour le Pb et pour H<sub>2</sub>O pour différentes énergies (en 10<sup>6</sup> volt).

Énergie initiale		5	10	20	50	100	1000
Pb	absorption Compton	0,24	0,14	0,08	0,04	0,02	0,003
	» paires...	0,24	0,46	0,68	0,96	1,15	1,43
	» totale...	0,48	0,60	0,76	1,00	1,17	1,43
H <sub>2</sub> O	» totale...	0,032	0,022	0,017	0,015	0,015	0,017

Cet effet de production de paires par un rayonnement  $\gamma$  n'est rien d'autre qu'une sorte d'effet photoélectrique, c'est-à-dire l'absorp-

tion d'un quantum par un électron, avec cette différence qu'au lieu de l'électron atomique, il s'agit ici d'électrons d'énergie négative. Cela permet de comprendre, pourquoi l'effet photoélectrique est d'une importance beaucoup moindre pour les grandes énergies que les autres effets discutés. Le nombre des états initiaux possibles s'accroît fortement avec l'énergie du rayonnement  $\gamma$  dans le cas de la production de paires, mais il reste constant pour le cas des électrons atomiques. On peut obtenir la formule de l'effet photoélectrique (pour de grandes énergies) en calculant la probabilité de transition par la méthode utilisée dans ce paragraphe pour des énergies initiales  $\sim \mu$ , en multipliant avec la densité (4,17) des électrons de la couche K du noyau. La section d'action devient alors

$$(13,7) \quad \Phi = \frac{4\pi Z^5 r_0^2}{(137)^4} \frac{\mu}{h}, \quad (h\nu = h \gg \mu),$$

en accord avec le calcul de SAUTER <sup>(47)</sup> qui emploie une méthode différente. On voit que l'importance de l'effet photoélectrique est plus petite que celle de l'effet COMPTON (10,13) pour des énergies élevées.

Le même effet de création de paires peut avoir lieu aussi lorsque le photon ne tombe pas de l'extérieur sur le noyau, mais y prend naissance pendant un processus radioactif ; c'est ce qu'on appelle la *conversion interne*. Dans ce cas, naturellement, on ne doit pas prendre une onde plane pour le champ électromagnétique, mais une onde sphérique autour du noyau. Ce calcul a été fait par OPPENHEIMER et NEDELSKY <sup>(37a)</sup> qui ont obtenu pour le coefficient  $\sigma$  de conversion interne (c'est-à-dire le rapport des photons émis aux paires produites) la valeur

$$(13,8) \quad \sigma = \frac{2}{137 \cdot 3\pi} \left\{ \lg \frac{2\varepsilon_0}{\mu} - \frac{3}{5} \right\}. \quad (\varepsilon_0 > \mu).$$

Cette formule, valable pour des énergies initiales  $2\varepsilon_0 > \mu$ , est pratiquement la même pour un rayonnement dipôle ou quadrupôle.

L'ordre du nombre des paires accompagnant un rayonnement  $\gamma$  naturel sera alors d'un peu moins que un pour cent des quanta initiaux. Pour tenir compte de l'effet d'écran on substitue  $137/Z^{\frac{1}{3}}$  à la place de  $\frac{2\varepsilon_0}{\mu}$  sous le logarithme, si ce nombre est plus grand que le premier.

Récemment, cet effet de production de paires par conversion interne de rayonnement  $\gamma$  a été étudié de plus près par JÄGER et HULME (<sup>32a</sup>) ainsi que ROSE et UHLENBECK (<sup>43a</sup>).

**§ 14. Rayonnement de freinage et production de paires analysés par la méthode semi-classique**

Pour des effets d'ordre plus élevé, le calcul quantique devient rapidement impraticable. Au paragraphe 8 nous avons exposé une méthode (<sup>53,54,56</sup>) qui permet de réduire le calcul des effets d'ordre supérieur à celui de processus plus simples et qui, en même temps, nous donne une image plus suggestive de l'ensemble du phénomène considéré. Pour saisir plus clairement le mécanisme de cette méthode, nous reprendrons tout d'abord la discussion des effets étudiés dans les deux paragraphes précédents. On constatera qu'on peut facilement obtenir de cette manière les résultats essentiels déjà acquis — ce qui est propre à nous donner confiance, — et aussi que l'extrapolation à des effets qu'on ne peut pas traiter autrement est parfaitement justifiée.

Nous nous bornerons à des approximations grossières, en omettant les facteurs numériques de l'ordre de l'unité.

L'idée fondamentale de la méthode citée consiste en l'emploi de la décomposition de Fourier en ondes planes du champ coulombien d'une particule qui se déplace à grande vitesse, décomposition justifiée tant que

$$(14,1) \quad \xi = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = \frac{\epsilon_0}{\mu} \gg 1.$$

L'erreur introduite par ce procédé est d'ordre  $1/\xi$ . Le résultat essentiel est le suivant : le champ d'une particule de charge  $Ze$ , passant à la distance  $r$  d'un noyau avec une vitesse  $v$ , est équivalent à un champ de rayonnement avec une distribution de photons  $k$  donnée par (voir (8,16)) :

$$(14,2) \quad n(k)dk = \begin{cases} \frac{Z^2}{137\pi^2} \frac{1}{r^2} \frac{dk}{k} & \text{pour } k \leq \frac{hc\xi}{r} \\ 0 & \text{» } k > \frac{hc\xi}{r}. \end{cases}$$

Pour une distance  $r$  donnée il existe une fréquence maximum  $\omega_{\max.} = \frac{c\xi}{r}$ .

Dans les processus réels, tous les paramètres de choc jouent un rôle

et chacun avec un poids statistique  $2\pi r dr$ . Le nombre total  $N(k)dk$  de quanta remplaçant le champ de la particule est alors

$$(14,3) \quad N(k)dk = \frac{2Z^2}{137\pi} \frac{dk}{k} \int_{r_{\min.}}^{r_{\max.}} \frac{dr}{r} = \frac{2Z^2}{137\pi} \frac{dk}{k} \lg \frac{r_{\max.}}{r_{\min.}}.$$

Le rayon maximum est naturellement donné par

$$(14,4) \quad r_{\max.} = \frac{\hbar c \xi}{k} = \frac{\hbar c}{\mu} \varepsilon_0. \quad (\varepsilon_0 = \mu \xi)$$

Or, pour obtenir un résultat fini, il faut introduire aussi une distance minimum, ce qui n'a rien que de très naturel. Si l'on considère l'interaction d'un électron avec un champ de rayonnement, il faut que les coordonnées de l'électron ne soient déterminées qu'à un intervalle de l'ordre de  $\frac{\hbar}{mc} = \frac{\hbar c}{\mu}$  près (longueur d'onde Compton, voir (10,2a)), sinon la vitesse de l'électron ne serait pas suffisamment définie, pour que sa réaction de rayonnement soit déterminée (voir (8,7)). Donc, si on localise l'électron, comme on doit le faire pour se servir de la décomposition (14,2), il faut le décrire par des paquets d'ondes ayant des dimensions linéaires de cet ordre. Par conséquent, cela n'a aucun sens physique d'employer (14,2) pour des distances plus petites que  $\hbar/mc$ , qui est alors la distance minimum logique.

Strictement parlant, il faudrait encore étudier en détail le phénomène pour voir si les passages à distances plus petites que  $\hbar/mc$  ne donnent réellement pas de contribution sensible. Cela peut se faire par exemple, pour le rayonnement de freinage (\*).

Une autre raison pour ce choix est fournie par la remarque, que de cette manière les quanta maxima contenus dans la décomposition (14,3) ont justement la grandeur  $\varepsilon_0$ , c'est-à-dire l'énergie d'un électron de vitesse  $v$ . Evidemment, cette valeur, est justement la valeur maxima possible d'un échange d'énergie. Si on admettait des quanta

(\*) Si on localise l'électron pendant ce processus, c'est-à-dire si on le décrit par un paquet d'ondes, le noyau traverse effectivement ce paquet pour des paramètres de choc plus petits. (Nous considérons le processus dans un système d'axes où l'électron est initialement au repos ; voir § 8.) Dans ce cas certaines parties de la distribution de charge convenablement choisies dans le voisinage du noyau, subissent des accélérations de direction opposée. Donc, leur rayonnement diminuera par interférence, si la longueur d'onde est grande par rapport à la section du paquet considéré. Or, comme nous le verrons, les ondes de longueur  $\hbar/mc$  sont les plus importantes, et il est alors plausible, que les distances plus petites ne donnent qu'une contribution très faible au phénomène général.

plus grands, ils pourraient donner lieu à des processus pour lesquels la conservation de l'énergie deviendrait problématique.

Introduisons ces limites dans (14,3) ; on obtient la formule fondamentale

$$(14,5) \quad N(k)dk = \frac{2Z^2}{137\pi} \lg \frac{\varepsilon_0}{k} \frac{dk}{k}, \quad \left( k \leq \varepsilon_0 = \frac{\mu}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \right),$$

qui décrit complètement le champ de rayonnement représentatif de l'action globale d'une particule chargée en mouvement, c'est-à-dire pour laquelle on a effectué la moyenne sur tous les paramètres de choc.

On peut aussi tenir compte qualitativement de l'effet d'écran. En gros, cet effet rend inefficaces tous les passages à des distances supérieures au « rayon de l'atome » (voir § 12)

$$(14,6) \quad r_a = \frac{h^2}{me^2Z^3} = \frac{137hc}{\mu Z^3}.$$

Cette grandeur sera donc la limite supérieure à introduire en (14,3), pourvu qu'elle soit plus petite que (14,4). On obtient donc

$$(14,7) \quad N(k)dk = \frac{2Z^2}{137\pi} \lg \frac{137}{Z^3} \frac{dk}{k}; \quad \left( \text{pour } \frac{\varepsilon_0}{k} \approx \frac{\varepsilon_0}{\mu} > \frac{137}{Z^3} \right),$$

(dans la condition précédente on peut remplacer  $k$  par  $\mu$ , parce que les quanta de cette grandeur sont toujours les plus importants).

Le rayonnement de freinage est obtenu alors comme suit. Dans le système de référence  $\Sigma'$ , dans lequel l'électron est initialement au repos, le champ (14,5) du noyau qui se déplace, produit un effet Compton sur l'électron. Le rayonnement émis par ce dernier n'est rien d'autre que le rayonnement diffusé. Son énergie totale devient évidemment

$$(14,8) \quad S' = \int_0^{\varepsilon_0} N(k_0) \left\{ \int k_1 d\Phi \right\} dk_0,$$

où  $d\Phi$  est la section d'action pour l'effet Compton et  $k_1$  l'énergie du quantum diffusé. Or, ce qui nous intéresse est le rayonnement transformé dans le système  $\Sigma$  du noyau (dans lequel le noyau est initialement au repos). Strictement parlant, on aurait à considérer aussi la distribution angulaire de  $S'$  et à appliquer la transformation correspondante à chaque élément de l'angle solide, ce qui est assez pénible.

Mais, approximativement, on peut procéder de la manière suivante. Dans  $\Sigma'$ , la distribution angulaire des quanta mous de diffusion,  $k_1 \leq \mu$ , est pratiquement uniforme, ou du moins il n'existe pas en moyenne de courant d'énergie dans la direction du mouvement du noyau. La partie  $S'_1$  provenant des  $k_1 \leq \mu$  se transforme alors comme une énergie ordinaire, c'est-à-dire d'après :

$$(14,9) \quad S_1 \sim \xi S'_1 = S'_1 \frac{\varepsilon_0}{\mu} \quad (\text{pour } k_1 \leq \mu).$$

D'autre part, dans  $\Sigma'$ , les grands quanta de diffusion  $k_1 \sim k_0 \gg \mu$  sont émis presque complètement en avant, c'est-à-dire dans la direction de mouvement du noyau. Après la transformation ils deviennent par effet Doppler, des quanta mous d'ordre  $\mu$ , et leur contribution  $S'_2$  se transforme suivant :

$$(14,10) \quad S_2 \sim S'_2 \frac{1 - v/c}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \sim S'_2 \frac{\sqrt{1 - (v/c)^2}}{2} \sim S'_2 \frac{\mu}{\varepsilon_0}; \quad (k_1 \sim k_0 \gg \mu).$$

(L'omission d'un facteur  $1/2$  dans la dernière étape améliorerait probablement l'approximation, parce que le rayonnement  $S'_2$  n'est pas précisément contenu dans un angle infiniment petit). La transformation totale sera alors

$$(14,10) \quad S \sim S'_1 \frac{\varepsilon_0}{\mu} + S'_2 \frac{\mu}{\varepsilon_0} = S'_1 \xi + S'_2 1/\xi.$$

D'après (10,9) (10,10) et (10,13) on trouve maintenant

$$(14,11) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \int_0^{k_0} k_1 d\Phi \sim r_0^2 k_0 & \text{pour } k_0 \leq \mu \\ \int_0^\mu k_1 d\Phi \sim r_0^2 \frac{\mu^2}{k_0} & \text{» } k_0 > \mu; k_1 \leq \mu \\ \int_\mu^{k_0} k_1 d\Phi \sim \mu r_0^2 & \text{» } k_0 > \mu; k_1 > \mu, \end{array} \right.$$

et après (14,5) (14,8) et (14,11)

$$(14,12) \quad S'_1 \sim \frac{Z^2 r_0^2}{137} \left\{ \int_0^\mu \lg \frac{\varepsilon_0}{k_0} dk_0 + \int_\mu^{\varepsilon_0} \left( \frac{\mu}{k_0} \right)^2 \lg \frac{\varepsilon_0}{k_0} dk_0 \right\} \sim \frac{Z^2 r_0^2}{137} \mu \lg \frac{\varepsilon_0}{\mu}.$$

$$S'_2 \sim \frac{Z^2 r_0^2}{137} \int_\mu^{\varepsilon_0} \frac{\mu}{k_0} \lg \frac{\varepsilon_0}{k_0} dk_0 \sim \frac{Z^2 r_0^2}{137} \mu \left( \lg \frac{\varepsilon_0}{\mu} \right)^2.$$

(On n'a gardé que les termes les plus grands et omis tous les facteurs numériques de l'ordre de l'unité). Finalement, on voit par (14,10), que

la contribution de  $S_2$  est négligeable et on obtient

$$(14,13a) \quad S \sim S'_1 \frac{\varepsilon_0}{\mu} \approx \frac{Z^2 r_0^2}{137} \cdot \varepsilon_0 \lg \frac{\varepsilon_0}{\mu}; \quad \left( \frac{137 \mu}{Z^3} > \varepsilon_0 \gg \mu \right).$$

Pour de très grandes énergies, en tenant compte de l'effet d'écran on remplace (14,5) par (14,7), ce qui donne

$$(14,13b) \quad S \approx \frac{Z^2 r_0^2}{137} \cdot \varepsilon_0 \lg \frac{137}{Z^3}; \quad \left( \varepsilon_0 > \frac{137 \mu}{Z^3} \right).$$

Cette valeur est donc l'énergie totale de rayonnement émise par un électron passant près d'un noyau (ou plutôt sa moyenne sur tous les paramètres de choc). Ce rayonnement donne lieu à un freinage défini par

$$(14,14) \quad - \frac{d\varepsilon}{dx} = NS.$$

On retrouve bien le résultat (12,11) de la méthode quantique. Par un calcul plus précis, analysant en détail la distribution angulaire  $v$ . WEIZSAECKER a même pu obtenir exactement le terme principal logarithmique de (12,6), y compris son facteur numérique.

Il faut encore attirer l'attention sur quelques remarques importantes. (14,12) nous apprend que seulement les quanta mous d'ordre  $\mu$  du champ (14,5) sont essentiels, parce que dans les deux sommes de (14,12) (pour  $S'_1$ ) ce sont justement les limites  $\mu$ , qui déterminent l'ordre de grandeur. Ainsi, le résultat qualitatif ne dépend pas essentiellement de la forme exacte de la section d'action de l'effet Compton. Cela provient du fait, que cette section est, toujours d'ordre  $r_0^2$  pour des énergies  $h \sim \mu$  (\*).

Il est assez surprenant de constater que seules les ondes comparativement longues de la décomposition de Fourier jouent un rôle, même pour des énergies très élevées ( $\sim 137 \mu$ ). Cela semble infirmer les conclusions du paragraphe 8, d'après lesquelles la théorie précédente cesserait d'être valable à cause de l'intervention des longueurs d'onde de l'ordre de  $r_0$ . Cependant, d'après la discussion précédente, tout l'effet provient des longueurs d'onde qui ne diffèrent pas sensiblement de  $h/mc = 137 r_0$ , quelles que soient les autres composantes présentes. Si réellement la théorie cessait d'être valable

(\*) Aux environs de  $\varepsilon_0 \sim \mu$ , les sections efficaces pour tous les processus deviennent de l'ordre de  $r_0^2$ , ce qui multiplie la puissance correspondante de  $Z$  et de  $1/137$ , parce que les fonctions homogènes de  $\varepsilon_0/\mu$ , qui entrent comme facteurs seront de l'ordre de l'unité pour cette énergie (voir § 6).



pour les grandes énergies, comme il semble que ce soit effectivement le cas, il faudrait conclure, que la présence d'ondes courtes modifie radicalement l'action des composantes de grande longueur d'onde, contrairement au principe de superposition.

Dans son travail cité à la fin du § 8, OPPENHEIMER <sup>(38a)</sup> a montré, comment l'échec du principe de superposition pouvait modifier les formules du rayonnement. Si l'on prend la valeur (8,19)

$$(8,19) \quad r_c = r_0 Z \frac{\varepsilon_0}{\mu} = \frac{hc}{\mu} \cdot \frac{Z}{137} \frac{\varepsilon_0}{\mu}$$

pour le rayon minimum dans la somme (14,3) ce qui veut dire qu'on omet toutes les régions, contenant des composantes de FOURIER d'un  $k > 137\mu$ , on obtiendra certainement une limite inférieure pour l'effet total. La distribution des quanta effectifs pour des  $\varepsilon_0 > 137\mu$  (c'est-à-dire  $r_c > \frac{hc}{\mu}$ ) sera alors donnée par

$$(14,5a) \quad N(k)dk = \frac{2Z^2}{137^2} \left\{ \begin{array}{l} \lg \frac{137\mu}{Zk} \quad \text{pour } r_c < r_a < r_{max}, \text{ c-à-d.} \\ \lg \frac{137^2}{Z^3} \cdot \frac{\mu}{\varepsilon_0} \quad \text{« } r_a < r_c < r_{max}, \text{ »} \\ 0 \quad \text{« } r_c > r_{max}, \text{ »} \end{array} \right. \begin{array}{l} \frac{\varepsilon_0 Z^{\frac{1}{3}}}{137} < k < 137\mu, \\ k < \frac{\varepsilon_0 Z^{\frac{1}{3}}}{137} < 137\mu, \\ \frac{\varepsilon_0 Z^{\frac{1}{3}}}{137} > 137\mu. \end{array}$$

au lieu de (14,5), (14,7) [ $r_c$ ,  $r_a$ ,  $r_{max}$  étant donnés respectivement par (8,19) (14,6) et (14,4)]. A l'aide de cette formule pour la distribution des quanta, on trouve par la même voie, qui conduit à (14,13 a, b), l'ordre de grandeur du rayonnement total (les quanta  $k \sim \mu$  sont les seuls importants)

$$(14,15) \quad S \sim \frac{Z^2 r_0^2}{137} \varepsilon_0 \lg \left( \frac{137}{Z^2} \cdot \frac{137\mu}{Z\varepsilon_0} \right)$$

pour  $\frac{hc}{\mu} < r_c < r_a$ , c.-à-d.  $\frac{137\mu}{Z} < \varepsilon_0 < \frac{137^2\mu}{Z^3}$ .

THÉORIE DES CHOCS ET DU RAYONNEMENT

Si l'on admet donc, que les passages à des distances  $< r_c$  sont inefficaces, hypothèse qui apparemment fournit les résultats les plus petits conciliables avec des faits connus, l'effet de rayonnement décroîtrait pour des énergies très grandes et disparaîtrait complètement pour  $\epsilon_0 = 137^2 \mu / Z^{1/3}$ . Naturellement, cette considération n'est pas du tout une « théorie », mais elle montre la marge [différence entre (14,13 b) et (14,15)] dont on dispose à présent pour l'interprétation des phénomènes (\*).

(\*) L'impossibilité de superposer l'action séparée des différentes composantes de Fourier apparaîtrait peut-être moins surprenante, si l'on se rappelait que le champ total de la particule en mouvement est constitué par une seule impulsion électromagnétique ayant un maximum très aigu et une durée très courte. Pour des paramètres de choc plus petits que (8, 19), les dimensions de la région de l'espace dans laquelle le champ est appréciable sont inférieures au rayon de l'électron et la validité de la formule donnant la force de Lorentz exercée par le champ sur l'électron devient problématique.

Il en est de même lorsque la particule incidente passe à des distances inférieures à (8,20) [ou (8,17a)], car dans ce cas le champ électrique au moment du passage dépasse le champ critique (8,17a) de la théorie des positions [ou (8,17) de la théorie classique]. Lorsqu'on prend (8,20) comme limite inférieure dans la somme (14,3) on obtient pour le rayonnement total, au lieu de (14,15) la valeur

$$(14,15a) \quad S \approx \frac{Z^2 r_0^2}{137} \epsilon_0 \lg \frac{137}{Z} \left( \frac{137 \mu}{Z \epsilon_0} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{Z^2 r_0^2}{137} \cdot \frac{\epsilon_0}{2} \lg \frac{137^2 \mu}{Z^3 \epsilon_0}.$$

A l'heure actuelle on ne peut pas trouver des raisons théoriques satisfaisantes pour justifier une modification du type (14,15) ou (14,15a) ; toutefois, les considérations qui précèdent semblent mettre en évidence une caractéristique qui appartient également, sans aucun doute, à la théorie correcte définitive.

Si la modification en question est telle que l'action des champs intenses ou rapidement variables est plus forte que dans la théorie ordinaire, l'introduction d'un rayon « minimum » devra donner une bonne approximation. On voit que dans ce cas la formule du rayonnement sera toujours de la forme

$$(14,15b) \quad S = A \epsilon_0 \lg \frac{B}{\epsilon_0} \left( \frac{137}{Z} < \epsilon_0 < B \right)$$

et que la qualité de celui-ci (sa distribution sur les diverses fréquences) ne sera pas modifiée. Le rayonnement total sera maximum pour  $\epsilon_0 = \frac{B}{e}$  ( $e =$  base des logarithmes naturels) et très petit pour  $\epsilon_0 \gtrsim B$ . Nous ne sommes pas encore en mesure de fixer les constantes A et B de (14, 15b). La meilleure manière de procéder serait peut-être de considérer (14,15) comme une formule semi-empirique et de déterminer les constantes qu'elle contient par comparaison avec l'expérience. Une étude récente de l'auteur (*Physical Review*, 49, 189, 1936) semble indiquer que (14,15 a) donne des résultats satisfaisants mais les conclusions ne sont pas définitives.

(Note ajoutée à la correction).

La production de paires par un rayonnement  $\gamma$  tombant sur un noyau peut être traitée d'une manière analogue. Pour pouvoir décomposer le champ du noyau, il faut encore passer à un système d'axes se déplaçant avec une grande vitesse ; les quanta remplaçant le champ du noyau peuvent fusionner alors avec des quanta du rayonnement incident et former des paires d'après le processus décrit au paragraphe II. Soient  $k_2$  les quanta  $k_0$  transformés et  $\Phi(k_1, k_2)$  la section efficace pour la formation d'une paire par deux quanta  $k_1$  et  $k_2$  de directions opposées. La section totale pour la création de paires dans le voisinage d'un noyau devient

$$(14,16) \quad \Phi_{\text{paires}} = \int N(k_1) \Phi(k_1, k_2) dk_1.$$

Le résultat ne dépend pas du choix du système de référence (à des termes d'ordre  $1/\xi^2$  près, ce qui est déjà en dehors de la marge d'erreur de toute la théorie). Il est cependant plus commode de passer au système d'axes dans lesquels les quanta du rayonnement  $\gamma$  ont justement de l'énergie  $\mu$ . Par la formule de Doppler

$$(14,17) \quad k' = k_0 \frac{1 - v/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

on trouve en posant  $k' = \mu$

$$(14,18) \quad \xi = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{k_0}{\mu(1 + v/c)} \approx \frac{k_0}{2\mu} = \frac{\varepsilon_0}{2\mu},$$

( $\varepsilon_0$  = énergie initiale des quanta dans le système du noyau). Au paragraphe II, on a calculé la section  $\Phi(k_1, k_2)$  pour le cas  $k_1 = k_2$  (voir (II,14) et (II,15)). Pour des  $k$  arbitraires (mais toujours de directions opposées) la section d'action sera celle qu'on obtient en introduisant dans ces formules un  $k_0$  égal à la valeur commune de l'énergie des deux quanta dans le système d'axes dans lequel ces énergies sont précisément égales. La formule de DOPPLER donne

$$(14,19) \quad k_1 \frac{1 + v/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = k_2 \frac{1 - v/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = k_0,$$

$$k_0^2 = k_1 k_2.$$

THÉORIE DES CHOCS ET DU RAYONNEMENT

En faisant cette substitution et en posant  $k_2 = \mu$  dans (II, 14) et (II, 15), on obtient

$$(I4,20) \quad \Phi(k_1, \mu) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} \gamma_0^2 \frac{\mu}{k_1} \sqrt{1 - \frac{\mu}{k_1}} & \text{pour } k_1 \sim \mu \\ \frac{\pi}{2} \gamma_0^2 \frac{\mu}{k_1} \lg \frac{k_1}{\mu} & \text{» } k_1 \gg \mu, \end{cases}$$

et finalement en vertu de (I4, 5), (I4, 16) et (I4, 20)

$$(I4,21) \quad \Phi_{\text{paires}} \approx \frac{Z^2 \gamma_0^2}{137} \left\{ \int_{\mu}^{2\mu} \frac{\mu}{k_1^2} \sqrt{1 - \frac{\mu}{k_1}} \lg \frac{\varepsilon_0}{\mu} dk_1 + \int_{2\mu}^{\varepsilon_0} \frac{\mu}{k_1^2} \lg \frac{\varepsilon_0}{k_1} \lg \frac{k_1}{\mu} dk_1 \right\},$$

$$\approx \frac{Z^2 \gamma_0^2}{137} \lg \frac{\varepsilon_0}{\mu},$$

(à des facteurs numériques près). La section d'action, perpendiculaire à la direction de mouvement, est invariante, et (I4, 21) donne donc aussi la valeur cherchée dans le système du noyau.

On retrouve donc de nouveau l'ordre de grandeur correct, calculé d'après la méthode quantique (voir (I3,5)) (\*). Ici encore, ce sont les petits quanta qui jouent le rôle prépondérant, à savoir, les quanta à peine suffisants pour la création de paires (c'est-à-dire un peu plus grands que  $\mu$ ). Cette circonstance est essentielle, pour que la méthode puisse être justifiée.

Naturellement, la loi de conservation de l'énergie doit être satisfaite au moins dans les limites d'erreurs (à  $1/\xi$  près). Le noyau, grâce à sa masse, ne prend presque rien de l'énergie du quantum incident. Dans le système d'axes mobiles, la paire produite ne possède que très peu d'énergie, les particules étant pratiquement au repos ; il s'ensuit que leur énergie dans le système du noyau sera justement  $\varepsilon_0/2$  pour chaque particule (comparer (I4,18) et que leur ensemble prendra justement l'énergie correcte  $k_0$ ,

Le calcul pour l'effet d'écran et pour notre évaluation de l'échec du principe de superposition se font de la même manière que pour le rayonnement de freinage ; les résultats sont tout à fait analogues. En général, on peut dire que le rapport du pouvoir pénétrant des

(\*) WILLIAMS (55) a démontré de plus qu'on obtient même le facteur numérique correct en se servant de l'expression complète (II, 13) au lieu de l'approximation (II, 14), (II, 15).

électrons à celui des photons de même énergie ne doit pas différer beaucoup de l'unité tant que les deux processus décrits dans ce paragraphe sont les plus efficaces pour le freinage et l'absorption. D'après les considérations de ce paragraphe, il semble très difficile de concevoir une théorie, dans laquelle les limites d'applicabilité seraient différentes pour des électrons et des photons.

**§ 15. Processus d'ordre supérieur ; (rayonnement multiple de freinage, production de paires par chocs de particules).**

Dans le paragraphe précédent nous avons vu, d'une part que la méthode semi-classique redonnait bien les résultats du calcul quantique, et d'autre part que le succès de cette méthode ne dépendait guère de la précision du calcul, les approximations grossières utilisées se montrant tout à fait satisfaisantes. On peut donc avoir confiance et appliquer la même méthode également au cas où, le calcul quantique s'avérant inextricable, aucun contrôle n'est possible. Nous traiterons par cette méthode les deux processus les plus importants d'ordre de  $e^8$ .

Le rayonnement double de freinage <sup>(31)</sup>, c'est-à-dire l'émission simultanée de deux photons par un électron passant au voisinage d'un noyau s'obtient exactement de la même manière que l'émission simple. On n'a rien à changer si ce n'est prendre la diffusion double pour processus élémentaire, au lieu de la diffusion simple. Ainsi que nous l'avons déjà dit, la section efficace pour l'effet double ne diffère de celle de l'effet simple que par un facteur  $1/137$  pour des énergies élevées et en outre, pour des petites énergies, par un facteur  $(k_0/\mu)^2$ , voir (10,16). Ainsi, au lieu de (14, 12) on aura

$$(15,1) \quad S'_1 \sim \frac{Z_0^2 r_0^2}{(137)^2} \left\{ \int_0^\mu \frac{k_0^2}{\mu^2} \lg \frac{\varepsilon_0}{k_0} dk_0 + \int_\mu^{\varepsilon_0} \left(\frac{\mu}{k_0}\right)^2 \lg \frac{\varepsilon_0}{k_0} dk_0 \right\}.$$

Les sommes étant encore d'un ordre de grandeur  $\mu \lg \frac{\varepsilon_0}{\mu}$ , on obtient au lieu de (14,13)

$$(15,2) \quad S_{\text{double}} \sim \frac{Z_0^2 r_0^2}{137^2} \cdot \varepsilon_0 \log \frac{\varepsilon_0}{\mu},$$

la seule différence étant un nouveau facteur  $1/137$ . Pour des grandes énergies primaires, l'intensité de ce rayonnement double reste toujours une fraction du rayonnement simple de l'ordre de  $1/137$ . Pour des rayonnements d'ordre encore plus élevé on obtiendrait des nouveaux facteurs  $1/137$ , parce que la section d'une diffusion multiple aux environs de  $k_0 \sim \mu$  est toujours  $\sim r_0^2$ , ce qui multiplie par une puissance correspondante de  $1/137$ .

La production de paires par choc de particules <sup>(34,38)</sup> est intéressante surtout en raison de la question de savoir si elle apporte une contribution notable au freinage des particules de grande vitesse. L'application de la méthode semi-classique <sup>(38)</sup> est ici particulièrement simple. Considérons un électron passant au voisinage d'un noyau. Le champ de l'électron peut être décomposé comme précédemment et les quanta incidents produiront des paires d'après les lois que nous connaissons déjà. Les paires ayant une énergie totale  $\Delta = \varepsilon_+ + \varepsilon_-$  seront créées par des quanta  $k_0 = \Delta$  et la section d'action pour leur production sera (comparer (14, 5) et (13,5)) :

$$(15,3) \quad d\Phi(\Delta) = N(\Delta)\Phi_{\text{paires}}(\Delta)d\Delta$$

$$\sim \frac{Z^2 r_0^2}{137^2} \frac{56}{9\pi} \lg \frac{\varepsilon_0}{\Delta} \lg \frac{\Delta}{\mu} \frac{d\Delta}{\Delta}. \quad (\Delta \ll \varepsilon_0)$$

Dans ce calcul, il est sous-entendu que  $\Delta \ll \varepsilon_0$ , parce que autrement l'électron serait considérablement dévié de son parcours rectiligne, et la décomposition utilisée ne serait plus permise. On pourrait se libérer de cette restriction, si l'on connaissait la formule donnant la production des paires par un rayonnement  $\gamma$  qui tombe sur un électron. Cette formule différerait de la formule analogue pour des noyaux, parce que l'électron reçoit un choc de recul appréciable (négligeable pour des particules lourdes à cause de leur masse), et qui correspond justement à la déviation précitée. En possession de l'expression pour des électrons, on pourrait considérer le processus du point de vue d'un système d'axes où l'électron est initialement au repos, et procéder à la décomposition de Fourier. Le calcul, conduit comme précédemment, fournirait un résultat correct pour tous les  $\Delta$ . A défaut de cette formule on doit se contenter de (15, 3), mais il est raisonnable d'admettre que la somme de (15, 3) sur  $\Delta$  donnera l'ordre de grandeur de l'effet total. Le chiffre ainsi obtenu ne sera d'ailleurs qu'une limite supérieure, parce que le recul de l'électron diminuera évidemment l'effet.

On peut faire aussi une autre objection, mais qui est moins grave. On a vu, au paragraphe 13, que la production des paires par un rayonnement  $\gamma$  a lieu dans une région de dimensions linéaires  $(\hbar/mc) \cdot (k_0/\mu)$ ; or, notre décomposition de FOURIER n'est pas suffisamment constante dans un domaine de cette étendue (\*). On arrivera au même résultat par une autre méthode, qui ne prête pas le flanc à cette objection. Si l'on transforme à un système de référence intermédiaire, où toutes les deux particules (l'électron incident et le noyau) sont en mouvement, on peut considérer la production de paires comme effectuée par l'interaction des champs de rayonnement (d'après § 11) provenant de la décomposition des deux particules.

Soit maintenant  $\Phi(k_1, k_2)$  la section d'action correspondant à la production de paires par deux quanta  $k_1$  et  $k_2$ ; la section totale pour des particules sera

$$(15,4) \quad \Phi_{\text{particules}} = \int_{k_1} N(k_1) dk_1 \int_{k_2} N(k_2) \Phi(k_1, k_2) dk_2.$$

Mais, après (14, 16), la première somme sur  $k_2$  n'est autre que la section  $\Phi_{\text{paires}}$  de (15,3), et (15,4) est équivalente à (15,3). (Il y aurait certaines différences dans les arguments des logarithmes, provenant de la transformation de LORENTZ, mais ces différences sont négligeables au degré d'approximation de la méthode envisagée).

La section totale pour la création de paires d'énergie arbitraire (\*\*)  
s'obtient par sommation, à partir de (15, 3); on a (\*\*\*) :

$$(15,5) \quad \Phi_{\text{totale}} = \int d\Phi = \frac{Z^2 r_0^2}{137^2} \frac{28}{27\pi} \left( \lg \frac{\epsilon_0}{\mu} \right)^3, \quad (\epsilon_0 \gg \mu)$$

et pour la perte moyenne d'énergie

$$(15,6) \quad - \frac{d\epsilon}{dx} = N \int \Delta d\Phi \sim N \frac{Z^2 r_0^2 56}{137^2 9\pi} \epsilon_0 \lg \frac{\epsilon_0}{\mu}.$$

(\*) A des petits paramètres de choc près, qui ne donnent pas des contributions appréciables, le champ obtenu par la décomposition peut être considéré comme uniforme sur des distances de l'ordre de  $\hbar/mc$ , ce qui est suffisant pour décrire l'interaction d'un électron avec un champ de rayonnement, parce que pour l'électron il est permis de construire des paquets d'ondes: qui ont précisément ces mêmes dimensions linéaires.

(\*\*) On se sert des formules

$$\int x^n \lg x dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \left( \lg x - \frac{1}{n+1} \right); \quad \int (\lg x)^n \frac{dx}{x} = \frac{(\lg x)^{n+1}}{n+1}.$$

(\*\*\*) LANDAU et LIFSHITZ<sup>(34)</sup> ont trouvé le même résultat d'après une méthode toute différente et bien plus compliquée.

Pour tenir compte de l'effet d'écran il faut remplacer le quotient  $\frac{\Delta}{\mu}$  dans le logarithme de (15,3) (qui provient de l'expression (13,5) pour la production de paires par des photons) par une expression qui tend vers la limite constante  $137 Z^{1/3} \sim 183 Z^{1/3}$  pour des grandes énergies (\*). Une approximation suffisante sera obtenue en posant

$$(15,7) \quad d\Phi_{\text{paires}} = \frac{56}{9\pi} \cdot \frac{Z^2 r_0^2}{137^2} \lg \frac{\varepsilon_0}{\Delta} \cdot \frac{d\Delta}{\Delta} \begin{cases} \lg \frac{\Delta}{\mu} & \text{pour } \mu < \Delta < \frac{137\mu}{Z^{1/3}}, \\ \lg \frac{137}{Z^{1/3}} & \text{»} \quad \Delta > \frac{137\mu}{Z^{1/3}}, \end{cases}$$

ce qui donne pour la section totale au lieu de (15,5) :

$$(15,8) \quad \Phi_{\text{totale}} = \frac{28}{27\pi} \cdot \frac{Z^2 r_0^2}{137^2} \lg \frac{137}{Z^{1/3}} \left( 3 \lg \frac{\varepsilon_0}{\mu} \cdot \frac{Z^{1/3}}{137} + \lg^2 \frac{137}{Z^{1/3}} \right).$$

Le facteur numérique ne donne certainement rien qu'une indication de l'ordre de grandeur. Ces expressions ne sont pas complètes, parce qu'il existe encore un autre mécanisme pouvant conduire à la production de paires par choc de particules (\*\*). L'électron passant près du noyau émettra aussi le rayonnement de freinage discuté aux §§ 12 et 14. Ce rayonnement consiste en des ondes sphériques ayant le noyau comme centre, et il pourra produire des paires par le mécanisme de « conversion interne » mentionné à la fin du § 13. Étudions l'ordre de grandeur de cet effet. Pour des quanta  $h_0 = \Delta \ll \varepsilon_0$  (qui sont encore les plus importants), la formule (12,6) pour le rayonnement de freinage se réduit à :

$$(15,9) \quad d\Phi_{\gamma} = \frac{16}{3} \frac{Z^2 r_0^2}{137} \frac{d\Delta}{\Delta} \lg \frac{\varepsilon_0^2}{\mu\Delta},$$

et en multipliant cette expression par le coefficient  $\sigma$  de conversion interne (\*\*\*) on obtient

$$(15,10) \quad d\Phi_{\text{paires}} = d(\sigma\Phi_{\gamma}) \sim \frac{32}{9\pi} \left( \frac{Zr_0}{137} \right)^2 \frac{d\Delta}{\Delta} \lg \frac{\varepsilon_0^2}{\mu\Delta} \lg \frac{\Delta}{\mu},$$

(\*) Il est à noter que  $\lg \frac{\varepsilon_0}{\Delta}$  en (15,5) ne doit pas être modifié, comme l'auteur l'a fait par erreur dans sa note (38), parce qu'il découle de la décomposition de FOURIER du champ de l'électron incident et non pas d'un noyau atomique.

(\*\*) Cette remarque a été communiquée par OPPENHEIMER à une réunion de discussions sur la physique nucléaire à Washington, en avril 1935.

(\*\*\*) Voir (13,8), où l'on remplace  $\varepsilon_0$  par  $\Delta$ .



qui est de même ordre de grandeur que (15,7) mais avec un facteur numérique un peu différent. (L'effet d'écran pourrait aussi être traité de la même façon et donnerait une formule comparable à (15,8)).

Ces deux contributions (15,7) et (15,10) ne se superposent pas indépendamment. Ceci peut être mis en évidence par une étude de ce processus d'après la méthode quantique. Les deux possibilités de production de paires par des électrons correspondent à différents chemins d'états intermédiaires (celui de la conversion interne est inclus dans ceux de la remarque finale du § 5) et il faut sommer sur les amplitudes de probabilité et non pas sur les probabilités elles-mêmes (interférence des probabilités). L'ordre de grandeur sera donné correctement par les considérations ci-dessus, mais le facteur numérique ne pourra pas être déterminé par la méthode semi-classique.

Cela étant, nous pouvons comparer qualitativement la production de paires par des électrons (donnés au moyen de (15,5), (15,8)) avec la production de paires par rayonnement  $\gamma$  (13,5). On constate la présence d'un facteur supplémentaire de l'ordre de

$$(15,11) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \frac{1}{137} \lg^2 \frac{\epsilon_0}{\mu}, & \text{pour } \frac{\epsilon_0}{\mu} < \frac{137}{Z^{1/3}}, \\ \frac{1}{137} \lg \frac{\epsilon_0}{\mu} \cdot \lg \left( \frac{\epsilon_0}{\mu} \cdot \frac{Z^{1/3}}{137} \right), & \text{» } \frac{\epsilon_0}{\mu} > \frac{137}{Z^{1/3}}. \end{array} \right.$$

Cela donnerait pour le Pb ( $Z = 81$ ) et pour l'énergie critique  $\epsilon_0 \approx 137/Z^{1/3} \approx 30 \cdot 10^6$  volt un facteur  $\approx 1/10$ , mais probablement la constante numérique sera inférieure à l'unité. Pour ce qui concerne la production de paires, l'action d'un électron sera certainement moins que 1/10 de celle d'un rayonnement  $\gamma$  pour des énergies  $\approx 137 \mu$ .

Ceci correspond bien aux observations d'ANDERSON <sup>(1)</sup>, qui a mis en évidence occasionnellement des positons secondaires d'électrons de grande énergie traversant du Pb, mais qui maintient que cet effet doit être considérablement plus faible que pour des rayons  $\gamma$ .

Pour des énergies plus élevées ce rapport croîtrait lentement en faveur des électrons d'après (15,11). Cependant, cette variation n'est probablement pas réelle, à cause de l'échec du principe de superposition qui empêche les facteurs logarithmiques de devenir infinis (comparer (14,5a)).

Quant à la contribution au freinage, on voit que le ralentissement

(15, 6) est nettement plus petit (facteur  $1/137$ ) que le résultat de l'action du rayonnement de freinage (12, II) et peut, par conséquent, être complètement négligé, ce qui sera le cas même si l'on tient compte de l'effet d'écran. Naturellement, il faut toujours se rappeler, que la validité de la théorie est sujette à caution pour des énergies  $\sim 137 \mu$ , les remarques faites à l'égard du rayonnement de freinage (§ 14) s'appliquant ici exactement de la même manière.

L'application de la méthode quantique au problème de la production de paires par chocs de particules a été étudiée par HETTLER et NORDHEIM ; les complications sont telles qu'il semble impossible de pousser les calculs jusqu'au bout pour des électrons. Ces auteurs ont cependant pu obtenir un résultat qui complète la discussion précédente, pour un cas situé en dehors du domaine de la méthode semi-classique. Il s'agit de la production de paires par chocs de particules lourdes, ayant des énergies petites par rapport à leurs énergies de repos (\*). On ne doit pas s'attendre à ce que la section de la particule lourde  $R_0^2 = \frac{e^2}{M}$  intervienne dans les formules, parce que la perturbation produite dure plus longtemps que pour des électrons (à cause de la vitesse réduite de ces particules). En fait, cela compense un des facteurs  $\mu/M$  et l'on obtient :

$$(15, 12) \quad \Phi \sim \frac{r_0^2}{137} \frac{\mu^2}{M_1 T_1^0} Z_1^4 Z_2^2 \left( 1 - \frac{M_1}{Z_1} \frac{Z_2}{M_2} \right)^2,$$

où  $M_1, M_2$  sont les énergies au repos des deux particules lourdes. L'indice 1 indique la particule incidente,  $T_1^0$  est son énergie cinétique (d'ordre  $\mu$  et non pas  $M$ ). La parenthèse provient de l'entraînement de la particule 2, qui est initialement au repos (\*\*). L'effet est très petit, grâce au facteur  $\frac{\mu}{M_1}$ . Cette petitesse ne peut pas être compensée par la puissance élevée  $Z_1^4$  pour des chocs de deux noyaux lourds, parce qu'alors c'est la parenthèse qui devient petite, le rapport  $Z/M$  ne variant que très peu avec  $Z$ .

(\*) Si l'énergie cinétique est grande même en comparaison avec  $M$ , la formule (15,3) reste évidemment applicable, quand on remplace  $\varepsilon_0$  par l'énergie d'un électron, de même vitesse (donc  $\varepsilon_0 = \mu \dot{z}$ ) que la particule incidente, et  $Z^2$  par  $Z_1^2 Z_2^2$ .

(\*\*) Si  $T_1^0 \ll M$ , l'impulsion transférée à la paire est petite par rapport à l'impulsion échangée entre les particules lourdes, et on peut en conclure que l'action dipolaire du mouvement est prépondérante ; il n'en est plus ainsi pour  $T_1^0 \gtrsim M$ .

Jusqu'à présent on n'a pas pu traiter d'autres processus multiples, dont le plus important, du point de vue de l'interprétation du phénomène des gerbes, serait la production simultanée de plusieurs paires par un rayonnement  $\gamma$ . D'après ce que nous savons, il semble bien invraisemblable que ce genre de calculs nous réserve des surprises (\*). Si l'on possédait la formule donnant la section d'action pour la création simultanée de deux paires par deux quanta  $\Phi_{II}(k_1, k_2)$ , on en pourrait déduire la probabilité du processus envisagé ici.

Cette section aura une forme analogue à (I4, 20) (on pose  $k_2 = 2\mu$ )

$$(I5, I3) \quad \Phi_{II}(k_1, 2\mu) = \frac{r_0^2}{I37} f(x),$$

où  $f$  est une fonction homogène de  $x = k_1/2\mu$ . Si  $f$  ne croît pas plus rapidement que (I4, 20), c'est-à-dire si  $f \sim \frac{1}{x} \lg x$  pour  $x \gg 1$ , la section  $\Phi_{II}^{\text{paires}}$  différera de (I4, 2I) seulement par un facteur  $1/I37$  [comparer l'intégration correspondante (I4, 2I)]. Même si  $f \sim \text{const.}$  ou  $\sim \lg x$ , on n'obtiendrait qu'un facteur supplémentaire  $\lg \frac{\varepsilon_0}{\mu}$ , c'est-à-dire un accroissement assez lent avec l'énergie, et grâce à l'effet d'écran, le processus simple restera encore prépondérant.

L'effet multiple ( $e^8$ , 4) (production de paires par des rayons  $\gamma$  avec émission d'un nouveau quantum) a été traité récemment par PLESSET et WHEELER (420) qui ont trouvé un résultat en accord avec nos conclusions générales (c'est-à-dire une faible probabilité).

## § 16. Résumé

Les phénomènes se rattachant au rayonnement cosmique sont d'une complexité bien embarrassante. Apparemment, le rayonnement primaire qui arrive des espaces interstellaires, sur l'atmosphère, est déjà fort loin d'être homogène. Un grand nombre de processus secondaires et d'effets de transition ont lieu ensuite pendant le passage à travers l'atmosphère ; presque chaque travail expérimental

(\*) Le renversement de l'importance des effets d'ordre  $e^4$  et  $e^6$  pour des grandes énergies, ne peut pas servir comme argument, parce qu'il s'agit ici d'un autre type d'interaction.

met aujourd'hui en évidence des faits nouveaux, qui souvent modifient profondément l'aspect général du problème.

Pour résumer les résultats de notre étude en suivant le programme tracé dans l'Introduction, nous comparerons encore une fois entre eux les divers effets énumérés, au point de vue de leur importance relative et enfin, au paragraphe suivant, nous examinerons très brièvement les divers problèmes que pose l'interprétation des observations sur le rayonnement cosmique (§ 17).

Pour des *particules lourdes* de grande énergie, le seul processus essentiel est le freinage ordinaire. Pour des énergies suffisamment grandes pour que la vitesse soit comparable à  $c$ , les formules du paragraphe 9 resteront valables si l'on introduit, outre un nouveau facteur  $Z_2^2$ , ( $Z_2$  étant le nombre atomique de la particule incidente)  $\varepsilon_0 = \mu \xi$ , où  $\mu$  est l'énergie de repos d'un électron, ( $\mu$  la charge et la vitesse des particules déterminent seules leur action, ces particules n'étant presque pas déviées de leur parcours rectiligne.) Il est donc fort difficile de distinguer les protons des électrons, l'ionisation par cm étant presque la même. De telles différences (de l'ordre de 70 % pour des énergies de quelque  $10^9$  électron-volts), seraient, peut être, observables ; cependant, si les considérations de OPPENHEIMER <sup>(38a)</sup> sur le principe de superposition s'avéraient correctes, l'ionisation par des électrons n'indiquerait pas l'accroissement prédit par (9,7), et dans ce cas, la possibilité de distinction entre des protons et des électrons n'existerait plus.

Par contre, les particules  $\alpha$  pourraient être distinguées par leur ionisation qui est plus forte (facteur 4). Pour des énergies cinétiques plus petites que la masse du repos, le freinage devient plus grand que (9,7). La formule la plus précise a été donnée par BLOCH <sup>(10)</sup>.

Pour un *rayonnement  $\gamma$*  ou *ultra  $\gamma$* , l'effet Compton, et en partie l'effet photoélectrique simple, déterminent seuls l'absorption à des fréquences modérés, cependant que, pour des énergies plus grandes, la production de paires devient plus importante ; parallèlement, le facteur  $Z$  dans le coefficient d'absorption se change en  $Z^2$ . Le coefficient d'absorption atteint finalement une limite supérieure pour des grandes énergies (à cause de l'effet d'écran). En comparaison avec ces effets, les processus multiples semblent n'avoir aucune importance. Pour des énergies modérées, les formules de l'effet Compton et de la production des paires se trouvent en bon accord avec l'expérience.

Pour des *électrons*, on a d'abord le freinage ordinaire (y compris la production de secondaires) qui est important pour des énergies modérées. Pour de grandes énergies, le rayonnement de freinage devient prépondérant de beaucoup, si l'on en croit la formule théorique. Les observations d'ANDERSON semblent indiquer que ce rayonnement, quoique moins important que ne le veut la théorie, est néanmoins le facteur décisif. Il n'est donc pas possible de discuter l'absorption des électrons sans en tenir compte, ce qui implique d'assez grandes différences dans l'allure des courbes d'absorption. L'émission de ce rayonnement étant un processus discontinu, la loi d'absorption (ou, au moins, la loi de dissipation de l'énergie) aura plutôt l'allure d'une fonction exponentielle que celle d'une décroissance linéaire, comme pour le freinage ordinaire. La grandeur de cette absorption sera presque égale à celle des rayons ultra  $\gamma$  de même énergie. Aussi, devrait-on s'attendre pour des électrons à un changement de l'influence du nombre atomique de la substance traversée, caractérisé par le passage d'un facteur  $Z$  à un facteur  $Z^2$ .

Les *positons* se conduiront de façon analogue en tous points à celle des électrons, à part leur dématérialisation occasionnelle, dont la probabilité d'observation dans la chambre de Wilson reste petite.

Pour leur création artificielle, l'action des rayons  $\gamma$  est de beaucoup la plus efficace.

On peut ajouter à ceci quelques remarques générales. La distribution angulaire des particules ou photons secondaires sera qualitativement la même pour tous les processus. L'angle d'ouverture sera généralement d'ordre  $\mu/\varepsilon$  ( $\varepsilon =$  énergie du rayon secondaire) ; en d'autres termes, pour des secondaires mous, la distribution sera presque uniforme (indépendante de l'énergie primaire), tandis que pour des grands  $\varepsilon$  tout sera émis vers l'avant.

La constitution individuelle des noyaux de la substance traversée ne joue aucun rôle ; ceux-ci n'interviennent que par leur charge globale (et par le facteur  $Z^2$  pour des processus auxquels le noyau prend également part). Cela se manifeste par le fait que la région efficace dans laquelle ont lieu les phénomènes de production de paires, etc., a des dimensions linéaires de l'ordre de  $h/mc$  et non pas de  $r_0$  (les diamètres des noyaux étant bien de cet ordre). Par rapport aux énergies des rayons cosmiques ( $> 10^9$  électron-volts), les forces intranucléaires

seront négligeables, et il est difficile de voir de quelle façon elles pourraient intervenir (\*).

Quant aux limites probables de l'applicabilité de la théorie, une réponse naïve consisterait à dire qu'elles n'existent pas et qu'en principe la théorie reste toujours applicable. Cela est hors de doute pour des particules lourdes. Toutefois, pour des électrons et des photons la « limite 137 » ne doit pas être exclue d'emblée. Son existence signifierait que le principe de superposition des champs ne serait pas applicable, pour des fréquences de l'ordre  $\approx 137\mu/h$ , auquel cas, même l'action des composantes de plus faible fréquence serait modifiée. De plus, pour des champs très grands on doit également s'attendre à un échec de la théorie élémentaire.

Ainsi que nous l'avons montré dans la note du § 14, l'effet de ces limites sera l'apparition d'une borne d'énergie très élevée, dépendant de la nature de la matière traversée et au-dessus de laquelle les effets de rayonnement diminueront encore plus rapidement.

### § 17. Principaux problèmes que pose l'interprétation des phénomènes se rattachant au rayonnement cosmique

Confrontons maintenant très brièvement les conséquences de la théorie avec les faits, tels qu'ils semblent se présenter aujourd'hui. Il est inutile d'ajouter que nous voulons plutôt esquisser simplement les problèmes qui se posent que d'en donner une discussion détaillée.

Aux confins de l'atmosphère il y a au moins trois catégories de rayonnements (\*\*) (1, 8, 9, 14a, 14b, 15, 25, 46) :

I. Les *particules ultra pénétrantes*, qui peuvent encore donner lieu à des coïncidences, même après avoir traversé un mètre de plomb (et dont une partie n'est pas complètement absorbée même par 100 mètres d'eau). Leur charge est certainement égale à  $e$  (on la déduit de l'ionisation observée dans la chambre Wilson, en bon accord avec ce que

(\*) Les rayons (protons, électrons, rayons  $\gamma$ ) dont l'énergie est comparable à celle du rayonnement cosmique peuvent naturellement provoquer la désintégration des noyaux atomiques qu'ils rencontrent. ANDERSON et NEDDERMEYER semblent avoir observé récemment de pareils processus, à haute altitude (*Phys. Rev.*, 49, 415, 1936). Toutefois, leurs sections d'action sont certainement très petites et ces processus ne contribuent pas sensiblement à l'absorption totale.

(\*\*) A haute altitude l'existence d'un quatrième groupe semble hors de doute. Ce groupe a un faible pouvoir pénétrant, mais produit une forte ionisation ; il est probablement constitué par des rayons  $\alpha$  ou des rayons  $\gamma$  mous

prévoit la théorie). Leur coefficient d'absorption est proportionnel au  $Z$  de la substance traversée ; il est, par exemple, de l'ordre de  $0,006 \text{ cm}^{-1}$  dans l'eau. D'après les effets du champ magnétique terrestre, on conclut que la plupart d'entre eux sont chargés positivement.

II. Le *rayonnement gerbigène* (shower producing radiation) dont le coefficient d'absorption proportionnel à  $Z^2$  est beaucoup plus grand ( $\sim 0,6 \text{ cm}^{-1}$  dans l'eau). Ce rayonnement contient certainement des éléments non-ionisants ; son origine ultérieure doit être cependant de nature corpusculaire, parce qu'il présente également des effets géomagnétiques.

III. Les *particules des gerbes*. Ce sont des électrons des deux signes, (en quantités presque égales), d'origine secondaire et produits dans l'atmosphère même. Leur parcours moyen est de l'ordre de 2 cm dans le Pb, ce qui correspondrait à des énergies de  $\sim 100 \cdot 10^6$  volts.

Naturellement, à ces groupes s'ajoutent un grand nombre de rayons mous de toute sorte, comme produits finaux de la dissipation des grandes énergies primaires.

De plus, les faits expérimentaux suivants semblent acquis.

En premier lieu, pratiquement, la radiation primaire qui rencontre l'atmosphère terrestre est constituée seulement par des particules chargées (quelle que soit d'ailleurs leur nature). Cela résulte du fait que l'ionisation totale à haute altitude aux environs de l'équateur géomagnétique ne représente qu'un faible pourcentage de l'ionisation aux latitudes élevées.

En second lieu, l'effet de latitude géomagnétique sur l'intensité du rayonnement total commence au niveau de la mer à partir de  $50^\circ$ . Cela donne une énergie minima, nécessaire pour traverser l'atmosphère, de  $2,2 \times 10^9 \text{ eV}$  pour des protons ou de  $3 \times 10^9 \text{ eV}$  pour des électrons. Cette perte d'énergie correspond assez bien à la perte ordinaire (9,7) calculée pour l'air.

En troisième lieu, nous sommes obligés de conclure qu'une fraction considérable des particules primaires perdent beaucoup plus rapidement leur énergie. Cela résulte de l'accroissement extraordinaire de l'ionisation totale avec l'altitude, qui est beaucoup trop grande pour pouvoir être expliqué par l'existence de particules de parcours déterminé, subissant une perte d'énergie égale à celle donnée par la formule (9,7) dans le cas des protons ou électrons. La même conclusion s'impose pour l'effet de latitude, qui indique que 85 % du rayonnement au

niveau de la mer est produit ultérieurement par des particules primaires de plus de  $12 \times 10^{10}$  eV ; ce même effet à haute altitude montre que hors de l'atmosphère ce sont les énergies plus basses qui prédominent.

Enfin, il faut mentionner que jusqu'à présent on n'a trouvé aucune preuve de l'existence de neutrons dans le rayonnement cosmique.

Les questions les plus importantes qui se posent nous semblent les suivantes :

1) Quelle est la nature des rayonnements I et II et le mécanisme de leur absorption ; en particulier, II est-il produit par I ou en est-il indépendant ?

2) Quel est le mécanisme de la production des gerbes ?

Considérons le premier groupe de questions. Deux hypothèses sont possibles ; la plus simple est la suivante :

A. *Le rayonnement I* (c'est-à-dire les particules pénétrantes) *est constitué par des électrons et des positons*. Il s'ensuit évidemment que II doit être produit par I, parce que, ainsi que nous l'avons déjà dit, II est certainement produit par un rayonnement corpusculaire, nécessairement électronique. Ainsi II sera donc un rayonnement ultra  $\gamma$  (donc non-ionisant) émis par des électrons I. Cette hypothèse A donne donc une explication unique du rayonnement primaire, ce qui est un argument en sa faveur. Cependant, les objections qu'on peut lui opposer sont assez sérieuses. Il faudrait d'abord admettre la faillite complète de la théorie du rayonnement. Le fort pouvoir pénétrant d'une partie du rayonnement I, tel qu'il résulte, de l'effet de latitude, est absolument inconciliable avec l'hypothèse de la nature électronique de celui-ci.

Le fait qu'un groupe de rayons cosmiques ne perd pas plus de  $2 - 3 \times 10^9$  eV en traversant l'atmosphère, tandis que la majorité a besoin de  $10^{10}$  eV ne peut être expliqué par aucune hypothèse unitaire regardant leur composition (\*).

(\*) On a aussi d'autres indications sur l'existence de plusieurs composantes indépendantes du rayonnement primaire. On ne peut pas en rendre compte par un effet de « straggling » (fluctuation du parcours des particules de même énergie initiale). Les processus d'absorption qui fournissent les fluctuations maxima sont ceux où l'énergie disparaît d'une façon discontinue, et les effets de rayonnement sont précisément de ce type. Cependant, cela ne peut donner dans le meilleur des cas qu'une distribution exponentielle des parcours. Même en introduisant le coefficient d'absorption effective pour le rayonnement total il n'est pas possible de mettre en évidence l'existence d'une fraction assez considérable d'électrons n'ayant pas du tout subi des pertes par rayonnement, ce qui serait indispensable pour expliquer le début assez brusque de l'effet de latitude.



COMPTON a entrepris une analyse détaillée (<sup>14b</sup>) des variations de l'ionisation avec l'altitude à des différentes latitudes, d'où il ressort qu'il existe dans le rayonnement total, en dehors d'un groupe très absorbable à haute altitude (et constitué probablement par des particules  $\alpha$ ), deux autres groupes distincts dont les pertes d'énergie, dans l'atmosphère sont respectivement  $\approx 2,10^9$  et  $8,10^9$  électronvolts. Finalement, il semble bien établi à l'heure actuelle que le rayonnement gerbigène II n'est pas en équilibre avec le rayonnement corpusculaire primaire, ces deux catégories ne variant pas de la même façon ni avec l'altitude, ni avec la latitude (\*).

L'hypothèse qui devra, le plus probablement remplacer A sera la suivante ; son choix se justifie par le fait que la charge des particules observées est dans tous les cas égale à  $e$ .

B. *Le rayonnement I contient, outre des électrons et des positons, une forte composante constituée uniquement par des protons* (<sup>54,15</sup>). Ce dualisme n'est peut être pas trop sympathique, mais en dehors de cela l'hypothèse est parfaitement défendable. Le comportement différent des deux groupes auxquels il a été fait allusion plus haut s'explique immédiatement si l'on admet que les protons ne sont soumis qu'au ralentissement ordinaire que provoque la matière (§ 9), tandis que les électrons subissent en outre une perte d'énergie due à des processus qui comportent une émission de rayonnement.

Avec cette hypothèse le rayonnement gerbigène primaire est de nature purement électronique (ce qui explique immédiatement l'absence d'équilibre entre les gerbes et le rayonnement total). Il n'est pas possible d'imaginer un mécanisme permettant à *des protons*, particules lourdes ayant des énergies de l'ordre de  $10^9$  à  $10^{10}$  électronvolts, de transférer d'un coup une fraction considérable de cette énergie à des électrons, cela à cause de l'extrême petitesse de l'interaction avec le champ de rayonnement (\*\*). D'autre part, avec des électrons, la théorie devra toujours, quelle que soit d'ailleurs sa forme définitive,

(\*) Il faut être prudent dans l'interprétation de l'absence d'équilibre entre les groupes I et II. Si la perte moyenne d'énergie croît avec l'énergie primaire, le parcours du rayonnement secondaire peut être du même ordre que celui du rayonnement primaire, et dans ce cas il ne peut plus y avoir d'équilibre quelle que soit l'épaisseur de substance traversée.

(\*\*) A titre de curiosité, mentionnons cependant une possibilité, purement théorique. Un « anti-proton » (c'est-à-dire un proton à charge négative) freiné dans l'atmosphère et ayant perdu de la sorte toute son énergie, pourrait en fin de course être annihilé par rencontre avec un proton ordinaire, processus qui donnerait naissance à des photons de  $\approx 10^9$  électronvolts.

introduire les processus rayonnants qui donnent lieu à des pertes d'énergie beaucoup plus grandes et permettent d'expliquer ainsi l'apparition d'un rayonnement de photons, dont la présence a été constatée à faible altitude.

On peut donc dire que la théorie est correcte en ce qui concerne le comportement des protons et qu'elle donne au moins une indication relative au comportement des électrons ; à savoir, que ces derniers subissent des pertes d'énergie beaucoup plus considérables dues à l'entrée en jeu des processus rayonnants.

COMPTON et BETHE <sup>(15)</sup> allèguent encore un certain nombre d'autres raisons en faveur de cette hypothèse. Le freinage des électrons est beaucoup plus grand que celui des protons ; donc, les électrons capables de traverser l'atmosphère doivent posséder une énergie cinétique initiale plus grande que celles des protons, et par conséquent, seront moins influencés par le champ magnétique terrestre. En d'autres termes, le rayonnement moins pénétrant II doit donner lieu à un effet magnétique plus faible que le rayonnement I, ce qui semble bien être le cas <sup>(15)</sup>. Deuxièmement, la fréquence des gerbes produites par II doit croître plus rapidement avec l'altitude que I, ce qui est affirmé par ROSSI <sup>(46)</sup>.

Troisièmement, on constate un fort bel effet est-ouest près de l'équateur pour l'ensemble de rayonnement cosmique, ce qui prouve que la composante à charge positive est la plus importante ; d'autre part, le rayonnement gerbigène ne présente pas cette asymétrie. Avec l'hypothèse B, on explique ces deux faits en admettant que la composante protonique produit l'asymétrie et que la composante électronique qui donne naissance aux gerbes, se compose d'électrons positifs et négatifs en nombre à peu près égal.

L'objection la plus grave contre cette hypothèse B est le fait qu'on n'a pas observé en quantités mesurables ni des trajectoires de protons lents (qui peuvent être distinguées des trajectoires d'électrons à cause de leur grande action ionisante), ni des atomes de recul. On devrait s'attendre à trouver de pareilles trajectoires au moins pour des incidences obliques, pour lesquelles les protons pourraient perdre assez d'énergie dans l'atmosphère pour être suffisamment ralentis. Cependant, la partie de la trajectoire où le proton aurait perdu assez d'énergie pour pouvoir être distingué des électrons sera comparativement courte (le parcours d'un proton de  $10^9$  eV étant de l'ordre de 100 cm d'eau)

LOTHAR NORDHEIM

et corrélativement la chance de l'observer sera petite. Quant aux rayons de recul, il semble vraisemblable d'admettre que ce sont aussi des protons (ou des neutrons), les forces de liaison nucléaires étant petites par rapport à l'énergie primaire.

Une deuxième question d'importance fondamentale pour l'interprétation du rayonnement cosmique est celle du *mécanisme de la production des gerbes*. (\*) Résumons d'abord quelques faits. Ainsi que nous l'avons déjà mentionné, le rayonnement gerbigène est probablement de la nature d'un rayonnement ultra  $\gamma$ . Cela résulte des nombreuses observations de gerbes (ou simplement de paires d'électrons) dans la chambre de Wilson, où l'on constate que ces phénomènes prennent naissance dans une lame de plomb, par exemple, au-dessus de laquelle toute trajectoire est absente. L'étude des coïncidences multiples dans des compteurs placés en dessous d'absorbants d'épaisseur et de nature différentes, fournissent de nouveaux résultats. On constate d'abord un accroissement rapide du nombre des coïncidences jusqu'à une épaisseur de l'absorbant de  $\sim 2$  cm de Pb, ensuite, une décroissance rapide qui bientôt s'atténue et s'arrête au  $1/3$  ou  $1/2$  de la valeur maximum, pour une épaisseur d'environ 10 cm de Pb. Ces résultats peuvent difficilement s'expliquer d'une autre manière que celle-ci : l'accroissement du début est dû aux particules des gerbes produites dans l'absorbant par le rayonnement gerbigène qui vient de l'air. La décroissance ultérieure est due à l'absorption de ce rayonnement par l'écran (ceci donnant lieu au coefficient d'absorption proportionnel à  $Z^2$  mentionné précédemment) ; elle continue jusqu'à l'apparition d'un nouveau rayonnement gerbigène produit dans l'absorbant lui-même par la radiation incidente primaire.

Les gerbes elles-mêmes sont constituées principalement par des trajectoires simultanées d'électrons et de positons (en quantités à peu près égales), généralement avec un ou plusieurs points de convergence. L'énergie totale d'une gerbe peut atteindre quelques milliards de volts. Si l'on admet que les « chocs d'ionisation » (HOFFMANN STÖSSE) sont de même nature que les gerbes (sans quoi on n'aurait aucune image simple de ce phénomène étrange), l'énergie peut même dépasser ce chiffre. D'autre part, l'énergie des trajectoires individuelles n'est que rarement supérieure à 100. 10<sup>6</sup> volts. L'observation fréquente de plu-

(\*) Cette discussion est indépendante de l'existence d'une composante protonique additionnelle, les protons ne pouvant avoir aucun rapport avec les gerbes.

sieurs points de convergence dans la chambre de Wilson montre clairement, que les gerbes électroniques sont souvent accompagnées par des « gerbes de photons ».

Finalement, en ce qui concerne le nombre absolu des gerbes, il semble que leur contribution à l'ionisation totale due au rayonnement cosmique ne soit point du tout faible mais d'une grandeur tout à fait comparable à l'effet global.

En fait, rien ne s'oppose à ce qu'on considère comme « particules de gerbes » toutes celles qui ont une énergie moyenne ou basse (jusqu'à environ  $100 \mu$ ), et qui fournissent à peu près 40 % de l'ionisation totale au niveau de la mer.

Dans l'état présent de la théorie, nous sommes obligés d'admettre qu'il n'est pas possible de donner une explication complète et satisfaisante de tous les phénomènes précédents. Cependant, les sections d'action considérables que prévoit la théorie pour les processus de rayonnement d'électrons et de production de paires par rayons  $\gamma$ , suggèrent l'hypothèse que le phénomène des gerbes doit être en réalité un « effet de cascade ». Un électron primaire émet un quantum d'énergie élevée, lequel donne naissance à une paire (\*), dont les particules composantes rayonnent à leur tour, et ainsi de suite ; ce processus continue jusqu'à ce que l'énergie des rayons primaires soit divisée en un grand nombre de photons, d'électrons positifs et négatifs, ayant chacun une énergie réduite et se propageant à peu près dans la même direction. (A mesure que l'énergie diminue, l'angle solide d'émission croît sans cesse).

Les effets de rayonnement qu'indique la théorie sont trop élevées pour pouvoir être mis en accord avec les faits actuellement connus. La perte d'énergie prévue pour des électrons (cf. § 12) serait tellement

(\*) Il n'est pas encore possible de savoir s'il existe des processus réellement multiples, c'est-à-dire si un photon peut produire plus d'une paire à la fois. On observe fréquemment dans la chambre de WILSON des points de convergence apparents de plusieurs trajectoires ; cependant, il est clair que des paires distinctes produites en différents points de la trajectoire initiale des électrons sembleront provenir d'un même point. Théoriquement, la probabilité des processus multiples vrais serait très petite ; on peut cependant imaginer la modification suivante de la théorie, en accord avec nos principes généraux et nous permettant d'expliquer le phénomène. La « limite  $137\mu$  » si elle existe, signifierait qu'aucune particule n'est en mesure d'émettre, avec une probabilité considérable, des ondes d'une longueur d'onde plus petite que son « rayon » classique, et qu'elle est incapable de transmettre une énergie plus petite que la valeur précédente à une autre particule isolée. Or, la théorie élémentaire prévoit de pareilles transitions d'énergie ; en réalité elles n'ont pas lieu, mais par une sorte de compensation les effets multiples c'est-à-dire (la transmission de la même énergie à plusieurs particules ou photons) deviennent beaucoup plus probables.

grande que ceux-ci ne pourraient pas traverser l'atmosphère, tandis qu'en fait, — si l'hypothèse précédente concernant la production de gerbes est correcte, — ils sont présents en nombre assez considérable au niveau de la mer. On trouve aussi une valeur beaucoup trop petite pour le coefficient final d'absorption du rayonnement gerbigène primaire, lorsqu'on le détermine par le nombre des coïncidences dans des compteurs placés en dessous de plaques *épaisses* de plomb, cas dans lequel il est du même ordre que le coefficient du rayonnement total. Cependant, ainsi que nous l'avons déjà mentionné plusieurs fois, les observations d'Anderson et les restrictions à apporter au principe de superposition font que probablement les effets de rayonnement ne croissent pas dans une si large mesure, et peuvent même décroître avec l'énergie primaire. Les limites inférieures données par (14,14) ou (14,15 *a, b*) sont suffisamment éloignées pour que nous puissions rendre compte des valeurs observées.

On peut être tenté d'admettre l'image suivante. Dans son passage à travers la matière, le rayonnement primaire (négatons ou positons) de quelques billions volts, émet un rayonnement  $\gamma$  secondaire d'une énergie en moyenne beaucoup plus petite, et qui constituerait le véritable rayonnement gerbigène. Son énergie réduite lui permet de se comporter comme l'indique notre théorie : il a un coefficient d'absorption (\*) beaucoup plus grand et produit des gerbes par un effet de cascade. L'intensité d'équilibre du rayonnement est plus petite dans le plomb que dans l'air (ce qui est démontré par la décroissance de la courbe de transition après le maximum) ; cela signifie que le rapport entre le nombre de rayons produits au nombre de rayons détruits doit être plus petit dans les substances à numéro atomique élevé et non pas seulement que le taux de production doit être élevé. Or, c'est précisément ce qui doit se produire, le principe de superposition pouvant cesser d'être valable pour des énergies d'autant plus petites que le numéro atomique  $Z$  est plus élevé. (Pour cette raison on pourrait, peut-être, s'attendre à trouver également un coefficient d'absorption proportionnel à une puissance de  $Z$  inférieure à 2 et tendant vers 1 pour les énergies élevées).

(\*) Quand on affirme qu'en tout cas électrons et photons doivent avoir un coefficient d'absorption du même ordre de grandeur, on sous-entend que les rayonnements envisagés ont la même énergie. Il s'ensuit que la différence des coefficients d'absorption, évaluée au moyen des deux parties descendantes de la courbe de transition, doit avoir son explication dans la différence des énergies des composantes respectives.

## THÉORIE DES CHOCs ET DU RAYONNEMENT

Enfin, si l'on admet que les propriétés du rayonnement électronique primaire peuvent être modifiées lorsque celui-ci traverse l'atmosphère, et également que la qualité d'un rayonnement  $\gamma$  produit par le précédent puisse dépendre du  $Z$  de l'écran traversé, on aura à sa disposition tous les éléments nécessaires pour rendre compte des particularités de détail de l'effet de transition (\*).

L'hypothèse précédente, suivant laquelle il existe au moins deux composantes primaires différentes dans le rayonnement cosmique à savoir des protons et des électrons des deux signes ces derniers donnant lieu à leur tour à un rayonnement gerbigène, a été proposée par l'auteur en mai 1934 au cours de ses conférences à l'Institut Henri-Poincaré, et retrouvée plus tard, indépendamment, par COMPTON et BETHE (15). Jusqu'à présent elle ne semble pas en contradiction flagrante ni avec les faits connus, ni avec les principes théoriques admis à l'heure actuelle ; elle peut donc être utilisée au moins comme hypothèse de travail. Il est encore évidemment nécessaire du côté théorique, de rapprocher le plus possibles les diverses limites que nous avons discutées dans ce travail et transformer les calculs approximatifs qui nous les ont fournies, en une théorie précise et inattaquable.

Ce modeste travail n'a pu être mené à bonne fin que grâce à l'appui et aux encouragements que l'auteur a reçus de tous côtés. En des moments difficiles, les savants français lui ont généreusement fourni la possibilité de le continuer ; je tiens à remercier ici, tout particulièrement MM. L. BRILLOUIN et L. DE BROGLIE pour leur accueil si bienveillant au Collège de France et à l'Institut Henri-Poincaré, et à associer également dans ma reconnaissance M. A. D. FOKKER pour l'aimable hospitalité qu'il a bien voulu m'offrir à la Teyler's Stichting de Haarlem.

Au cours de nombreuses discussions, mon ami W. HEITLER a bien voulu me faire profiter de sa connaissance approfondie du sujet ; son concours m'a été inappréciable. Enfin, je tiens à remercier M. A. PROCA pour la peine qu'il a prise de revoir le manuscrit.

Manuscrit reçu le 1<sup>er</sup> février 1935, revu en août 1935, corrigé en mars 1936.

(\*) Dans un travail récent (*Phys. Rev.*, 49, 189, 1936) l'auteur a tenté une comparaison quantitative entre les diverses formes de la théorie et l'expérience. Il semble que la formule (14, 15b), c'est-à-dire l'introduction du champ critique (8, 17a), donne de bons résultats. Elle est en accord avec les observations de ANDERSON (1) sur les pertes effectives d'énergie des électrons de  $10^6$  e.v. dans le Pb ; elle permettrait aux électrons de plus de  $10^9$  e.v. de traverser des couches épaisses de Pb et aux électrons de  $5 \times 10^{10}$  e. v. de pénétrer dans l'atmosphère. Enfin elle donne correctement l'ordre de grandeur de l'effet de transition. (*Note ajoutée à la correction*).

APPENDICE

§ 18. Calcul des traces

Dans les calculs des paragraphes précédents on est finalement conduit à effectuer une somme d'expressions contenant des fonctions  $u$  et des opérateurs  $\vec{\alpha}$ ,  $\beta$  de Dirac sur divers états (c'est-à-dire sur les 4 états, appartenant à une valeur déterminé de l'impulsion  $\vec{p}$ ), et qui correspondent aux deux signes de l'énergie et aux deux directions possibles du spin ; (ou, dans certains cas, uniquement sur les deux directions du spin dans l'état initial et final). Les passages de (10, 7) à (10, 8), de (11, 7) à (11, 8) et de (12, 4) à (12, 5) utilisent ces sommations. Nous donnons ci-après le principe d'une méthode générale de calcul, que nous appliquerons ensuite en détail au cas de l'effet Compton. Cela vaudra mieux que de nous contenter de brèves indications dans chaque cas particulier.

On pourrait calculer d'une façon élémentaire les sommes en question en se servant de la table des fonctions de Dirac donnée au paragraphe 4, mais ce serait très laborieux. Un procédé plus commode a été indiqué par DIRAC <sup>(13)</sup>, et CASIMIR <sup>(14)</sup>, utilisant les règles de sommation. Ces règles, qui découlent des conditions de fermeture et de normalisation, sont les suivantes :

La somme  $\Sigma^4$  sur les 4 états correspondant à l'impulsion  $\vec{p}$ , est égale à :

$$(18,1) \quad \sum_u^4 (\bar{u}Au')(\bar{u}Bu_0) = (\bar{u}ABu_0),$$

où A, B sont des opérateurs quelconques opérant sur les 4 composantes des fonctions  $u$  de DIRAC ; en vertu de (18, 1) on peut donc éliminer les fonctions propres des états intermédiaires.

La somme  $\Sigma^4$  sur les états  $\vec{p}$  devient

$$(18,2) \quad \sum_u^4 (\bar{u}Au) = \text{Tr}A,$$

où  $\text{Tr} A$  signifie *la trace* de l'opérateur  $A$  qui peut être évaluée d'après des règles simples (voir ci-dessous).

A l'aide des relations

$$(18,3) \quad H u \equiv (\vec{\alpha} \vec{p} + \beta \mu) u = \varepsilon u$$

(équation de Dirac ;  $H = \text{Hamiltonien}$ ) et

$$(18,4) \quad \bar{u} A u_0 = A^+ \bar{u} u_0$$

$$(18,5) \quad \overline{u A u_0} = \bar{u}_0 A^+ u.$$

on peut réduire toutes les sommations qui figurent dans les calculs aux types (18, 1) et (18, 2) (\*).

Si l'on a, par exemple, une somme de termes contenant le dénominateur  $\frac{1}{(\varepsilon' - \varepsilon)}$ , où l'énergie  $\varepsilon'$  change de signe dans la sommation, on transformera cette expression à l'aide de (18, 3) comme suit :

$$(18,6) \quad \sum_{u'}^4 \frac{(\bar{u} A u') (\bar{u}' B u_0)}{\varepsilon - \varepsilon'} = \frac{1}{\varepsilon^2 - \varepsilon'^2} \sum_{u'}^4 (\varepsilon + \varepsilon') (\bar{u} A u') (\bar{u}' B u_0) \\ = \frac{1}{\varepsilon^2 - \varepsilon'^2} \sum_{u'}^4 (\bar{u} A (\varepsilon + \varepsilon') u') (\bar{u}' B u_0) = \frac{1}{\varepsilon^2 - \varepsilon'^2} \sum_{u'}^4 (\bar{u} A (\varepsilon + H') u') (\bar{u}' B u_0),$$

et l'on aura une somme de la forme (18, 1).

Enfin, si l'on a une sommation  $S^2$  portant uniquement sur les deux orientations du spin et non pas sur les énergies positives et négatives, on peut poser

$$(18,7) \quad u = \frac{H + |\varepsilon|}{2|\varepsilon|} u = \begin{cases} u & \text{pour } \varepsilon > 0 \\ 0 & \text{pour } \varepsilon < 0 \end{cases}$$

et sommer ensuite sur tous les 4 états. En effectuant la somme sur les directions du spin dans l'état final, on obtient

$$(18,8) \quad \frac{1}{2} \sum_{u_0, u} S^2 (\bar{u} A u_0) (\bar{u}_0 B u) = \frac{1}{8\varepsilon\varepsilon_0} \text{Tr} A (H_0 + \varepsilon_0) B (H + \varepsilon).$$

Appliquons maintenant ces formules à l'effet Compton (§ 10).

D'après (10, 3) on a

$$(18,9) \quad \varepsilon'^2 = k_0^2 + \mu^2, \quad \varepsilon''^2 = k_1^2 + \mu^2.$$

(\*) Tous les opérateurs  $A, B$  sont des produits d'expressions linéaires des matrices  $\vec{\alpha}, \beta$  ; et le signe + signifie simplement qu'on renverse l'ordre des facteurs, c'est-à-dire qu'on passe à l'opérateur transposé et conjugué.



Donc, on obtient pour  $\Sigma^4$  de (10, 7) à l'aide de (18, 1), (18, 6)

$$(18,10) \quad \sum_{u'}^4 \frac{(\bar{u}x_1 u')(\bar{u}'x_0 u_0)}{k_0 + \mu - \varepsilon'} + \sum_{u''}^4 \frac{(\bar{u}x_0 u'')(\bar{u}''x_1 u_0)}{\mu - k_1 - \varepsilon''}$$

$$= \frac{\bar{u}x_1 K' x_0 u_0}{2 \mu k_0} - \frac{\bar{u}x_0 K'' x_1 u_0}{2 \mu k_1},$$

où

$$(18,11) \quad \begin{cases} \mathbf{K}' = k_0 + \mu + \mathbf{H}' = \mu(\mathbf{I} + \beta) + k_0 + \vec{x} \vec{k}_0 \\ \mathbf{K}'' = -k_1 + \mu + \mathbf{H}'' = \mu(\mathbf{I} + \beta) - k_1 - \vec{x} \vec{k}_1. \end{cases}$$

L'application de (18, 4), (18, 5) et (18, 8) donne enfin pour les sommes sur les directions des spins

$$(18,12) \quad \frac{1}{2} \frac{\mathbf{S}^2 \mathbf{S}^2}{u_0 u} \left| \sum^4 \right|^2 = \frac{1}{8\varepsilon\varepsilon_0} \text{Tr} \left\{ \frac{\alpha_1 K' x_0 (\mathbf{H}_0 + \varepsilon_0) x_0 K' x_1 (\mathbf{H} + \varepsilon)}{4\mu^2 k_0^2} \right.$$

$$\left. + \frac{\alpha_0 K'' x_1 (\mathbf{H}_0 + \varepsilon_0) x_1 K'' x_0 (\mathbf{H} + \varepsilon)}{4\mu^2 k_1^2} - 2 \frac{\alpha_1 K x_0 (\mathbf{H}_0 + \varepsilon_0) x_0 K' x_1 (\mathbf{H} + \varepsilon)}{4\mu^2 k_0 k_1} \right\}.$$

L'électron étant initialement au repos, on a simplement

$$(18,13) \quad \varepsilon_0 = \mu; \quad \mathbf{H}_0 + \varepsilon_0 = \mu(\mathbf{I} + \beta).$$

Les  $\alpha_0, \alpha_1$  sont des abréviations désignant  $(\vec{x} \vec{e}_0), (\vec{x} \vec{e}_1)$  où  $\vec{e}_0, \vec{e}_1$ , sont les vecteurs unité de polarisation des photons. Les opérateurs entrant en (18, 12) sont composés de puissances des  $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$  et  $\beta$ .

Pour évaluer de telles traces, les règles suivantes sont suffisantes :

$$(18,14) \quad \begin{cases} 1/4 \text{Tr de l'opérateur d'unité} = 1 \\ \text{Tr de puissances impaires des } \vec{\alpha}, \beta = 0. \\ \text{Tr } \alpha_x \alpha_y = \text{Tr } \alpha_x \beta = 0, \text{ etc.} \end{cases}$$

En effet, à l'aide des définitions

$$(18,15) \quad \begin{cases} \alpha_x^2 = \alpha_y^2 = \alpha_z^2 = \beta^2 = \mathbf{I} \\ \alpha_x \alpha_y + \alpha_y \alpha_x = 0; \quad \alpha_x \beta + \beta \alpha_x = 0, \text{ etc.} \end{cases}$$

et au moyen de permutations cycliques des facteurs (qui n'affectent pas la valeur d'une trace) on peut réduire tous les opérateurs à cette

forme. Pour des vecteurs ordinaires arbitraires  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  on a les relations d'échange

$$(18,16) \quad \begin{cases} \vec{\alpha} \vec{a} \vec{\alpha} \vec{b} = -\vec{\alpha} \vec{b} \vec{\alpha} \vec{a} + 2(\vec{a} \vec{b}) \\ \vec{\alpha} \vec{a} \beta = -\beta \vec{\alpha} \vec{a}; \end{cases}$$

à l'aide de ces formules on cherche à former des carrés parfaits

$$(18,17) \quad \begin{cases} (\vec{\alpha} \vec{a})^2 = a^2; & \beta^2 = 1 \\ \frac{1}{4} \text{Tr} \vec{\alpha} \vec{a} \vec{\alpha} \vec{b} = (\vec{a} \vec{b}), \end{cases}$$

qui sont des nombres, et on continue ce processus (en omettant toutes les puissances impaires) jusqu'à ce que tous les opérateurs aient disparu ou soient du second degré.

Comme exemple, évaluons le troisième terme de (18,12), qui est le plus compliqué. D'après (18,11), 18,12), 18,13) et (18,16) on a

$$(18,17) \quad -x_1 K'' \alpha_0 (H_0 + \epsilon_0) \alpha_0 K' \alpha_1 (H + \epsilon) = A + B + C$$

avec

$$(18,18) \quad \begin{cases} A = \alpha_0 \mu (1 - \beta) (k_0 + \vec{\alpha} \vec{k}_0) x_1 \mu (1 + \beta) x_0 (k_1 + \vec{\alpha} \vec{k}_1) x_1 \\ B = \mu x_0 (k_0 + \vec{\alpha} \vec{k}_0) x_1 (k_0 + \vec{\alpha} \vec{k}_0) x_0 (k_1 + \vec{\alpha} \vec{k}_1) x_1 \\ C = -\mu x_0 (k_0 + \vec{\alpha} \vec{k}_0) x_1 (k_1 + \vec{\alpha} \vec{k}_1) \alpha_0 (k_1 + \vec{\alpha} \vec{k}_1) x_1 \end{cases}$$

d'où l'on conclut (\*) successivement en vertu de (18,14) à (18,17)

$$\begin{aligned} A &= \mu^2 x_0 (k_0 + \vec{\alpha} \vec{k}_0) x_1 x_0 (k_1 + \vec{\alpha} \vec{k}_1) x_1 + \mu^2 x_0 (k_0 - \alpha k_0) x_1 x_0 (k_1 + \vec{\alpha} \vec{k}_1) x_1 \\ &= 2\mu^2 k_0 \alpha_0 x_1 \alpha_0 x_1 (k_1 - \vec{\alpha} \vec{k}_1) = 2\mu^2 k_0 \alpha_0 (-\alpha_0 x_1 + 2 \vec{e}_0 \vec{e}_1) x_1 k_1 \\ &= -2\mu^2 k_0 k_1 + 4\mu^2 k_0 k_1 (\vec{e}_0 \vec{e}_1)^2 = 2\mu^2 k_0 k_1 (2(\vec{e}_0 \vec{e}_1)^2 - 1) \\ B &= \mu x_0 (k_0 + \vec{\alpha} \vec{k}_0) [(k_0 - \vec{\alpha} \vec{k}_0) x_1 + 2 \vec{e}_1 \vec{k}_0] x_0 (k_1 + \vec{\alpha} \vec{k}_1) x_1 \\ &= 2\mu (\vec{e}_1 \vec{k}_0) (k_0 - \vec{\alpha} \vec{k}_0) (k_1 + \vec{\alpha} \vec{k}_1) x_1 = -2\mu k_1 (\vec{e}_1 \vec{k}_0)^2 \\ C &= -\mu x_0 (k_0 + \vec{\alpha} \vec{k}_0) x_1 (k_1 + \vec{\alpha} \vec{k}_1) [(k_1 - \vec{\alpha} \vec{k}_1) \alpha_0 + 2(\vec{e}_0 \vec{k}_1)] x_1 \\ &= -2\mu (\vec{e}_0 \vec{k}_1) \alpha_0 (k_0 + \vec{\alpha} \vec{k}_0) (k_1 - \vec{\alpha} \vec{k}_1) = +2\mu k_0 (\vec{e}_0 \vec{k}_1)^2 \\ (18,19) \quad A + B + C &= 2\mu^2 k_0 k_1 (2(\vec{e}_0 \vec{e}_1)^2 - 1) - 2\mu k_1 (\vec{e}_1 \vec{k}_0)^2 + 2\mu k_0 (\vec{e}_0 \vec{k}_1)^2 \end{aligned}$$

(\*) Ces équations veulent dire que les traces des opérateurs correspondants sont égales, les expressions elles-mêmes ne l'étant pas. On a de plus :  $(\vec{e}_0 \vec{k}_0) = (\vec{e}_1 \vec{k}_1) = 0$ .

La trace de (18,17) est alors égale à un quart de cette expression. Les autres termes de (18,12) se calculent tout à fait de la même manière, et l'on obtient

$$(18,20) \quad \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{4} \text{Tr} \alpha_1 K'_{\alpha_0} (H_0 + \epsilon_0) \alpha_0 K'_{\alpha_1} (H + \epsilon) = \\ & 2\mu k_0 \left\{ \mu k_0 - k_0 k_1 + (\vec{k}_0 \vec{k}_1) + 2(\vec{e}_1 \vec{k}_0)^2 \right\} \\ & \frac{1}{4} \text{Tr} \alpha_0 K''_{\alpha_1} (H_0 + \epsilon_0) \alpha_1 K''_{\alpha_0} (H + \epsilon) = \\ & 2\mu k_1 \left\{ \mu k_1 + k_0 k_1 - (\vec{k}_0 \vec{k}_1) - 2(\vec{e}_0 \vec{k}_1)^2 \right\}. \end{aligned} \right.$$

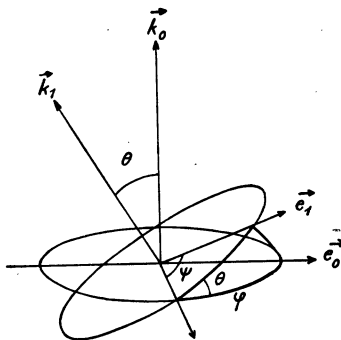


Fig. 3.

En introduisant ces résultats dans (10,7) on obtient enfin pour la section élémentaire de l'effet Compton

$$(18,21) \quad \Phi(\theta) d\Omega = \frac{r_0^2}{2} \left( \frac{k_1}{k_0} \right)^2 \left\{ (k_0 - k_1) (1 - \cos \theta) + 4\mu (\vec{e}_0 \vec{e}_1)^2 \right\} \frac{d\Omega}{\mu}$$

$$\cos \theta = \langle \vec{k}_0 \vec{k}_1 \rangle = \frac{(\vec{k}_0 \vec{k}_1)}{k_0 k_1}; \quad d\Omega = d\varphi \sin \theta d\theta.$$

Cette expression dépend encore des directions de polarisation  $\vec{e}_0, \vec{e}_1$  des deux photons et décrit aussi la polarisation de la lumière diffusée. Si l'on ne doit pas en tenir compte, on sommera sur la polarisation  $\vec{e}_1$  et on prendra la moyenne sur la polarisation  $\vec{e}_0$ . Pour

THÉORIE DES CHOCS ET DU RAYONNEMENT

cela on introduit les angles d'Euler indiqués dans la figure 3, et on obtient

$$\begin{aligned}
 (18,22) \quad d\Phi &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\psi \Phi(\theta) \sin \theta d\theta \\
 &= \pi r_0^2 \left( \frac{k_1}{k_0} \right)^2 \{ (k_0 - k_1)(1 - \cos \theta) + \mu(1 + \cos^2 \theta) \} \sin \theta d\theta
 \end{aligned}$$

ce qui donne immédiatement (10,8) à l'aide de (10,2).

Les sommations analogues des paragraphes (11) et (12) s'obtiennent de la même manière. Tous ces calculs sont un peu compliqués mais élémentaires et n'offrent point de difficultés intrinsèques.

---

## TABLE DES NOTATIONS

$\vec{A} = \sum_k q_k \vec{A}_k$	potentiel vecteur et sa décomposition de Fourier
$a_0 = \frac{\hbar^2}{mc^2} = 137^2 r_0^2$	rayon de Bohr
$\vec{\alpha}, \beta$	matrices de Dirac
$\alpha_{1,2}$	composantes de $\vec{\alpha}$ dans la direction de polarisation
$b$	accélération
$b_s$	amplitude de probabilité d'un état $s$
$c$	vitesse de la lumière
$\Delta$	énergie transférée
$E$	( $E^0, E', E''$ ) énergie totale (initiale, intermédiaire) du système considéré
$\vec{E}$	champ électrique (§ 8)
$e$	charge électronique
$\vec{e}$	vecteur d'unité de polarisation
$\varepsilon$	énergie individuelle d'une particule ou d'un photon
$\varepsilon_+$	énergie d'un positon
$f(q)$	facteur de forme atomique
$f(\omega)$	composante de Fourier de $\vec{E}$
$\Phi$	section d'action
$H$	Hamiltonien
$\vec{H}$	champ magnétique (§ 8)
$\hbar = h/2\pi$	constante de Planck divisée par $2\pi$
$\vec{k}$	quantité de mouvement (impulsion) d'un photon, multipliée par $c$
$\hbar k = \hbar\omega$	énergie d'un quantum.
$\kappa$	coefficient d'absorption, facteur de dispersion (straggling) (§ 9)
$\Lambda = \frac{2\pi\hbar c}{\mu}$	$= 137 \cdot 2\pi \cdot r_0$ longueur d'onde de Compton
$\lambda$	longueur d'onde
$m$	masse électronique
$M$	énergie au repos d'une particule lourde

LOTHAR NORDHEIM

- $\mu = mc^2$  énergie au repos d'un électron  
 $N$  nombre d'atomes par  $\text{cm}^3$   
 $N(k)dk$  distribution totale des quanta représentant le champ d'une particule  
 $n(k)dk$  distribution des quanta représentant le champ d'une particule passant à une distance  $r$  du noyau  
 $\Omega$  angle solide  
 $\omega = 2\pi\nu$  fréquence multipliée par  $2\pi$   
 $\vec{p}$  quantité de mouvement (impulsion) multipliée par  $c$  d'une particule  
 $\vec{p}_+$  » » » » d'un positon  
 $\vec{q}$  » » transférée multipliée par  $c$   
 $q_k$  variable d'une vibration propre électrique  
 $\vec{R}, \vec{r}$  rayon vecteur  
 $r$  paramètre de choc (§§ 8, 13)  
 $r_0 = \frac{e^2}{mc^2} = \frac{e^2}{\mu}$  rayon de l'électron  
 $\rho$  facteur de densité (dans § 4 aussi : densité électrique)  
 $\vec{S}$  courant d'énergie  
 $\sigma$  coefficient de conversion interne  
 $T$  énergie cinétique  
 $\tau$  durée de choc  
 $\theta$  angle de diffusion  
 $u$  fonction de Dirac à 4 composantes, normalisées pour l'unité du volume  
 $V$  potentiel électrique  
 $v$  vitesse  
 $W$  énergie totale émise (§ 8)  
 $W_{s^0s}$  probabilité de transition entre les états  $s^0$  et  $s$   
 $\xi = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{\epsilon_0}{\mu}$   
 $Z$  numéro atomique  
 $1/137 = \frac{e^2}{hc}$  constante de structure fine.

## BIBLIOGRAPHIE

ne contenant que les travaux utilisés, abstraction faite de toute considération historique.

---

- 1) C. D. ANDERSON et S. H. NEDDERMEYER. — *Int. Conf. Phys.*, London, 1934 (observations sur le freinage des électrons ; discussion générale sur le rayonnement cosmique).
- 2) H. BETHE. — *Ann. Phys.*, **5**, 325, 1930 (théorie du freinage).
- 3) H. BETHE. — *Zs. f. Phys.*, **76**, 293, 1932 (freinage avec relativité).
- 4) H. BETHE. — *Proc. Camb. Phil. Soc.*, **30**, 524, 1934 (effet d'écran).
- 4 a) H. BETHE. — *Proc. Roy. Soc. A* **150**, 129, 1935 (influence de l'annihilation sur le parcours des positons).
- H. BETHE. — Voir A. H. COMPTON.
- 5) H. BETHE et E. FERMI. — *Zs. f. Phys.*, **77**, 269, 1932. (interaction relativiste).
- 6) H. BETHE et W. HEITLER. — *Proc. Roy. Soc. A.*, **146**, 83, 1934 (rayonnement de freinage ; production de paires par un rayonnement  $\gamma$ ).
- 7) H. J. BHABHA et H. R. HULME. — *Proc. Roy. Soc. A.*, **146**, 723, 1934, (destruction de paires avec émission d'un seul quantum).
- 8) P. M. S. BLACKETT. — *Int. Conf. Phys.*, London, 1934 (discussion générale sur le rayonnement cosmique).
- 9) P. M. S. BLACKETT et G. P. S. OCCHIALINI. — *Nature* **132**, 917, 1933 ; *Proc. Roy. Soc. A.*, **139**, 699, 1933 (observation sur des gerbes et des positons).
- 10) F. BLOCH. — *Ann. Phys.*, **16**, 285, 1933 ; *Zs. f. Phys.*, **81**, 363, 1933 (théorie du freinage).
- 11) N. BOHR. — *Conf. Volta sur la physique nucléaire*, Rome, 1932 (limites de la théorie).
- 12) M. BORN. — *Proc. Roy. Soc. A.*, **143**, 253, 1934 ; *Nature*, **133**, 63, 1934. — M. BORN et L. INFELD. — *Proc. Roy. Soc. A.*, **144**, 425, 1934 ; **147**, 522, 1934 ; **150**, 141, 1935 ; (nouvelle théorie du champ électromagnétique).
- 12 a) G. BREIT et J. E. WHEELER. — *Phys. Rev.* **46**, 1087, 1934 (production de paires par deux quanta).

#### BIBLIOGRAPHIE

- 13) J. BRUNINGS. — *Physica*, **1**, 996, 1934 (destr. des paires sans rayonnement).
- 14) H. CASIMIR. — *Helv. Phys. Ac.*, **6**, 287, 1933 (effet Compton ; calcul des traces).  
— J. F. CARLSSON. — Voir W. H. FURRY.
- 14a) J. CLAY. — *Proc. Roy. Soc. A.*, **151**, 202, 1935. (analyse du rayonnement cosmique).
- 14b) A. H. COMPTON. — *Proc. Phys. Soc.*, **47**, 747, 1935 (analyse du rayonnement cosmique).
- 15) A. H. COMPTON et H. BETHE. — *Nature*, **134**, 734, 1934 (protons dans le rayonnement cosmique).
- 16) I. CURIE et F. JOLIOU. — *C. R. Ac. Sci.*, Paris, **196**, 1885, 1933 ; 1581, 1934 (observations sur la création des paires).
- 17) M. DELBRUECK. — voir L. MEITNER, *Zs. f. Phys.*, **84**, 144, 1933 (diffusion des rayons  $\gamma$  par des noyaux).
- 18) P. A. M. DIRAC. — *Quantum Mechanics*, Oxford, 1930.
- 19) P. A. M. DIRAC. — *Proc. Camb. Phil. Soc.*, **26**, 361, 1930, (destr. des paires ; calcul des traces).
- 20) P. A. M. DIRAC. — *Conf. Nobel*, Stockholm, 1934 (positons).
- 21) P. A. M. DIRAC. — *Proc. Camb. Phil. Soc.*, **30**, 150, 1934 (polarisation du vide).
- 21 a) H. EULER et B. KOCKEL. — *Naturwiss.*, **23**, 246, 1935 (diffusion mutuelle de deux photons).
- 22) E. FERMI. — *Rev. Mod. Phys.*, **4**, 87, 1932, (électrodynamique quantique).
- 23) E. FERMI et G. UHLENBECK. — *Phys. Rev.*, **44**, 510, 1933, (destr. des paires avec émission d'un seul quantum).  
— E. FERMI, voir H. BETHE.
- 24) W. H. FURRY et J. F. CARLSSON. — *Phys. Rev.*, **44**, 237, 1933 (prod. de paires par des électrons).  
— W. H. FURRY. — Voir J. R. OPPENHEIMER.
- 25) C. W. GILBERT. — *Proc. Roy. Soc. A.*, **144**, 559, 1934 (fréquence des gerbes).
- 26) W. HEISENBERG. — *Ann. Phys.*, **13**, 430, 1932 (considérations générales sur le rayonnement cosmique).
- 27) W. HEISENBERG. — *Zs. f. Phys.*, **90**, 209, 1934 (théorie des lacunes).
- 28) W. HEISENBERG et W. PAULI. — *Zs. f. Phys.*, **56**, 1, 1929 ; **59**, 168, 1930 (électrodynamique quantique).
- 29) W. HEITLER. — *Zs. f. Phys.*, **84**, 145, 1933 (rayonnement de freinage).  
— W. HEITLER, voir H. BETHE.



BIBLIOGRAPHIE

- 30) W. HEITLER et L. NORDHEIM. — *Journal de Phys.* (7) **5**, 449, 1934 (prod. de paires par des particules lourdes).
- 31) W. HEITLER et L. NORDHEIM. — *Physica*, **1**, 1059, 1934 (processus multiples).
- 32) W. HEITLER et F. SAUTER. — *Nature*, **132**, 892, 1933 (rayonnement de freinage ; prod. de paires).  
— H. R. HULME, voir H. J. BHABHA.  
— H. R. HULME. — Voir J. C. JÄGER.
- 32a) J. C. JÄGER et H. R. HULME. — *Poc. Roy. Soc. A.*, **148**, 708, 1935 (production de paires par conversion interne).  
— F. JOLIOT, voir I. CURIE.  
— L. INFELD, voir M. BORN.
- 33) O. KLEIN et Y. NISHINA. — *Zs. f. Phys.*, **52**, 853, 1929 (effet Compton).  
— B. KOCKEL. — Voir H. EULER.
- 34) L. LANDAU et E. LIFSHITZ. — *Phys. Zs. Sow. Un.*, **6**, 244, 1934 (prod. de paires par des particules).  
— E. LIFSHITZ. — Voir L. LANDAU.  
— H. MASSEY. — Voir F. MOTT.
- 35) F. MOTT et H. MASSEY. — *Atomic Collisions*, Oxford, 1933.
- 36) C. MOELLER. — *Zs. f. Phys.*, **70**, 686, 1931 (interaction relativiste).
- 37) C. MOELLER. — *Ann. Phys.*, **14**, 531, 1932 (théorie du freinage).  
— S. H. NEDDERMEYER, voir C. D. ANDERSON.
- 37a) L. NEDELSKY et J. R. OPPENHEIMER. — *Phys. Rev.*, **44**, 948, 1933 ;  
**45**, 283, 1934 (production de paires par conversion interne).  
— Y. NISHINA, voir O. KLEIN.
- 38) L. NORDHEIM. — *Journ. phys.* **6**, 135, 1935 (prod. de paires par des particules).  
— L. NORDHEIM, voir W. HEITLER.  
— G. P. S. OCCHIALINI, voir P. M. S. BLACKETT.
- 38a) J. R. OPPENHEIMER. — *Phys. Rev.*, **47**, 44, 1935 (échec du principe de superposition).
- 38b) J. R. OPPENHEIMER. — *Phys. Rev.*, **47**, 146, 1935 (production de paires par choc de particules).
- 39) J. R. OPPENHEIMER et W. FURRY. — *Phys. Rev.*, **45**, 245, 1934 (théorie des lacunes).  
— J. R. OPPENHEIMER. — Voir L. NEDELSKY.
- 40) J. R. OPPENHEIMER et M. S. PLESSET. — *Phys. Rev.*, **44**, 53, 1933 (production de paires).
- 41) W. PAULI. — *Handb. d. Phys.*, tome XXIV, 2 Berlin, 1933 (théorie générale).  
— W. PAULI, voir W. HEISENBERG.

BIBLIOGRAPHIE

- 42) R. PEIERLS. — *Proc. Roy. Soc. A.*, **146**, 420, 1934 (polarisation du vide).  
— M. S. PLESSET, voir J. R. OPPENHEIMER.
- 42a) M. S. PLESSET et J. A. WHEELER. — *Phys. Rev.*, **48**, 302, 1935 (production de paires par des photons avec émission d'un nouveau quantum).
- 43) F. PERRIN. — *C. R. Ac. Sci.*, Paris, **197**, 628, 1302, 1934 (prod. des paires par des électrons).
- 43a) M. E. ROSE et G. E. UHLENBECK. — *Phys. Rev.*, **48**, 211, 1935 (production de paires par conversion interne).
- 44) L. ROSENFELD. — *Zs. Phys.*, **73**, 253, 1931 (interaction relativiste).
- 45) L. ROSENFELD. — *Ann. Inst. Poincaré*, 1932 (électrodynamique quantique).
- 46) B. ROSSI. — *Int. Conf. Phys.*, London, 1934 (discussion du rayonnement cosmique).
- 47) F. SAUTER. — *Ann. Phys.*, **9**, 217 ; **11**, 454, 1931 (effet photoélectrique).
- 48) F. SAUTER. — *Ann. Phys.*, **18**, 486, 1933 (rayonnement de freinage).  
— F. SAUTER, voir W. HEITLER.
- 48a) A. SIEGERT. — *Ann. D. Phys.*, **21**, 503, 1935 (l'influence de l'énergie de liaison sur les chocs de grande énergie).
- 49) A. SOMMERFELD. — *Wellenmechanischer Ergänzungsband*, Braunschweig, 1929.
- 50) A. SOMMERFELD. — *Ann. Phys.*, **11**, 257, 1931 (rayonnement de freinage).  
— G. UHLENBECK, voir E. FERMI.  
— G. E. UHLENBECK. — Voir M. E. ROSE.
- 51) I. WALLER. — *Zs. f. Phys.*, **62**, 673, 1930 (énergie propre).
- 52) V. WEISSKOPF. — *Zs. f. Phys.*, **89**, 27 ; **90**, 817, 1934 (énergie propre dans la théorie des lacunes).
- 53) C. F. v. WEIZSAECKER. — *Zs. f. Phys.*, **88**, 612, 1934 (méthode semi-classique).  
— J. A. WHEELER. — Voir G. BREIT.  
— J. A. WHEELER. — Voir M. S. PLESSET.
- 54) E. J. WILLIAMS. — *Phys. Rev.*, **45**, 729, 1934 (méthode semiclassique ; protons dans le rayonnement cosmique).
- 55) E. J. WILLIAMS. — *Nature*, **135**, 66, 1935 (production de paires d'après la méthode semi-classique).
- 56) E. J. WILLIAMS, *Danske Vidensk. Selsk. Math. - Fys. Medd.* **13**, 4, 1935 (méthode semi-classique).

## TABLE DES MATIERES

---

§ 1. Introduction .....	1
<i>Chapitre I. Théorie générale</i>	
§ 2. L'hamiltonien ; introduction des positons .....	3
§ 3. Théorie des perturbations ; états intermédiaires.....	6
§ 4. Eléments de matrice ; section d'action.....	12
§ 5. Interaction relativiste ; forces retardées .....	18
§ 6. Interprétation physique de la théorie ; énumération des processus possibles	21
§ 7. Limites de la théorie.....	27
§ 8. Considérations classiques et semi-classiques. L'échec du principe de superposition .....	31
<i>Chapitre II. Étude des divers processus particuliers</i>	
§ 9. Freinage ordinaire.....	39
§ 10. Diffusion de la lumière ; effet Compton .....	43
§ 11. Annihilation des positons.....	48
§ 12. Rayonnement de freinage .....	53
§ 13. Production de paires par un rayonnement $\gamma$ .....	61
§ 14. Rayonnement de freinage et production de paires, analysés par la méthode semi-classique.....	67
§ 15. Processus d'ordre supérieur (rayonnement multiple de freinage ; production de paires par chocs de particules).....	76
§ 16. Résumé .....	82
§ 17. Principaux problèmes que pose l'interprétation des phénomènes se rattachant au rayonnement cosmique .....	85
<i>Appendice</i>	
§ 18. Calcul des traces .....	94
Table des notations .....	100
Bibliographie.....	102

---

*Le Gérant : E. SCHNEIDER.*