

ANNALES DE L'I. H. P., SECTION A

GEORGES DURAND

Dépolarisation magnétique d'une vapeur et polarisation d'un laser Zeeman

Annales de l'I. H. P., section A, tome 4, n° 4 (1966), p. 263-384

http://www.numdam.org/item?id=AIHPA_1966__4_4_263_0

© Gauthier-Villars, 1966, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de l'I. H. P., section A » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

Dépolarisation magnétique d'une vapeur et polarisation d'un laser Zeeman

par

Georges DURAND

RÉSUMÉ. — On fait une étude théorique et expérimentale de la polarisation de la lumière émise par un laser à gaz soumis à un faible champ magnétique; on utilise la théorie self-consistante de Lamb, dans l'approximation de l'équation pilote. La saturation de la vapeur excitée peut se décrire par les échanges d'énergie et de moment angulaire entre la lumière et les atomes, lors du processus d'émission stimulée. La vapeur, polarisée par la lumière, est dépolarisée par le champ magnétique; le laser choisit, dans la mesure où la cavité le lui permet, une polarisation « cohérente » pour laquelle la dépolarisation magnétique est la plus grande, donc la saturation la plus faible. L'expérience, sur un laser monomode à miroirs plans internes en champ magnétique transversal, confirme ces prévisions.

ABSTRACT. — One makes a theoretical and experimental study of the polarization of light emitted by a gas laser submitted to a low magnetic field. One uses the self-consistent Lamb's theory in rate equations approximation. Saturation of the excited vapour can be described by the exchanges of energy and angular momentum between light and atoms due to the stimulated emission process. The vapour, polarized by laser light, is depolarized by the magnetic field. The laser chooses, if allowed by cavity, a « coherent » polarization for which magnetic depolarization is the strongest and then saturation the lowest. Experimental evidence is given with a unimode plane inner mirrors laser in low transverse magnetic field.

INTRODUCTION

En utilisant les méthodes de la double résonance [1] et du pompage optique [2], de nombreux chercheurs ont étudié le comportement d'une vapeur d'atomes interagissant avec différents champs optiques et magnétiques. Dans toutes les expériences de ce type, on utilise de la lumière pour polariser les atomes dans un état excité ou dans leur état fondamental; des champs magnétiques, statiques ou hertziens, provoquent la résonance magnétique de ces atomes dans l'état correspondant; les modifications des propriétés optiques de la vapeur qui en résultent permettent une détection extrêmement sensible de cette résonance. On sait [3] le parti qui a été tiré de ces méthodes, en particulier pour la détermination des durées de vie des états excités des atomes.

Effectuer la résonance magnétique, c'est faire précéder en phase les différents moments magnétiques que la lumière induit ici dans la vapeur; on utilise donc des champs magnétiques « cohérents », c'est-à-dire parfaitement connus [4]. Par contre, les champs optiques sur lesquels on travaille sont incohérents; la lumière excitatrice, par exemple, provient d'une source classique; son spectre est large, sa phase aléatoire; seules son énergie et sa polarisation, caractéristiques de ses propriétés statistiques, sont utilisées pour préparer le système, en excitant et en polarisant les atomes dans un état angulaire particulier. C'est, de même, uniquement sur les modifications d'intensité ou de polarisation de la lumière (du faisceau exciteur ou de fluorescence) que porte la détection de la résonance. Dans le cas d'une transition dipolaire électrique par exemple, il n'existe pas en moyenne de dipôle électrique optique dans la vapeur; les atomes rayonnent l'énergie lumineuse de façon incohérente (émission spontanée).

Contrairement à ce qu'on pourrait penser, l'incohérence de la lumière facilite beaucoup l'étude du mouvement de ces systèmes; le champ optique est décrit quantiquement par ses états propres d'énergie et de polarisation, et l'opérateur densité des atomes, qui permet de connaître l'ensemble des propriétés statistiques de la vapeur, se réduit à ses projections à l'intérieur de chacun des états considérés; en présence de champs, l'évolution des atomes se réduit à l'évolution de leur *état angulaire*. Cette remarque simplifie, dans une certaine mesure, l'étude d'effets aussi divers que, par exemple, la dépolarisation magnétique de la lumière de résonance [5], les phénomènes de modulation de lumière en absorption [6] ou en fluorescence [7] dus à la résonance magnétique, et la circulation des « cohérences » en

pompage optique [8] ou dans la diffusion multiple cohérente de la lumière [9].

Le champ optique cohérent d'un laser, au contraire, induit sur les atomes des moments dipolaires électriques *en phase*; le dipôle optique moyen au sein de la vapeur n'est plus nul, il rayonne une onde lumineuse qui peut interférer avec l'onde excitatrice (émission ou absorption induite). La lumière laser, polarisée, affecte aussi l'état angulaire des atomes, qui sont alors placés dans la superposition cohérente la *plus générale* des niveaux considérés; bien que la lumière du laser puisse être décrite classiquement, l'évolution des atomes en présence de champs magnétiques est alors plus complexe que précédemment. Il est néanmoins évident qu'il existe une relation entre le mouvement d'un tel système et l'évolution plus simple qu'il aurait si le champ optique était incohérent, car il est toujours possible de construire un modèle de lumière incohérente par une superposition stochastique appropriée de champs cohérents. On peut donc s'attendre à ce que tous les phénomènes précédemment étudiés dans les expériences de double résonance aient un équivalent dans le domaine des champs cohérents, et plus particulièrement dans la théorie des lasers. Le but du présent travail est de donner un *exemple d'une telle correspondance* dans le cas très simple d'un système à 4 niveaux ($J = 1$, $J = 0$) évoluant dans un champ magnétique statique: nous allons voir que la *polarisation d'un laser Zeeman* est un détecteur très sensible de la *dépolérisation magnétique de la vapeur qui l'excite*.

Un laser est un oscillateur à fréquence optique; il est constitué d'un résonateur optique peu amorti, de type Pérot-Fabry, rempli d'un milieu amplificateur, une vapeur d'atomes excités. Comme dans tout oscillateur, l'amplitude du signal produit dépend de deux paramètres [10]: le *gain* net en « boucle ouverte » (excédent relatif du gain du milieu excité sur les pertes de la cavité Pérot-Fabry), et la *saturation* (qui n'apparaît que sur la vapeur excitée); à l'amorçage des oscillations, ce gain net est positif et un faible signal (« bruit ») croît exponentiellement avec le temps; c'est la saturation qui limite l'amplitude des oscillations: le gain est une fonction décroissante du signal et, à fort niveau, il s'annule.

Lamb [11] a fait la théorie de l'oscillation d'un laser dont le champ optique a un *état de polarisation imposé*; les propriétés du résonateur, du milieu actif et de la lumière peuvent alors être représentées par des *scalaires*. Le gain à fréquence optique est produit par l'inversion de population d'une vapeur d'atomes à *deux niveaux*; la saturation résulte de la baisse de cette inversion de population sous l'influence de l'émission stimulée de la lumière du laser. Gain et saturation sont déduits de la susceptibilité optique de la vapeur. L'entretien des oscillations se ramène à un simple échange d'énergie

entre la vapeur excitée et les différents modes du champ optique qui lui sont couplés.

Dans une théorie *vectorielle* du laser où l'on s'interroge, par contre, sur la polarisation du signal émis, il faut aussi considérer les *propriétés angulaires* de chacun des éléments de l'oscillateur. Pour représenter les anisotropies de la cavité, il suffit d'attribuer des surtensions convenables à chacun de ses modes quasi stationnaires [12] d'oscillation, d'*état de polarisation défini*, deux fois plus nombreux que précédemment. La susceptibilité optique de la vapeur est maintenant un tenseur; comme nous le verrons, gain et saturation du milieu excité dépendent alors non seulement des *populations*, mais aussi de l'*état angulaire* des niveaux atomiques reliés par la transition laser.

On comprend facilement le rôle joué par les anisotropies du *gain* en « boucle ouverte », qu'elles proviennent du résonateur ou du milieu excité; une différence de surtension entre modes favorise l'oscillation sur un état de polarisation bien défini (cavité contenant des lames de Brewster, par exemple); de même, un processus de pompage qui excite la vapeur dans un état angulaire particulier (des collisions électroniques, par exemple, qui peuvent *aligner* les atomes) crée une anisotropie optique du milieu actif : le gain est maximum pour un état de polarisation particulier de la lumière, dont l'oscillation est ainsi favorisée.

Il est moins simple de voir *a priori*, le rôle joué par les anisotropies de la *saturation* optique. D'une façon imagée, on peut se représenter la saturation comme la « mémoire » que les atomes gardent de leur interaction avec la lumière; pour une transition dipolaire électrique entre deux états ($J = 1$) \rightarrow ($J = 0$), les atomes et la lumière échangent non seulement de l'énergie, comme dans le modèle scalaire, mais aussi du moment cinétique et des « tensions » (moment quadrupolaire); la différence entre les populations globales des niveaux considérés baisse, mais ces niveaux prennent aussi un *état angulaire* particulier; on peut dire que, dans les processus d'absorption ou d'émission induite, la vapeur se désexcite et se « polarise » (*orientation* ou *alignement* provoqués par la saturation). Ces phénomènes sont bien connus en pompage optique [8].

Bien entendu, les anisotropies de la saturation respectent les propriétés de symétrie optique du milieu actif; quand le pompage de la vapeur est isotrope, par exemple, le gain optique, en l'absence de saturation, est indépendant de l'état de polarisation de la lumière; les anisotropies optiques induites par la saturation sont alors telles que toute lumière *reste mode propre de propagation* dans la vapeur, quel que soit son état de polarisation;

le gain optique en présence de saturation ne dépend que de l'énergie de l'onde lumineuse. Dans ce cas, c'est la cavité qui impose la polarisation du laser; il n'est pas nécessaire de faire une théorie vectorielle; le modèle de Lamb [11] (champ scalaire et atomes à deux niveaux) est suffisant.

En présence d'un champ magnétique, ces considérations de symétrie ne sont plus valables. Le gain de la vapeur, initialement isotrope, est peu affecté par des écarts Zeeman de l'ordre des largeurs naturelles, puisque les raies optiques dans les gaz sont généralement très élargies par l'effet Doppler. La saturation, par contre, est profondément modifiée; le moment cinétique (ou quadrupolaire) atomique précesse autour du champ à la fréquence de Larmor; dès que les sous-niveaux Zeeman de chaque atome se séparent, les composantes transversales moyennes de l'orientation (ou de l'alignement) des atomes se brouillent et s'annulent; la vapeur ne garde en « mémoire » que les composantes longitudinales de ces moments par rapport au champ magnétique : elle se « dépolarise »; la saturation optique dépend alors de l'orientation relative du champ magnétique et de la polarisation de l'onde lumineuse étudiée.

On peut se demander quelle polarisation va prendre le signal d'un laser Zeeman, dans un mode axial [12] unique d'une cavité Pérot-Fabry quasi isotrope : c'est ce problème que nous avons étudié. On peut déjà prévoir que l'oscillation va choisir, dans la mesure où la cavité le lui permet, un état de polarisation tel que la dépolarisation magnétique minimise la saturation du milieu actif.

Nous n'avons donc pas fait une étude exhaustive des propriétés des lasers Zeeman. De nombreux travaux [13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 73] théoriques et expérimentaux, ont été consacrés à cette question; ont été principalement étudiés les problèmes d'entraînement de fréquence et de synchronisation de modes, en champ magnétique axial, donc les effets de dispersion non linéaire du milieu actif. C'est un autre aspect du comportement des lasers Zeeman, complémentaire de l'étude que nous présentons ici.

Ce travail comprend une partie théorique, où nous avons repris la méthode self-consistante de Lamb en l'étendant à un modèle à quatre niveaux (chap. I). Nous avons suivi l'approximation de l'équation pilote (« rate equations approximation » de Lamb) pour calculer la susceptibilité optique de la vapeur, en utilisant d'abord un modèle d'atomes immobiles (chap. II) et en introduisant l'effet Doppler ensuite (chap. III). Nous présentons les équations d'évolution, en raie homogène, dans le formalisme plus compact de Fano [20] (chap. IV) pour en dégager la signification physique. Nous donnons au chapitre V des diagrammes théoriques décrivant l'évolution

de la polarisation du laser Zeeman, en tenant compte phénoménologiquement de certaines relaxations (collisions).

Dans une deuxième partie, nous décrivons enfin quelques expériences conçues pour vérifier les prévisions précédentes; nous décrivons successivement les méthodes utilisées (chap. VI) et les résultats expérimentaux obtenus sur un laser Zeeman en champ magnétique transversal (chap. VII).

Partie théorique

AVANT-PROPOS

Dans cette étude, les notions de « cohérence » et de « polarisation » jouent un rôle important; ces dénominations, consacrées par l'usage, ont malheureusement plusieurs significations qui peuvent prêter à confusion; rappelons-les brièvement.

La « cohérence » peut d'abord être une propriété du champ (optique ou magnétique) considéré : amplitude et phase bien définies dans l'espace ou dans le temps; c'est la définition des radioélectriciens, suffisante puisque nous ne considérons que des champs classiques.

La « cohérence » peut aussi être une propriété atomique qui décrit des relations de phase, d'un atome à l'autre (ou, pour des mélanges statistiques, sur le même atome), entre certaines grandeurs incompatibles avec l'énergie; il peut, par exemple, exister une aimantation globale dans une vapeur, qui n'est pas colinéaire au champ magnétique; mathématiquement, la présence de ces « cohérences » se traduit dans une représentation standard par l'existence d'éléments non-diagonaux de l'opérateur densité ρ définissant les propriétés statistiques des atomes.

Considérons le cas de deux multiplicités de moment cinétique (J, M) et (J', M'), reliées par une transition optique $\hbar\omega$ (de type dipolaire électrique, par exemple). Les éléments $\rho_{MM'}$ de l'opérateur densité *entre* deux sous-niveaux $|J, M\rangle, |J', M'\rangle$ de parités opposées sont les « cohérences optiques » : ils évoluent à la pulsation ω et représentent des vibrations *en phase* des dipôles électriques induits, par exemple, sur chaque atome par un champ optique « cohérent » au sens précédent; il existe alors un moment dipolaire électrique macroscopique non nul dont le rayonnement peut interférer

avec la lumière incidente (absorption ou émission provoquée de lumière).

Les éléments non diagonaux de ρ à l'intérieur des multiplicités (J, M) ou (J', M'), du type $\rho_{M_1 M_2}$ ou $\rho_{M'_1 M'_2}$, sont nommés « cohérences hertziennes » pour rappeler que leurs fréquences propres d'évolution appartiennent au domaine hertzien; leur présence est liée par exemple à l'existence d'une composante moyenne transversale du moment cinétique précessant, dans un champ magnétique uniforme, à la fréquence de Larmor; pour cette raison, nous les appelons aussi « cohérences magnétiques ».

L'ensemble des « cohérences optiques » et « hertziennes » définit la « polarisation » des atomes, qui comprend donc deux parties :

— la polarisation « optique », de pulsation ω , représentant le dipôle électrique oscillant à la fréquence lumineuse;

— la polarisation « quasi-statique », de fréquence d'évolution beaucoup plus basse, qui caractérise les *propriétés angulaires* des atomes à l'intérieur de chaque multiplicité J, J' : on parle ainsi d'*orientation* si le moment cinétique moyen est différent de zéro, d'*alignement* si le moment quadrupolaire électrique moyen n'est pas nul; on peut y ajouter l'*excitation* pour caractériser la population totale de la multiplicité. Cette polarisation quasi statique peut provenir de causes diverses (bombardement électronique, etc.), mais peut aussi être induite par un champ optique, même non cohérent; l'orientation ou l'alignement donnent des « cohérences hertziennes » lorsqu'ils ont des composantes *transversales* par rapport à l'axe de quantification choisi.

La « polarisation » de la lumière est définie classiquement, d'après Stokes, par l'ensemble des valeurs moyennes des fonctions quadratiques du champ optique $E \exp - i\omega t$, de la forme $\langle E_i E_j^* \rangle$; on définit ainsi l'énergie du champ, son moment angulaire et ses « tensions » au sens de Maxwell; évidemment, seule la partie électrique de ce « tenseur de polarisation » nous intéresse; nous considérons plus particulièrement des cas purs (polarisation totale) où ce tenseur factorise; la polarisation de la lumière se caractérise alors par un vecteur \hat{e} ; si elle ne se réduit pas à l'un des trois vecteurs de base standard \hat{e}_+ , \hat{e}_- , \hat{e}_z (polarisations circulaires autour de *oz*, ou linéaire sur *oz*), la polarisation \hat{e} est dite « cohérente » puisque la lumière peut induire sur les atomes des « cohérences hertziennes ». Ainsi, un champ optique induit les « cohérences optiques » s'il est « cohérent »; il suffit que sa « polarisation » soit « cohérente » pour qu'il induise des « cohérences hertziennes » dans une vapeur.

Pour décrire les échanges de « polarisation » entre la lumière et une vapeur, le langage global de l'orientation et de l'alignement est le plus simple puisqu'il ne dépend pas d'une représentation particulière; toute lumière polarisée aligne (et, suivant les cas, oriente) la vapeur. Il faut se souvenir que les composantes de ces grandeurs en présence d'un champ magnétique ont des évolutions propres différentes (les composantes longitudinales, liées aux populations ρ_{M_i, M_i} , sont des constantes du mouvement; les composantes transversales évoluent aux fréquences de Larmor). Cette distinction est sans objet pour la polarisation optique.

CHAPITRE PREMIER

MODÈLE DE BASE D'UN LASER ZEEMAN

Nous définissons d'abord un modèle simplifié pour décrire la polarisation des atomes excités et de la lumière, dans un laser Zeeman. Nous rétablissons ensuite les équations de la théorie de Lamb [11] en les adaptant à ce modèle, en soulignant certaines approximations utilisées par la suite.

A. — Choix du modèle.

1. Le modèle de Lamb pour un champ scalaire.

Lamb a fait une théorie de l'oscillateur laser multimode, de polarisation donnée. Il utilise une méthode self-consistante : un champ électrique optique dans la cavité distord la fonction d'onde de chaque atome, qui acquiert un moment électrique élémentaire; la somme de tous ces dipôles, pour l'ensemble des atomes, définit une polarisation macroscopique du gaz; cette polarisation rayonne un autre champ optique dans la cavité; si le laser oscille, ce champ doit être égal au champ initial. Lamb écrit donc les conditions de compatibilité des deux ensembles d'équations reliant le champ électrique \mathbf{E} et la polarisation \mathbf{P} :

- les équations de Maxwell;
- l'équation de Schrödinger.

Ces conditions de compatibilité donnent l'amplitude et la fréquence de l'oscillation dans chacun des modes du laser, quand l'excitation (la « pompe ») dépasse une certaine valeur critique (seuil) déterminée par les pertes de la cavité.

Lamb a choisi d'étudier l'oscillation sur les pseudo-modes axiaux TEM_{00n} de Fox et Li [12]; il ne tient pas compte du caractère vectoriel du champ E. M. : il suppose la polarisation de la lumière fixée suivant un vecteur donné \hat{e}_1 (par la présence, par exemple, de lames de Brewster dans la cavité; \hat{e}_1 définit alors une polarisation rectiligne). Il décrit la partie spatiale des champs, dans la cavité, par un ensemble complet orthonormé de fonctions scalaires d'espace $U_n(\mathbf{r})$ satisfaisant à l'équation aux valeurs propres :

$$\text{rot rot } U_n \hat{e}_1 - k_n^2 U_n \hat{e}_1 = 0 \quad (1.A.1)$$

où k_n est la constante de propagation du mode n . Une fonction vectorielle \mathbf{f} se représente par ses composantes de Fourier spatiales sur les U_n , le produit scalaire étant défini par :

$$\langle U_n \hat{e}_1, \mathbf{f} \rangle = \int_c d^3r U_n(\mathbf{r}) \mathbf{f}(\mathbf{r}) \cdot \hat{e}_1$$

où l'intégrale est prise sur le volume de la cavité.

Comme l'a montré Slater [21], les amplitudes du champ électrique \mathbf{E} dans les n modes normaux obéissent à n équations différentielles indépendantes, caractérisant n mouvements oscillatoires harmoniques amortis. La polarisation \mathbf{P} joue le rôle de force excitatrice sur ces oscillateurs. Comme \mathbf{P} n'est pas une simple fonction linéaire de \mathbf{E} , à cause de la saturation, P_n dépend de tous les E_m et les oscillations forcées des n différents modes sont couplées.

Algébriquement, l'étude d'un laser se ramène à la détermination du mouvement de n oscillateurs *couplés*, assez complexe en général. Dans le cas particulier de deux modes axiaux [12], l'étude se simplifie; on peut suivre l'évolution du système depuis l'amorçage des oscillations jusqu'au régime stationnaire : en général, ces deux modes de même polarisation peuvent osciller simultanément (couplage faible), mais il existe des situations où l'oscillation dans un mode inhibe l'oscillation dans l'autre (couplage fort). Le système peut être bistable et présenter de l'hystérésis, comme l'oscillateur de Van der Pol [10].

et oz . Le mode axial unique se décompose donc en deux modes (polarisés π et σ par rapport à \mathbf{H}) de champs électriques \mathbf{E}_z et \mathbf{E}_x , de surtensions données Q_z et Q_x .

Il n'est généralement pas possible de définir des surtensions pour chaque mode : les pertes, fonctions quadratiques des champs, ne peuvent pas se répartir de façon indépendante entre deux modes et les équations d'évolution libre des champs des \mathbf{U}_λ sont couplées. Par définition des pseudo-modes axiaux de Fox et Li, les pertes par diffraction y sont négligeables devant les pertes par réflexion. Les conditions aux limites étant mal connues (la réflexion est soit métallique, soit diélectrique), on représente ces pertes par une conductivité fictive \bar{s} du milieu excité, que les anisotropies possibles suggèrent de prendre tensorielle. Nous verrons qu'on peut alors définir sans ambiguïté Q_x et Q_z , en supposant que ox et oz sont les axes principaux de \bar{s} . Q_x et Q_z sont grands ($\sim 10^7$) et peu différents :

$$(|Q_x - Q_z|/Q \sim 10 \%)$$

\mathbf{E}_z et \mathbf{E}_x sont des fonctions circulaires du temps de pulsations optiques ν_z et ν_x ; nous posons :

$$\varphi = \nu_x - \nu_z.$$

En séparant la partie spatiale et la partie temporelle de \mathbf{E} , nous définissons les amplitudes lentement variables $E_\lambda(t)$ par :

$$\mathbf{E}_\lambda \equiv \mathbf{U}(\mathbf{r})\hat{e}_\lambda E_\lambda(t) \cos \nu_\lambda t \quad (\text{pour } x \text{ et } z) \quad (1.A.2)$$

Les $E_\lambda(t)$ ne doivent pas varier beaucoup pendant le temps L/c car nous avons remplacé les pertes localisées sur les miroirs par la conductivité fictive répartie dans la cavité. En fait, la finesse du Pérot-Fabry est élevée. Pour une distance entre modes axiaux de $\Delta\nu_M = 2\pi \cdot c/2L$, les modes de la cavité vide ont une largeur : $\Delta\nu_c = \nu/Q$, très inférieure à $\Delta\nu_M$; le spectre de $E_\lambda(t)$ ne doit donc pas dépasser $\Delta\nu_c/2$ pour que (1.A.2) soit acceptable; la première condition est alors automatiquement vérifiée; dans l'hypothèse contraire, il faut développer une théorie du laser en ondes progressives [22].

En présence du milieu amplificateur, l'énergie fournie par les atomes peut compenser les pertes de la cavité; la constante de temps du mode devient infinie : l'oscillation met un temps infini pour atteindre son régime d'équilibre, ou pour le quitter. On peut lever cette difficulté et expliquer, entre autres, l'amorçage des oscillations, en introduisant du « bruit » dans le modèle : le spectre de la lumière émise prend ainsi une largeur minimum que l'on ne peut réduire. Townes [23], en utilisant une théorie linéaire, a

donné l'expression de cette finesse ultime; Lamb [24] l'a déterminée en tenant compte des non-linéarités de l'oscillateur laser. Des théories récentes [25, 26, 27] donnent une expression de ce « bruit », en utilisant des modèles où le champ de rayonnement est quantifié. Dans ce travail, pour simplifier, le champ électrique, classique, reste monochromatique.

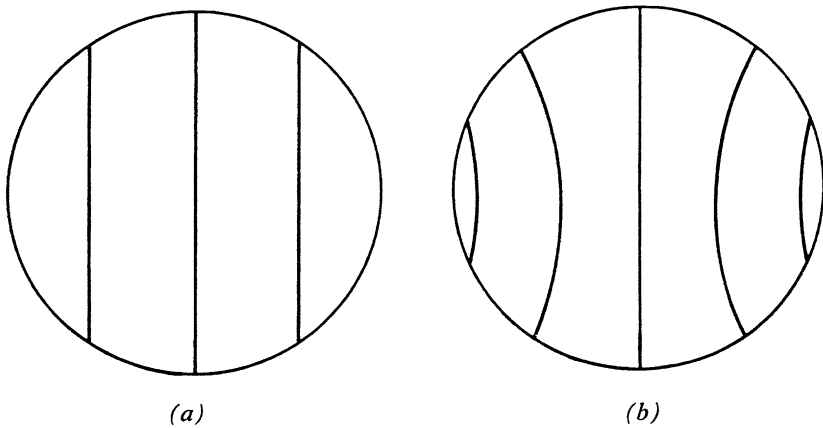


FIG. 1-2.

Toujours pour simplifier, nous supposons que $U(\mathbf{r})$ ne dépend que de y : les amplitudes des champs sont constantes dans chaque plan transversal. Il est facile de voir qu'une répartition finie de champ électrique, d'état de polarisation donné et d'amplitude constante, ne satisfait pas à la condition $\text{div } \mathbf{E} = 0$ (fig. 1-2) : le champ réel est donné par b , mais le modèle a est valable quand la répartition transversale de champ est indéfinie, ou quand la décroissance de \mathbf{E} est très localisée sur les bords, ce que nous supposons ici.

Il peut paraître déraisonnable de donner une même répartition spatiale aux deux modes et de leur attribuer des pulsations distinctes; en fait, U et φ ne jouent pas le même rôle : une faible différence dans les $U_\lambda(\mathbf{r})$ change peu les composantes de Fourier spatiales des diverses fonctions, et en particulier de l'excitation. Comme on ne connaît jamais leur répartition réelle, ces différences n'ont pas d'intérêt pratique. Par contre, φ module les « cohérences » des atomes : en donnant à φ la valeur $\Delta\nu_M = \pi \cdot c/L$, ce modèle pourrait aussi représenter, à une assez large approximation, le couplage entre deux modes axiaux consécutifs, de polarisations orthogonales; au voisinage du seuil, cette situation a été fréquemment observée [28] sur des

lasers à miroirs internes, où la polarisation de la lumière n'est pas imposée par la cavité. D'autre part, φ est mesurable par battements optiques suivant la méthode de Forrester [29]. Nous conservons donc φ différent de zéro.

2° Modèle atomique. — Les atomes ont deux niveaux de parités opposées reliés par la transition dipolaire électrique du laser. Le niveau supérieur a est un triplet ($J = 1$); le niveau inférieur b est un singlet ($J = 0$). L'écart Zeeman linéaire du triplet (pas de découplage) pour le champ \mathbf{H} vaut ϵ (en unités de pulsation). a et b ont des énergies $\hbar W_a$ et $\hbar W_b$ en champ nul; $\hbar(W_a - W_b)$ vaut $\hbar\omega$.

Nous appelons $|\psi\rangle$ le vecteur d'état d'un atome. Nous représentons $|\psi\rangle$ sur une base standard, ensemble des vecteurs propres communs à J^2 et J_z , en appelant J l'opérateur moment cinétique atomique. Le triplet a est donc sous-entendu par les trois vecteurs $|a, m\rangle$ ($m = 0, \pm 1$) où m est la valeur propre, en unité de \hbar , de la projection J_z de J sur oz . Le vecteur propre associé à b est noté $|b\rangle$. L'axe oz a été défini comme celui des axes principaux de \bar{s} sur lequel nous plaçons le champ magnétique \mathbf{H} . Les niveaux a et b se dépeuplent par émission spontanée sur des niveaux *extérieurs* qui n'interviennent pas ici; chaque état a (ou b) subit ainsi une décroissance exponentielle, représentée phénoménologiquement par un terme en $\exp(-\gamma_a t/2)$ ou $\exp(-\gamma_b t/2)$ dans sa fonction d'onde [30]. Nous posons : $2\gamma_{ab} = \gamma_a + \gamma_b$ et : $\gamma_a = 1/\tau_a$, où τ_a est la durée de vie radiative de a . Dans un modèle de laser où l'on cherche à « inverser » les populations des états a et b , il est logique de choisir une relaxation γ_b beaucoup plus forte que γ_a , ce que nous faisons par la suite. Nous négligeons l'émission spontanée de a sur b , ainsi que pour l'instant, toute autre cause de relaxation (collisions, diffusion multiple, etc.).

B. — Les équations de base.

1. Calcul du champ rayonné dans la cavité par la polarisation des atomes.

On détermine un premier ensemble de relations entre \mathbf{P} et \mathbf{E} en projetant les équations de Maxwell sur les deux modes normaux \mathbf{U}_λ de la cavité. On part de :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{div } \mathbf{B} = 0 \\ \text{div } \mathbf{D} = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B} \\ \text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D} \end{array} \right. \quad (1.B.1)$$

où :

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}, \quad \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}, \quad \mathbf{j} = \bar{s} \mathbf{E},$$

avec des notations évidentes. Après élimination de \mathbf{H} , \mathbf{j} et \mathbf{D} , on obtient :

$$\text{rot rot } \mathbf{E} + \mu_0 \bar{s} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{E} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{E} = - \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{P} \quad (1. B. 2)$$

Appelons A_λ les projections $\langle \mathbf{U}_\lambda, \mathbf{E} \rangle$ de \mathbf{E} sur les \mathbf{U}_λ . Les \mathbf{U}_λ , ortho-normés, sont par définition les vecteurs propres de l'opérateur rot rot, de valeurs propres :

$$k_\lambda^2 = \epsilon_0 \mu_0 \Omega_\lambda^2$$

où les Ω_λ sont les pulsations propres de la cavité vide. Utilisant cette propriété, nous obtenons après projection de (1. B. 2) sur \mathbf{U}_λ , l'équation :

$$\frac{d^2}{dt^2} A_\lambda + \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{\mu=\lambda_1}^{\mu=\lambda_2} \langle \mathbf{U}_\lambda, \bar{s} \cdot \mathbf{U}_\mu \rangle \frac{d}{dt} A_\mu + \Omega_\lambda^2 A_\lambda = - \frac{1}{\epsilon_0} \frac{d^2}{dt^2} P_\lambda \quad (1. B. 3)$$

où $P_\lambda = \langle \mathbf{U}_\lambda, \mathbf{P} \rangle$ est la projection de Fourier spatiale de \mathbf{P} sur \mathbf{U}_λ .

Avec la conductivité tensorielle fictive \bar{s} , les évolutions libres des A_λ sont couplées, puisque :

$$\langle \mathbf{U}_\lambda, \bar{s} \mathbf{U}_\mu \rangle \equiv \int_c U^2(\mathbf{r}) d^3 r \langle \hat{e}_\lambda, \bar{s} \hat{e}_\mu \rangle$$

est en général différent de zéro. Comme la définition des modes normaux implique l'indépendance des évolutions libres, nous choisissons les \hat{e}_λ pour avoir : $\hat{e}_\lambda \bar{s} \hat{e}_\mu = s_\lambda \delta_{\lambda\mu}$; nous les prenons donc sur les axes principaux λ de \bar{s} . Dans ce repère particulier, les équations (1. B. 3) sans second membre se découplent; elles s'écrivent dans le cas général :

$$\frac{d^2}{dt^2} A_\lambda + \frac{s_\lambda}{\epsilon_0} \frac{d}{dt} A_\lambda + \Omega_\lambda^2 A_\lambda = - \frac{1}{\epsilon_0} \frac{d^2}{dt^2} P_\lambda \quad (1. B. 4)$$

On peut alors définir des surtensions Q_λ pour les modes \mathbf{U}_λ par : $Q_\lambda = \epsilon_0 v / s_\lambda$. v est la pulsation moyenne de \mathbf{E} et n'a pas besoin d'être beaucoup précisée. Les Q_λ étant grands, l'amplitude de \mathbf{P} varie lentement devant v et on peut écrire : $\frac{d^2}{dt^2} \mathbf{P} = - v^2 \mathbf{P}$; on obtient finalement :

$$\frac{d^2 A_\lambda}{dt^2} + \frac{v}{Q_\lambda} \frac{d}{dt} A_\lambda + \Omega_\lambda^2 A_\lambda = \frac{v^2}{\epsilon_0} P_\lambda \quad (1. B. 5)$$

Avec la définition (1.A.2), nous avons évidemment :

$$A_\lambda = E_\lambda(t) \cos \nu_\lambda t \quad (1.B.6)$$

En général, P_λ n'est pas en phase avec A_λ . Nous l'écrivons :

$$P_\lambda \equiv C_\lambda(t) \cos \nu_\lambda t + S_\lambda(t) \sin \nu_\lambda t \quad (1.B.7)$$

En substituant dans (1.B.5), après avoir négligé des termes en $d^2 E_\lambda(t)/dt^2$ ($E_\lambda(t)$ est lentement variable), on sépare les coefficients des sinus et cosinus (termes en quadrature et en phase avec le champ électrique), et on obtient pour chaque mode les deux équations :

$$\left\{ \begin{array}{l} (\nu_\lambda - \Omega_\lambda) E_\lambda = -\frac{1}{2} \frac{\nu}{\epsilon_0} C_\lambda \\ \frac{dE_\lambda}{dt} + \frac{1}{2} \frac{\nu}{Q_\lambda} E_\lambda = -\frac{1}{2} \frac{\nu}{\epsilon_0} S_\lambda \end{array} \right. \quad (1.B.8)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (\nu_\lambda - \Omega_\lambda) E_\lambda = -\frac{1}{2} \frac{\nu}{\epsilon_0} C_\lambda \\ \frac{dE_\lambda}{dt} + \frac{1}{2} \frac{\nu}{Q_\lambda} E_\lambda = -\frac{1}{2} \frac{\nu}{\epsilon_0} S_\lambda \end{array} \right. \quad (1.B.9)$$

La première équation fixe la fréquence ν_λ du champ électrique A_λ , quand on connaît la partie C_λ de la polarisation P_λ en phase avec A_λ (dispersion). La deuxième équation fixe l'amplitude E_λ de A_λ quand on connaît la partie S_λ de P_λ en quadrature avec A_λ (perte ou gain par absorption ou émission stimulée).

2. Calcul de la polarisation induite sur les atomes par un champ électrique dans la cavité.

Par un processus quelconque (collisions, etc.), les atomes sont supposés « pompés » dans une superposition « incohérente » des états purs $|\psi\rangle$ ($|a, m\rangle$ ou $|b\rangle$). En l'absence de perturbation électrique, les populations des états de base prennent des valeurs stationnaires, déterminées par le taux de pompage λ et les durées de vie des différents niveaux; il n'existe pas de « cohérence optique »; le dipôle moyen $\langle \mathbf{P} \rangle$ est nul. Sous l'action d'un champ électrique donné $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ dans la cavité, les atomes passent dans une superposition cohérente des états de base, et il apparaît une polarisation $\mathbf{P}(\mathbf{E})$, que nous allons calculer.

Considérons les atomes qui se trouvent en \mathbf{r} à l'instant t . Si l'on pouvait définir un opérateur densité global $\rho(\mathbf{r}, t)$ pour décrire leur comportement statistique, il suffirait d'intégrer l'équation de Schrödinger donnant ρ , pour calculer $\langle \mathbf{P} \rangle$ par la relation : $\langle \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) \rangle = \text{trace}(\rho(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{P})$ où \mathbf{P} est l'opérateur dipôle électrique. Malheureusement, bien que semblables, ces atomes sont animés de vitesse \mathbf{v} différentes; la perturbation qu'ils subissent

individuellement dépend de leur vitesse \boldsymbol{v} de rencontre avec les ondes stationnaires $\mathbf{E}(\boldsymbol{r}, t)$ dans la cavité. A l'instant t , la durée d'application de cette perturbation est elle-même variable, puisque les instants t_0 d'excitation de chaque atome (excité en \boldsymbol{r}_0 , avec $\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0 = \boldsymbol{v}(t - t_0)$ si l'on néglige les collisions) sont différents; les phases des dipôles élémentaires induits sur les atomes de vitesse \boldsymbol{v} , présents en \boldsymbol{r} à l'instant t , dépendent donc encore de l'instant d'excitation t_0 ; le plus grand ensemble δ d'atomes dont le comportement statistique puisse être décrit par un opérateur densité ρ est ainsi constitué par les atomes de vitesse \boldsymbol{v} , se trouvant en \boldsymbol{r} à l'instant t , excités à l'instant t_0 dans un des états de base $|u\rangle$. Cette densité élémentaire $\rho(|u\rangle, t_0, \boldsymbol{v}, \boldsymbol{r}, t)$, obéit à l'équation d'évolution :

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = [\mathcal{H}, \rho] - \frac{i\hbar}{2} (\Gamma\rho + \rho\Gamma) \quad (1.B.10)$$

où \mathcal{H} est le hamiltonien commun à tous les atomes de δ et Γ est une matrice de relaxation, diagonale dans la représentation standard. Pour calculer $\langle \mathbf{P}(\boldsymbol{r}, t) \rangle$, il faut déterminer les évolutions distinctes des $\rho(|u\rangle, t_0, \boldsymbol{v}, \boldsymbol{r}, t)$, calculer leurs contributions élémentaires à $\langle \mathbf{P} \rangle$, et sommer ces contributions sur les paramètres t_0, \boldsymbol{v} , connaissant les taux d'excitation $\lambda(\boldsymbol{r}, t, \boldsymbol{v})$.

Comme toujours, ces moyennes statistiques sont des opérations plus compliquées que l'intégration de l'équation du mouvement (1.B.10). Pour la simplicité des calculs, mais au prix d'un certain manque de rigueur, nous incluons la sommation sur les différents instants d'excitation dans un terme supplémentaire de pompage, rajouté dans (1.B.10) en supprimant la dépendance de \mathcal{H} en (\boldsymbol{r}_0, t_0) . L'intégration de (1.B.10) est toujours aussi simple; il ne reste plus qu'à effectuer une moyenne sur les vitesses. L'introduction du pompage dans l'équation d'évolution d'une densité moyenne est valable en toute rigueur quand les atomes sont immobiles; nous calculons d'abord $\mathbf{P}(\mathbf{E})$ dans ce cas théorique (raie homogène). Il suffit ensuite pour introduire l'effet Doppler, d'ajouter à \mathcal{H} sa dépendance en \boldsymbol{v} (\boldsymbol{r}_0 et t_0 ont disparu). Les formules obtenues en raie homogène se transposent immédiatement en raie inhomogène, pour donner la contribution à $\langle \mathbf{P} \rangle$ des atomes de vitesses \boldsymbol{v} ; on somme alors sur la distribution des vitesses $W(\boldsymbol{v})$ pour trouver la susceptibilité globale du gaz. C'est ce que Lamb appelle l'approximation de l'équation pilote (« rate equation »).

En supprimant la dépendance de \mathcal{H} en (t_0, \boldsymbol{r}_0) , on néglige les différences de phase entre atomes soumis à la même perturbation $\mathcal{H}(\boldsymbol{v})$, ce qui paraît théoriquement assez gênant. Cette méthode a tout de même permis de retrouver simplement certains résultats corrects que donne la théorie la plus

raffinée (« Lamb dip » [11] en particulier). En pratique, nous estimons que les résultats approchés qu'elle permet d'obtenir ne sont pas très différents de ceux que pourraient donner une théorie plus précise. L'étude expérimentale permettra de juger la valeur de cette approximation.

CHAPITRE II

THÉORIE DU LASER ZEEMAN EXCITÉ PAR UNE RAIE HOMOGENÈNE

Dans ce chapitre, nous étudions les conditions d'oscillation d'un laser Zeeman, en supposant que les atomes qui interagissent avec l'onde optique du laser sont immobiles. Physiquement, ce modèle pourrait représenter le comportement d'un laser solide idéal; il n'est ici qu'une étape de calcul; nous introduisons l'effet Doppler au chapitre III.

Nous déterminons d'abord l'équation d'évolution d'un opérateur densité moyen en tenant compte du pompage. Nous intégrons cette équation par itérations successives, au troisième ordre en \mathbf{E} , par une méthode de perturbation, dans l'approximation des ondes tournantes. De la polarisation induite sur les atomes en régime stationnaire et des équations de Maxwell, nous obtenons des équations différentielles décrivant les évolutions couplées des deux modes π et σ . Nous discutons l'action du champ magnétique sur les solutions stationnaires de ces équations. Une grande partie de ces résultats reste valable après introduction du mouvement des atomes par un procédé *ad hoc*, ce qui justifie cette première étude sur un modèle simplifié.

A. — Introduction du pompage dans l'équation du mouvement.

Le vecteur polarisation électrique $\langle \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) \rangle$ ne dépend que de l'histoire passée des atomes présents en \mathbf{r} à l'instant t . $\langle \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) \rangle$ se détermine en faisant la moyenne des contributions des atomes présents en \mathbf{r} à l'instant t , excités à tous les instants antérieurs t_{0i} :

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) \rangle &= \sum_i \text{trace } \mathbf{P} \rho(|u\rangle_{t_{0i}}, \mathbf{r}, t) \\ &= \text{trace } \mathbf{P} \sum_i \rho(|u\rangle_{t_{0i}}, \mathbf{r}, t) \end{aligned}$$

Il s'introduit ainsi la densité moyenne :

$$\rho(|u\rangle, \mathbf{r}, t) = \sum_i \rho(|u\rangle, t_{0i}, \mathbf{r}, t)$$

où $\rho(|u\rangle, t_{0i}, \mathbf{r}, t)$ à l'instant d'excitation t_{0i} , se réduit à $|u\rangle\langle u|$. On supprime la dépendance de ρ en $|u\rangle$ en définissant un taux de pompage λ matriciel; les atomes étant excités de façon *isotrope*, $\lambda(\mathbf{r}, t)$ est *diagonal* dans notre base standard :

$$\lambda \equiv \begin{vmatrix} \lambda_a & & & \\ & \lambda_a & & \\ & & \lambda_a & \\ & & & \lambda_b \end{vmatrix}$$

λ_u représente le nombre d'atomes excités par unité de temps dans l'état pur $|u\rangle$.

Par définition de λ , on peut calculer la densité moyenne ρ par :

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^t dt \lambda(t_0, \mathbf{r}) \rho(t_0, \mathbf{r}, t) \quad (2.A.1)$$

La dépendance spatiale de $\rho(\mathbf{r}, t)$ en \mathbf{r} provient de $U_\lambda(\mathbf{r})$, par l'intermédiaire de $\mathcal{H}(\mathbf{r})$. Comme l'a montré Lamb, l'intérêt de l'introduction de $\rho(\mathbf{r}, t)$ tient à ce que cette densité moyenne obéit à la même équation d'évolution que $\rho(\mathbf{r}, t_0, t)$ à un terme de pompage près. Pour le voir, dérivons (2.A.1) :

$$i \frac{\partial}{\partial t} \rho(\mathbf{r}, t) = i\lambda(t)\rho(t, t) + \int_{-\infty}^t \lambda(t_0) i \frac{\partial}{\partial t} \rho(\mathbf{r}, t_0, t) dt_0 \quad (2.A.2)$$

$i \frac{\partial}{\partial t} \rho(\mathbf{r}, t_0, t)$ est défini par l'équation d'évolution élémentaire (1.B.11) :

$$i \frac{\partial}{\partial t} \rho = [\mathcal{H}, \rho] - \frac{i}{2} (\Gamma\rho + \rho\Gamma)$$

où \mathcal{H} , indépendant de t_0 , est mesuré en unités de pulsation. En substituant dans (2.A.2), on trouve :

$$i \frac{\partial}{\partial t} \rho(\mathbf{r}, t) = [\mathcal{H}, \rho(\mathbf{r}, t)] - \frac{i}{2} (\Gamma\rho(\mathbf{r}, t) + \rho(\mathbf{r}, t)\Gamma) + i\lambda(\mathbf{r}, t) \quad (2.A.3)$$

car $\rho(t, t)$ est défini par la condition initiale d'excitation d'état pur. Ainsi, dans le cas où $\mathbf{v} = 0$, $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r}$, la sommation sur t_0 peut s'inclure en ajoutant un terme de pompage λ dans l'équation du mouvement; le gaz est simplement décrit par un opérateur densité moyen $\rho(\mathbf{r}, t)$ contenant toute l'information sur l'histoire passée des atomes.

Pour calculer $\langle \mathbf{P} \rangle$, il suffit de résoudre (2.A.3) en régime stationnaire, et de former, connaissant $\rho(\mathbf{r}, t)$, la polarisation : $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \text{trace}(\rho, \mathbf{P})$, qui a deux composantes utiles sur les axes $o\lambda$ (λ pour x ou z) :

$$P_\lambda(\mathbf{r}, t) = \text{trace}(\rho e_\lambda)$$

Les projections P_λ sur les modes π et σ s'en déduisent simplement :

$$P_\lambda = \langle \mathbf{U}_\lambda, \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) \rangle \equiv \int_{\text{cavité}} d^3r U(\mathbf{r}) \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) \cdot \hat{e}_\lambda \equiv \int d^3r U(\mathbf{r}) P_\lambda(\mathbf{r}, t) \quad (2.A.4)$$

**B. — Intégration approchée de l'équation du mouvement.
Théorie linéaire.**

Pour un champ électrique donné $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$, nous cherchons une intégrale stationnaire de :

$$i \frac{\partial}{\partial t} \rho(\mathbf{r}, t) = [\mathcal{H}, \rho] - \frac{i}{2} (\Gamma \rho + \rho \Gamma) + i\lambda \quad (2.B.1)$$

où $\rho(\mathbf{r}, t)$ est la densité moyenne précédemment définie.

Dans un modèle à deux niveaux, nous pourrions développer un calcul analogue à celui de Rabi, et déterminer $\rho(\mathbf{r}, t)$ quelles que soient les amplitudes relatives du hamiltonien optique : $-\mathbf{P} \cdot \mathbf{E} / \hbar$ et du hamiltonien propre des atomes. Avec un modèle à quatre niveaux, nous devons utiliser une méthode de perturbation dont les résultats ne sont valables que pour des signaux de faible amplitude. A cause des résonances, nous utilisons partout l'*approximation des ondes tournantes*; l'effet Bloch-Siegert [31] de l'onde non résonnante, calculé par Davis [32], est ici négligeable.

Dans la base standard, $\rho(\mathbf{r}, t)$ s'écrit :

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccc} a & & b \end{array} \\
 & \begin{array}{ccc} \overbrace{\hspace{1.5cm}} & & \end{array} \\
 & \begin{array}{cccc} 1 & 0 & -1 & 0 \end{array}
 \end{array} \\
 \left. \begin{array}{l} a \\ b \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{array} \begin{array}{|cccc} \hline \rho_{11} & \rho_{10} & \rho_{1-1} & \rho_{1b} \\ \rho_{01} & \rho_{00} & \rho_{0-1} & \rho_{0b} \\ \rho_{-11} & \rho_{-10} & \rho_{-1-1} & \rho_{-1b} \\ \rho_{b1} & \rho_{b0} & \rho_{b-1} & \rho_{bb} \\ \hline \end{array} \quad (2.B.2)
 \end{array}$$

Les ρ_{mb} sont les « cohérences optiques », et les ρ_{mn} ($m \neq n$) les « cohérences magnétiques » (ou hertziennes). Les ρ_{ii} sont les « populations » des états

de base, états propres communs de J^2 et de J_z . Le hamiltonien de couplage entre les atomes et le champ de rayonnement est :

$$\mathcal{H}_c = - \mathbf{P} \cdot \mathbf{E}/\hbar \equiv - \mathbf{P} \cdot \mathbf{V} \equiv - e\mathbf{r} \cdot \mathbf{V} \quad (2.B.3)$$

où $e\mathbf{r}$ est l'opérateur dipôle électrique ⁽¹⁾ et $\mathbf{V} = \mathbf{E}/\hbar$. Les éléments de matrice de $e(x \pm iy)$ sont donnés par Slater [33] :

			$-\sqrt{2}\mathcal{F}$
		$\sqrt{2}\mathcal{F}$	

$e(x + iy)$

			$\sqrt{2}\mathcal{F}$
$-\sqrt{2}\mathcal{F}$			

$e(x - iy)$

où \mathcal{F} est l'élément de matrice $|ez|_{a0,b} \equiv |ez|_{b,a0}$ de la transition considérée. D'où la représentation des opérateurs ex et ez dans la base standard :

			$-\mathcal{F}/\sqrt{2}$
			$\mathcal{F}/\sqrt{2}$
$-\mathcal{F}/\sqrt{2}$		$\mathcal{F}/\sqrt{2}$	

ex

			\mathcal{F}
	\mathcal{F}		

ez

⁽¹⁾ On ne confondra pas les axes liés à chaque atome, sur lesquels on évalue le dipôle électrique élémentaire, avec les axes macroscopiques donnant les directions principales de s ; on passe des uns aux autres par translation.

Le hamiltonien total \mathcal{H} s'écrit alors, en unités de pulsation :

$$\mathcal{H} \equiv \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_c \equiv \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline W_{a+\varepsilon} & & & \frac{\mathcal{F}}{\sqrt{2}} V_x \\ \hline & W_a & & -\mathcal{F} V_z \\ \hline & & W_{a-\varepsilon} & \frac{\mathcal{F}}{\sqrt{2}} V_x \\ \hline \frac{\mathcal{F}}{\sqrt{2}} V_x & -\mathcal{F} V_z & -\frac{\mathcal{F}}{\sqrt{2}} V_x & W_b \\ \hline \end{array} \quad (2.B.4)$$

\mathcal{H}_0 , le hamiltonien en l'absence de perturbation électrique, contient la perturbation magnétique diagonale dans (J^2, J_z) , donnant un écart Zeeman ε défini par : $\hbar\varepsilon = -g\mu_B \mathbf{J} \cdot \mathbf{H}$ (g est le facteur de Landé de a et μ_B le magnéton de Bohr).

Nous obtenons la solution stationnaire de (2.B.1) par une méthode itérative; négligeons d'abord la perturbation optique et supposons λ indépendant de t . Il vient :

$$\rho_{mm} = \lambda_a/\gamma_a \quad \rho_{bb} = \lambda_b/\gamma_b \quad (2.B.5)$$

Tous les éléments non diagonaux de ρ sont nuls; soit

$$N(\mathbf{r}) = \lambda_a/\gamma_a - \lambda_b/\gamma_b > 0$$

l'inversion de population entre les $|a, m\rangle$ et $|b\rangle$ en l'absence d'oscillation. Les équations d'évolution des cohérences optiques tirées de (2.B.1) sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \rho_{1b} = -i(\omega + \varepsilon)\rho_{1b} - i\frac{\mathcal{F}}{\sqrt{2}} V_x(\rho_{bb} - \rho_{11}) - i\mathcal{F} V_z \rho_{10} - i\frac{\mathcal{F}}{\sqrt{2}} V_x \rho_{1-1} - \gamma_{ab} \rho_{1b} \\ \frac{d}{dt} \rho_{0b} = -i\omega \rho_{0b} + i\mathcal{F} V_z(\rho_{bb} - \rho_{00}) + i\frac{\mathcal{F}}{\sqrt{2}} V_x(\rho_{01} - \rho_{0-1}) - \gamma_{ab} \rho_{0b} \\ \frac{d}{dt} \rho_{-1b} = -i(\omega - \varepsilon)\rho_{-1b} + i\frac{\mathcal{F}}{\sqrt{2}} V_x(\rho_{bb} - \rho_{-1-1}) - i\mathcal{F} V_z \rho_{-10} + i\frac{\mathcal{F}}{\sqrt{2}} V_x \rho_{-11} - \gamma_{ab} \rho_{-1b} \end{array} \right. \quad (2.B.6) \quad (a)$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \rho_{0b} = -i\omega \rho_{0b} + i\mathcal{F} V_z(\rho_{bb} - \rho_{00}) + i\frac{\mathcal{F}}{\sqrt{2}} V_x(\rho_{01} - \rho_{0-1}) - \gamma_{ab} \rho_{0b} \\ \frac{d}{dt} \rho_{-1b} = -i(\omega - \varepsilon)\rho_{-1b} + i\frac{\mathcal{F}}{\sqrt{2}} V_x(\rho_{bb} - \rho_{-1-1}) - i\mathcal{F} V_z \rho_{-10} + i\frac{\mathcal{F}}{\sqrt{2}} V_x \rho_{-11} - \gamma_{ab} \rho_{-1b} \end{array} \right. \quad (2.B.6) \quad (b)$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \rho_{-1b} = -i(\omega - \varepsilon)\rho_{-1b} + i\frac{\mathcal{F}}{\sqrt{2}} V_x(\rho_{bb} - \rho_{-1-1}) - i\mathcal{F} V_z \rho_{-10} + i\frac{\mathcal{F}}{\sqrt{2}} V_x \rho_{-11} - \gamma_{ab} \rho_{-1b} \end{array} \right. \quad (2.B.6) \quad (c)$$

A l'ordre un de perturbation, les ρ_{mb} sont des fonctions linéaires des champs. On les calcule en posant : $\rho_{mm} - \rho_{bb} = N(\mathbf{r})$ dans les équations (2.B.6).

Seuls les termes résonnants en $e^{-iv_\lambda t}$ de V_λ donnent des amplitudes importantes aux vibrations forcées des ρ_{mb} , qui valent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_{1b} = \frac{i\mathcal{F}}{\sqrt{2}} \frac{E_x UN}{2\hbar} \frac{e^{-iv_x t}}{\gamma_{ab} + i(\omega + \varepsilon - v_x)} \\ \rho_{-1b} = -\frac{i\mathcal{F}}{\sqrt{2}} \frac{E_x UN}{2\hbar} \frac{e^{-iv_x t}}{\gamma_{ab} + i(\omega - \varepsilon - v_x)} \\ \rho_{0b} = -i\mathcal{F} \frac{E_z UN}{2\hbar} \frac{e^{-iv_z t}}{\gamma_{ab} + i(\omega - v_z)} \end{array} \right. \quad (2. B. 7)$$

On en déduit $\langle \mathbf{P} \rangle$, au premier ordre en \mathbf{E} ; par définition :

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle ex \rangle = \text{trace}(\rho \cdot ex) = \frac{\mathcal{F}}{\sqrt{2}} (\rho_{-1b} - \rho_{1b} + \text{C. C.}) \\ \langle ez \rangle = \text{trace}(\rho \cdot ez) = \mathcal{F}(\rho_{0b} + \text{C. C.}) \end{array} \right.$$

Donc, à l'approximation linéaire :

$$\langle ex \rangle = \frac{\mathcal{F}}{\sqrt{2}} \left[-i \frac{\mathcal{F}}{\sqrt{2}} \frac{E_x UN}{2\hbar} \frac{e^{-iv_x t}}{\gamma_{ab} + i(\omega - \varepsilon - v_x)} - i \frac{\mathcal{F}}{\sqrt{2}} \frac{E_x UN}{2\hbar} \frac{e^{-iv_x t}}{\gamma_{ab} + i(\omega + \varepsilon - v_x)} \right] + \text{C. C.}$$

on prend la composante de Fourier sur les U_λ :

$$\begin{aligned} P_x &\equiv \langle U_x, \hat{e}_x \langle ex \rangle \rangle \\ &= E_x \frac{\mathcal{F}^2}{4\hbar} \bar{N} \left[-i \frac{e^{-iv_x t}}{\gamma_{ab} + i(\omega - \varepsilon - v_x)} + \text{C. C.} + \text{idem avec } (+\varepsilon) \right] \end{aligned}$$

où l'on a posé :

$$\bar{N} = \int_{\text{cavité}} d^3r N U^2 \quad (2. B. 8)$$

On en déduit, en séparant les termes en $\sin v_x t$ et $\cos v_x t$:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_x = -\frac{\mathcal{F}^2}{2\hbar} \bar{N} E_x [(\omega + \varepsilon - v_x) \mathcal{L}_+ + (\omega - \varepsilon - v_x) \mathcal{L}_-] \end{array} \right. \quad (2. B. 9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_x = -\frac{\mathcal{F}^2}{2\hbar} \bar{N} E_x \gamma_{ab} [\mathcal{L}_+ + \mathcal{L}_-] \end{array} \right. \quad (2. B. 10)$$

Un calcul analogue pour l'autre mode donne :

$$\left\{ \begin{array}{l} C_z = -\frac{\mathcal{F}^2}{\hbar} \bar{N} E_z (\omega - v_z) \mathcal{L}_0 \end{array} \right. \quad (2. B. 11)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_z = -\frac{\mathcal{F}^2}{\hbar} \bar{N} E_z \gamma_{ab} \mathcal{L}_0 \end{array} \right. \quad (2. B. 12)$$

avec :

$$\mathcal{L}_{\pm} \equiv \frac{1}{\gamma_{ab}^2 + (\omega \pm \varepsilon - \nu_x)^2} \quad \text{et} \quad \mathcal{L}_0 \equiv \frac{1}{\gamma_{ab}^2 + (\omega - \nu_x)^2} \quad (2.B.13)$$

En portant les S_{λ} dans les équations d'amplitude (1.B.9), on obtient la condition d'amorçage du laser :

$$\frac{dE_{\lambda}}{dt} \geq 0$$

S_{λ} est proportionnel à E_{λ} qui s'élimine, et (2.B.14) devient :

— Pour le mode π :

$$\frac{\mathcal{F}^2}{\epsilon_0 \hbar \gamma_{ab}} \bar{N} \gamma_{ab}^2 \mathcal{L}_0 \geq \frac{1}{Q_z} \quad (2.B.14)$$

— Pour le mode σ :

$$\frac{\mathcal{F}^2}{\epsilon_0 \hbar \gamma_{ab}} \bar{N} \gamma_{ab}^2 \left(\frac{\mathcal{L}_+ + \mathcal{L}_-}{2} \right) \geq \frac{1}{Q_x}$$

Ces expressions signifient que l'oscillation s'amorce quand le gain du milieu actif dépasse les pertes du mode correspondant. Pour des fréquences données des modes π et σ , l'égalité dans ces conditions d'amorçage définit la valeur de seuil $\bar{N}_s(\nu)$ de l'excitation; on peut ainsi déterminer la plage de variation des ν_x autour de ω où l'oscillation est possible (fig. 2-1). Pour des valeurs de ε pas trop grandes ($\varepsilon < \gamma_{ab}$), le gain σ baisse autour de $\nu = \omega$, et la plage d'oscillation possible de σ se rétrécit. En champ fort ($\varepsilon > \gamma_{ab}$), si $\bar{N} > 2\bar{N}_s$, chaque composante σ^+ ou σ^- peut entretenir l'oscillation,

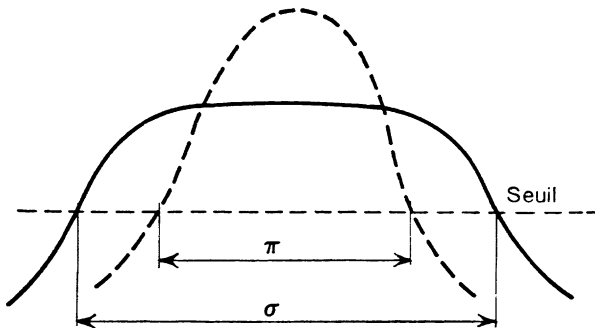


FIG. 2-1. — Plages d'oscillation π et σ en présence de champ magnétique.

sur des plages décalées de $\pm \varepsilon$ par rapport à ω ; cette situation est peu compatible avec notre hypothèse de faible excitation; nous ne la considérons pas.

La connaissance de C_{λ_0} permet de calculer la fréquence des oscillations à l'amorçage. Nous ne nous intéressons pas à cette détermination pour laquelle le traitement de l'effet Döppler par l'approximation de l'équation pilote est incorrect, lorsque φ est petit devant γ_a (Synchronisation des modes, cf. chap. III et la discussion du chap. VII).

Lorsque φ devient de l'ordre de γ_a , de nouveaux effets se produisent; nous étudions plus loin quelques-uns de ces effets, liés à des résonances entre l'excitation optique et le mouvement propre de précession des composantes transversales des moments angulaires atomiques autour du champ magnétique.

C. — Théorie non linéaire.

Dans l'approximation linéaire, les cohérences optiques ne donnent que la condition d'accrochage du laser; sans faire intervenir les non-linéarités, on ne peut rien dire sur l'amplitude des oscillations qui, dans la théorie linéaire, croît exponentiellement avec le temps. Comme pour tout oscillateur, c'est la *saturation* qui limite ces amplitudes; c'est la vapeur qui produit cette saturation; nous allons calculer $\rho(t)$ aux ordres supérieurs de perturbation.

Les cohérences optiques sont des fonctions impaires du champ \mathbf{E} (comme $\mathbf{P}(\mathbf{E})$), les cohérences magnétiques et les populations en sont des fonctions paires. Nous allons poursuivre l'itération et calculer, en régime stationnaire, l'influence des ρ_{mb} sur les ρ_{mn} à l'ordre deux. Connaissant ensuite les cohérences magnétiques et les populations, nous pourrions déterminer les premiers termes de saturation (d'ordre trois en \mathbf{E}), qu'elles induisent sur les cohérences optiques, donc sur $\langle \mathbf{P} \rangle$. Nous arrêtons le développement de $\mathbf{P}(\mathbf{E})$ au troisième ordre, en supposant que la fréquence de nutation associée à la perturbation optique est faible.

1. Influence des populations sur la saturation.

1° **Calcul des populations à l'ordre deux de perturbation.** — Les populations obéissent aux équations :

$$\frac{d}{dt} \rho_{11} = i \frac{\mathcal{F}}{\sqrt{2}} V_x [\rho_{1b} - \rho_{b1}] - \gamma_a \rho_{11} + \lambda_a$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \rho_{00} &= i\mathfrak{F}V_z[\rho_{b0} - \rho_{0b}] - \gamma_a \rho_{00} + \lambda_a \\
 \frac{d}{dt} \rho_{-1-1} &= i \frac{\mathfrak{F}}{\sqrt{2}} V_x[\rho_{b-1} - \rho_{-1b}] - \gamma_a \rho_{-1-1} + \lambda_a \\
 \frac{d}{dt} \rho_{bb} &= -i \frac{\mathfrak{F}}{\sqrt{2}} V_x[\rho_{1b} - \rho_{b1}] - i\mathfrak{F}V_z[\rho_{b0} - \rho_{0b}] \\
 &\quad - i \frac{\mathfrak{F}}{\sqrt{2}} V_x[\rho_{b-1} - \rho_{-1b}] - \gamma_b \rho_{bb} + \lambda_b
 \end{aligned} \tag{2.C.1}$$

Pour calculer les populations à l'ordre deux de perturbation, nous injectons maintenant dans (2.C.1) les expressions (2.B.7) des cohérences optiques; les termes $V_\lambda(\rho_{mb} - \rho_{bm})$ de (2.C.1) sont alors des fonctions quadratiques de \mathbf{E} , représentant les variations des populations par absorption ou émission stimulée; en posant :

$$\left\{ \begin{aligned}
 A_+ &= \frac{\mathfrak{F}^2 E_x^2 U^2}{2 \cdot 4\hbar^2} 2\gamma_{ab} \mathcal{L}_+ = U^2 A'_+ \\
 A_0 &= \mathfrak{F}^2 \frac{E_z^2 U^2}{4\hbar^2} 2\gamma_{ab} \mathcal{L}_- = U^2 A'_0 \\
 A_- &= \frac{\mathfrak{F}^2 E_x^2 U^2}{2 \cdot 4\hbar^2} 2\gamma_{ab} \mathcal{L}_- = U^2 A'_-
 \end{aligned} \right. \tag{2.C.2}$$

(2.C.1) s'écrit :

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \rho_{11} &= -A_+ N - \gamma_a \rho_{11} + \lambda_a \\
 \frac{d}{dt} \rho_{00} &= -A_0 N - \gamma_a \rho_{00} + \lambda_a \\
 \frac{d}{dt} \rho_{-1-1} &= -A_- N - \gamma_a \rho_{-1-1} + \lambda_a \\
 \frac{d}{dt} \rho_{bb} &= N \Sigma A - \gamma_b \rho_{bb} + \lambda_b
 \end{aligned} \tag{2.C.3}$$

Ce système représente les variations des populations dues aux effets de la pompe λ , de la décroissance spontanée $-\gamma\rho$, et de l'émission stimulée ($AN > 0$). On aurait pu écrire ces équations directement, en calculant par la règle de Fermi les probabilités de transition A ; par exemple :

$$A_0 = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle a, 0 \mid \frac{e \cdot z E_z U}{2} \mid b, 0 \rangle \right|^2 \rho(\Delta E)$$

Dans notre modèle, la densité d'état $\rho(\Delta E)$ est une fonction de Lorentz de demi-largeur γ_{ab} . La pulsation de la perturbation étant ν_z , ρ est proportionnel à \mathcal{L}_0 , et s'écrit : $\rho(\Delta E) = \frac{\gamma_{ab}}{\pi\hbar} \mathcal{L}_0$, après normalisation. On retrouve ainsi (2.C.2). En champ magnétique nul, pour des fréquences et des amplitudes de mode égales, $A_+ = A_- = A_0/2$, car l'élément de matrice des transitions $\Delta J_z = \pm 1$ vaut $\mathcal{F}/\sqrt{2}$, au lieu de \mathcal{F} pour $\Delta J_z = 0$. Quand l'écart Zeeman n'est pas nul, la densité d'états pour E_x est proportionnelle à $(\mathcal{L}_+ + \mathcal{L}_-)/2$. Notons que les A ne subissent aucune modulation à la fréquence φ , contrairement à ce qui se passerait si les deux modes avaient la même polarisation.

Dans (2.C.3), l'émission stimulée, prépondérante puisque N est positif, joue ainsi le rôle d'une pompe supplémentaire qui vide les $|a, m\rangle$ et remplit $|b\rangle$. En résolvant (2.C.3), on obtient en régime permanent les différences des populations ($\rho_{mm} - \rho_{bb}$), compte tenu de l'émission stimulée :

$$\begin{aligned} \rho_{11} - \rho_{bb} &\equiv N_1 = N \left[1 - A_+ \left(\frac{1}{\gamma_a} + \frac{1}{\gamma_b} \right) - \frac{(A_0 + A_-)}{\gamma_b} \right] \\ \rho_{00} - \rho_{bb} &\equiv N_0 = N \left[1 - A_0 \left(\frac{1}{\gamma_a} + \frac{1}{\gamma_b} \right) - \frac{(A_+ + A_-)}{\gamma_b} \right] \\ \rho_{-1-1} - \rho_{bb} &\equiv N_{-1} = N \left[1 - A_- \left(\frac{1}{\gamma_a} + \frac{1}{\gamma_b} \right) - \frac{(A_+ + A_0)}{\gamma_b} \right] \end{aligned} \quad (2.C.4)$$

2° Saturation de P due aux baisses des populations. — Il suffit de remplacer N par N_1 , N_0 ou N_{-1} dans les expressions linéaires des ρ_{1b} , ρ_{0b} , ρ_{-1b} , pour obtenir les nouvelles valeurs de S_λ . Dans le calcul des P_λ , il s'introduit l'intégrale : $\int_c N(\mathbf{r}) U^4(\mathbf{r}) d^3r$. En pratique, $U(\mathbf{r})$ est la fonction $\sin ky/\sqrt{\pi}$; si $N(\mathbf{r})$ était indépendant de \mathbf{r} , on aurait la relation :

$$\int_c N U^4 d^3r = \frac{3}{4} \int_c N U^2 d^3r = \frac{3}{4} \bar{N} \quad (2.C.5)$$

Nous supposons que N a une variation spatiale beaucoup plus lente que U , et que (2.C.5) reste valable; S_z devient alors :

$$S_z = S_{z0} \left[1 - \frac{3}{4} A'_0 \left(\frac{1}{\gamma_a} + \frac{1}{\gamma_b} \right) - \frac{3}{4} \frac{(A'_+ + A'_-)}{\gamma_b} \right] \quad (2.C.6)$$

Dans S_x , on voit apparaître le groupement $[\bar{N}_1 \mathcal{L}_+ + \bar{N}_{-1} \mathcal{L}_-]$ à la place de $\bar{N}(\mathcal{L}_+ + \mathcal{L}_-)$, ce qui donne :

$$S_x = S_{x0} \left[1 - \frac{3}{4} \left[\left(\frac{1}{\gamma_a} \right) \frac{A'_+ \mathcal{L}_+ + A'_- \mathcal{L}_-}{\mathcal{L}_+ + \mathcal{L}_-} + \left(\frac{1}{\gamma_b} \right) (A'_+ + A'_-) \right] - \frac{3}{4} \left(\frac{1}{\gamma_b} \right) A'_0 \right] \quad (2.C.7)$$

les S_{λ_0} sont les valeurs linéaires des S_λ .

Dans S_z , le terme $A'_0(1/\gamma_a + 1/\gamma_b)$ représente la saturation « propre » de la susceptibilité électrique due à l'émission stimulée π . Sous cette influence, la population de $|a, 0\rangle$, en effet, baisse en valeur relative de $A'_0 \tau_a$; celle de $|b\rangle$ croît en valeur relative de $A'_0 \tau_b$, si bien que la différence de population entre $|a, 0\rangle$ et $|b\rangle$ baisse en valeur relative de

$$A'_0(\tau_a + \tau_b) = A'_0(1/\gamma_a + 1/\gamma_b).$$

L'autre terme $(A'_+ + A'_-)/\gamma_b$ est un terme de saturation « croisée »; il donne la décroissance de S_z due à l'augmentation de la population de $|b\rangle$ par émission stimulée dans le mode σ . Même interprétation pour S_x , à la différence que la décroissance propre de population due à l'émission stimulée n'est, pour les niveaux supérieurs $|a, |1\rangle$, que la moitié de celle calculée pour $|a, 0\rangle$ en supposant $E_x^2 = E_z^2$, à cause du rapport 1/2 des carrés des éléments de matrice correspondants. Pour $\varepsilon = 0$, quand les sous-niveaux Zeeman ($m = 1$) et ($m = -1$) se recouvrent, nous allons voir que la cohérence ρ_{1-1} vient rétablir la symétrie entre S_x et S_z . Sous l'influence du champ E_x de polarisation cohérente dans la représentation standard, un atome, en effet, peut effectuer avec la même probabilité une transition $|a, 1\rangle \rightarrow |b\rangle \rightarrow |a, 1\rangle$ qui induit une baisse de population, ou une transition $|a, 1\rangle \rightarrow |b\rangle \rightarrow |a, -1\rangle$ qui induit une « cohérence » atomique entre $|a, 1\rangle$ et $|a, -1\rangle$, c'est-à-dire qui excite ρ_{1-1} .

2. Influence des cohérences magnétiques sur la saturation.

1° Calcul des cohérences magnétiques au deuxième ordre de perturbation. — Les ρ_{mn} obéissent aux équations :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \rho_{01} = i\varepsilon \rho_{01} + i \frac{\mathfrak{F}}{\sqrt{2}} V_x \rho_{0b} + i \mathfrak{F} V_z \rho_{b1} - \gamma_a \rho_{01} \\ \frac{d}{dt} \rho_{0-1} = -i\varepsilon \rho_{0-1} - i \frac{\mathfrak{F}}{\sqrt{2}} V_x \rho_{0b} + i \mathfrak{F} V_z \rho_{b-1} - \gamma_a \rho_{0-1} \\ \frac{d}{dt} \rho_{1-1} = -2i\varepsilon \rho_{1-1} - i \frac{\mathfrak{F}}{\sqrt{2}} V_x (\rho_{b-1} + \rho_{1b}) - \gamma_a \rho_{1-1} \end{cases} \quad (2.C.8)$$

En l'absence de perturbation, les ρ_{mn} sont nuls car le pompage est diagonal. Ils restent nuls si la polarisation de l'oscillation est « incohérente » (oscillation π). Dans le cas général d'une polarisation « cohérente », les ρ_{ib} étant des fonctions impaires de \mathbf{E} , les cohérences magnétiques, comme les populations, en sont des fonctions paires. On les calcule à l'ordre deux en substituant dans (2. C. 8) les approximations linéaires des ρ_{ib} .

(2. C. 8) décrit les vibrations forcées d'un ensemble d'oscillateurs amortis, de fréquences propres ε et 2ε ; leurs amplitudes ne sont importantes en régime stationnaire que si les sources excitatrices $V\rho_{ib}$, de la forme $V_x V_y^*$, ont des fréquences assez proches des fréquences propres ε ou 2ε , elles-mêmes voisines de zéro. On trouve ainsi :

$$\rho_{1-1} = \frac{\mathcal{J}^2 E_x^2 U^2}{2 \cdot 4\hbar^2} N \left[\frac{1}{\gamma_{ab} - i(\omega - \varepsilon - \nu_x)} + \frac{1}{\gamma_{ab} + i(\omega + \varepsilon - \nu_x)} \right] \frac{1}{\gamma_a + 2i\varepsilon} \quad (2. C. 9)$$

$$\rho_{01} = \frac{\mathcal{J}^2 E_x E_z U^2 N}{\sqrt{2} \cdot 4\hbar^2} \left[\frac{1}{\gamma_{ab} - i(\omega + \varepsilon - \nu_x)} + \frac{1}{\gamma_{ab} + i(\omega - \nu_z)} \right] \frac{e^{i\varphi t}}{\gamma_a + i(\varphi - \varepsilon)} \quad (2. C. 10)$$

$$\rho_{0-1} = -\frac{\mathcal{J}^2 E_x E_z U^2 N}{2 \cdot 4\hbar^2} \left[\frac{1}{\gamma_{ab} - i(\omega - \varepsilon - \nu_x)} + \frac{1}{\gamma_{ab} + i(\omega - \nu_z)} \right] \frac{e^{i\varphi t}}{\gamma_a + i(\varphi + \varepsilon)} \quad (2. C. 11)$$

2° Saturation de P due aux cohérences magnétiques. — a) *Action des cohérences magnétiques sur S_z .* — ρ_{0b} obéit à l'équation (2. B. 6) (b) où le terme $V_x(\rho_{01} - \rho_{0-1})$, négligé jusqu'ici, est d'ordre trois en \mathbf{E} . C'est une source supplémentaire, dont la partie résonnante est à la fréquence $-(\nu_x - \varphi) = -\nu_z$, comme la source principale NV_z . Elle induit sur S_z une contribution $\Delta_x S_z$ proportionnelle à $E_z E_x^2$, qui vaut :

$$\Delta_x S_z = -S_{z0} \cdot \beta E_x^2 C_{zx}, \quad \text{où} \quad \beta = \frac{3}{4} \frac{\mathcal{J}^2}{4\hbar^2 \gamma_{ab}^2}$$

et

$$C_{zx} = \frac{\gamma_{ab}^2}{2(\gamma_a^2 + \varepsilon^2)} \left\{ \gamma_a \gamma_{ab} (\mathcal{L}_+ + \mathcal{L}_- + 2\mathcal{L}_0) - \varepsilon^2 (\mathcal{L}_+ + \mathcal{L}_-) - \varepsilon(\omega - \nu_x) (\mathcal{L}_+ - \mathcal{L}_-) \right. \\ \left. + \frac{(\omega - \nu_z)}{\gamma_{ab}} [\gamma_a (\omega - \nu_x) (\mathcal{L}_+ + \mathcal{L}_-) - 2\gamma_a (\omega - \nu_z) \mathcal{L}_0 + \varepsilon(\gamma_a + \gamma_{ab}) (\mathcal{L}_+ - \mathcal{L}_-)] \right\} \quad (2. C. 12)$$

En champ magnétique nul et pour $\varphi = 0$, C_{zx} se réduit à :

$$C_{zx}(0) = 2[\gamma_{ab}^2 \mathcal{L}_0] \gamma_{ab} \cdot \frac{1}{\gamma_a}$$

b) *Action des cohérences magnétiques sur S_x .* — φ_{1b} et φ_{-1b} obéissent aux équations (2.B.6) (a) et (c) où les termes de la forme $V_z\varphi_{10}$ ou $V_x\varphi_{1-1}$, d'ordre 3 en \mathbf{E} , sont des sources supplémentaires, contenant une composante résonnante à la pulsation $-\nu_x$. La première induit sur S_x une contribution $\Delta_z S_x$, proportionnelle à $E_x E_z^2$, qui vaut :

$$\Delta_z S_x = -S_{x0} \cdot \beta E_z^2 C_{xz},$$

où :

$$C_{xz} = \frac{\gamma_{ab}}{(\mathfrak{L}_+ + \mathfrak{L}_-)(\gamma_a^2 + \varepsilon^2)} \left\{ \gamma_a [\gamma_{ab}^2 [\mathfrak{L}_+^2 + \mathfrak{L}_-^2 + \mathfrak{L}_0(\mathfrak{L}_+ + \mathfrak{L}_-)] \right. \\ + (\omega - \nu_x) [(\omega - \nu_z)\mathfrak{L}_0(\mathfrak{L}_+ + \mathfrak{L}_-) + (\omega - \nu_x)(\mathfrak{L}_+^2 + \mathfrak{L}_-^2)] \\ - \varepsilon^2 [(\mathfrak{L}_+^2 + \mathfrak{L}_-^2)(2\gamma_{ab} + \gamma_a) + \mathfrak{L}_0(\mathfrak{L}_+ + \mathfrak{L}_-)\gamma_{ab}] \\ \left. + \varepsilon(\mathfrak{L}_- - \mathfrak{L}_+) [2(\gamma_a + \gamma_{ab})(\omega - \nu_x)(\mathfrak{L}_+ + \mathfrak{L}_-) - \mathfrak{L}_0[\gamma_a(\omega - \nu_z) + \gamma_{ab}\varphi]] \right\} \quad (2.C.13)$$

La deuxième source donne dans S_x une contribution $\Delta_x S_x$, proportionnelle à E_x^3 , qui vaut :

$$\Delta_x S_x = -S_{x0} \cdot \beta E_x^2 C_{xx},$$

où :

$$C_{xx} = \frac{\gamma_{ab}}{2(\gamma_a^2 + 4\varepsilon^2)} \left[(\gamma_a \gamma_{ab}^2 - 4\varepsilon^2 \gamma_{ab} - \varepsilon^2 \gamma_a)(\mathfrak{L}_+ + \mathfrak{L}_-) \right. \\ \left. - (\omega - \nu_x)(\mathfrak{L}_+ - \mathfrak{L}_-)2\varepsilon(2\gamma_{ab} + \gamma_a) - \gamma_a(\mathfrak{L}_+ - \mathfrak{L}_-)^2 \frac{(\omega - \nu_x)^2}{\mathfrak{L}_+ + \mathfrak{L}_-} \right] \quad (2.C.14)$$

En champ magnétique nul et pour $\varphi = 0$, C_{xz} et C_{xx} se réduisent à :

$$C_{xz}(0) = 2[\gamma_{ab}^2 \mathfrak{L}_0] \gamma_{ab} \frac{1}{\gamma_a}$$

$$C_{xx}(0) = 2[\gamma_{ab}^2 \mathfrak{L}_0] \gamma_{ab} \frac{1}{2\gamma_a}$$

les $C_{\lambda\mu}$ sont des fonctions rapidement décroissantes du champ magnétique, à cause des lorentziennes $[\gamma_a^2 + m^2\varepsilon^2]^{-1}$.

3. Amplitude des oscillations des modes π et σ en régime stationnaire.

1° **Récapitulation des S_λ à l'ordre trois de perturbation.** — Nous nous sommes placés dans l'hypothèse d'oscillations de faible amplitude; plus précisément, nous supposons :

$$\beta E_\lambda^2 \ll 1$$

c'est-à-dire que la fréquence de nutation : $\mathcal{F} \frac{E_\lambda}{\hbar}$ caractéristique de la perturbation optique est petite devant les largeurs naturelles des niveaux associés à la transition laser. Bien que soumis à l'action d'un champ cohérent, *l'atome n'a donc pas le temps de décrire des cycles de probabilité de présence entre les $|a, m\rangle$ et $|b\rangle$, avant de se désexciter spontanément.* Nous pouvons grouper tous les termes non linéaires de S_λ , qui s'écrit :

$$S_\lambda = S_{\lambda 0} [1 - \alpha_{\lambda\lambda} E_\lambda^2 - \alpha_{\lambda\mu} E_\mu^2] \quad (2. C. 15)$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{zz} = 2\beta [\gamma_{ab}^2 \mathcal{L}_0] \left(\frac{1}{\gamma_a} + \frac{1}{\gamma_b} \right) \cdot \gamma_{ab} = \alpha \\ \alpha_{zx} = \beta \left[\left(\frac{\gamma_{ab}}{\gamma_b} \right) [\gamma_{ab}^2 (\mathcal{L}_+ + \mathcal{L}_-)] + C_{zx} \right] \\ \alpha_{xx} = \beta \left[C_{xx} + \left(\frac{\gamma_{ab}}{\gamma_b} \right) [\gamma_{ab}^2 (\mathcal{L}_+ + \mathcal{L}_-)] + \frac{\gamma_{ab}}{\gamma_a} \frac{\mathcal{L}_+^2 + \mathcal{L}_-^2}{\mathcal{L}_+ + \mathcal{L}_-} \gamma_{ab}^2 \right] \\ \alpha_{xz} = \beta \left[C_{xz} + 2 \left(\frac{\gamma_{ab}}{\gamma_b} \right) [\gamma_{ab}^2 \mathcal{L}_0] \right] \end{array} \right. \quad (2. C. 16)$$

a) Symétries en champ magnétique nul.

Pour $\varepsilon = \varphi = 0$, tous les $\alpha_{\lambda\mu}$ sont égaux à α , conformément à l'isotropie du modèle; ce résultat s'interprète simplement : supposons que le champ électrique dans le mode TEM_{00n} ait une polarisation \hat{e} représentée par la combinaison linéaire :

$$\hat{e} \equiv a_+ \hat{e}_+ + a_- \hat{e}_- + a_0 \hat{e}_z$$

où \hat{e}_+ , \hat{e}_- , \hat{e}_z sont les vecteurs unitaires correspondant aux polarisations σ^+ , σ^- , π . On peut toujours, par une transformation unitaire, trouver une nouvelle base orthonormée $|u'\rangle$ telle que $(\mathbf{P} \cdot \hat{e})$ n'y ait d'éléments de matrice

qu'entre un seul des nouveaux $|a'\rangle$ et b , donc telle que la polarisation \hat{e} y soit « incohérente »; si l'on pose en effet :

$$|a'_i\rangle = \sum_j C_{ij} |a, j\rangle$$

Il suffit d'avoir :

$$C_{i1}a_+ + C_{i0}a_0 + C_{i-1}a_- = \delta_{ik}$$

ce qui est possible en choisissant les vecteurs \hat{e} et $|a'_k\rangle$ « parallèles », puisque les $|a'\rangle$ sont orthogonaux.

Par exemple, pour une polarisation \hat{e} rectiligne, oblique par rapport à \hat{e}_x et \hat{e}_z , une simple rotation amenant oz sur \hat{e} résout le problème. La nouvelle base est composée des vecteurs propres communs à J^2 et $J_{\hat{e}}$, projection de J sur \hat{e} . Dans ce nouveau repère, \hat{e} est « incohérent » par définition; les cohérences magnétiques y restent identiquement nulles à tous les ordres de perturbation. Leur apparition dans $|u\rangle$ est purement formelle; elle indique que la base standard (J^2, J_z) est mal adaptée à la perturbation optique, quand la polarisation de \mathbf{E} y est « cohérente ». Dans la nouvelle base, on a évidemment :

$$S_k = S_{k0}[1 - \alpha E^2] \quad (2.C.17)$$

puisque le seul terme non linéaire vient des variations de population de $|a'_k\rangle$ et $|b\rangle$ et que la probabilité d'émission stimulée par unité d'énergie d'un champ de polarisation donnée est indépendante de la base. Puisque la décomposition (\hat{e}_x, \hat{e}_z) est orthogonale, on peut écrire :

$$S_k = S_{k0}[1 - \alpha(E_x^2 + E_z^2)]$$

S_k se projette sur les \hat{e}_λ suivant (2.C.15). On comprend alors pourquoi tous les $\alpha_{\lambda\mu}$ sont égaux à α en champ magnétique nul. Dans la représentation (J^2, J_z), nous avons calculé la saturation provenant des variations de population; il apparaît une saturation propre $\alpha_{\lambda\lambda}$ et une saturation croisée $\alpha_{\lambda\mu}$, dont les effets ne sont pas symétriques. Les cohérences magnétiques viennent rétablir, en champ nul, l'égalité des α .

b) Situation en présence de champ magnétique.

En appliquant un champ magnétique les populations restent des constantes du mouvement, mais les cohérences évoluent; la distinction entre « populations » et « cohérences » prend une signification physique : comme nous le verrons au chapitre IV, la susceptibilité optique linéaire devient un ten-

seur d'axe principal \mathbf{H} (rotation du dipôle induit $\langle \mathbf{P} \rangle$ autour de \mathbf{H}). La susceptibilité optique non linéaire est un tenseur dont l'axe principal, orienté le long de \mathbf{E} en champ magnétique nul, s'aligne le long de \mathbf{H} en champ fort. *La saturation optique décroît quand ε croît, pour un champ \mathbf{E} « cohérent ».* La susceptibilité linéaire définit le gain; l'effet de ses variations a été considéré dans le calcul du seuil. C'est la *décroissance magnétique de la saturation des champs optiques de polarisation « cohérente »* qui nous intéresse ici.

2° Amplitude des oscillations stationnaires du laser. — Portons S_λ dans l'équation d'amplitude (1 . B . 9). Soient $X = E_x^2$, $Z = E_z^2$, les « énergies », du champ optique dans les deux modes; on retrouve le système différentiel de Van der Pol [10], donné par Lamb [11] pour deux modes axiaux de même polarisation :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} Z = Z[\xi - \eta Z - \zeta X] \\ \frac{d}{dt} X = X[\xi' - \eta' Z - \zeta' X] \end{cases} \quad (2.C.18)$$

dans lequel :

$$\begin{cases} \xi = g(\gamma_{ab}^2 c_0) - \frac{\nu}{Q_z} \\ \eta = \alpha_{zz} g(\gamma_{ab}^2 c_0) \\ \zeta = \alpha_{zx} g(\gamma_{ab}^2 c_0) \end{cases} \quad \text{avec} \quad g \equiv \frac{\nu}{\epsilon_0} \frac{\mathcal{P}^2}{\hbar \gamma_{ab}} \bar{N} \quad (2.C.19)$$

$$\begin{cases} \xi' = g\left(\gamma_{ab}^2 \frac{\mathcal{L}_+ + \mathcal{L}_-}{2}\right) - \frac{\nu}{Q_x} \\ \eta' = \alpha_{xz} g\left(\gamma_{ab}^2 \frac{\mathcal{L}_+ + \mathcal{L}_-}{2}\right) \\ \zeta' = \alpha_{xx} g\left(\gamma_{ab}^2 \frac{\mathcal{L}_+ + \mathcal{L}_-}{2}\right) \end{cases} \quad (2.C.20)$$

g est le gain relatif moyen par unité de temps, à l'accord, dû à l'émission stimulée; ξ et ξ' sont les gains nets dans les modes π et σ compte tenu des pertes et du désaccord; ξ et (ou) ξ' sont positifs au-dessus du seuil.

(2.C.18) est un ensemble d'équations différentielles non linéaires couplées décrivant en fonction du temps les variations de X et Z . φ a disparu de (2.C.18); il est donc possible de calculer les énergies des modes sans connaître leurs fréquences exactes, dans l'approximation où φ est petit devant γ_a .

Les solutions stationnaires de (2.C.18) sont les quatre points singuliers intersection, dans (X, Z), des droites :

$$\begin{aligned} X = 0 & \quad (\text{axe OZ}) \\ Z = 0 & \quad (\text{axe OX}) \\ \xi - \eta Z - \zeta X = 0 & \quad (\text{droite D}) \\ \xi' - \eta' Z - \zeta' X = 0 & \quad (\text{droite D}') \end{aligned}$$

En l'absence d'oscillation le système est en O (X = 0, Z = 0). Ce point est instable : sous l'action d'une perturbation (« bruit »), X et Z croissent d'abord exponentiellement puis les termes non linéaires interviennent et le point caractéristique se dirige vers l'un des trois autres points singuliers, en décrivant une intégrale de (2.C.18). On peut tracer l'allure de ces intégrales en remarquant qu'à leurs intersections avec D ou D' leurs tangentes sont parallèles à OX ou OZ. X ou Z sont positifs; on ne travaille que dans le premier quadrant.

a) *Champ magnétique nul.*

L'égalité des α entraîne l'égalité de $\eta, \eta', \zeta, \zeta'$. D et D' sont parallèles (fig. 2-2); suivant les valeurs relatives de ξ et ξ' , toutes les intégrales se dirigent vers :

$$X = 0, Z = \xi/\eta \text{ si } \xi > \xi' \quad \text{ou} \quad Z = 0, X = \xi'/\zeta' \text{ si } \xi' > \xi$$

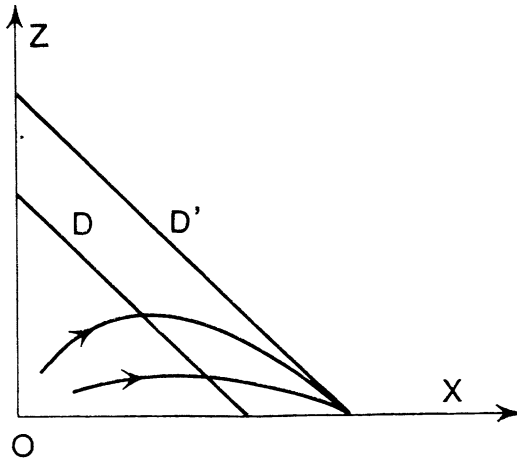


FIG. 2-2. — Évolution du laser pendant l'amorçage : on a supposé $\varepsilon = 0$ et $Q_x > Q_z$.

Pour une cavité anisotrope et un pompage isotrope, c'est donc le mode de *plus forte surtension qui oscille seul* en régime stationnaire. L'autre existe pendant l'amorçage mais ses oscillations sont inhibées par celles du mode de plus faibles pertes. Ce résultat reste *a fortiori* valable si l'un des ξ , ξ' est négatif.

Si $\xi = \xi'$ et $\varphi = 0$, il n'existe aucune anisotropie dans le modèle; il faut s'attendre à un résultat indéterminé : D et D' sont confondues en un lieu de points singuliers. Seule l'énergie totale ($X + Z$) est définie :

$$X + Z = \xi/\eta = \xi'/\eta'$$

sa répartition entre X et Z dépend des conditions initiales. Comme le fait remarquer Lamb, le système devient sensible à la moindre perturbation (déréglage des miroirs, etc.).

Supposons maintenant φ différent de zéro : Ω_x et Ω_z sont suffisamment écartées pour que les deux modes ne se synchronisent pas. Le modèle n'est plus isotrope. Revenons aux expressions (2.C.10) et (2.C.11) des cohérences ρ_{01} et ρ_{0-1} ; il apparaît un dénominateur $[\gamma_a + i\varphi]$, puisque la source $V_\lambda V_\mu^*$ qui excite les vibrations forcées de ρ_{01} et ρ_{0-1} n'est plus exactement résonnante à la fréquence propre (zéro) d'évolution de ces cohérences. Les coefficients de saturation croisée $\alpha_{\lambda\mu} = \alpha_{\mu\lambda}$ sont ainsi des fonctions décroissantes de φ ; ils sont inférieurs à α pour $\varphi \neq 0$, alors que les coefficients de saturation propre $\alpha_{\lambda\lambda}$, excités par $V_\lambda V_\lambda^*$ sont indépendants de φ ; le couplage entre les deux modes diminue; D et D', toujours symétriques, se coupent sur $X = Z = \xi/2\eta$ en un point d'équilibre *stable* T (fig. 2-3). Une différence φ de fréquence entre les deux modes suffit à lever la dégénérescence.

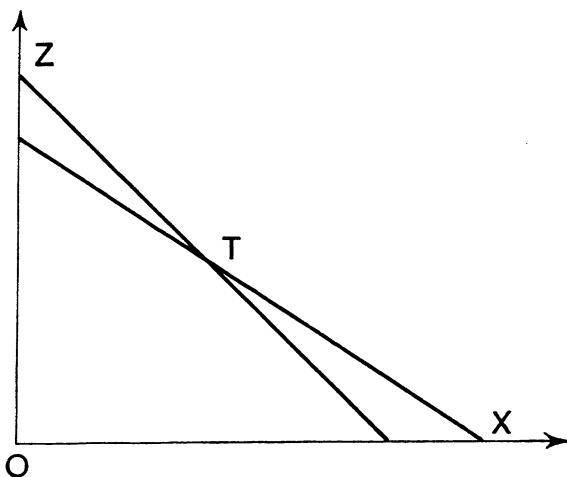


FIG. 2-3. — Levée de dégénérescence par un désaccord φ entre π et σ , pour $\varepsilon = 0$ et $Q_x = Q_z$. T est sur la première bissectrice.

b) *Effets du champ magnétique sur l'intensité des modes en régime stationnaire.*

b.1) Polarisation de la lumière imposée par la cavité ($\xi\xi' < 0$).

C'est le cas des lasers dont le tube amplificateur, ne contenant pas les miroirs, est fermé par des fenêtres à incidence brewstérienne; le champ électrique est linéairement polarisé, et selon son orientation par rapport à \mathbf{H} , on distingue les trois cas suivants :

— Polarisation π : [$\xi > 0, \xi' < 0$] (\mathbf{E} et \mathbf{H} parallèles).

L'intensité $Z = \xi/\eta$ est indépendante de ε , comme ξ et η eux-mêmes (principe de stabilité spectroscopique).

— Polarisation σ : [$\xi < 0, \xi' > 0$] (\mathbf{E} et \mathbf{H} orthogonaux).

Le gain ξ' est une fonction lentement variable du champ magnétique, en ($\mathcal{L}_+ + \mathcal{L}_-$); il ne décroît sensiblement que pour les valeurs ε de l'ordre de γ_{ab} . Dans l'hypothèse où $\gamma_{ab} > \gamma_a$, c'est d'abord la décroissance jusqu'à zéro de la *saturation par cohérence* C_{xx} qui joue, pour les faibles valeurs du champ magnétique ($\varepsilon \sim \gamma_a/2$). ξ' , proportionnel en champ nul à $(1/\gamma_a + 1/\gamma_b)$, tend vers la valeur calculable en ne tenant compte que des *effets de population*, proportionnelle à $(1/2\gamma_a + 1/\gamma_b)$; pour un mode initialement centré ($\nu_x \simeq \omega$), la variation ultérieure due à ($\mathcal{L}_+ + \mathcal{L}_-$) n'est pas à considérer; avant qu'elle ne joue beaucoup sur ζ' , elle annule le gain utile ξ' .

L'énergie de l'oscillation σ suit donc une évolution en deux temps : rapide augmentation, pour $\varepsilon \sim \gamma_a/2$, par suppression de la saturation par cohérence, suivie d'une décroissance plus ou moins rapide jusqu'à zéro, par annulation du gain (désaccord Zeeman).

— Polarisation rectiligne « imposée » oblique par rapport au champ magnétique.

Seule la composante $h = H \cos \theta$ de \mathbf{H} normale à \hat{e} joue un rôle (fig. 2-4). \hat{e} est alors polarisé σ .

b.2) Polarisation libre (ξ et ξ' positifs).

Cas de deux modes π et σ : variations de l'intensité des modes en fonction du champ magnétique.

Supposons $\gamma_a < \gamma_{ab}$. Il apparaît encore deux zones caractéristiques de champ magnétique :

$$0 < \varepsilon < \gamma_{ab};$$

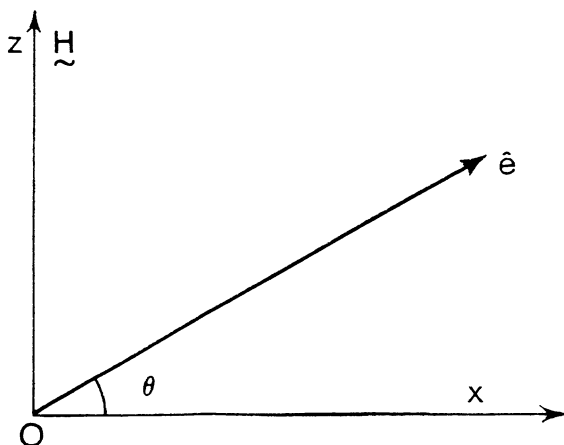


FIG. 2-4.

— seule la susceptibilité non linéaire est affectée par le champ magnétique. Dès que ε devient supérieur à γ_a , les *coefficients de couplage et de saturation par cohérence entre les $|a, m\rangle$* s'annulent et deviennent même faiblement négatifs. Il ne reste dans ζ , η' , ζ' que la part provenant des *variations des populations de a et b* par émission stimulée.

$$\varepsilon \geq \gamma_{ab};$$

— la susceptibilité linéaire est affectée. La décroissance de $(\mathcal{L}_+ + \mathcal{L}_-)$ est surtout sensible sur ξ' qui va s'annuler alors que η' et ζ' ont peu subi l'effet du désaccord Zeeman.

En champ fort, on se retrouve ainsi toujours dans le cas de la polarisation « imposée » : bien que les surtensions Q_λ soient voisines, le désaccord Zeeman, pour un mode presque centré annule le gain σ , et l'oscillation est polarisée π .

Pour connaître les intensités des deux modes entre ces deux cas extrêmes ($\varepsilon = 0$, le mode de plus faibles pertes oscille; $\varepsilon > \gamma_{ab}$, π oscille seul), il faut déterminer, en fonction de ε , le déplacement du point singulier stationnaire T de (2.C.18). Supposons D et D' distinctes en champ nul. Aussi longtemps qu'elles ne se coupent pas, pour ε croissant à partir de zéro, on peut dire par continuité que les courbes intégrales se dirigent vers :

— le point fixe

$$X = 0 \quad Z = \xi/\eta \quad \text{si} \quad Q_z > Q_x;$$

— le point mobile sur l'axe OX

$$Z = 0 \quad X = \xi'/\zeta' \quad \text{si } Q_x > Q_z$$

Quand D et D' se coupent dans le premier quadrant (fig. 2-5), il apparaît un nouveau point singulier possible $[X(\epsilon), Z(\epsilon)]$ à leur intersection T. Les intégrales de (2.C.18) se dirigent maintenant vers T puisque le couplage $[\pi, \sigma]$, critique pour $\epsilon = 0$ (un seul mode oscille, quand D et D' sont parallèles, au lieu de deux modes, simultanément ou alternativement), devient du type « faible » (où deux modes peuvent osciller simultanément), puisque les $\alpha_{\lambda\mu}$ décroissent par destruction des cohérences. T décrit, quand ϵ varie de 0 à 1^∞ , une trajectoire Γ .

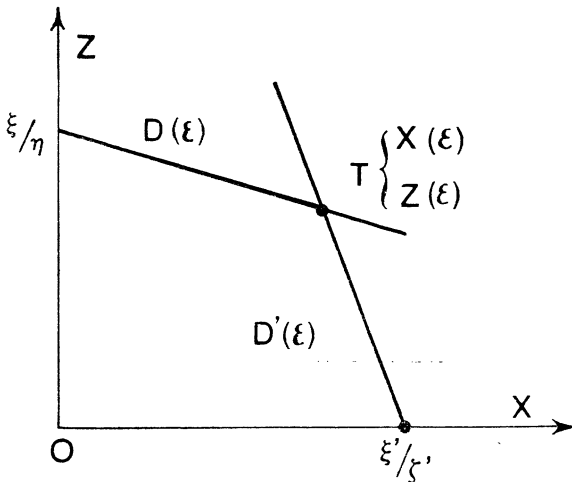


FIG. 2-5. — Construction du point caractéristique stationnaire T, en présence de champ magnétique.

Nous pouvons tracer Γ dans les quatre hypothèses suivantes :

1. $\xi' > \xi$ (ou $Q_x > Q_z$).

L'oscillation est polarisée σ en champ nul. T s'éloigne d'abord de O sur OX, décrit une boucle dans le premier quadrant, puis tend vers $[X = 0, Z = \xi/\eta]$ quand ξ' décroît (fig. 2-6).

2. $\xi' = \xi$ (ou $Q_x = Q_z$).

D et D' sont confondus en D_0 ; l'énergie dans chaque mode est indéterminée. Si $\varphi \neq 0$, les deux modes oscillent avec la même intensité. Gar-

dans $\varphi = 0$; l'application d'un champ magnétique lève la dégénérescence. Pour voir comment, faisons un développement limité de ξ/ζ , ξ/η' , ξ/ζ' , au voisinage de $\epsilon = 0$. Posons $\epsilon^2/\gamma_a^2 = x^2$; en ne gardant dans les $C_{\lambda\mu}$ que la variation principale, on peut écrire :

$$\xi/\eta' = \xi/\zeta = \frac{1}{1/\gamma_a + 1/\gamma_b} (1 + \lambda x^2)$$

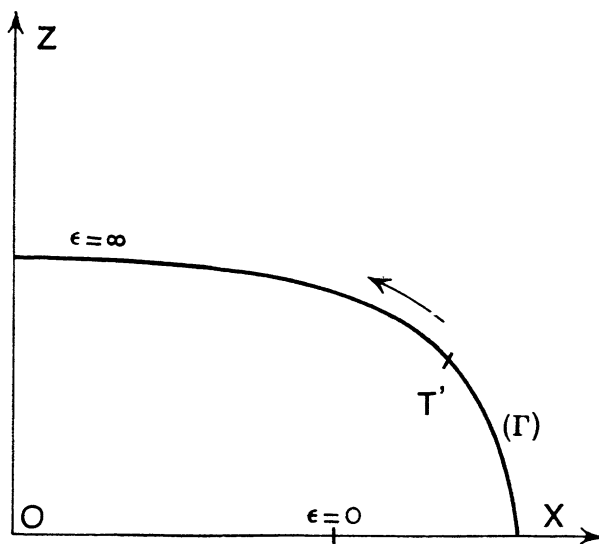


FIG. 2-6. — Trajectoire Γ de T pour $Q_x \geq Q_z$.

avec $\lambda = \gamma_b/(\gamma_a + \gamma_b)$; de même ξ/ζ' s'écrit :

$$\frac{1}{1/\gamma_a + 1/\gamma_b} (1 + 2\lambda x^2);$$

d'où les positions de D et D' pour ϵ petit (fig. 2-7); elles restent parallèles, mais D' est plus éloignée de O que D₀; T est donc à l'intersection de D' et de OX; Γ , tangente à OX en $[Z = 0, X = \xi/\zeta']$, décrit ensuite une boucle dans le premier quadrant, qui l'amène en $[X = 0, Z = \xi/\eta']$ pour les fortes valeurs de ϵ (fig. 2-6).

3. $\xi' < \xi$ (ou $Q_x < Q_z$), mais $\left| \frac{\xi' - \xi}{\xi} \right| \ll 1$.

T est initialement en $[X = 0, Z = \xi/\eta']$. Si D'₀ est assez proche de D₀, on peut retrouver pour de faibles valeurs de ϵ , une position indéterminée

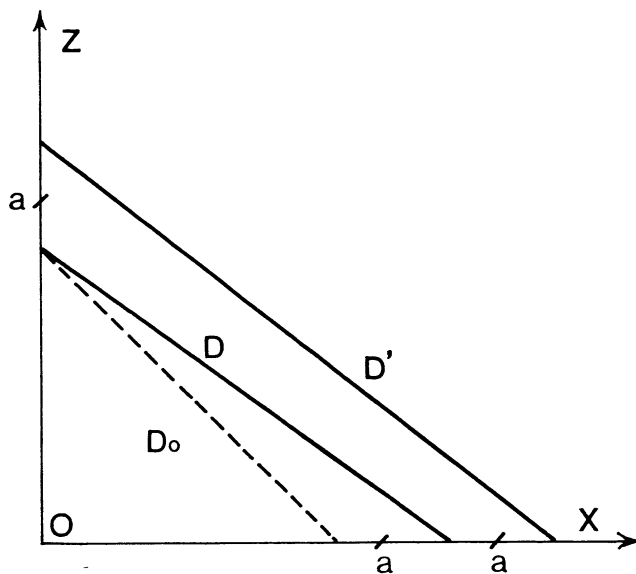


FIG. 2-7. — Cavité isotrope : levée de la dégénérescence par un faible champ magnétique.

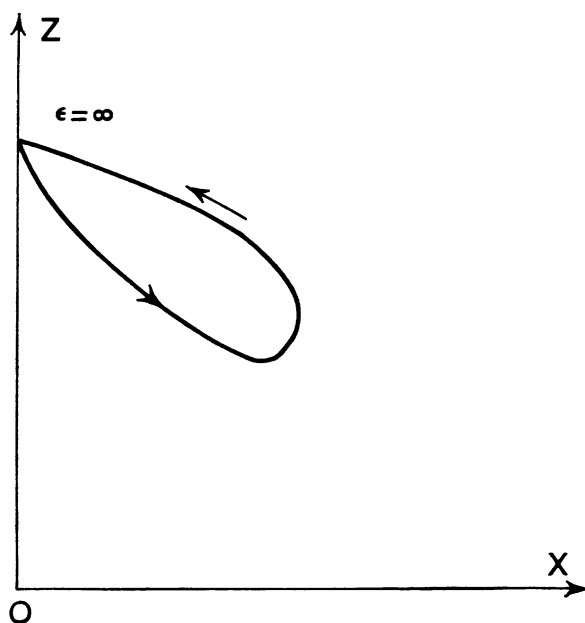


FIG. 2-8. — Trajectoire Γ de T pour $Q_x < Q_z$.

où $D(\varepsilon)$ et $D'(\varepsilon)$ sont confondues. Si D'_0 est un peu plus éloigné de D_0 , seule la rotation de D' en sens inverse de celle de D joue un rôle. Γ est alors une boucle fermée partant et aboutissant à $[X = 0, Z = \xi/\eta]$, sans touches OX (fig. 2-8).

4. $\xi' < \xi$ (ou $Q_x < Q_z$) mais $\left| \frac{\xi' - \xi}{\xi} \right|$ non négligeable devant 1 :

La décroissance de ξ' intervient avant que D' ait pu couper D dans le premier quadrant. Γ se réduit au point $[X = 0, Z = \xi/\eta]$.

CHAPITRE III

THÉORIE DU LASER ZEEMAN EXCITÉ PAR UNE RAIE DOPPLER

Nous venons d'étudier la polarisation d'un laser Zeeman excité par une raie homogène; l'approximation de l'équation pilote nous a permis de prévoir l'effet des variations des cohérences optiques et magnétiques, en champ faible, sur les oscillations du laser.

Comme le fait remarquer Lamb, on pourrait essayer de transposer les résultats précédents pour tenir compte du mouvement des atomes, de la façon suivante : on connaît la susceptibilité d'un gaz d'atomes immobiles $\chi(\omega - \nu_\lambda, E_\lambda)$; supposons que les atomes réels ont une distribution de vitesse axiale v définie par une loi de probabilité $W(v)$, symétrique en v , et normée $\left(\int_{-\infty}^{+\infty} W(v) dv = 1 \right)$; on pourrait penser attribuer à chaque groupe d'atome de vitesse v , la susceptibilité $\chi\left(\omega\left(1 - \frac{v}{c}\right) - \nu_\lambda, E_\lambda\right)$, en décrivant l'effet Döppler comme un simple désaccord de $\omega \frac{v}{c}$ des fréquences atomiques, les atomes eux-mêmes étant supposés fixes; la susceptibilité globale s'écrirait alors :

$$\chi = \int_{-\infty}^{+\infty} dv W(v) \chi\left[\omega\left(1 - \frac{v}{c}\right) - \nu_\lambda, E_\lambda\right]. \quad (3.1)$$

Lamb a montré [11] dans un traitement rigoureux que cette méthode, correcte à tous les ordres dans le cas d'ondes progressives, est erronée pour la saturation en ondes stationnaires.

Appelons $k = \omega/c$, le module du vecteur d'onde optique; un atome de vitesse v est désaccordé, dans un repère lié à la cavité, de $\Delta v = kv$. Le calcul de la polarisation induite à l'ordre 3 implique trois interactions successives de l'atome avec le champ électromagnétique stationnaire, décomposé en deux ondes progressives de vecteurs d'onde opposés $k_y = \pm k$. A chaque interaction, l'atome peut « choisir » l'une ou l'autre de ces deux ondes. Entre l'instant de pompage t_0 et l'instant t , il accumule un déphasage dû au désaccord Döppler égal à $\sum kv\Delta t_i$, où i représente les trois choix successifs des ondes progressives i , et Δt_i le temps d'interaction avec l'onde i . Il existe, dans le cas d'ondes stationnaires, un *processus dominant* où l'atome interagit d'abord avec les deux ondes progressives de vecteurs d'onde opposés, puis avec la même, pour que le déphasage total : $\sum_i kv\Delta t_i$, soit nul à l'instant t ; sinon, en faisant la somme sur tous les Δt_i compris entre t_0 et t , on obtient des interférences destructives dans l'expression de la polarisation non linéaire (cas d'ondes progressives pures). En ondes stationnaires, par la suppression de ces interférences, les termes de saturation sont beaucoup moins élargis et affaiblis par effet Döppler qu'en ondes progressives (3-1), où χ linéaire et non linéaire subissent le même élargissement, ne convient donc pas pour le calcul de la saturation.

Nous allons calculer la contribution à la susceptibilité χ des groupes d'atomes de vitesse v , par une méthode approchée donnée aussi par Lamb [11]. Nous gardons l'intégration de t_0 dans le pompage; nous introduisons la vitesse en écrivant que la perturbation optique subie par les atomes est modulée à leur fréquence kv de rencontre des ondes stationnaires dans la cavité; dans \mathcal{H} , nous remplaçons \mathcal{H}_c par $\mathcal{H}_c \cos kv t$.

En prenant la *même modulation* de \mathcal{H}_c pour tous les atomes de vitesse v , nous négligeons les différences de *phase* entre atomes excités à des t_0 différents; nous ne calculons ainsi qu'une contribution *moyenne* à χ des atomes de vitesse v ; l'approximation faite se justifie dans l'hypothèse d'élargissement Döppler important; on retrouve par ce procédé les termes dominants de la susceptibilité non linéaire, en particulier ceux responsables du « Lamb dip », à l'exception des termes décrivant la synchronisation des modes (réf. [11], p. 1449). Comme nous ne nous intéressons pas à ce « mode locking », l'approximation de l'équation pilote est bien adaptée au problème étudié si φ reste non nul.

L'intérêt de cette simplification est évident : puisque \mathcal{H} reste le même pour tous les atomes de vitesses v (supposés sans interaction mutuelle), on peut encore décrire leur comportement par un opérateur densité $\rho(\mathbf{r}, t, v)$ qui obéit à la même équation que $\rho(\mathbf{r}, t)$: λ s'écrit : $\lambda(\mathbf{r}, t, v) = \Lambda(\mathbf{r}, t) \mathbf{W}(v)$;

Λ reste diagonal dans la représentation standard; nous supposons qu'il ne dépend pas de t , et que sa variation spatiale est beaucoup plus lente que celle de $U(\mathbf{r})$.

Nous établissons d'abord la loi de correspondance entre les solutions des équations donnant $\rho(\mathbf{r}, t)$ et $\rho(\mathbf{r}, t, v)$. Sans les réintégrer, nous pouvons en déduire la susceptibilité globale. Nous calculons ensuite, comme au chapitre II, le seuil d'amorçage et les énergies relatives des modes π et σ en présence d'un champ magnétique.

A. — Contribution à la susceptibilité des groupes d'atomes de vitesse donnée.

1. Correspondance entre $\rho(\mathbf{r}, t)$ et $\rho(\mathbf{r}, t, v)$ en régime stationnaire.

— Pour des atomes de vitesse v , V_λ s'écrit :

$$V_\lambda = \frac{E_\lambda U}{2\hbar} \frac{1}{2} [e^{i(\nu_\lambda + kv)t} + e^{i(\nu_\lambda - kv)t} + \text{C. C.}] \quad (3.A.1)$$

les fonctions \mathfrak{L}_+ , \mathfrak{L}_- , \mathfrak{L}_0 , introduites dans $S_{\lambda 0}$, se dédoublent pour les deux fréquences $\nu_\lambda \pm kv$; si l'on pose : $\mathfrak{L}(x) = [\gamma_{ab}^2 + x^2]^{-1}$,

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{L}_0 \text{ devient } \frac{1}{2} [\mathfrak{L}(\omega - \nu_x + kv) + \mathfrak{L}(\omega - \nu_x - kv)] \\ \mathfrak{L}_\pm \text{ devient } \frac{1}{2} [\mathfrak{L}(\omega \pm \varepsilon - \nu_x + kv) + \mathfrak{L}(\omega \pm \varepsilon - \nu_x - kv)] \end{array} \right. \quad (3.A.2)$$

Dans $V_\lambda V_\mu$, nous trouvons des termes de fréquence double $\pm 2kv$ qui n'apparaissent pas dans le traitement plus rigoureux; nous les négligeons et réajustons, comme Lamb (réf. [11], p. 1448), les termes de modulation « normaux » aux fréquences $\nu_\lambda \pm kv$ pour retrouver, à vitesse nulle, les résultats du chapitre II; il suffit pour cela de doubler la contribution des termes normaux, approximation qui n'est pas plus mauvaise que les précédentes. La loi de correspondance cherchée est donc (3.A.2), avec :

$$\bar{N} \rightarrow \bar{N}(v) \equiv W(v) \overline{(\Lambda_a/\gamma_a - \Lambda_b/\gamma_b)} = W(v) \bar{N}' \quad (8.A.2 \text{ bis})$$

où \bar{N}' est l'inversion de population, moyennée sur U , entre un des $|a, m\rangle$ et $|b\rangle$, sommée sur le profil Döppler.

2. Expression de $S_\lambda(v)$. — On peut encore écrire :

$$S_\lambda(v) = S_{\lambda 0}(v) [1 - \alpha_{\lambda\lambda}(v) E_\lambda^2 - \alpha_{\lambda\mu}(v) E_\mu^2] \quad (3.A.6)$$

Si l'on pose :

$$\begin{cases} \mathcal{L}_0(\pm kv) \equiv \mathcal{L}(\omega - \nu_z \pm kv) \\ \mathcal{L}_{\pm}(\pm kv) \equiv \mathcal{L}(\omega \pm \varepsilon - \nu_x \pm kv) \end{cases} \quad (3.A.7)$$

les $S_{\lambda 0}(v)$ et les $\alpha_{\lambda \mu}$ deviennent :

$$\begin{cases} S_{z0}(v) = -\frac{\mathcal{J}^2}{\hbar} \overline{N}(v) E_z \gamma_{ab} \frac{1}{2} [\mathcal{L}_0(kv) + \mathcal{L}_0(-kv)] \\ S_{x0}(v) = -\frac{\mathcal{J}^2}{2\hbar} \overline{N}(v) E_x \gamma_{ab} \frac{1}{2} [\mathcal{L}_+(kv) + \mathcal{L}_+(-kv) + \mathcal{L}_-(kv) + \mathcal{L}_-(-kv)] \end{cases} \quad (3.A.8)$$

$$\begin{cases} \alpha_{zz}(v) = \beta 2\gamma_{ab}^3 \frac{1}{2} [\mathcal{L}_0(kv) + \mathcal{L}_0(-kv)] (1/\gamma_a + 1/\gamma_b) \\ \alpha_{zx}(v) = \beta \left[\frac{\gamma_{ab}^3}{\gamma_b} \frac{1}{2} [\mathcal{L}_+(kv) + \mathcal{L}_+(-kv) + \mathcal{L}_-(kv) + \mathcal{L}_-(-kv)] + C_{zx}(v) \right] \\ \alpha_{xx}(v) = \beta \left[\frac{\gamma_{ab}^3}{\gamma_b} \frac{1}{2} [\mathcal{L}_+(kv) + \mathcal{L}_+(-kv) + \mathcal{L}_-(kv) + \mathcal{L}_-(-kv)] \right. \\ \left. + \frac{\gamma_{ab}^3}{\gamma_a} \frac{1}{4} [\mathcal{L}_+(kv) + \mathcal{L}_+(-kv)]^2 + \frac{1}{4} [\mathcal{L}_-(kv) + \mathcal{L}_-(-kv)]^2 \right. \\ \left. + \frac{1}{2} [\mathcal{L}_+(kv) + \mathcal{L}_+(-kv) + \mathcal{L}_-(kv) + \mathcal{L}_-(-kv)] + C_{xx}(v) \right] \\ \alpha_{xz}(v) = \beta \left[C_{xz}(v) + 2 \frac{\gamma_{ab}^3}{\gamma_b} \frac{1}{2} [\mathcal{L}_0(kv) + \mathcal{L}_0(-kv)] \right] \end{cases} \quad (3.A.9)$$

les $C_{\lambda \mu}(v)$ sont les transformées par (3.A.2) des $C_{\lambda \mu}$; dans leurs expressions, pour simplifier nous supprimons la partie impaire en $(\omega - \nu_\lambda)$: après intégration sur $W(v)$, ces termes donnent une contribution nulle au voisinage de ω , donc de ν_λ . Pour la même raison, nous négligeons les termes en $(\omega - \nu_\lambda)^2$. Enfin, nous prenons $\varphi = 0$; les $C_{\lambda \mu}(v)$ deviennent alors :

$$C_{zx}(v) = \frac{\gamma_{ab}^2}{\gamma_a^2 + \varepsilon^2} \left[\frac{1}{2} \frac{1}{2} (\gamma_a \gamma_{ab} - \varepsilon^2) [\mathcal{L}_+(kv) + \mathcal{L}_+(-kv) + \mathcal{L}_-(kv) + \mathcal{L}_-(-kv)] \right. \\ \left. + \gamma_a \gamma_{ab} \frac{1}{2} [\mathcal{L}_0(kv) + \mathcal{L}_0(-kv)] \right]$$

$$C_{xx}(v) = \frac{\gamma_{ab}^2}{\gamma_a^2 + 4\varepsilon^2} \left[\gamma_a \gamma_{ab} - \varepsilon^2 \left(4 + \frac{\gamma_a}{\gamma_{ab}} \right) \right. \\ \left. \frac{1}{2} \frac{1}{2} [\mathcal{L}_+(kv) + \mathcal{L}_+(-kv) + \mathcal{L}_-(kv) + \mathcal{L}_-(-kv)] \right]$$

$$C_{xz}(v) = \frac{\gamma_{ab}^2}{\gamma_a^2 + \varepsilon^2} \left[(\gamma_a \gamma_{ab} - \varepsilon^2) \frac{1}{2} [\mathfrak{L}_0(kv) + \mathfrak{L}_0(-kv)] + [\gamma_a \gamma_{ab} - \varepsilon^2 (2 + \gamma_a / \gamma_{ab})] \right. \\ \left. \frac{\frac{1}{4} [\mathfrak{L}_+(kv) + \mathfrak{L}_+(-kv)]^2 + \frac{1}{4} [\mathfrak{L}_-(kv) + \mathfrak{L}_-(-kv)]^2}{\frac{1}{2} [\mathfrak{L}_+(kv) + \mathfrak{L}_+(-kv) + \mathfrak{L}_-(kv) + \mathfrak{L}_-(-kv)]} \right]$$

B. — Calcul de la susceptibilité globale.

Par définition, c'est la somme des contributions élémentaires $S_\lambda(v)$ des atomes de toutes les vitesses possibles v ; $S_\lambda(v)$ contient $W(v)$; nous supposons que W est une fonction de v plus lentement variable que $\mathfrak{L}(x)$, [$ku \gg \gamma_{ab}$], où u est la demi-largeur de $W(v)$, en unité de vitesse; nous pourrions ainsi faire sortir W de l'intégrale :

$$\bar{S}_\lambda \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} S_\lambda(v) dv$$

en lui attribuant la valeur $W(x/k)$ qu'elle prend au voisinage de la fréquence x qui rend $\mathfrak{L}(x - kv)$ maximum; nous utilisons les relations :

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{-\infty}^{+\infty} dv \gamma_{ab}^2 \mathfrak{L}(kv) = \frac{\pi \gamma_{ab}}{k} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} dv \gamma_{ab}^2 \mathfrak{L}(a - kv) \gamma_{ab}^2 \mathfrak{L}(b - kv) = \frac{\pi}{2k} \gamma_{ab}^3 \mathfrak{L}\left(\frac{a-b}{2}\right) \end{array} \right. \quad (3. B. 1)$$

1. Approximation linéaire. Condition de seuil.

\bar{S}_{λ_0} se calcule par la transformation (3. A. 2); on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{S}_{z0} = -\frac{\mathfrak{F}^2}{\hbar} W(v_0) \frac{\bar{N}'}{\gamma_{ab}} E_z \cdot \Delta v \\ \bar{S}_{x0} = -\frac{\mathfrak{F}^2}{\hbar} \frac{1}{2} [W(v_0^+) + W(v_0^-)] \frac{\bar{N}'}{\gamma_{ab}} E_x \cdot \Delta v \end{array} \right. \quad (3. B. 2)$$

où :

$$v_0 = \frac{\omega - \nu}{k}, \quad v_0^\pm = v_0 \pm \frac{\varepsilon}{k}, \quad \Delta v = \frac{\pi \gamma_{ab}}{k}$$

les v_0^i sont les désaccords en unités de vitesse. Δv est le double de l'écart de vitesse après lequel les atomes, désaccordés de plus d'une largeur natu-

relle, n'interagissent plus avec l'onde laser. La condition d'amorçage devient :

— mode π :

$$\frac{\mathcal{F}^2}{\epsilon_0 \hbar \gamma_{ab}} \bar{N}' [W(v_0) \cdot \Delta v] \geq \frac{1}{Q_z} \tag{3.B.3}$$

— mode σ :

$$\frac{\mathcal{F}^2}{\epsilon_0 \hbar \gamma_{ab}} \bar{N}' \left[\frac{1}{2} [W(v_0^+) + W(v_0^-)] \cdot \Delta v \right] \geq \frac{1}{Q_x} \tag{3.B.4}$$

Il existe une différence importante entre ces conditions et celles obtenues en raie homogène; le désaccord $(\omega - \nu)$ fait ici beaucoup moins varier le gain : $W(v_0)$ a une demi-largeur très supérieure à celle de \mathcal{L}_0 . En contrepartie, le rendement du pompage est inférieur. $\bar{N}' [W(v_0) \cdot \Delta v]$ est le nombre moyen d'atomes qui peuvent interagir avec E_z ; les atomes qui contribuent à l'oscillation sont moins nombreux à cause du désaccord Doppler, dans le rapport des largeurs $\Delta v/2u$, très inférieur à 1.

$1/2[W(v_0^+) + W(v_0^-)]$ est une fonction plus lentement variable du champ magnétique que $1/2[\mathcal{L}_+ + \mathcal{L}_-]$. Elle peut même être stationnaire en ϵ si $W(v_0)$ est un point d'inflexion (fig. 3-1) de $W(\nu)$; en pratique, le mode axial excité est presque centré, et le gain σ décroît comme $W\left(\frac{\epsilon}{k}\right)$, alors que le gain π est constant. Le cas de grand désaccord, pour lequel $[W(v_0^+) + W(v_0^-)]$ serait une fonction croissante de ϵ n'est pas envisagé.

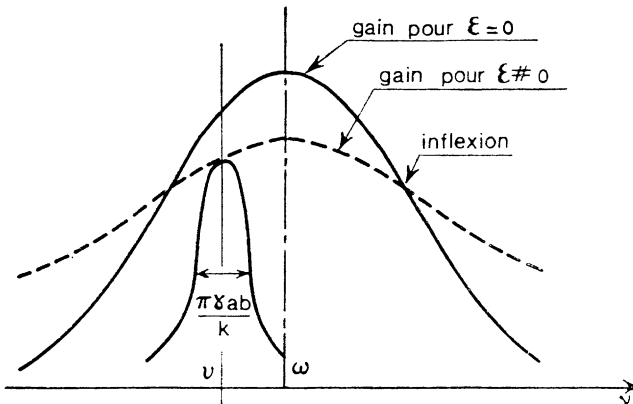


FIG. 3-1. — Gains π et σ en présence de champ magnétique, et rendement du pompage.

L'étude des plages de fonctionnement donne des résultats analogues à ceux du chapitre II. Pour un gain maximum donné par rapport aux pertes, la plage d'accord possible est plus étendue que pour une raie homogène; pour une plage d'accord donnée, le gain maximum est plus faible (fig. 3-2).

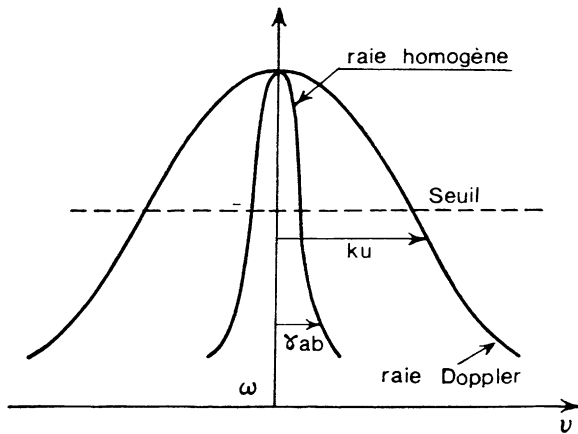


FIG. 3-2. — Plages d'oscillations du laser en raie homogène ou inhomogène.

2. Calcul de la susceptibilité non linéaire.

\bar{S}_λ est encore représentée par :

$$\bar{S}_\lambda = \bar{S}_{\lambda 0} [1 - \bar{\alpha}_{\lambda\lambda} E_\lambda^2 - \bar{\alpha}_{\lambda\mu} E_\mu^2]$$

où les $\bar{\alpha}_{\lambda\mu}$ sont les valeurs moyennes sur la vitesse des $\alpha_{\lambda\mu}(v)$; on peut les écrire :

$$\bar{\alpha}_{\lambda\mu} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} [S_{\lambda 0}(v)/E_\lambda] \alpha_{\lambda\mu}(v) dv}{\bar{S}_{\lambda 0}/E_\lambda} \quad (3. B. 5)$$

Le calcul des $\bar{\alpha}_{\lambda\mu}$ ne présente pas de difficultés, si nous supposons : $\varepsilon \ll ku$; leurs valeurs sont groupées dans le tableau (3. B. 6), où nous reprenons la notation $\mathcal{L}(x)$ sans indice.

TABLEAU (3 . B . 6)

Coefficients de saturation et de couplage, compte tenu de l'effet Döppler

$$[\varphi = 0; \gamma_{ab}' | \omega - \nu | \text{ et } |\varepsilon| \ll ku]$$

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}_{zz} &= \beta \cdot \gamma_{ab} (1/\gamma_a + 1/\gamma_b) \frac{1}{2} [1 + \gamma_{ab}^2 \mathfrak{L}(\omega - \nu)] \\ \bar{\alpha}_{zx} &= \beta \cdot \gamma_{ab} \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{\gamma_a} \cdot \frac{1}{2} \frac{\gamma_a^2}{\gamma_a^2 + \varepsilon^2} \frac{1}{2} [1 + \gamma_{ab}^2 \mathfrak{L}(\omega - \nu)] \\ & + \frac{1}{\gamma_a} \frac{1}{2} \frac{\gamma_a^2 - \varepsilon^2 \gamma_a / \gamma_{ab}}{\gamma_a^2 + \varepsilon^2} \frac{1}{2} \left[\gamma_{ab}^2 \mathfrak{L}\left(\frac{\varepsilon}{2}\right) + \frac{\gamma_{ab}^2}{2} \left[\mathfrak{L}\left(\omega - \nu + \frac{\varepsilon}{2}\right) + \mathfrak{L}\left(\omega - \nu - \frac{\varepsilon}{2}\right) \right] \right] \\ & + \frac{1}{\gamma_b} \frac{1}{2} \left[\gamma_{ab}^2 \mathfrak{L}\left(\frac{\varepsilon}{2}\right) + \frac{\gamma_{ab}^2}{2} \left[\mathfrak{L}\left(\omega - \nu + \frac{\varepsilon}{2}\right) + \mathfrak{L}\left(\omega - \nu - \frac{\varepsilon}{2}\right) \right] \right] \end{aligned} \right. \\ \bar{\alpha}_{xx} &= \beta \cdot \gamma_{ab} \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{2} \frac{1}{\gamma_a} \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\gamma_{ab}^2}{2} [\mathfrak{L}(\omega - \nu + \varepsilon) + \mathfrak{L}(\omega - \nu - \varepsilon)] \right] \\ & + \frac{1}{2} \frac{1}{\gamma_a} \left(\frac{\gamma_a}{\gamma_a^2 + 4\varepsilon^2} \right) (\gamma_a - 4\varepsilon^2/\gamma_{ab} - \varepsilon^2 \gamma_a / \gamma_{ab}^2) \\ & \quad \cdot \frac{1}{4} \left[1 + \gamma_{ab}^2 (\mathfrak{L}(\varepsilon) + \mathfrak{L}(\omega - \nu)) + \frac{\mathfrak{L}(\omega - \nu + \varepsilon) + \mathfrak{L}(\omega - \nu - \varepsilon)}{2} \right] \\ & + \frac{1}{\gamma_b} \frac{1}{4} \left[1 + \gamma_{ab}^2 (\mathfrak{L}(\varepsilon) + \mathfrak{L}(\omega - \nu)) + \frac{\mathfrak{L}(\omega - \nu + \varepsilon) + \mathfrak{L}(\omega - \nu - \varepsilon)}{2} \right] \end{aligned} \right. \\ \bar{\alpha}_{xz} &= \beta \cdot \gamma_{ab} \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{2} \frac{1}{\gamma_a} \frac{\gamma_a^2 - \varepsilon^2 \gamma_a / \gamma_{ab}}{\gamma_a^2 + \varepsilon^2} \frac{1}{2} \left[\gamma_{ab}^2 \mathfrak{L}\left(\frac{\varepsilon}{2}\right) + \gamma_{ab}^2 \frac{\mathfrak{L}(\omega - \nu + \varepsilon/2) + \mathfrak{L}(\omega - \nu - \varepsilon/2)}{2} \right] \\ & + \frac{1}{2} \frac{1}{\gamma_a} \frac{\gamma_a^2 - (\varepsilon^2 \gamma_a / \gamma_{ab})(2 + \gamma_a / \gamma_{ab})}{\gamma_a^2 + \varepsilon^2} \frac{1}{2} \left[1 + \gamma_{ab}^2 \frac{\mathfrak{L}(\omega - \nu + \varepsilon) + \mathfrak{L}(\omega - \nu - \varepsilon)}{2} \right] \\ & + \frac{1}{\gamma_b} \frac{1}{2} \left[\gamma_{ab}^2 \mathfrak{L}\left(\frac{\varepsilon}{2}\right) + \gamma_{ab}^2 \frac{\mathfrak{L}(\omega - \nu + \varepsilon/2) + \mathfrak{L}(\omega - \nu - \varepsilon/2)}{2} \right] \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

3. Interprétation formelle de la susceptibilité globale.

1. **Analogie avec les résultats précédents.** — On retrouve dans la susceptibilité non linéaire les mêmes propriétés que nous avons notées dans le cas d'une raie homogène.

a) *Isotropie de la vapeur en champ nul :*

Pour $\varepsilon = 0$, tous les $\overline{\alpha_{\lambda\mu}}$ sont égaux à $\overline{\alpha_{zz}}$; en pompage isotrope, le calcul des coefficients de saturation peut toujours se ramener à un effet de population, si l'on choisit une représentation de a telle que la polarisation \hat{e} du laser y soit « incohérente ».

b) *Anisotropie induite par l'évolution des cohérences magnétiques.*

Si l'on excepte $\overline{\alpha_{zz}}$, les $\overline{\alpha_{\lambda\mu}}$ ont une double origine :

— *effet de population* : décroissance de l'inversion des populations initiales par émission stimulée dans chaque mode ;

— *effet de cohérence* : saturation par cohérence entre les $|a, m\rangle$, tant que les sous-niveaux Zeeman ne sont pas écartés de plus de leur largeur propre γ_a .

Comme précédemment, les variations des $\overline{\alpha_{\lambda\mu}}$ induites par la destruction magnétique des cohérences font varier la polarisation du laser.

2. Effets nouveaux dus au mouvement des atomes. — Il existe d'importantes différences entre la susceptibilité « homogène » et la susceptibilité « inhomogène ». Nous en avons déjà rencontré une dans le calcul du seuil; en raie homogène pour que l'effet de cohérence soit prépondérant, il faut supposer $\gamma_{ab} \gg \gamma_a$. Ici, le gain σ varie comme $W(\varepsilon)$, donc très peu pour $\varepsilon \sim \gamma_{ab}$ ou γ_a , dans l'hypothèse de grand effet Döppler; quand ε croît, $\overline{\alpha_{xx}}$ décroît, $\overline{\alpha_{xz}}$ et $\overline{\alpha_{zx}}$ s'annulent, sans que le gain ait beaucoup varié.

La différence essentielle vient cependant de la forme particulière des $\overline{\alpha}$; en champ nul, ils sont proportionnels à : $[1 + \gamma_{ab}^2 \xi(\omega - \nu)]$; la susceptibilité non linéaire n'a pas la largeur ($2ku$) de W , comme la susceptibilité linéaire; la largeur des $\overline{\alpha}$ est de l'ordre de γ_{ab} . Ceci est à l'origine du « Lamb dip » [11] : considérons l'intensité Z du mode π oscillant seul; selon que la cavité est accordée loin de la fréquence atomique ($|\omega - \nu| > \gamma_{ab}$) ou près de la fréquence atomique ($|\omega - \nu| < \gamma_{ab}$) $\overline{\alpha_{zz}}$ varie du simple au double, et si $W(\nu_0)$ est peu différent de $W(0)$, Z est deux fois plus grand loin de l'accord qu'à l'accord; il apparaît un « trou » dans la courbe $Z(\omega - \nu)$ (fig. 3-5).

Cet effet peut s'interpréter par la notion de « hole burning » de Bennett [35] : le champ stationnaire du laser se représente par deux ondes progressives de vecteurs d'ondes opposés k_y et $-k_y$. Pour un désaccord ν_0

donné, les atomes de vitesse axiale v_0 interagissent avec l'onde k_y , et les atomes de vitesse $-v_0$ interagissent avec l'onde $-k_y$ [termes $\mathcal{L}(\omega - \nu + kv)$ et $\mathcal{L}(\omega - \nu - kv)$ des $\alpha_{\lambda,\mu}(v)$] : une oscillation stationnaire de fréquence ν utilise l'énergie des deux groupes d'atomes creusant deux « trous » à l'équilibre dans la distribution W , de largeur Δv (fig. 3-3). A l'accord, ces deux trous coïncident et le signal baisse de moitié. Cet effet, prévu par Lamb [11], a été observé par Javan et Szöke [36].

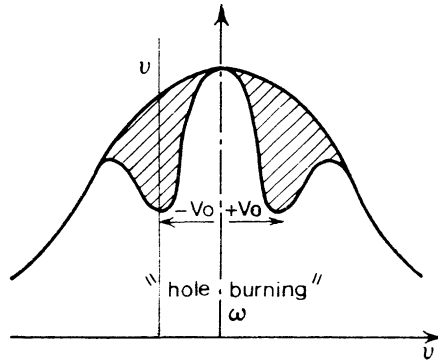


FIG. 3-3. — En ondes stationnaires, deux groupes d'atomes de vitesses axiales opposées $\pm v_0$ interagissent avec l'onde monochromatique $\nu \neq \omega$ du laser.

Nous observons, en fonction de ϵ , un effet très analogue de « trou magnétique »; prenons un mode de la cavité au centre du profil Doppler, oscillant sur la polarisation σ ; quand on applique un champ magnétique, la susceptibilité non linéaire décroît pour deux raisons : outre la baisse de saturation créée par l'annulation des cohérences il apparaît une décroissance de $\overline{\alpha_{xx}}$ en $[1 + \gamma_{ab}^2 \mathcal{L}(\epsilon)]$, comparable à la décroissance en $[1 + \gamma_{ab}^2 \mathcal{L}(\omega - \nu)]$ de $\overline{\alpha_{zz}}$ en fonction du désaccord : il s'agit aussi d'une manifestation du « Lamb dip » où l'intensité du laser varie quand la position relative, en fréquence, du gain atomique et du mode de la cavité se modifie. Dans l'expérience de Javan [36], la courbe de gain est fixe, et l'on modifie l'accord de la cavité pour observer une variation du signal laser. Ici, à fréquence de mode fixe, c'est la courbe de gain qu'on déplace par effet Zeeman (fig. 3-4); le résultat est le même; le champ magnétique fait « sortir » le mode du « trou » central, comme l'aurait fait un décalage de fréquence.

$(\omega - \nu)$ est ainsi un paramètre important; nous examinons dans ce cha-

pitre les deux cas extrêmes d'accord parfait ($\omega = \nu$), et de grand désaccord ($\gamma_{ab} < \omega - \nu < ku$). Nous ferons plus loin une analyse plus détaillée des équations de couplage.

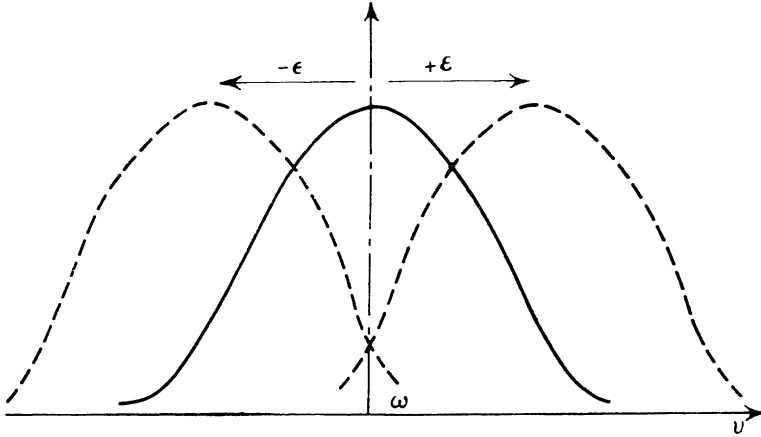


FIG. 3-4. — Désaccord Zeeman des atomes σ_{\pm} .

C. — Oscillations du laser en régime stationnaire.

Portons \bar{S}_{λ} dans l'équation d'amplitude; avec les notations du chapitre II, nous retrouvons le système différentiel :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} Z = Z(\xi - \eta Z - \zeta X) \\ \frac{d}{dt} X = X(\xi' - \eta' Z - \zeta' X) \end{cases} \quad (3. C. 1)$$

dans lequel :

$$\begin{cases} \xi = g[W(v_0) \cdot \Delta v] - \frac{\nu}{Q_z} \\ \eta = \overline{\alpha_{zz}} g[W(v_0) \cdot \Delta v] \\ \zeta = \overline{\alpha_{zx}} g[W(v_0) \cdot \Delta v] \quad \text{avec} \quad g \equiv \frac{\nu}{\epsilon_0} \frac{f^2}{\hbar \gamma_{ab}} \bar{N}' \end{cases} \quad (3. C. 2)$$

$$\begin{cases} \xi' = g \frac{1}{2} [W(v_0^+) + W(v_0^-)] \Delta v - \frac{\nu}{Q_x} \\ \eta' = \overline{\alpha_{xz}} g \frac{1}{2} [W(v_0^+) + W(v_0^-)] \Delta v \\ \zeta' = \overline{\alpha_{xx}} g \frac{1}{2} [W(v_0^+) + W(v_0^-)] \Delta v \end{cases} \quad (3. C. 3)$$

on passe de (2.C.19), (2.C.20) à (3.C.2), (3.C.3) en remplaçant les $\alpha_{\lambda,\mu}$ par les $\bar{\alpha}_{\lambda,\mu}$ et ($\gamma_{ab}^2 c$) par $[W \cdot \Delta v]$; g est le gain par unité de temps disponible sur l'ensemble de la raie Döppler. $[W \cdot \Delta v]$ est le rendement de pompage, de l'ordre de $\Delta v/2u$. Nous cherchons les solutions stationnaires de (3.C.1). Comme nous l'avons déjà vu, le problème se ramène à la détermination du point singulier T en fonction de ε dans le diagramme (X, Z).

1. Situation en champ nul.

Pour $\varepsilon = 0$, les $\bar{\alpha}$ sont égaux, les droites caractéristiques sont parallèles; c'est le mode de plus faibles pertes (pour un pompage isotrope) qui oscille. Dans le cas dégénéré ($\xi' = \xi$), seule l'énergie totale ($X + Z$) de l'oscillation est définie. Pour φ petit devant les γ mais non nul, les deux modes ont même intensité.

2. Action du champ magnétique sur l'intensité des modes en régime stationnaire.

1. Polarisation imposée par la cavité ($\xi\xi' < 0$). — a) Polarisation π .

Z est indépendant du champ magnétique (stabilité spectroscopique).

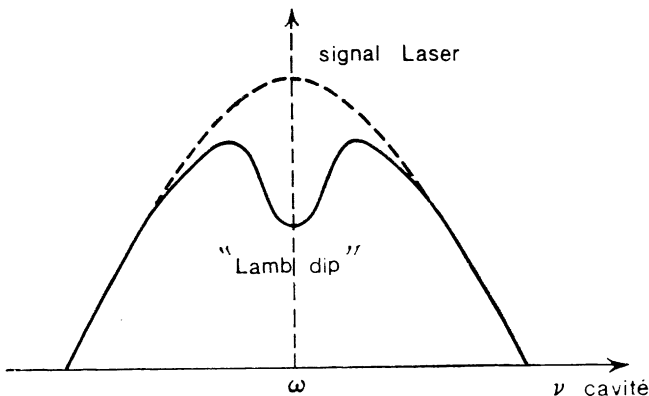


FIG. 3-5. — Effet de l'accord de la cavité sur l'intensité d'un laser monomode : « Lamb dip ».

b) *Polarisation σ .*

ξ' est une fonction lentement variable de ε ; pratiquement, les variations de X sont commandées par la décroissance de ζ' par les deux phénomènes suivants :

— Quel que soit l'accord, la destruction magnétique de l'auto-cohérence entre $|a, 1\rangle$ et $|a, -1\rangle$ fait passer $\overline{\alpha_{xx}}$ de $k(1/\gamma_a + 1/\gamma_b)$ pour $\varepsilon = 0$, à $k(1/2\gamma_a + 1/\gamma_q)$ dès que ε devient de l'ordre de γ_a .

— Les facteurs du type $\left[1 + \frac{\gamma_{ab}^2}{2} [\mathfrak{L}(\omega - \nu + \varepsilon) + \mathfrak{L}(\omega - \nu - \varepsilon)]\right]$ sont des fonctions décroissantes de ε : leur effet n'est important que si, en champ nul, la cavité est presque accordée; cette décroissance se produit pour des valeurs de ε supérieures à γ_{ab} .

L'effet sur X s'en déduit :

— Quel que soit l'accord, en champ faible ($\varepsilon \simeq \gamma_a$), X est une fonction croissante de ε , puisque la saturation par cohérence disparaît. En champ plus fort, ξ' décroît jusqu'à zéro par désaccord Zeeman et X s'annule.

— Pour un mode accordé en champ nul, il apparaît un nouvel accroissement de X, qui sort du « trou magnétique » quand ε croît.

Remarquons que si le gain reste constant, les intensités maxima en champ fort sont indépendantes du désaccord; l'augmentation de X due à l'effet de « trou magnétique » pour un mode centré est compensée, pour un mode désaccordé, par son augmentation initiale en champ nul due au « Lamb dip ».

2. Polarisation libre (ξ et ξ' positifs). — Nous cherchons dans (X, Z) la courbe Γ décrite par T. Comme précédemment, les coefficients de couplage et de saturation (sauf α_{zz}) décroissent suivant les deux processus :

- destruction magnétique des cohérences entre les $|a, m\rangle$;
- effet de trou magnétique.

Le premier phénomène est responsable d'une diminution partielle de ζ , η' , ζ' quand les sous-niveaux Zeeman $|a, m\rangle$ se séparent. Le deuxième n'est sensible que pour les valeurs de ε supérieures à γ_{ab} : il peut diviser

par deux le coefficient de saturation ζ' si le mode est accordé, et il *annule complètement les coefficients de couplage* ζ et η' , quel que soit l'accord initial : dès que l'écart Zeeman dépasse la largeur naturelle associée à la transition laser, les atomes orientés π , σ^+ et σ^- se comportent comme trois gaz indépendants, alimentant séparément les oscillations π et σ , sans qu'aucun effet de population ou de cohérence puisse les coupler.

Comme au chapitre II, on peut tracer Γ en fonction des ξ , ξ' . Son allure générale reste la même; nous soulignons les effets nouveaux.

a) $\xi' > \xi$

La forme de la boucle Γ est fonction du désaccord :

— pour $\omega = \nu$, σ sort du « trou magnétique »; X continue donc à croître, malgré l'apparition de Z; Γ présente une bosse plus ou moins marquée suivant les valeurs relatives des paramètres (fig. 5-8, pour $\omega - \nu = 0$),

— pour $\omega - \nu > \gamma_{ab}$, σ est déjà sorti du « Lamb dip ». Γ quitte donc l'axe OX pour une valeur de X plus forte que précédemment, mais ne présente plus le renflement caractéristique de l'accord. Elle rejoint sur OZ le point $Z = \xi/\eta$ qui se déplace en fonction de $(\omega - \nu)$ (« Lamb dip ») (fig. 5-8, avec $|\omega - \nu| = 15, 30, 45, \dots$ MHz).

b) $\xi = \xi'$

Suivant que le mode est accordé ou non, Γ présente le renflement caractéristique décrit plus haut, et (fig. 5-4) se dirige ensuite vers le même point $Z = \xi/\eta$, plus ou moins décalé selon le désaccord (« Lamb dip »).

c) $\xi' < \xi$ mais $|(\xi - \xi')/\xi| \ll 1$

Γ est une boucle partant de $Z = \xi/\eta$, $X = 0$, plus ou moins grande suivant le désaccord et $|\xi - \xi'|$ (fig. 5-6).

d) $\xi' < \xi$ et $|(\xi - \xi')/\xi|$ non négligeable devant 1

L'oscillation (π) est insensible à ϵ .

Dans les figures citées aux paragraphes précédents, Γ a été tracée pour des valeurs des γ incluant phénoménologiquement des relaxations, négligées jusqu'ici, et choisies pour représenter au mieux la raie étudiée expérimentalement.

CHAPITRE IV

INTERPRÉTATION PHYSIQUE

A. — Introduction.

Nous venons de calculer la susceptibilité optique d'une « vapeur » d'atomes immobiles, excitée par un champ optique stationnaire et cohérent. Nous avons montré que la partie non linéaire de cette susceptibilité s'exprime en fonction des « populations » et des « cohérences » atomiques induites optiquement dans $|a\rangle$. Les variations de populations, l'apparition de « cohérences » entre les $|a, m\rangle$ et leur influence dans la saturation optique s'expliquent par la théorie des perturbations.

Cette interprétation est limitée par les conditions d'application du calcul des perturbations (faibles signaux), puisqu'elle porte sur les *solutions* de l'équation du mouvement plutôt que sur les *équations elles-mêmes*.

Nous avons essayé de donner une interprétation physique de l'équation du mouvement elle-même, en l'écrivant sous une forme analogue aux *équations de Bloch* utilisées en résonance magnétique. Nous développons, pour cela, l'opérateur densité ρ suivant une base orthogonale d'opérateurs au sens de Fano [20]; l'équation du mouvement se transforme en une suite d'équations différentielles entre les valeurs moyennes de ces opérateurs de base; l'interprétation physique d'une partie de ces équations est simple : l'évolution de la partie paire de ρ décrit les échanges d'énergie, de moment angulaire et de « tensions », entre le champ optique et la matière, qui ont lieu lors des processus d'absorption ou d'émission stimulée; l'autre partie ne s'interprète bien qu'en régime stationnaire et donne une expression de la susceptibilité optique en fonction de l'état angulaire des atomes. Nous étudions ensuite la polarisation et la dépolarisation magnétique de la vapeur, et son effet sur la saturation optique.

B. — Représentation géométrique de l'équation d'évolution.

1. Construction d'une base orthogonale d'opérateurs.

Il est commode, vu les symétries, de décomposer ρ sur une base d'opérateurs tensoriels orthogonaux irréductibles par rotation; l'orthogonalité de A et B se définit par : $\text{Trace}(AB) = 0$. Nous connaissons déjà deux

opérateurs vectoriels orthogonaux de parité opposée : le moment cinétique \mathbf{J} pair, et le dipôle électrique \mathbf{P} impair. Nous obtenons les autres opérateurs de la base cherchée en classant suivant leur parité les éléments irréductibles orthogonaux du produit tensoriel :

$$(\mathbf{J} + \lambda\mathbf{P}) \otimes (\mathbf{J} + \lambda\mathbf{P}), \quad (\lambda \text{ arbitraire})$$

Rappelons que par définition :

$$(\mathbf{J} \otimes \mathbf{P})_k^{(l)} = \sum_{k_1 k_2} \langle 11lk | 11k_1 k_2 \rangle J_{k_1}^{(1)} P_{k_2}^{(1)}$$

où $\langle 11lk | 11k_1 k_2 \rangle$ est le coefficient de Clebsch-Gordan dans le couplage de \mathbf{J} et \mathbf{P} qui donne l'opérateur irréductible d'ordre l ($0 \leq l \leq 2$).

1° **Partie paire de l'opérateur densité.** — a) *Eléments de $[\mathbf{J} \otimes \mathbf{J}]$.*

On forme d'abord le scalaire $\mathbf{J}^2/2$, proportionnel à $(\mathbf{J} \otimes \mathbf{J})^{(0)}$, qui représente la population totale \mathfrak{N}_a de $|a\rangle$. Le vecteur $[\mathbf{J} \otimes \mathbf{J}]^{(1)}$ est proportionnel à \mathbf{J} . Enfin $[\mathbf{J} \otimes \mathbf{J}]^{(2)}$ est proportionnel au moment quadrupolaire électronique \mathbf{Q} introduit plus loin.

Dans $J = 1$, il ne peut exister d'autres opérateurs tensoriels irréductibles que ceux de rang compris entre 0 et 2, et qui sont pairs. La projection de ρ dans $|a\rangle$ est donc complètement représentée par les trois opérateurs orthogonaux précédents.

b) *Eléments de $[\mathbf{P} \otimes \mathbf{P}]$.*

$[\mathbf{P} \otimes \mathbf{P}]$ est pair; ses éléments irréductibles d'ordre l non nul ne sont définis que dans ($J = 1$); ses éléments de matrice y sont proportionnels à ceux de $[\mathbf{J} \otimes \mathbf{J}]$ (Wigner-Eckart) dans le rapport $\mathfrak{F}^2/2$ (J^2 est mesuré en unités de \hbar^2) pour $l = 0$, \mathfrak{F}^2 pour $l = 1$ et $-\mathfrak{F}^2$ pour $l = 2$.

Nous utilisons $\mathbf{Q} = [\mathbf{P} \otimes \mathbf{P}]^{(2)}$, moment quadrupolaire électronique, à la place de $[\mathbf{J} \otimes \mathbf{J}]^{(2)}$ (\mathbf{Q} est mesuré en unités de \mathfrak{F}^2 au lieu de l'habituel \mathfrak{F}^2/e). Le scalaire \mathbf{P}^2 a aussi un élément de matrice dans ($J = 0$), la population de $|b\rangle$. Les deux composantes orthogonales des opérateurs scalaires sont ainsi $\mathfrak{N}_a \equiv \mathbf{J}^2/2$ et $\mathfrak{N}_b \equiv 1/3(\mathbf{P}^2/\mathfrak{F}^2 - \mathbf{J}^2/2)$, populations de a et b . Enfin, le vecteur $\mathbf{P} \times \mathbf{P} = i\mathfrak{F}^2\mathbf{J}$ ne se distingue pas de \mathbf{J} .

2° Partie impaire de l'opérateur densité. — En plus de \mathbf{P} , la partie impaire de ρ contient les éléments irréductibles de $[\mathbf{P} \otimes \mathbf{J}]$ et $[\mathbf{J} \otimes \mathbf{P}]$; $[\mathbf{J} \otimes \mathbf{P}]^{(0)}$ et $[\mathbf{J} \otimes \mathbf{P}]^{(2)}$ n'ont d'éléments de matrice que dans ($J = 1$) et ($J = 0$); comme ils sont impairs, ils sont nuls. Par contre, le vecteur symétrisé (pour l'hermiticité) :

$$\mathbf{P}' = 1/2(\mathbf{J} \times \mathbf{P} - \mathbf{P} \times \mathbf{J})$$

a des éléments de matrice entre ($J = 1$) et ($J = 0$); il est orthogonal à \mathbf{P} et sous-tend, avec lui, le sous-espace à 6 dimensions des opérateurs vectoriels impairs.

3° Représentation des opérateurs. — Nous avons déjà représenté ρ sur la base standard (J^2, J_z); il semblerait logique de faire de même pour les opérateurs $\mathcal{N}_a, \mathbf{J}, \mathbf{Q}, \mathcal{N}_b, \mathbf{P}$ et \mathbf{P}' de la base complète orthogonale. En fait, nous n'avons pas vraiment adopté la représentation standard puisque nous avons utilisé les composantes cartésiennes de \mathbf{P} ; nous adoptons ici la représentation « Standard Réelle » (S. R.) introduite par Fano [42]. Les $(2l + 1)$ composantes d'un opérateur d'ordre l sont rangées suivant les valeurs propres de J_z^2 et de $\exp(i\pi J_y)$ (rotation de π autour de Oy). Chaque composante est définie par deux nombres quantiques : m (positif), valeur absolue de la valeur propre de J_z correspondante, et \pm , qui est sa *parité relative* par rapport à l'unique composante d'ordre zéro de l'opérateur considéré, dans l'opération $\exp(i\pi J_y)$ (qui définit bien une parité puisque $[\exp(i\pi J_y)]^2 = 1$). Dans cette nouvelle base, les rotations ont une représentation réelle, alors que dans la base standard, les rotations autour de Oz ont une représentation imaginaire. L'équation de Schrödinger donne ainsi un ensemble d'équations différentielles réelles entre les valeurs moyennes des *composantes* S. R. des observables de base. Évidemment, les relations entre valeurs moyennes des observables elles-mêmes sont réelles et indépendantes des systèmes de référence.

Les composantes S. R. d'un opérateur vectoriel \mathbf{P} sont simplement :

$$P_0 = P_z \quad P_{1+} = P_x \quad P_{1-} = P_y$$

les composantes S. R. des opérateurs tensoriels irréductibles du produit $[\mathbf{A}^{(1)} \otimes \mathbf{B}^{(1)}]$, où \mathbf{A} et \mathbf{B} sont des opérateurs vectoriels, sont données par Fano [42].

Le produit vectoriel $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ n'est pas égal à $[\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}]^{(1)}$; il vaut :

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\sqrt{2}[\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}]^{(1)}$$

Nous verrons d'autres exemples où apparaissent ces coefficients de normalisation; en généralisant l'écriture habituelle $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$, nous désignons par $[\mathbf{A} \times \mathbf{B}]^{(n)}$ un tenseur d'ordre n non normalisé, par opposition à $[\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}]^{(n)}$, normalisé, défini par Fano.

4° **Signification physique des opérateurs de base.** — a) *Partie impaire de ρ .*

\mathbf{P} représente le dipôle électrique induit entre $|a\rangle$ et $|b\rangle$ par émission stimulée ou absorption de lumière. \mathbf{P}' est l'opérateur conjugué de \mathbf{P} au sens de Hamilton. $\langle \mathbf{P} \rangle, \langle \mathbf{P}' \rangle$ est l'espace des phases de la vibration électronique à fréquence optique. L'analogie entre les variables conjuguées de la mécanique classique et les opérateurs orthogonaux sur lesquels on décompose ρ a été soulignée par Fano [20].

b) *Partie paire de ρ .*

La partie paire de ρ est représentée par les $[\mathbf{P} \otimes \mathbf{P}]^{(n)}$ dans ($J = 1$) et ($J = 0$). Nous pouvons considérer les $\mathfrak{N}_a, \mathbf{J}, \mathbf{Q}$ et \mathfrak{N}_b comme les composantes irréductibles des projections, dans ($J = 1$) et ($J = 0$), de l'opérateur tenseur de polarisation, au sens de Stokes, de la vibration électronique \mathbf{P} . Plus simplement, ce sont les opérateurs caractéristiques de l'*excitation* (les populations), de l'*orientation* (le dipôle \mathbf{J}), ou de l'*alignement* (le quadrupôle \mathbf{Q}) moyen de la vapeur, donc de l'*état angulaire* des atomes.

Nous avons introduit phénoménologiquement l'émission spontanée par un terme en $e^{-\gamma t/2}$ dans les fonctions d'ondes, qui donne une relaxation : $(d/dt) \langle \mathbf{P} \otimes \mathbf{P} \rangle = -\gamma \langle \mathbf{P} \otimes \mathbf{P} \rangle$, pour les éléments de ρ . De même que l'énergie perdue par les atomes dans ce processus se retrouve dans la lumière spontanée, nous interprétons $\gamma \langle \mathbf{P} \otimes \mathbf{P} \rangle^{(l)}$ ($l = 1$ ou 2) comme le taux de polarisation acquis par la lumière spontanée issue de $|a\rangle$ et $|b\rangle$ (si la relaxation provenait de collisions, $(\gamma \langle \mathbf{P} \otimes \mathbf{P} \rangle)$ décrirait le taux de polarisation emporté par les molécules étrangères après collision). En pompage isotrope, la lumière spontanée ne se polarise que parce que les atomes se polarisent (orientation, alignement) par émission stimulée (ou absorption) de lumière polarisée.

2. Nouvelle expression de l'équation du mouvement.

En projetant l'équation du mouvement de ρ sur la base complète, on obtient les équations d'évolution des valeurs moyennes de ces observables. On peut établir ces équations en utilisant les techniques de recouplage de

Fano; le cas particulier d'une particule de spin 1 a été étudié [43], mais ne correspond pas exactement à notre problème. Le hamiltonien d'interaction étant simple, il est facile d'écrire directement les équations du mouvement en partant du tableau (4-1) et des équations d'évolution de chaque élément de ρ .

1° **Les équations du mouvement.** — On trouve pour la partie paire de ρ , les équations :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \langle \mathfrak{N}_a \rangle + \gamma_a \langle \mathfrak{N}_a \rangle = 3\lambda_a + \mathbf{V} \cdot \langle \mathbf{P}' \rangle \quad (4.B.1) \\ \frac{d}{dt} \langle \mathfrak{N}_b \rangle + \gamma_b \langle \mathfrak{N}_b \rangle = \lambda_b - \mathbf{V} \cdot \langle \mathbf{P}' \rangle \quad (4.B.2) \\ \frac{d}{dt} \langle \mathbf{J} \rangle - \boldsymbol{\epsilon} \times \langle \mathbf{J} \rangle + \gamma_a \langle \mathbf{J} \rangle = \langle \mathbf{P} \rangle \times \mathbf{V} \quad (4.B.3) \\ \frac{d}{dt} \langle \mathbf{Q} \rangle - [\boldsymbol{\epsilon} \times \langle \mathbf{Q} \rangle]^{(2)} + \gamma_a \langle \mathbf{Q} \rangle = \mathfrak{F}^2 [\mathbf{V} \otimes \langle \mathbf{P}' \rangle]^{(2)} \quad (4.B.4) \end{array} \right.$$

et pour la partie impaire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \langle \mathbf{P} \rangle - \omega \langle \mathbf{P}' \rangle + \gamma_{ab} \langle \mathbf{P} \rangle - \boldsymbol{\epsilon} \times \langle \mathbf{P} \rangle = -\mathfrak{F}^2 [\mathbf{V} \times \langle \mathbf{J} \rangle] \quad (4.B.5) \\ \frac{d}{dt} \langle \mathbf{P}' \rangle + \omega \langle \mathbf{P} \rangle + \gamma_{ab} \langle \mathbf{P}' \rangle - \boldsymbol{\epsilon} \times \langle \mathbf{P}' \rangle \\ \quad = -[\mathbf{V} \times (2\mathfrak{F}^2 \langle \mathfrak{N}_a/3 - \mathfrak{N}_b \rangle + \langle \mathbf{Q} \rangle)]^{(1)} \quad (4.B.6) \end{array} \right.$$

Le calcul du vecteur $[\mathbf{V} \times \langle \mathbf{Q} \rangle]^{(1)}$ et du tenseur $[\boldsymbol{\epsilon} \times \langle \mathbf{Q} \rangle]^{(2)}$ est donné en annexe.

Les premiers membres des équations précédentes forment un système différentiel homogène décrivant l'évolution propre des atomes en l'absence de perturbation. L'excitation optique couple les évolutions forcées des parties paires et impaires de ρ .

2° **Interprétation physique.** — 2.1 ÉVOLUTION DE LA « POLARISATION STATIQUE » DES ATOMES. — Les fréquences propres des populations $\langle \mathfrak{N}_a \rangle$, $\langle \mathfrak{N}_b \rangle$ et des composantes $\langle \mathbf{J}_0^{(1)} \rangle$ et $\langle \mathbf{Q}_0^{(2)} \rangle$ de l'orientation et de l'alignement sont nulles (constantes du mouvement). Les composantes d'ordre m de $\langle \mathbf{J}^{(1)} \rangle$ et $\langle \mathbf{Q}^{(2)} \rangle$ évoluent avec les fréquences propres $m\epsilon$. Comme la fréquence de Larmor est supposée très faible devant ω , nous utilisons le

terme « polarisation statique » par opposition à « optique », pour caractériser la polarisation à l'intérieur des deux niveaux a et b (l'état angulaire des atomes).

a) *Evolution des populations.*

(4.B.1) et (4.B.2) décrivent les variations des populations de a et b sous l'influence de la pompe ($3\lambda_a, \lambda_b$), de l'émission spontanée ($-\gamma_i \langle \mathfrak{N}_i \rangle$) et de la lumière ($\pm \mathbf{V} \cdot \langle \mathbf{P}' \rangle$); ce dernier terme s'écrit en utilisant (4.B.5) :

$$\mathbf{V} \cdot \langle \mathbf{P}' \rangle = \frac{1}{\hbar\omega} \mathbf{E} \cdot \left[\frac{d}{dt} \langle \mathbf{P} \rangle - (-\gamma_{ab} \langle \mathbf{P} \rangle) - \boldsymbol{\epsilon} \times \langle \mathbf{P} \rangle \right] \quad (4.B.7)$$

le crochet représente la différence entre la variation totale du dipôle électrique $\frac{d}{dt} \langle \mathbf{P} \rangle$ et ses variations dues à l'émission spontanée ($-\gamma_{ab} \langle \mathbf{P} \rangle$) ou à la précession de Larmor ($\boldsymbol{\epsilon} \times \langle \mathbf{P} \rangle$); c'est donc la variation de $\langle \mathbf{P} \rangle$ due à l'absorption et $\mathbf{V} \cdot \langle \mathbf{P}' \rangle$ est le nombre de quanta $\hbar\omega$ absorbés par la vapeur par unité de temps; l'apparition des taux de pompage $\pm \mathbf{V} \cdot \langle \mathbf{P}' \rangle$ dans $\langle \mathfrak{N}_a \rangle$ et $\langle \mathfrak{N}_b \rangle$ signifie qu'à tout quantum $\hbar\omega$ absorbé par la vapeur correspond l'excitation d'un atome de $|b\rangle$ en $|a\rangle$; l'émission stimulée se représente par une transition $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$, avec $\mathbf{V} \cdot \langle \mathbf{P}' \rangle$ négatif.

b) *Evolution du moment cinétique.*

L'équation d'évolution de $\langle \mathbf{J} \rangle$ (4.B.3) a une interprétation simple : $(d/dt) \langle \mathbf{J} \rangle$ est la vitesse de l'extrémité du moment cinétique moyen de la vapeur; comme il est bien connu en mécanique, cette vitesse est égale aux moments des forces extérieures appliquées; parmi ces moments, mesurés comme $\langle \mathbf{J} \rangle$ en unités de \hbar , on reconnaît le couple magnétique

$$\boldsymbol{\epsilon} \times \langle \mathbf{J} \rangle = (1/\hbar) g \mu_B \langle \mathbf{J} \rangle \times \mathbf{H}$$

qui fait précesser $\langle \mathbf{J} \rangle$ autour du champ magnétique \mathbf{H} , et le couple électrique $(1/\hbar) \langle \mathbf{P} \rangle \times \mathbf{E}$ exercé par le champ électrique $\mathbf{V} = (1/\hbar) \mathbf{E}$ sur le dipôle induit $\langle \mathbf{P} \rangle$, responsable de la résonance cyclotron; il n'est différent de zéro que si la lumière a une composante de polarisation circulaire (ou du moment cinétique). Le terme ($-\gamma_a \langle \mathbf{J} \rangle$) signifie que le système n'est pas isolé et perd du moment cinétique par émission spontanée.

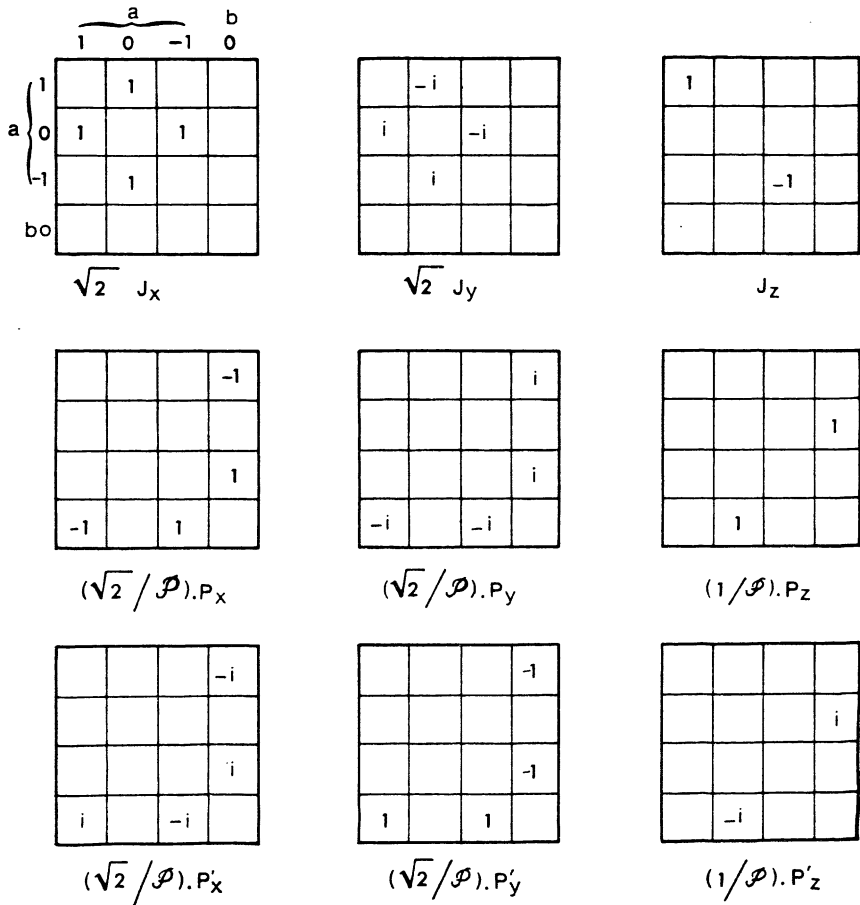


FIG. 4-1. — Éléments de matrice des composantes S. R. des observables de base dans la représentation (J^2, J_z) .

c) *Évolution du moment quadrupolaire.*

L'évolution de $\langle \mathbf{Q} \rangle$ est semblable à celle de $\langle \mathbf{J} \rangle$; la variation du moment quadrupolaire moyen de la vapeur résulte de la perte par émission spontanée ($-\gamma_a \langle \mathbf{Q} \rangle$), de la précession de Larmor autour de \mathbf{H} sous l'effet du couple généralisé $[\boldsymbol{\epsilon} \times \langle \mathbf{Q} \rangle]^{(2)}$ et de l'excitation lumineuse $\mathcal{P}^2[\mathbf{V} \otimes \langle \mathbf{P}' \rangle]^{(2)}$. Comme $\langle \mathbf{J} \rangle$ et $\langle \mathbf{Q} \rangle$ subissent la même précession autour du champ magnétique, on peut considérer la distribution de probabilité de charge $\langle \mathbf{Q} \rangle$ dans $(J=1)$ comme une toupie solide de moment cinétique $\langle \mathbf{J} \rangle$; comme l'a montré Fano [43], ce comportement simple est dû à

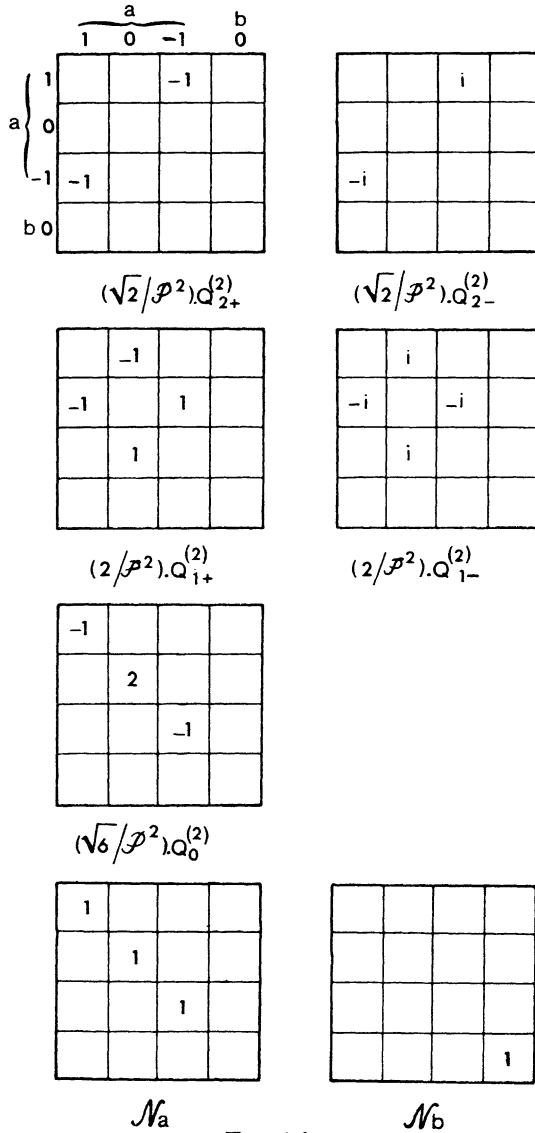


FIG. 4-1.

l'homogénéité du champ magnétique. L'excitation optique s'écrit :

$$\begin{aligned}
 & [\mathbf{V} \otimes \langle \mathbf{P}' \rangle]^{(2)} \\
 &= \frac{1}{\hbar\omega} \left[\mathbf{E} \otimes \left[\frac{d}{dt} \langle \mathbf{P} \rangle - (-\gamma_{ab} \langle \mathbf{P} \rangle) - \boldsymbol{\epsilon} \times \langle \mathbf{P} \rangle + \frac{\mathfrak{F}^2}{\hbar} (\mathbf{E} \times \langle \mathbf{J} \rangle) \right] \right]^{(2)}
 \end{aligned}
 \tag{4. B. 8}$$

Les échanges de tension (au sens de Maxwell) dans les milieux dispersifs ne sont généralement pas étudiés dans les traités d'électromagnétisme (cf. Landau [44]), qui se limitent au cas des champs lentement variables (électrostriction des diélectriques, par exemple). Par analogie avec (4.B.7), nous admettons que le taux de tension fourni à la matière lors d'un processus d'absorption est de la forme $[\mathbf{E} \otimes d/dt \langle \mathbf{P} \rangle]^{(2)}$; le crochet dans 4.B.8 représente encore le taux de variation de $\langle \mathbf{P} \rangle$ dû à l'absorption : aux variations de $\langle \mathbf{P} \rangle$ dues à l'émission spontanée et à la précession de Larmor s'ajoute ici le courant $\mathcal{F}^2/\hbar \mathbf{E} \times \langle \mathbf{J} \rangle$ responsable du dichroïsme circulaire de la vapeur (voir plus loin) qui, orthogonal à \mathbf{E} , n'apparaissait pas dans (4.B.7). $[\mathbf{V} \otimes \langle \mathbf{P}' \rangle]^{(2)}$ est donc le taux de tension acquis par les atomes par quantum $\hbar\omega$ absorbé; ainsi, l'excitation d'un atome de b en a par un quantum optique linéairement polarisé s'accompagne de l'apparition dans a d'une unité de moment quadrupolaire \mathcal{F}^2 ($-\mathcal{F}^2$ pour l'émission induite).

2.2 ÉVOLUTION DE LA « POLARISATION OPTIQUE » DES ATOMES. — a) Considérons le système homogène; en l'absence de champ magnétique et de relaxation (4.B.5) et (4.B.6) s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \langle \mathbf{P} \rangle - \omega \langle \mathbf{P}' \rangle = 0 \\ \frac{d}{dt} \langle \mathbf{P}' \rangle + \omega \langle \mathbf{P} \rangle = 0 \end{cases} \quad (4.B.9)$$

Ce sont les équations de Hamilton d'un oscillateur harmonique dégénéré à 3 dimensions, de fréquence propre $\omega/2\pi$.

La relaxation introduit un amortissement dans le mouvement propre de ces oscillateurs; en éliminant $\langle \mathbf{P}' \rangle$, on obtient, en effet :

$$\frac{d^2}{dt^2} \langle \mathbf{P} \rangle + 2\gamma_{ab} \frac{d}{dt} \langle \mathbf{P} \rangle + (\omega^2 + \gamma_{ab}^2) \langle \mathbf{P} \rangle = 0 \quad (4.B.10)$$

dont les vibrations propres sont de la forme $\exp(-\gamma_{ab} \pm i\omega)t$.

L'application du champ magnétique \mathbf{H} lève la dégénérescence de ces trois oscillateurs : considérons d'abord la vibration rectiligne le long de $\boldsymbol{\epsilon}$; elle est insensible à \mathbf{H} , puisque $\boldsymbol{\epsilon} \times \langle \mathbf{P} \rangle$ et $\boldsymbol{\epsilon} \times \langle \mathbf{P}' \rangle$ sont nuls. Cette vibration (de polarisation π) reste une oscillation propre avec la pulsation propre ω . Considérons ensuite l'oscillation perpendiculaire à $\boldsymbol{\epsilon}$. En éliminant $\langle \mathbf{P}' \rangle$, on obtient :

$$\frac{d^2}{dt^2} \langle \mathbf{P} \rangle + 2(\gamma_{ab} - \boldsymbol{\epsilon} \times) \frac{d}{dt} \langle \mathbf{P} \rangle + \langle \mathbf{P} \rangle (\omega^2 + \gamma_{ab}^2 - \boldsymbol{\epsilon}^2) - 2\gamma_{ab} \boldsymbol{\epsilon} \times \langle \mathbf{P} \rangle = 0 \quad (4.B.11)$$

Passons dans le repère tournant à ϵ , avec la substitution :

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \langle \mathbf{P} \rangle &\rightarrow \frac{d}{dt} \langle \mathbf{P} \rangle + \epsilon \times \langle \mathbf{P} \rangle \\ \frac{d^2}{dt^2} \langle \mathbf{P} \rangle &\rightarrow \frac{d^2}{dt^2} \langle \mathbf{P} \rangle + 2\epsilon \times \frac{d}{dt} \langle \mathbf{P} \rangle + \epsilon \times (\epsilon \times \langle \mathbf{P} \rangle)\end{aligned}$$

(4. B. 11) se réduit alors à (4. B. 10); on décompose dans ce repère la vibration suivant deux composantes circulaires droite et gauche de pulsation ω ; en revenant dans le repère fixe, ces deux composantes ont des mouvements propres de même amortissement, mais de pulsations différentes $\omega \pm \epsilon$. Cette levée de dégénérescence de l'oscillation de $\langle \mathbf{P} \rangle$ est l'équivalent classique de l'effet Zeeman.

b) Le système homogène est excité par un vecteur source d'origine optique, obtenu en couplant le vecteur champ électrique \mathbf{E} aux $\langle \mathfrak{R} \rangle$, $\langle \mathbf{J} \rangle$, $\langle \mathbf{Q} \rangle$. Ces sources, et en particulier leur décomposition entre (4. B. 5) et (4. B. 6) ne se comprennent bien qu'en régime stationnaire.

3° **Évolution de l'énergie.** — Bien que \mathcal{H} ne soit pas un élément de la base des opérateurs, il est intéressant de calculer sa variation :

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \langle \mathcal{H} \rangle &= W_a(3\lambda_a - \gamma_a \langle \mathfrak{R}_a \rangle) + W_b(\lambda_b - \gamma_b \langle \mathfrak{R}_b \rangle) \\ &\quad - \gamma_{ab}(-\langle \mathbf{P} \rangle \cdot \mathbf{V}) - \gamma_a \langle \mathbf{J} \rangle \cdot \epsilon - \langle \mathbf{P} \rangle \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{V}\end{aligned}\quad (4. B. 12)$$

$(d/dt) \langle \mathcal{H} \rangle$, à un instant donné, s'exprime en fonction des valeurs instantanées des observables de base, et des seules variations des champs appliqués. Comme le champ magnétique est constant, il n'échange pas d'énergie avec la vapeur. Les échanges d'énergie avec la lumière sont représentés par le terme $(-\langle \mathbf{P} \rangle \cdot d/dt \mathbf{V})$ qu'on peut considérer comme la dérivée $d\mathcal{F}/dt$ de l'énergie libre \mathcal{F} de la vapeur; on sait [44], en effet, que $\langle \mathbf{P} \rangle$ est égal à la dérivée partielle $(-\partial \mathfrak{H} / \partial \mathbf{V})$ de \mathfrak{H} par rapport au champ appliqué \mathbf{V} , à température et à volume constant. Les autres termes représentent les variations d'énergie dues à la pompe et à l'émission spontanée.

C. — Étude du régime stationnaire.

En régime stationnaire, les observables de base subissent des vibrations forcées, d'amplitudes importantes quand les fréquences des sources sont voisines (aux γ près) de leurs fréquences propres $m\epsilon$ ou ω .

1. Évolution du dipôle optique.

1° **Considérations générales en champ magnétique nul.** — Soient \mathbf{S} et \mathbf{S}' les sources de (4. B. 5) et (4. B. 6). La résolvante de ce système différentiel a les deux valeurs propres $-\gamma \pm i\omega$ correspondant aux combinaisons $\mathbf{P} \mp i\mathbf{P}'$; les solutions stationnaires s'écrivent alors :

$$\langle \mathbf{P} \rangle \mp i \langle \mathbf{P}' \rangle = \int_{-\infty}^t \exp(t - \tau)(-\gamma_{ab} \pm i\omega)[\mathbf{S}(\tau) \mp i\mathbf{S}'(\tau)]d\tau$$

Cette expression se calcule, en général, dans l'approximation des ondes tournantes. A résonance, dans cette approximation ($\gamma_{ab} \ll \omega$), on peut résoudre directement; prenons $\mathbf{S} = 0$; l'expression :

$$\frac{d}{dt} \langle \mathbf{P}' \rangle + \omega \langle \mathbf{P} \rangle = \frac{1}{\omega} \left(\frac{d^2}{dt^2} \langle \mathbf{P} \rangle + \gamma_{ab} \frac{d}{dt} \langle \mathbf{P} \rangle + \omega^2 \langle \mathbf{P} \rangle \right)$$

se réduit à : $\frac{\gamma_{ab}}{\omega} \frac{d}{dt} \langle \mathbf{P} \rangle \sim \gamma \langle \mathbf{P}' \rangle$ et le système étudié devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle \mathbf{P} \rangle \sim -1/\omega \frac{d}{dt} \langle \mathbf{P}' \rangle \\ 2\gamma_{ab} \langle \mathbf{P}' \rangle \sim \mathbf{S}' \end{array} \right. \quad (4. B. 13) (a)$$

La source \mathbf{S} donne de même :

$$2\gamma_{ab} \langle \mathbf{P} \rangle \sim \mathbf{S} : \quad (4. B. 13) (b)$$

nous pouvons ainsi, à résonance, voir la signification physique de la présence des $\langle \mathfrak{N} \rangle$, $\langle \mathbf{J} \rangle$, $\langle \mathbf{Q} \rangle$ dans les équations du dipôle optique.

a) Vapeur inversée isotrope.

Seul $\langle \mathfrak{N}_a/3 - \mathfrak{N}_b \rangle$, positif, est différent de zéro; $\langle \mathbf{P}' \rangle$ est alors en opposition de phase avec \mathbf{E} , et $\langle \mathbf{P} \rangle$ est en quadrature avance sur le champ électrique (fig. 4-2). D'après (1. B. 8) et (1. B. 9), le milieu se comporte pour l'onde optique \mathbf{E} comme un *amplificateur sans déphasage*; le gain est indépendant de la polarisation et de la direction de propagation de la lumière.

b) Alignement pur.

$\langle \mathbf{Q} \rangle$ seul est différent de zéro. Seuls les champs \mathbf{E} polarisés linéairement suivant les 3 directions principales de $\langle \mathbf{Q} \rangle$ se propagent dans la vapeur en conservant leur état de polarisation; un de ces modes propres est amplifié,

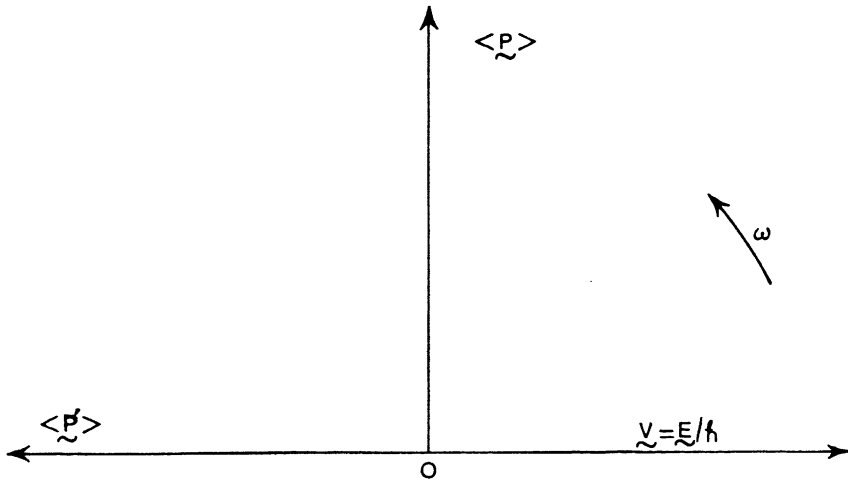


FIG. 4-2. — Phases relatives du champ électrique \mathbf{E} et du dipôle induit $\langle \mathbf{P} \rangle$, $\langle \mathbf{P}' \rangle$ pour une excitation optique résonnante.

l'autre est atténué, le gain du troisième est tel qu'une vibration isotrope ne soit pas modifiée (trace nulle); il n'y a pas de déphasage. Pour une vibration linéaire quelconque, $\langle \mathbf{P} \rangle$ reste en quadrature sur \mathbf{E} , mais change de polarisation; l'interférence du rayonnement de $\langle \mathbf{P} \rangle$ avec l'onde incidente \mathbf{E} donne une lumière résultante elliptique. Les ondes de polarisation circulaire peuvent être modes propres de propagation quand deux composantes de $\langle \mathbf{Q} \rangle$ sont égales. La vapeur est affectée de *pléochroïsme*.

c) *Orientation pure.*

Seul $\langle \mathbf{J} \rangle$ est non nul. Décomposons le champ optique en trois vibrations polarisées π , σ^+ , σ^- par rapport à $\langle \mathbf{J} \rangle$; ce sont les modes propres de propagation. Pour l'onde π , le milieu est transparent. Pour σ , $\langle \mathbf{P} \rangle$ a la direction de $\langle \mathbf{J} \rangle \times \mathbf{E}$; il est en quadrature avancée sur \mathbf{E} pour σ^+ , qui est amplifiée, et en quadrature retard pour σ^- qui est atténuée; gain et atténuation ont la même valeur; la vapeur est affectée de *dichroïsme circulaire*.

En résumé, à *résonance*, l'inversion de population, l'orientation et l'alignement définissent le *gain* de la vapeur et ses *anisotropies* sous leur forme la plus générale.

Hors résonance, des phénomènes de *dispersion* apparaissent; la formulation algébrique est mieux adaptée pour leur calcul; remarquons seulement que pour un même désaccord, les composantes en phase de $\langle \mathbf{P} \rangle$ sur \mathbf{E}

sont égales et opposées, en orientation pure, pour les modes propres σ^+ et σ^- ; au dichroïsme circulaire s'ajoute donc un *effet Faraday paramagnétique*, qui s'annule et change de signe à l'accord. On pourrait de même étudier, hors résonance, les *multi-réfringences linéaires* des ondes polarisées suivant les directions propres de $\langle \mathbf{Q} \rangle$; la vapeur possède en général, trois indices principaux, fonctions impaires de $\omega - \nu$.

2° **Effet du champ magnétique dans l'approximation linéaire.** — Restons à l'accord et supposons la vapeur isotrope en champ magnétique nul, $\langle \mathbf{P} \rangle$ est en quadrature avancée sur \mathbf{E} et a la même polarisation. Considérons une onde optique polarisée linéairement, orthogonalement à \mathbf{H} ; dans (4. B. 13), ce n'est plus $\gamma_{ab} \langle \mathbf{P}' \rangle$ qui est excité mais :

$$\gamma_{ab} \langle \mathbf{P}' \rangle - \boldsymbol{\epsilon} \times \langle \mathbf{P}' \rangle;$$

$\langle \mathbf{P}' \rangle$ et donc $\langle \mathbf{P} \rangle$ restent linéairement polarisés, mais dans une *autre direction* que \mathbf{E} ; l'amplitude de la vibration $\langle \mathbf{P} \rangle$ décrit, en fonction de ϵ , le demi-cercle Γ de diamètre l'amplitude de $\langle \mathbf{P} \rangle$ en champ magnétique nul (fig. 4-3); le changement du support de $\langle \mathbf{P} \rangle$, $\langle \mathbf{P}' \rangle$ est dû au désaccord Zeeman des modes propres σ^\pm , de pulsations $\omega \pm \epsilon$, excités hors résonance

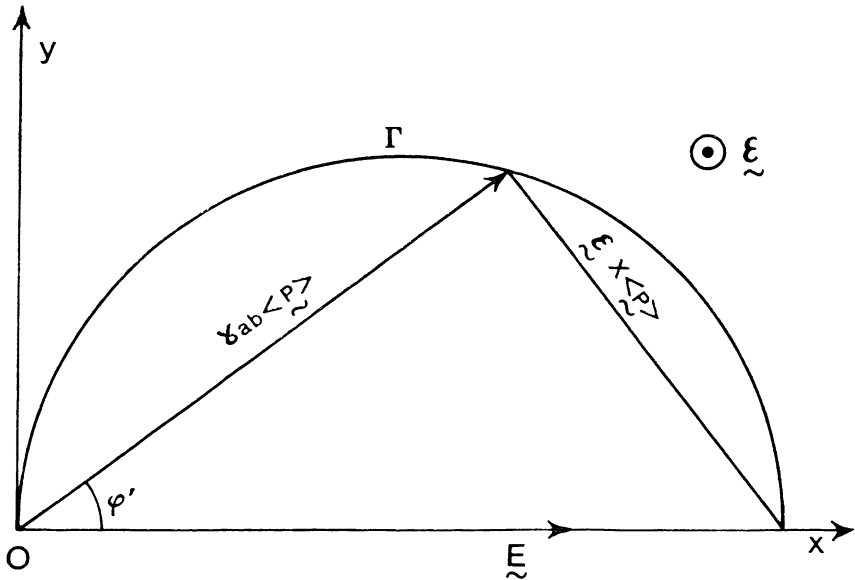


FIG. 4-3. — Évolution de l'amplitude du dipôle induit $\langle \mathbf{P} \rangle$ en fonction du désaccord Zeeman ϵ , dans un plan transversal à \mathbf{H} . L'excitation optique \mathbf{V} est linéairement polarisée, transversalement à \mathbf{H} .

à la pulsation ω . La rotation moyenne φ' de $\langle \mathbf{P} \rangle$, définie par : $\text{tg } \varphi' = \varepsilon/\gamma_{ab} = \varepsilon\tau_{ab}$ correspond à l'image classique de la précession de Larmor du dipôle induit pendant sa durée de vie τ_{ab} ; φ' est le déphasage commun des vibrations forcées σ^\pm qui interfèrent pour former $\langle \mathbf{P} \rangle$.

Quand \mathbf{E} , linéaire et transversal à \mathbf{H} , n'a pas la pulsation ω , la vibration induite $\langle \mathbf{P} \rangle$ est elliptique. Dans tous les cas, l'évolution de $\langle \mathbf{P} \rangle$ autour de \mathbf{H} se traduit par une évolution des sources optiques excitant la « polarisation statique » (l'état angulaire) des atomes.

2. Polarisation « statique » induite par la lumière et dépolarisation magnétique de la vapeur.

Au second ordre de perturbation, la vapeur initialement isotrope se polarise (excitation, orientation, alignement) sous l'effet du champ optique; le champ magnétique la dépolarise transversalement.

1° **Polarisation de la vapeur en champ magnétique nul.** — Restons à l'accord; \mathbf{E} est monochromatique. Les observables paires sont excitées par les composantes continues des produits du type $\mathbf{V} \langle \mathbf{P} \rangle$, que nous écrivons $\overline{\mathbf{V} \langle \mathbf{P} \rangle}$; $\overline{\mathbf{V} \cdot \langle \mathbf{P}' \rangle}$ est négatif dans le cas d'émission induite, ce que nous supposons par la suite.

a) *Les populations.*

$$\langle \mathfrak{N}_a \rangle \text{ baisse de } \overline{(\mathbf{V} \cdot \langle \mathbf{P}' \rangle)} \tau_a; \quad \langle \mathfrak{N}_b \rangle \text{ augmente de } -\overline{(\mathbf{V} \cdot \langle \mathbf{P}' \rangle)} \tau_b.$$

b) *L'orientation.*

Le moment cinétique optiquement induit vaut : $\langle \mathbf{J} \rangle = \overline{\langle \mathbf{P} \rangle \times \mathbf{V}} \tau_a$; il n'apparaît que si la lumière a une composante de polarisation circulaire. Dans ce cas, comme $\langle \mathbf{P} \rangle$ est en quadrature avance sur \mathbf{V} , le couple $\overline{\langle \mathbf{P} \rangle \times \mathbf{V}}$ est *opposé* au moment cinétique de l'onde incidente (ou plutôt de sa partie dipolaire électrique).

c) *L'alignement.*

Le moment quadrupolaire optiquement induit vaut :

$$\langle \mathbf{Q} \rangle = \mathfrak{I}^2 \overline{[\mathbf{V} \otimes \langle \mathbf{P}' \rangle]}^{(2)} \tau_a;$$

comme $\langle \mathbf{P}' \rangle$ et $\langle \mathbf{V} \rangle$ sont opposés, le moment quadrupolaire moyen acquis par les atomes est *opposé* aux tensions $[\overline{\mathbf{V} \otimes \mathbf{V}}]^{(2)}$ du champ incident.

En résumé, à l'accord et en champ nul, la variation de « polarisation statique » des atomes due à l'émission stimulée est *opposée* au tenseur de Stokes du champ optique incident; avec l'interprétation du paragraphe 4.B.I.4, on peut dire que la lumière spontanée issue de a , initialement non polarisée quand la vapeur est isotrope, se polarise *orthogonalement* à \mathbf{E} en présence d'émission stimulée (*parallèlement* à \mathbf{E} pour l'absorption). On peut aussi dire que pour *créer* par émission stimulée la vibration $\langle \mathbf{P} \rangle$, et donc le champ stimulé qu'elle rayonne, il faut *emprunter* aux atomes de l'énergie, du moment angulaire (le cas échéant), et du moment quadrupolaire.

2° Dépolarisation magnétique de la vapeur. — Sous l'action des couples magnétiques $\boldsymbol{\epsilon} \times \langle \mathbf{J} \rangle$ et $[\boldsymbol{\epsilon} \times \mathbf{Q}]^{(2)}$, les composantes de $\langle \mathbf{J} \rangle$ et $\langle \mathbf{Q} \rangle$ transversales à \mathbf{H} ont un mouvement propre de précession autour de $\boldsymbol{\epsilon}$ à la fréquence de Larmor; de plus, les sources optiques $\langle \mathbf{P} \rangle \times \overline{\mathbf{V}}$ et $[\overline{\mathbf{V} \otimes \langle \mathbf{P}' \rangle}]^{(2)}$ qui les excitent sont aussi fonction de \mathbf{H} à cause de l'évolution du dipôle $\langle \mathbf{P} \rangle$, $\langle \mathbf{P}' \rangle$ (désaccord Zeeman); il en résulte une dépolarisation transversale de la vapeur assez complexe, produit de ces deux évolutions. L'évolution propre seule conduit à la loi de dépolarisation de Hanle [5]. Nous donnons en annexe la nouvelle loi de dépolarisation pour une lumière \mathbf{E} linéairement polarisée. On retrouve l'effet Hanle quand l'évolution propre de $\langle \mathbf{P} \rangle$ est négligeable (τ_{ab} faible devant la plus petite période de Larmor $1/\epsilon$ considérée).

En raie homogène, la différence entre les deux lois de dépolarisation magnétique provient de la *monochromaticité* de la lumière. Un champ optique cohérent, parfaitement monochromatique mais de phase indéterminée, donne la même loi complexe qu'un champ monochromatique de phase définie, puisque seule la *différence* des phases de $\langle \mathbf{P} \rangle$, $\langle \mathbf{P}' \rangle$ et $\langle \mathbf{V} \rangle$ apparaît dans les sources $\overline{\mathbf{V} \otimes \langle \mathbf{P} \rangle}$ ou $\overline{\mathbf{V} \otimes \langle \mathbf{P}' \rangle}$. Par contre, avec une excitation optique incohérente à large bande Δ , on retrouve l'effet Hanle classique; on peut, en effet, associer au dipôle induit une durée de vie $1/\Delta$ [8], si Δ est grand devant la largeur naturelle $2\gamma_{ab}$, et $\langle \mathbf{P} \rangle$ n'évolue pas en champ faible ($\epsilon \sim \gamma$).

Nous n'avons pas considéré l'effet Döppler; il serait intéressant de calculer dans ce cas la dépolarisation magnétique de la vapeur. On peut s'attendre

à ce que le mouvement des atomes, en introduisant un désaccord continu entre le champ optique monochromatique et la vapeur, ait le même effet simplificateur que l'excitation par une lumière incohérente de spectre large.

3. Susceptibilité optique non linéaire en présence de champ magnétique.

La saturation de la susceptibilité optique est caractérisée par la « polarisation statique » induite par la lumière sur les atomes, lors des processus d'absorption ou d'émission stimulée.

1° **Saturation en champ nul.** — Restons à l'accord; pour calculer la saturation, prenons le référentiel auxiliaire où la polarisation de la lumière est « incohérente ».

a) *Polarisation linéaire sur \hat{e}_z*

S est nul. Les variations de population et le moment quadrupolaire optiquement induits ne modifient que la source **S'**; dans le repère $(\hat{e}_x, \hat{e}_y, \hat{e}_z)$, ces deux grandeurs s'écrivent comme les tenseurs :

$$\overline{\mathbf{V} \cdot \langle \mathbf{P}' \rangle} \left[(\tau_b + \tau_a/3) \begin{vmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{vmatrix} + \tau_a \begin{vmatrix} -1/3 & & \\ & -1/3 & \\ & & 2/3 \end{vmatrix} \right]$$

et la source **S'** devient :

$$\mathbf{S}' = -2\mathcal{F}^2 \mathbf{V} [N + \overline{\mathbf{V} \cdot \langle \mathbf{P}' \rangle} (\tau_a + \tau_b)]$$

b) *Polarisation circulaire autour de \hat{e}_z*

Avec les mêmes unités, $\langle \mathbf{Q} \rangle$ s'écrit maintenant :

$$\begin{vmatrix} 1/6 & & \\ & 1/6 & \\ & & -1/3 \end{vmatrix}$$

et **S'** devient :

$$-2\mathcal{F}^2 \mathbf{V} [N + \overline{\mathbf{V} \cdot \langle \mathbf{P}' \rangle} (\tau_a/2 + \tau_b)] ;$$

S n'est pas nul et vaut :

$$-2\mathcal{F}^2 \mathbf{V} \times (\langle \mathbf{P} \rangle \times \mathbf{V}) \tau_a/2.$$

c) En utilisant (4. B. 13 a et b), dans l'hypothèse d'une faible perturbation optique, on résout facilement; dans les deux cas précédents, on trouve que la saturation est la même et se traduit par une simple baisse relative du gain de la vapeur en : $[1 - \mathcal{F}^2 \bar{E}^2 (\tau_a + \tau_b) / \gamma_{ab} \hbar^2]$, fonction de la seule énergie \bar{E}^2 de la lumière incidente. Les anisotropies optiquement induites sur les atomes sont telles que, quelle que soit sa polarisation, \mathbf{E} reste mode propre de propagation dans la vapeur, avec le même gain. On peut alors considérer la lumière comme un champ scalaire et décrire les atomes par un modèle à deux niveaux.

2° Saturation en champ magnétique. — La dépolarisation magnétique de la vapeur réduit $\langle \mathbf{J} \rangle$ et $\langle \mathbf{Q} \rangle$ à leurs composantes longitudinales sur \mathbf{H} dès que $|\varepsilon|$ devient supérieur à γ_a . L'orientation et l'alignement qui, en champ magnétique nul, ont la symétrie de révolution autour de la polarisation \hat{e} de \mathbf{E} , prennent en champ fort la symétrie de révolution autour de \mathbf{H} . La saturation dépend alors de l'orientation de \hat{e} par rapport à \mathbf{H} .

Pour une polarisation \hat{e} « incohérente » (π , σ^+ ou σ^-), $\langle \mathbf{J} \rangle$ et $\langle \mathbf{Q} \rangle$ n'ont pas d'évolution propre; de plus, les sources optiques qui les excitent sont les mêmes si la lumière reste en résonance avec les oscillations propres de $\langle \mathbf{P} \rangle$; la saturation (et le gain) restent identiques pour les lumières de polarisation $\pi(\omega)$ ou $\sigma^\pm(\omega \pm \varepsilon)$, qui sont les modes propres de propagation.

Pour les autres polarisations, l'annulation des composantes transversales de $\langle \mathbf{J} \rangle$ et $\langle \mathbf{Q} \rangle$ entraîne une décroissance de la saturation, la plus forte quand $\langle \mathbf{J} \rangle$ et $\langle \mathbf{Q} \rangle$ sont purement transversaux en champ magnétique nul; ainsi, pour une lumière polarisée linéairement, orthogonale à \mathbf{H} ($\hat{e} \cdot \mathbf{H} = 0$), de pulsation ω , le gain de la vapeur décroît (désaccord Zeeman), mais la saturation peut décroître beaucoup plus vite (dépolarisation magnétique, avec $\gamma_a < \gamma_{ab}$).

On peut interpréter physiquement cette baisse de saturation : le champ magnétique, en faisant précesser les atomes autour de ε , répartit uniformément les anisotropies de la saturation optique sur tous les atomes d'orientation transversale à \mathbf{H} , si leur durée de vie est assez grande.

4. Cas d'un champ optique multimode.

La lumière d'un laser est souvent multimode; il est intéressant, dans ce cas, de voir comment se modifient les résultats précédents. Soit φ la différence de pulsation entre deux de ces modes; dans les quantités $\bar{\mathbf{V}} \otimes \langle \mathbf{P}' \rangle$

ou $\overline{\mathbf{V} \otimes \langle \mathbf{P} \rangle}$ qui excitent les vibrations forcées de $\langle \mathbf{J} \rangle$ et $\langle \mathbf{Q} \rangle$, il y a encore des composantes continues, mais aussi des composantes modulées de pulsation φ .

Quel que soit φ , on retrouve en champ nul une excitation résonnante de $\langle \mathbf{J} \rangle$ et $\langle \mathbf{Q} \rangle$ par la composante continue des sources. Les vibrations forcées modulées de $\langle \mathbf{J} \rangle$ et $\langle \mathbf{Q} \rangle$ sont faibles et déphasées par la vapeur, qui se comporte comme un filtre passe-bas, de fréquence de coupure $\gamma_a/2\pi$. En faisant croître le champ magnétique, on retrouve des *résonances partielles* de $\langle \mathbf{J} \rangle$ et $\langle \mathbf{Q} \rangle$ excitées par la partie modulée des sources, chaque fois que deux modes, de polarisations convenables, diffèrent en pulsation de $m\epsilon$ ($m = 1$ ou 2). Il en résulte une suite de *résonances dans la saturation* de la susceptibilité optique. Javan [37] a proposé d'utiliser ces résonances pour des applications spectroscopiques. L'excitation résonnante des composantes transversales de l'orientation ou de l'alignement par une cohérence de phase dans une lumière de spectre large mais *modulée à la fréquence de Larmor*, est bien connue en pompage optique, après les travaux de Kastler [38], Aleksandrov [39], Bell et Bloom [40] et Series [41].

D. — Saturation en champ cohérent et pompage optique.

La saturation de la susceptibilité optique et les désexcitations, orientation et alignement de la vapeur, sont liées au même phénomène physique, à savoir le « pompage optique », entre a et b , dû à l'émission induite (ou à l'absorption) du champ optique cohérent. Nous avons souligné les similitudes entre le problème étudié et certains aspects du pompage optique en lumière incohérente. A part le fait qu'on a choisi deux niveaux *excités*, dont l'un n'a pas de structure (et que les champs sont traités classiquement), nous voyons ce qui distingue cette étude du pompage optique proprement dit :

— les transitions entre a et b s'effectuent par absorption et émission induite du *même champ optique* (au lieu d'absorption du faisceau de pompage et de réémission spontanée de lumière de résonance);

— ce champ optique a une *intensité assez forte* pour que l'émission spontanée de a vers b soit négligeable devant l'émission induite (l'inverse de la condition de pompage optique : l'intensité de pompe est assez faible pour qu'on puisse négliger l'émission induite);

— le champ optique est cohérent : sa *monochromaticité* implique que la durée d'interaction lumière-atomes n'est limitée que par les durées de vie des niveaux considérés; sa *phase définie* permet l'existence d'un dipôle

optique moyen qui peut être sensible à la précession de Larmor (au lieu de la condition, non nécessaire mais habituelle, de spectre large et de phase non définie pour la lumière de pompe, qui induit une orientation (et un alignement) dans a , indépendamment d'un champ magnétique appliqué.

On n'a pas supposé que l'émission spontanée de a et b vers les autres niveaux est négligeable; on pourrait encore détecter *passivement* la dépolarisation magnétique de a en observant cette lumière spontanée. Nous utilisons, avec le laser Zeeman, une méthode d'observation qui n'a évidemment pas d'équivalent en double résonance : dans la mesure où la cavité le lui permet, le laser *choisit* lui-même sa polarisation de façon à *minimiser la saturation* en présence de champ magnétique; il tend à osciller avec une polarisation « cohérente » telle que la dépolarisation magnétique soit la plus importante possible.

CHAPITRE V

CALCUL DE LA POLARISATION D'UN LASER ZEEMAN RÉEL

Nous avons jusqu'ici considéré un gaz parfait sans collisions, et négligé certains effets de l'émission spontanée (emprisonnement de la raie de fluorescence). Aux pressions des mélanges gazeux utilisés, ces hypothèses ne sont plus correctes et nous devons compliquer le modèle pour le rendre réaliste.

Nous évaluons d'abord pour une raie particulière les relaxations des différentes grandeurs physiques. Nous introduisons phénoménologiquement ces relaxations supplémentaires dans le modèle; nous calculons alors les diagrammes d'évolution du laser Zeeman. Bien qu'esquissée par Gyorrffy [45] ou Fork et Pollack [46], la théorie des relaxations dans un laser reste à faire.

A. — Étude des relaxations pour une raie particulière.

Nous avons utilisé dans nos expériences la raie $1,5231 \mu$ du néon, observée pour la première fois en émission laser par McFarlane et coll. [47]; elle relie le niveau supérieur $2s_2$ ($J = 1$) au niveau inférieur $2p_1$ ($J = 0$), en notation de Paschen.

Le spectre du néon est décrit par Condon et Shortley [48]. Le $2s_2$ est le plus excité des 4 niveaux de la configuration $1s_2 2s_2 2p_5 4s$ (fig. 5-1); son ion

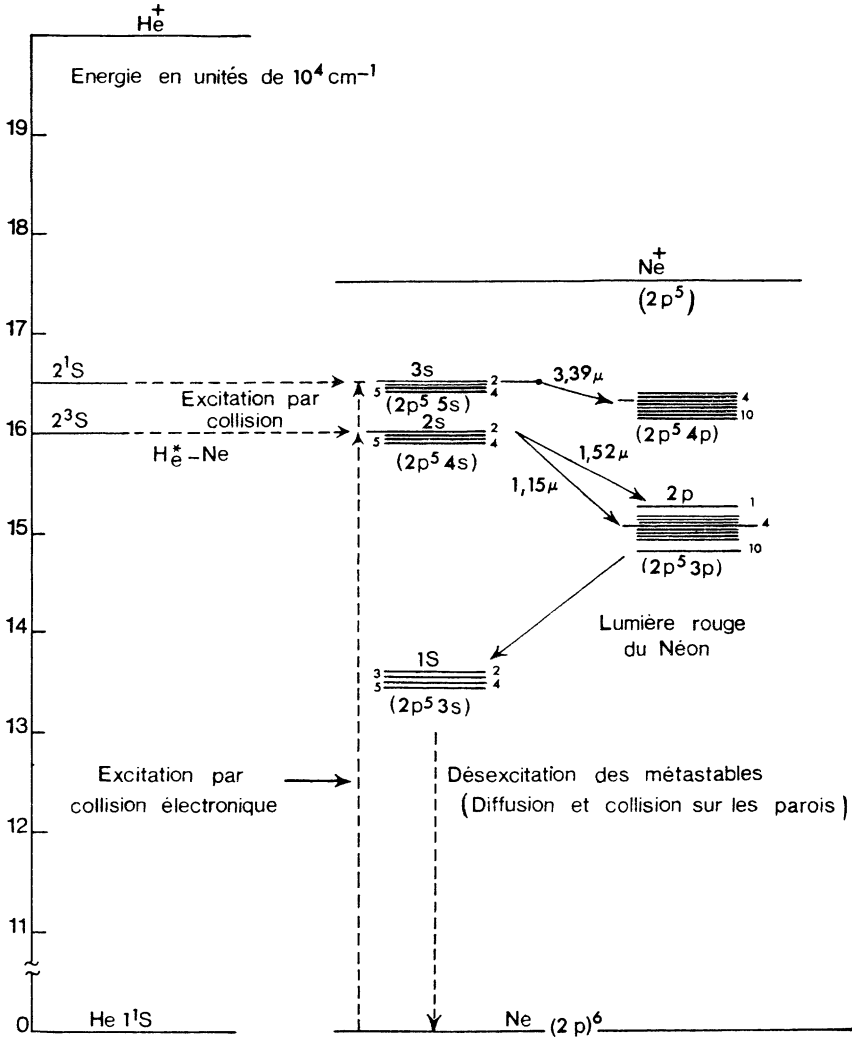


FIG. 5-1. — Schéma des niveaux d'énergie du néon et de l'hélium intéressés par les transitions laser étudiées.

parent est : $2p_5(^2P_{1/2}^0)$. Il est dérivé du terme 1P_1 , mais plutôt que le couplage $L - S$, comme l'a montré Racah [49], il faut adopter pour décrire le spectre un couplage $j - l$ où j est le moment cinétique de l'ion parent et l le moment

orbital de l'électron excité. Le spin de l'électron se couple ensuite au moment $j + l$. Les quatre niveaux ne se groupent pas par termes : la structure fine est aussi importante que l'écart moyen entre le triplet ($2s_3, 2s_4, 2s_5$, dérivés de ${}^3P_{0,1,2}$) et le singulet $2s_2$. Il n'y a pas de structure hyperfine sur l'isotope Ne^{20} utilisé. Le $2p_1$ est le plus excité des 10 niveaux $2p_53p$. Il a le même ion parent que le $2s_2$, comme c'est souvent le cas pour les niveaux optiquement reliés des gaz rares.

1. Relaxation optique des niveaux $2s_2$ et $2p_1$.

Le niveau $2s_2$ est optiquement relié au fondamental (couche complète $2p_6, J = 0$). La raie de résonance se place dans l'ultra-violet, à 627 \AA ($159\,536 \text{ cm}^{-1}$). Elle n'a pas fait l'objet d'étude particulière. En mesurant la largeur du « Lamb dip » en fonction de la pression, avec un laser à $1,15 \mu$ ($2s_2 \rightarrow 2p_4$), Javan [36] a pu estimer la contribution de cette raie à la durée de vie du $2s_2$; il en donne une valeur minimum égale à 10^{-8} sec. Le $2s_2$ est aussi relié aux niveaux de la configuration $2p_53p$ de $J \neq 3$; la contribution de ces transitions à la relaxation du $2s_2$, mesurée par Bennett et coll. [50] ($1,04 \times 10^7 \text{ sec}^{-1}$) est très inférieure à celle de la raie de résonance; à pression nulle on peut prendre pour relaxation globale du $2s_2$:

$$\gamma_a = 10^8 \text{ sec}^{-1}.$$

Avec une durée de vie aussi faible, il serait difficile de réaliser une inversion de population. Aussi, les lasers à gaz rares fonctionnent à des pressions partielles assez fortes pour que la raie de résonance soit complètement emprisonnée dans la vapeur. Chaque atome qui perd son excitation en émettant un photon U. V. est remplacé par un de ses voisins qui absorbe le rayonnement et se retrouve excité à sa place. Ce phénomène de diffusion multiple a été étudié par Holstein [51]; un atome dans un sous-niveau $|a, m\rangle$ n'est pas obligatoirement remplacé, après diffusion, par un autre atome dans le même état, d'où relaxation des différents sous-niveaux Zeeman les uns vers les autres. Aux très faibles densités de vapeur, cependant, Barrat [9] a montré que la diffusion multiple conservait en partie la « cohérence » atomique. Les composantes transversales des moments angulaires atomiques dans l'état excité sont partiellement transmises d'un atome à l'autre dans ce processus. Si les dimensions de la cellule contenant le gaz sont assez grandes, en l'absence de collisions, la durée de vie apparente de la *population* du niveau de résonance peut augmenter indéfiniment (premier

niveau de résonance) ou se limiter aux durées de vie des autres transitions non piégées, dans le cas présent. Les durées de vie de l'*orientation* et de l'*alignement* ne croissent pas indéfiniment; leur augmentation théorique maximum par diffusion multiple « cohérente » est de $10/3$.

Dans les mélanges hélium-néon des lasers, la pression partielle de néon est voisine de 0,1 torr; la distance moyenne entre atomes est égale à la longueur d'onde du rayonnement emprisonné (627 Å). La théorie de la diffusion multiple cohérente n'est pas faite pour de telles densités de gaz où les transferts d'excitation résonnants, par collisions atomiques deviennent aussi importants que les transferts par collisions optiques. Nous admettrons que la diffusion multiple allonge la durée de vie apparente de la population du niveau supérieur $2s_2$, mais ne diminue pas la désorientation à l'intérieur de ce niveau, due à l'émission spontanée vers le fondamental. Ainsi, Bennett estime à $10 \cdot 10^{-8}$ sec la durée de vie apparente de la population du $2s_2$ à la pression de Ne de 0,1 torr, limitée à son temps moyen de désexcitation spontanée vers les états p ; l'emprisonnement reste total jusqu'à des pressions partielles de néon supérieures à quelques dizaines de microns [52], dans les tubes à décharge utilisés dans les lasers. Par contre, l'orientation ou l'alignement du $2s_2$ sont détruits à chaque transfert d'excitation par diffusion multiple; en l'absence de collisions, il faut ainsi introduire *deux* taux de relaxation dans a : $\gamma_a = 1,04 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1}$ pour la population de $2s_2$ et : $\gamma'_a = \gamma_a + \gamma_s$ pour l'orientation ou l'alignement, où γ_s est le taux de relaxation de l'orientation ou de l'alignement par émission spontanée sur la raie de résonance. Nous prenons $\gamma_s = 10^8 \text{ sec}^{-1}$.

Le $2p_1$ est relié optiquement aux deux premiers niveaux de résonance $1s_2$ et $1s_4$. La durée de vie radiative correspondante, mesurée par Ladenburg [53] est inférieure à $8 \cdot 10^{-9}$ sec. Les mesures les plus récentes, de Bennett [50] et Klose [54], donnent $\tau_b = 1,5 \cdot 10^{-8}$ sec à 10 % près. Bien que les $1s_2$ et $1s_4$ soient quasi métastables aux pressions utilisées (emprisonnement des raies de résonance 736 Å et 742 Å), leur population est de plusieurs ordres de grandeur inférieure à celle du fondamental et la réabsorption des raies $2p_1 \rightarrow 1s_{2,4}$ est négligeable.

2. Relaxations par collisions.

L'influence générale des collisions dans les lasers n'a pas été étudiée; les travaux publiés jusqu'ici, basés sur la théorie scalaire de Lamb (atomes à *deux niveaux*), n'ont porté que sur la relaxation du *dipôle optique* induit.

Javan et Szöke [36, 55] expliquent les formes particulières du « Lamb

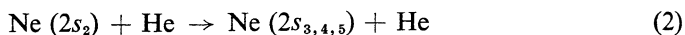
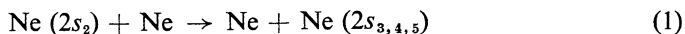
dip » obtenues à différentes pressions en introduisant *deux* taux de relaxation γ_{ab} et γ'_{ab} ; le premier est sensible aux « collisions fortes » (interruption de la phase); le second est sensible aussi aux « collisions faibles », où la phase de la fonction d'onde est supposée inchangée, mais où la vitesse de l'atome est affectée, donnant un glissement de fréquence par effet Döppler. Gyorffy et Lamb [45] ont récemment proposé un modèle stochastique qui justifie l'introduction de ces deux paramètres.

Fork et Pollack [46] en étudiant expérimentalement le couplage de deux modes axiaux de même polarisation ont obtenu sur le profil Döppler des asymétries des intensités des modes et des fréquences de battement. Ils les interprètent, suivant un argument d'Anderson [56] : les collisions introduisent une fonction de réponse atomique asymétrique déduite de la considération des forces de Van der Waal's pour les collisions non résonnantes. En négligeant les effets de vitesse (qui n'introduisent pas d'asymétrie) et en ne gardant que les changements de phase des collisions faibles, ces auteurs ont obtenu un bon accord entre la théorie et leurs expériences.

Le problème des relaxations est plus complexe dans notre modèle à *quatre niveaux*. Pour simplifier, nous ne considérons que des collisions *fortes*; nous admettons que toutes les composantes de l'orientation et de l'alignement relaxent vers zéro à la même vitesse sous l'effet de collisions dépolarisantes. Les populations sont affectées par des collisions désexcitantes relativement peu nombreuses; enfin, le dipôle induit voit sa relaxation augmenter sous l'effet de ces collisions fortes; les calculs théoriques de Omont [57] et les faibles différences entre les relaxations de l'orientation et de l'alignement récemment mesurées [58], justifient dans une certaine mesure cette approximation.

Évaluons, en fonction de la pression p d'un mélange He-Ne à 10 % de Ne, la fréquence de ces collisions fortes.

1° **Les collisions désexcitantes.** — Le néon $2s_2$ peut perdre son excitation suivant l'une des réactions principales :

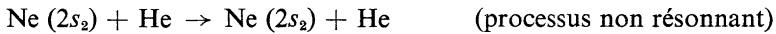


Les réactions (1) et (2) ont été étudiées par Javan et Parks [59]; la réaction (1) a la section efficace : $\sigma = (2,3 \pm 0,3) \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$, et (2) la section

$\sigma = (1,8 \pm 0,3) \cdot 10^{-16}$ cm². Comme il y a dix fois plus d'hélium que de néon dans le mélange, le processus (2) est dominant. La fréquence de collision correspondante pour 1 torr, à la température ordinaire est $4 \cdot 10^5$ Hz. La section associée à (3) est connue [60] : $\sigma = (0,37 \pm 0,05) \cdot 10^{-16}$ cm²; excitation de la configuration $2p_5 4s$ à partir du métastable 2^3S_1 de l'hélium; le rapport des sections d'excitation σ_3/σ_2 du $2s_3$ et du $2s_2$, mesuré par Javan et Parks [59], vaut : $1,1 \pm 0,2$; en admettant une même probabilité pour l'excitation des $2s_4$ et $2s_5$, on trouve une fréquence de collision de $0,5 \cdot 10^5$ Hz pour $p = 1$ torr. La section correspondant à (4), estimée d'après les mesures de Tien et coll. [61], est négligeable.

Pour résumer, avec $p = 1$ torr, l'élargissement du $2s_2$ dû aux collisions est inférieur à 0,5 MHz; la durée de vie de $\langle \mathfrak{N}_a \rangle$, tenant compte du « trapping » et des collisions désexcitantes, est voisine de $\tau_a = 8 \cdot 10^{-8}$ sec; $\tau_b = 1,5 \cdot 10^{-8}$ sec, est indépendant de la pression.

2° Les collisions désorientantes. — Elles n'agissent que dans le $2s_2$; après chaque choc, l'atome se retrouve dans une superposition équiprobable et incohérente des $|a, m\rangle$; évaluons le taux γ_c de ces collisions; on peut considérer deux réactions :



Estimons la section efficace résonnante σ_r ; l'élargissement correspondant est proportionnel [62] au carré de l'élément de matrice du dipôle électrique entre le fondamental et le niveau de résonance, donc à $\gamma\lambda^3$, où λ est la longueur d'onde de résonance et γ le taux de relaxation correspondant : on a donc : $\sigma_r \sim \gamma\lambda^3/\bar{V}$, où \bar{V} est la vitesse moyenne de rencontre des atomes. La section de désorientation par choc résonnant est connue pour le 6^3P_1 du mercure; Holstein et coll. [63] ont mesuré la section de transfert d'excitation $\text{Hg}^{198} \rightarrow \text{Hg}^{199}$ qui lui est reliée; on peut estimer avec Omont [57] que la section de destruction de l'alignement dans le 6^3P_1 par collisions résonnantes est : $\sigma = 1,55 \cdot 10^{-13}$ cm²; la durée de vie radiative du 6^3P_1 est connue, donnant une relaxation : $\gamma = 0,85 \cdot 10^7$ sec⁻¹; en utilisant la valeur maximum $\gamma_a \leq 10^8$ sec⁻¹ donnée par Javan, on obtient une limite supérieure de la section de choc résonnant ($\text{Ne}^* - \text{Ne}$) : $\sigma_r \leq 8,8 \cdot 10^{-15}$ cm², à peine supérieure à la section cinétique.

La section de dépolariation du Ne ($2s_2$) par collisions sur l'hélium n'est pas connue; on peut penser qu'elle n'est pas très différente de celle du Hg 6^3P_1 mesurée sur plusieurs gaz rares [64]. Pour l'hélium, on a ainsi :

$\sigma(\text{Hg}^* - \text{He}) = 3,8 \cdot 10^{-15} \text{ cm}^2$, dont nous pouvons adopter l'ordre de grandeur; cette valeur est voisine de celle ($1,1 \cdot 10^{-15} \text{ cm}^2$) que l'on peut déduire des mesures de Javan et Szöke [36] pour les « collisions fortes », dans l'expression de γ_{ab} .

La section résonnante est ainsi supérieure à la section non résonnante; cependant, sa valeur est surestimée, comme γ_a ; en tenant compte du rapport des vitesses de rencontre des couples ($\text{He} - \text{Ne}^*$) et ($\text{Ne} - \text{Ne}^*$), et des pressions partielles He/Ne du mélange utilisé, la fréquence de collision sur l'hélium devient 4 fois plus grande que sur le néon, et les collisions ($\text{He} - \text{Ne}^*$) sont prépondérantes; c'est aussi la conclusion de Javan; Szöke [65] semble aboutir à la conclusion inverse.

3. Récapitulation.

Chaque observable est affectée d'une relaxation différente. Nous prendrons pour :

$$\langle \mathfrak{N}_a \rangle, \text{ la valeur : } \quad \gamma_a = 1,2 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1} = 1,9 \text{ MHz}$$

$$\langle \mathfrak{N}_b \rangle, \text{ la valeur : } \quad \gamma_b = 6,8 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1} = 11 \text{ MHz}$$

$$\langle \mathbf{J} \rangle, \langle \mathbf{Q} \rangle, \text{ la valeur : } \quad \gamma'_a = \gamma_a + \gamma_s + \gamma_c = (11,2 + 4,4p) 10^7 \text{ sec}^{-1}$$

($\gamma'_a \sim 25 \text{ MHz}$ pour $p = 1 \text{ torr}$).

$$\langle \mathbf{P} \rangle, \langle \mathbf{P}' \rangle, \text{ la valeur : } \quad \gamma'_{ab} = (\gamma_a + \gamma_s + \gamma_b)/2 + \gamma_p$$

$$= (11,2 + np) \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1} \quad (n \geq 4,4)$$

où γ_p est probablement supérieur à γ_c .

B. — Équations du mouvement en présence de collisions.

Au chapitre II nous avons mélangé les évolutions des $\langle \mathfrak{N}_a \rangle$, $\langle \mathfrak{N}_b \rangle$, $\langle \mathbf{J}_0^{(1)} \rangle$ et $\langle \mathbf{Q}_0^{(2)} \rangle$ qui relaxent maintenant à des vitesses différentes; il n'est pas difficile d'en tenir compte : en régime permanent, la trace de ρ dans a vaut :

$$\sum_n \rho_{nn} = 3\lambda_a/\gamma_a - N \sum A_i/\gamma_a \quad (i = +, 0, -)$$

où les A_i sont définis par (2.C.2); l'équation d'équilibre de chaque population ρ_{mm} est maintenant :

$$0 = -A_m N - \gamma_a \rho_{mm} + \lambda_a - \gamma'_c \left(\rho_{mm} - \sum_n \rho_{nn}/3 \right)$$

où $\gamma'_c = \gamma_s + \gamma_c$, est le taux de désorientation global; on obtient alors pour les différences de population :

$$N_i = N \left[1 - A_i/\gamma'_a - \sum_j (A_j/\gamma_b) (1 + \gamma_b \gamma'_c / 3 \gamma_a \gamma'_a) \right] \quad (i, j \text{ pour } 1, 0, -1) \quad (5.B.1)$$

L'analogie entre (2.C.4) et (5.B.1) montre la substitution qui permet de tenir compte des relaxations supplémentaires : il faut remplacer γ_a par γ'_a et γ_b par $\gamma'_b = f \gamma_b$, avec $f = (1 + \gamma_b \gamma'_c / 3 \gamma_a \gamma'_a)^{-1}$. Pour une dépolarisation de plus en plus rapide, f passe de 1 à $(1 + \gamma_b / 3 \gamma_a)^{-1}$, c'est-à-dire de 1 à 0,34; γ'_b passe alors de 11 à 3,7 MHz; comme γ'_c contient une part importante γ_s indépendante de la pression, γ'_b dépend peu de p et reste voisin de 5 MHz.

Nous admettons, enfin, que l'introduction du mouvement des atomes par le procédé *ad hoc* du chapitre III ne modifie pas la conclusion précédente.

C. — Calcul des conditions d'oscillation du laser Zeeman.

La raie de fluorescence est gaussienne au centre (grand élargissement Döppler); on peut écrire le gain :

$$g(\omega - \nu) = g(0) \exp - [(\omega - \nu)/0,6 \Delta \nu_D]^2$$

où $\Delta \nu_D$, largeur Döppler à mi-intensité, vaut :

$$\Delta \nu_D = 2\omega \left(\frac{2kT}{Mc^2} \log_e 2 \right)^{1/2}$$

Pour la raie 1,52 μ , à température ordinaire :

$$g = g(0) \exp - [(\omega - \nu)/350]^2$$

où $(\omega - \nu)$ est exprimé en MHz. Posons $g(0) = 1$; le seuil est défini par la demi-largeur de la plage d'oscillation possible du laser, compatible avec l'oscillation d'un seul mode axial sur les lasers utilisés; $(\omega - \nu)$ varie par bonds de 15 MHz, de 0 à 75 MHz. γ'_{ab} est fixé à 30 MHz, γ'_a à 20 et γ'_b à

5 MHz. ϵ est mesuré en MHz. Nous avons calculé l'évolution du point caractéristique stationnaire T sur une calculatrice C. A. B. 502 du S. T. C. A. N. (Marine Nationale).

1. Laser de polarisation imposée σ .

La figure 5-2 donne l'évolution de $X(\epsilon)$, pour une plage d'accord en champ nul de ± 82 MHz; le gain $\xi'(0)$ vaut 5,34 %; on reconnaît :

— la zone $0 \leq \epsilon \leq 30$ MHz environ, pour laquelle, lorsque le désaccord initial est assez faible ($\omega - \nu \leq 60$ MHz), X croît. A cause du « Lamb dip », les valeurs initiales ($\epsilon = 0$) de X sont maximales pour un faible désaccord

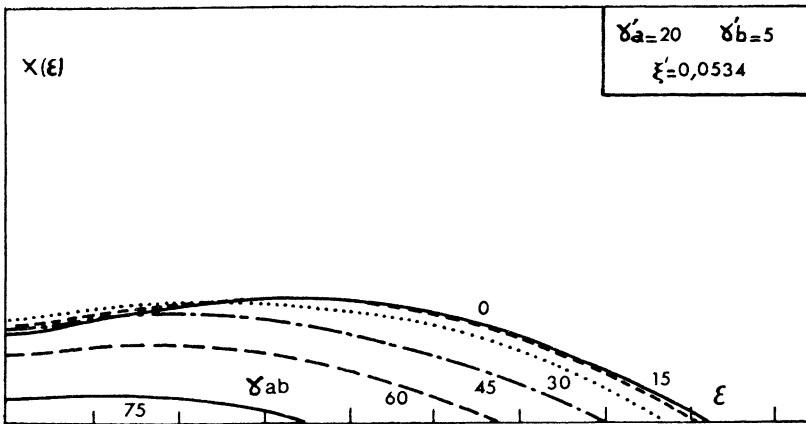


FIG. 5-2. — Cas d'un mode unique (polarisation σ imposée par la cavité) : évolution de son intensité X (en ordonnées, unités arbitraires) en fonction du désaccord Zeeman ϵ en abscisse (1 graduation = 10 MHz). Chaque courbe correspond à un désaccord $|\omega - \nu|$ différent, variant par bond de 15 MHz. En champ nul, la variation de X en fonction de $|\omega - \nu|$ provient du « Lamb dip ».

($\omega - \nu \simeq 30$ MHz); l'augmentation de $X(\epsilon)$ est alors due à la seule dépolariation magnétique de la vapeur; pour un mode accordé en champ nul, la croissance de $X(\epsilon)$ est la superposition de l'effet précédent et du « Lamb dip » magnétique. $X(\epsilon)$ devient indépendant du désaccord initial au voisinage de $\epsilon = 30$ MHz,

— la zone $\epsilon \geq 30$ MHz, où $X(\epsilon)$ décroît par désaccord Zeeman (baisse du gain). X s'annule pour $\epsilon \leq 82$ MHz.

2. Laser de polarisation libre.

1° **Cavité isotrope.** — Prenons deux plages d'accord de ± 82 MHz; le diagramme (5-3) montre les variations de $X(\epsilon)$ et $Z(\epsilon)$, avec les mêmes désaccords systématiques. Pour $\epsilon = 0$, nous avons posé $X(0) = Z(0) = \xi/2\gamma$. On distingue plusieurs zones :

— $\epsilon < \gamma'_a$; le mode σ inhibe l'oscillation de π . En faible champ, les courbes $X(\epsilon)$ sont identiques à (5-2).

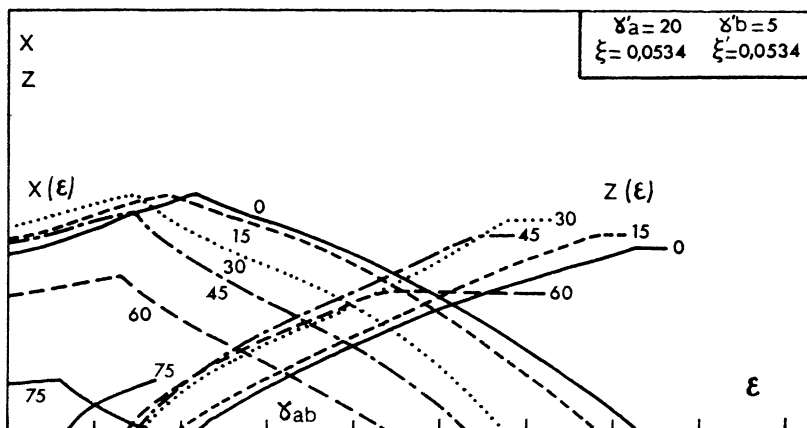


FIG. 5-3. — Cavité isotrope, oscillant sur 2 modes π et σ ; évolution de leurs intensités Z et X (en ordonnées, mêmes unités arbitraires) en fonction du désaccord Zeeman ϵ (en abscisse, 1 division = 10 MHz). Chaque ensemble de courbes $X(\epsilon)$, $Z(\epsilon)$ correspond à un désaccord différent, variant par bond de 15 MHz de 0 à 75 MHz. En champ nul, la variation de X en fonction de $|\omega - \nu|$ provient du « Lamp dip ».

— $\epsilon \sim \gamma'_a$; le couplage entre X et Z baisse et permet à π d'osciller. Le champ ϵ_π pour lequel Z réapparaît dépend du désaccord; pour un mode presque accordé, il vaut γ'_a , à $\pm 15\%$ près, comme nous l'avons vérifié pour de nombreuses valeurs des couples γ'_a et γ'_b .

— $\gamma'_a \leq \epsilon$; la croissance de $Z(\epsilon)$ fait décroître $X(\epsilon)$, qui s'annule plus rapidement que dans le cas de polarisation imposée, car X et Z restent légèrement couplés en champ fort.

On peut représenter l'évolution de T dans (X, Z) ; la figure 5-4 donne les diagrammes Γ correspondant à (5-3). Pour un champ infiniment faible, T passe de la bissectrice ($X = Z$ par convention, en champ nul) à l'axe OX .

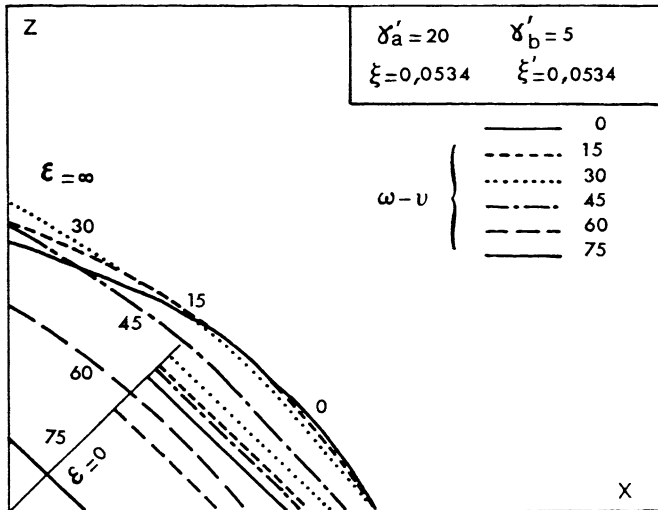


FIG. 5-4. — Représentation dans un diagramme X, Z , des courbes paramétriques de la figure 5-3 (mêmes unités arbitraires sur les deux axes). Chaque courbe correspond à un désaccord fixe $|\omega - \nu|$ mesuré en MHz, indiqué à son voisinage. Conventionnellement, les diagrammes partent, pour $\varepsilon = 0$, d'un point de la bissectrice $X = Z$; ils évoluent ensuite le long de OX pour retourner sur OZ pour les grandes valeurs de ε . Les variations initiales et finales de $X(0)$, $Z(0)$ et $Z(\infty)$ en fonction de $|\omega - \nu|$ proviennent du « Lamb dip ».

Quand ε croît, T décrit d'abord une portion de OX , puis une courbe bouclée qui aboutit au point stationnaire : $Z(\infty) = 2Z(0)$, sur oz .

2° $Q_z > Q_x$. — Choisissons une plage d'accord de ± 90 MHz pour π et de ± 82 MHz pour σ . La figure 5-5 montre que π oscille seul jusque vers $\varepsilon \sim 18$ MHz où X apparaît en faisant décroître Z . La baisse de ξ' redonne ensuite aux diagrammes la même allure que précédemment. La grande différence relative entre $\xi(0)$ et $\xi'(0)$ empêche ici Z de s'annuler, mais rend sa décroissance plus frappante. (5-6) est la transposition (X, Z) des diagrammes précédents.

3° $Q_z < Q_x$. — Nous inversons les deux plages d'accord. En champ nul, σ oscille seul et varie, quand ε croît, comme dans le cas de polarisation σ imposée (fig. 5-7). Z apparaît pour un champ plus fort que dans le cas isotrope. Le diagramme (X, Z) correspondant est plus étalé le long de OX (fig. 5-8).

Nous avons donné l'allure de ces diagrammes dans une précédente note [34]. Ces courbes théoriques sont à comparer aux résultats expérimentaux du chapitre VII.

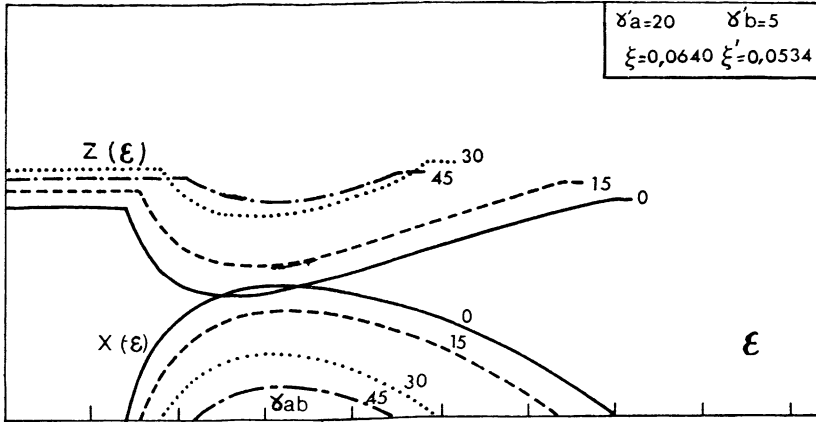


FIG. 5-5. — Cavité anisotrope favorisant le mode π : oscillation sur deux modes π et σ en présence de champ magnétique.  volution de leurs intensités Z et X (en ordonnées, mêmes unités arbitraires) en fonction de ϵ (en abscisse, 1 division = 10 MHz). Chaque ensemble de courbes $Z(\epsilon)$, $X(\epsilon)$ correspond à un désaccord diff rent, variant par bond de 15 MHz de 0 à 75 MHz. En champ nul, la variation de Z en fonction de $|\omega - \nu|$ provient du « Lamb dip ».

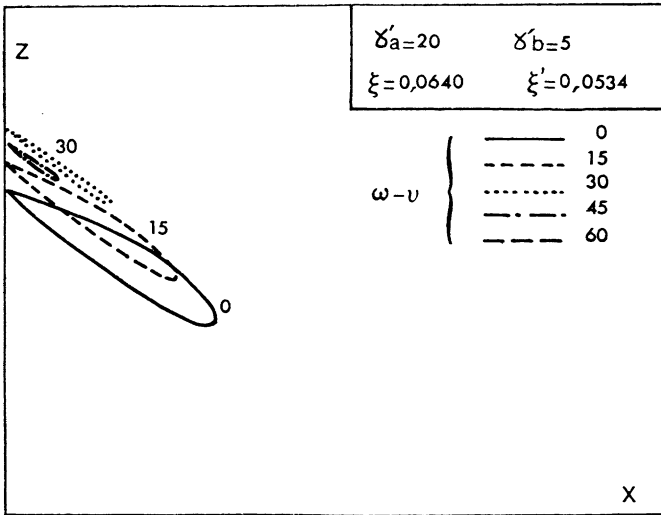


FIG. 5-6. — Représentation dans un diagramme X, Z des courbes paramétriques de la figure 5-5. Z ne décroit que pendant la plage d'apparition de X ; quand X est nul, les variations de Z en fonction de $|\omega - \nu|$ sont dues au « Lamb dip ».

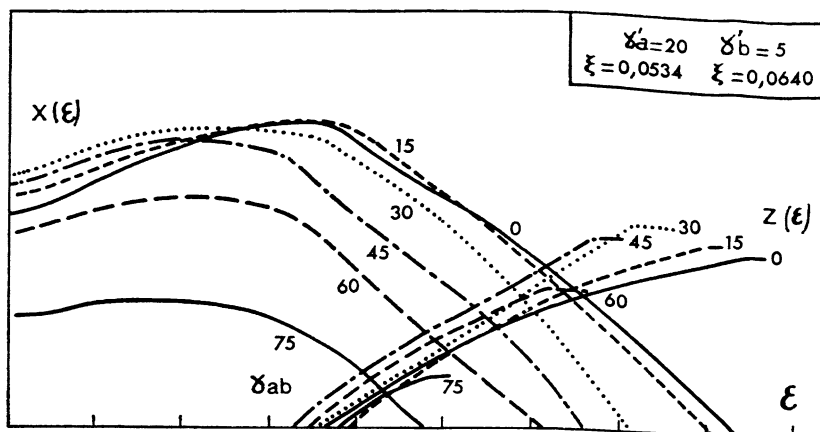


FIG. 5-7. — Cavité anisotrope favorisant le mode σ . Oscillations sur deux modes π et σ en présence de champ magnétique. Évolution de leurs intensités Z et X (en ordonnées, mêmes unités arbitraires) en fonction de ε (en abscisse, 1 division = 10 MHz). Chaque ensemble de courbes $X(\varepsilon)$, $Z(\varepsilon)$ correspond à un désaccord différent, variant par bond de 15 MHz de 0 à 75 MHz. En champ nul, la variation de X en fonction de $|\omega - \nu|$ provient du « Lamb dip ».

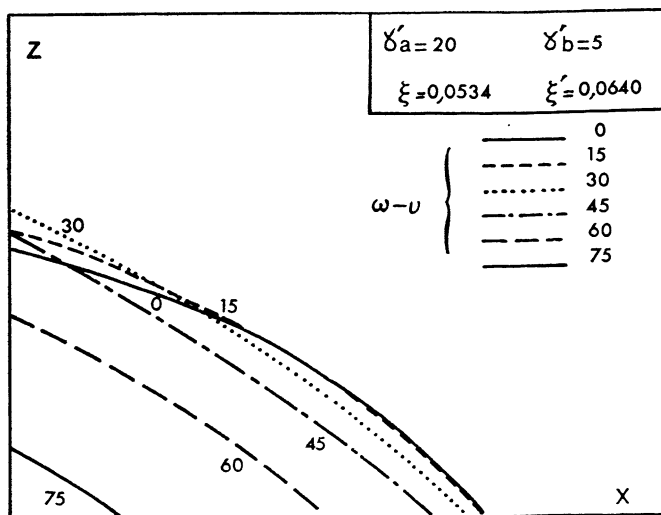


FIG. 5-8. — Représentation dans un diagramme X, Z des courbes paramétriques $X(\varepsilon)$, $Z(\varepsilon)$ de la figure 5-7; on ne distingue pas la partie du diagramme portée par OX . Par rapport à la figure 5-4, l'augmentation de X est plus grande, puisque, quand σ est favorisé, Z apparaît pour un plus grand écart Zeeman ε .

Partie expérimentale

CHAPITRE VI

INTRODUCTION A LA PARTIE EXPÉRIMENTALE

A. — Objet des expériences.

Les prévisions que nous venons de faire portent sur l'intensité et la polarisation du signal émis par un laser monomode dont la vapeur excitée est soumise à un faible champ magnétique transversal. Nous avons considéré le cas d'une transition ($J = 1$) \rightarrow ($J = 0$), et supposé que le pompage de la vapeur est constant et isotrope; les effets principaux prévus sont liés à la *dépolarisation magnétique* de la vapeur et à la *baisse de saturation* qui l'accompagne conduisant, dès que les sous-niveaux Zeeman se séparent, à :

- l'oscillation de *polarisation cohérente* σ , pour une cavité quasi isotrope, *quelle que soit la polarisation initiale du laser*;
- l'augmentation de l'intensité du signal, pour une polarisation σ imposée par la cavité.

Nous avons aussi prévu l'influence du désaccord (effet de « trou magnétique ») et estimé l'effet des relaxations (collisions fortes).

Les expériences effectuées ont eu pour objet la vérification de ces prévisions, et plus particulièrement l'étude des *changements de polarisation* d'un laser Zeeman monomode à cavité quasi isotrope.

B. — Choix des conditions expérimentales.

1° Choix de la transition du laser Zeeman. — La raie $1,5231 \mu$ ($2s_2 \rightarrow 2p_1$) du Ne (fig. 5-1), se prête bien à l'étude expérimentale. C'est une transition $1 \rightarrow 0$, assez isolée dans le spectre du Ne. Koster et Statz [66] ont calculé, dans l'approximation du couplage $j - l$, les probabilités de transition relatives des 30 raies $2s \rightarrow 2p$; la raie choisie est 5 fois moins probable que la plus intense de ce groupe ($2s_2 \rightarrow 2p_4$ à $1,15 \mu$). Sans placer

de prisme dans la cavité, l'utilisation de miroirs diélectriques résonnant à $1,52 \mu$ s'impose pour éviter l'oscillation simultanée de plusieurs raies. Le profil de raie a été supposé symétrique, ce qui implique l'utilisation d'un isotope pur du néon; nous avons utilisé du Ne^{20} à 99,5 %.

2° **Choix de la cavité Pérot-Fabry.** — a) *Structure de mode.* — La cavité résonnante doit permettre l'oscillation du laser sur un mode axial unique. Pour inhiber l'oscillation des modes obliques [12] $\text{TEM}_{\alpha\beta m}$, on a intérêt à choisir un petit nombre de Fresnel $a^2/L\lambda$ (petit diamètre utile a des miroirs, grande distance L entre miroirs); pour obtenir un mode axial unique, par contre, il faut un grand écart entre modes ($\Delta\nu_M = c/2L$), donc un laser court. L'emploi de miroirs plans est impératif, pour éviter les dégénérescences multiples des cavités à miroirs sphériques [67]; avec le faible gain de la transition utilisée, l'oscillation en miroirs plans impose, alors, une cavité assez longue pour que le gain du milieu actif permette l'oscillation; nous avons choisi $L = 1,82$ m dans la plupart de nos expériences ($\Delta\nu_M = 82,5$ MHz); le réglage en mode axial unique se fait en modifiant l'excitation du laser; nous décrivons plus loin les méthodes utilisées pour déterminer la structure de mode de l'oscillation.

b) *Anisotropies.* — Pour imposer une polarisation linéaire à l'oscillation, il suffit de placer une lame transparente à incidence brewstérienne dans la cavité. Pour obtenir de faibles anisotropies dans une cavité à miroirs internes, nous avons observé qu'il suffit, à faible niveau, de dérégler les miroirs : l'oscillation tend à se polariser suivant l'arête du dièdre ainsi formé.

c) *Accord et dérive.* — Pour étudier les effets de « Lamb dip » magnétique, nous avons construit un laser de polarisation imposée, accordable par variation pneumatique d'indice, décrit plus loin. Pour bien observer le « Lamb dip », il faut pouvoir exciter un seul mode axial à un niveau d'autant plus fort que la pression est plus forte, donc prendre un laser très court, à modes axiaux éloignés; Javan a, en effet, montré [55] que sous l'influence des collisions, le « Lamb dip » est moins important que prévu. Cependant, le faible gain de la raie utilisée impose une longueur minimum du laser. Nous avons choisi $L = 131$ cm ($\Delta\nu_M = 115$ MHz).

Aux pressions voisines de 1 torr, le « Lamb dip » n'est pratiquement pas visible sur le laser précédent. Aussi, sur notre laser à $\Delta\nu_M = 82,5$ MHz, nous n'avons pas cherché à maîtriser l'accord; le problème est plutôt d'assurer la stabilité de l'oscillation. Pour garantir la stabilité mécanique,

nous avons utilisé un bâti en fonte de masse importante; sa lente dilatation thermique nous laissait 2 ou 3 minutes après chaque réglage pour faire nos observations; nous avons donc monté un dispositif d'enregistrement rapide des signaux du laser en fonction du champ magnétique; par ce procédé, décrit plus loin, nous pouvons enregistrer en quelques secondes plusieurs courbes expérimentales correspondant aux diagrammes théoriques du chapitre V, sans que le réglage du laser ait beaucoup varié.

3° Mode d'excitation. — Pour assurer l'isotropie et la constance du pompage, nous avons excité le tube amplificateur par une décharge H. F. à électrodes externes; par rapport à une décharge continue, ce procédé a plusieurs avantages : absence de contamination ou d'adsorption par les électrodes (donc grande durée de vie du laser), pas de sens privilégié pour le courant (donc répartition spatiale de l'excitation indépendante du champ magnétique); il apparaît cependant une légère variation de l'intensité du pompage en champ magnétique ($5 \cdot 10^{-3}$) en valeur relative, que nous avons attribué à une résonance cyclotron très amortie.

4° Pression du gaz excité. — Une grande partie des relaxations provenant des collisions, il serait souhaitable de faire osciller un laser Zeeman à des pressions relativement faibles ou, au moins, dans une gamme de pression aussi large que possible; malheureusement, la raie choisie n'oscille bien ⁽²⁾ que dans la plage de 0,9 à 3 torr du mélange He-Ne à 10 % de néon; sans hélium, le gain est insuffisant pour l'oscillation en miroirs plans. Il existe des raies $1 \rightarrow 0$ à gain plus fort qui oscillent à faible pression, la raie $3d_2 \rightarrow 2p_3$ (2,651 μ) du xénon, par exemple; nous avons pu obtenir une émission laser sur cette raie avec de simples miroirs argentés, le pression du xénon, pur, étant de 20 μ ; nous n'avons pas poursuivi dans cette voie : la durée de vie du laser était de l'ordre de quelques dizaines de minutes (les miroirs perdaient leur réflectivité par bombardement ionique, le gaz était adsorbé par les parois) et nous n'avons pu nous procurer d'isotope pur du Xe.

5° Champ magnétique. — a) *Champ résiduel.* — Pour minimiser les effets du champ terrestre, les axes des lasers sont est-ouest magnétique. Sur notre bâti principal en fonte, le champ résiduel est vertical, variable

⁽²⁾ Les conditions optimales d'oscillation sur ces différentes raies nous ont été communiquées par M. Grüdzenski de la C. S. F.

de 0,45 à 0,55 Oe; il est compensé par un champ résiduel appliqué, lui aussi vertical. L'hystérésis du bâti a une influence négligeable (variation de $\pm 5 \cdot 10^{-2}$ Oe suivant l'histoire magnétique passée).

b) *Champ appliqué H*. — Il doit être transversal et homogène; nous avons utilisé des bobines de Helmholtz, donnant un champ uniforme (à 3 % de sa valeur maximum) pouvant aller jusqu'à quelque 50 Oe. Cette valeur est choisie pour donner un écart Zeeman maximum supérieur à 82,5 MHz (91 MHz, avec la valeur théorique [68] $g \sim 1,33$ pour le facteur de Landé du $2s_2$). Vertical sur le bâti principal, **H** est incliné sur les autres lasers (en matériaux amagnétiques) pour pouvoir toujours annuler le champ terrestre, qui présente alors son inclinaison habituelle sur la verticale.

Le problème principal est lié à la vitesse de variation de **H**; pour des raisons de stabilité du laser, nous devons enregistrer les signaux émis, en fonction de **H**, le plus rapidement possible; mais si les paramètres (par exemple H) varient trop vite, le laser suit son point de fonctionnement théorique stationnaire avec une certaine *hystérésis* [10]. Nous avons choisi une vitesse de variation de H (50 Oe/sec) pour laquelle cette hystérésis n'est plus gênante.

C. — Méthodes expérimentales.

1° **Remplissage**. — Avant d'introduire le gaz, l'enceinte est pompée à chaud plusieurs jours pour obtenir un vide de 10^{-6} torr. La remontée de pression après 24 heures ne dépasse pas 10^{-4} torr. Pendant le fonctionnement du laser on utilise, en permanence, des pièges à azote liquide dont l'effet se combine à celui de la décharge pour pomper les impuretés résiduelles. On remplit de Ne^{20} à $p/10$ et on complète par de l'hélium (99,998 %) pour obtenir la pression totale p ; on utilise des jauges de Pirani fréquemment recalibrées.

2° **Réglage du laser**. — Malgré le petit diamètre des tubes amplificateurs (6 à 8 mm) et la longueur relative des lasers (1 à 2 m), le réglage du parallélisme des miroirs plans ne présente pas de difficultés : on effectue un dégrossissage optique en faisant coïncider des images multiples à l'infini, ce qui laisse une incertitude d'une dizaine de secondes d'arc. On obtient l'accrochage des oscillations par un balayage systématique de la plage d'incertitude sur les deux miroirs.

Pour faciliter l'amorçage on utilise une excitation H. F. (31 MHz) *modulée*

en créneaux de 1 000 Hz (fig. 6-1); pour certaines intensités de la décharge, nous avons en effet observé [69] que le pompage était plus efficace immédiatement après l'arrêt de l'excitation H. F. que pendant la décharge. D'après Javan [60], ceci est dû à la rapide thermalisation des électrons ($\sim 10 \mu\text{sec}$): l'excitation du $2s_2$ (le niveau supérieur) par transfert d'excitation des métastables 2^3S_1 de l'hélium (collisions inélastiques) se prolonge une centaine de μsec dans la post-décharge; la thermalisation des électrons, en supprimant plus vite l'excitation non désirée du $2p_1$, augmente pour un temps l'inversion

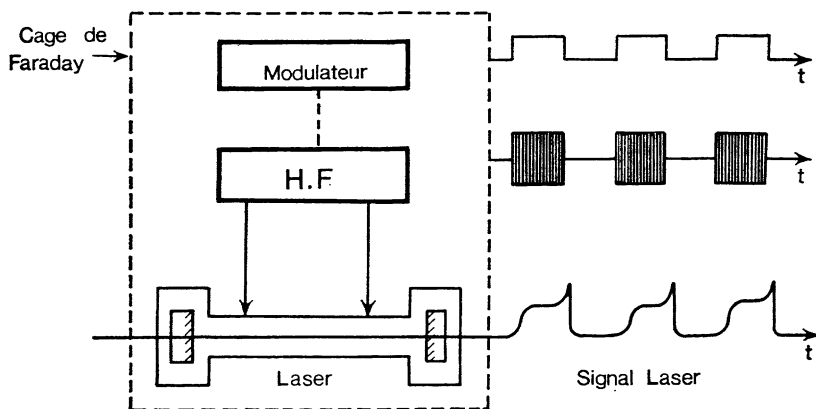


FIG. 6-1. — Laser à miroirs internes et son excitation H. F., modulée à 100 % ou non. La modulation ne sert qu'à faciliter l'amorçage. La suite des expériences est faite avec une excitation H. F. non modulée.

de population, donc le gain; à l'amorçage, on voit d'abord apparaître une impulsion laser pendant la post-décharge. Dans les meilleures conditions, l'oscillation se maintient dans une plage de réglage de $3''$ pour chaque miroir.

Nous avons utilisé des miroirs multicouches diélectriques ($13. \lambda/4$) d'assez bonne qualité ($R = 99,6 \%$) pour pouvoir n'exciter qu'une longueur réduite du tube amplificateur ($\sim 50 \text{ cm}$) pour laquelle \mathbf{H} est uniforme. Le support des miroirs est en silice fondue, non active. En examinant la lumière émise avec un monochromateur, nous avons vérifié qu'aucune autre raie de longueur d'onde inférieure à 4μ n'oscillait en même temps que la raie $1,52 \mu$.

Après l'amorçage, on passe en excitation *continue* pour effectuer les contrôles et les expériences décrites plus loin. Le générateur H. F. est stabilisé pour éviter une modulation parasite du signal, d'autant plus gênante

qu'on se place au voisinage du seuil. L'ensemble du générateur H. F. et du laser est placé dans une cage de Faraday, pour minimiser la perturbation du rayonnement H. F. sur les appareils de mesure.

3° **Analyse de la structure de modes.** — Le nombre des modes $TEM_{\alpha\beta n}$ est déterminé par la méthode des battements optiques de Forrester [29]; la polarisation du signal est étudiée dans une représentation (X, Z) semblable à celle utilisée dans la discussion théorique.

a) *Nombre de modes excités.* — Une partie (miroir semi-transparent M) du signal émis par le laser (fig. 6-2) traverse un polariseur P (polaroïd

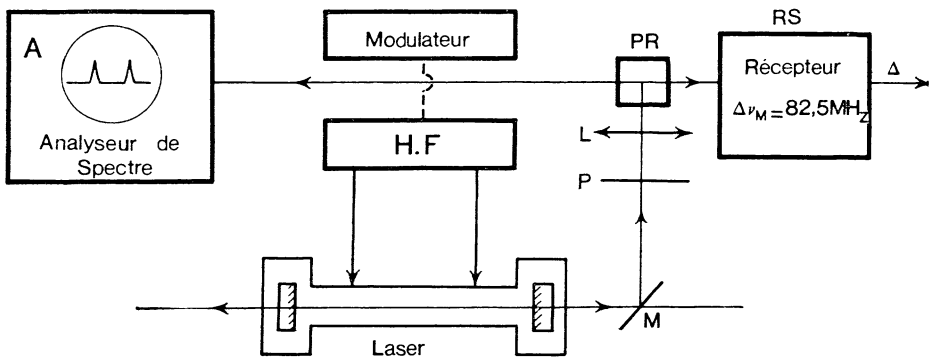


FIG. 6-2. — Dispositif d'analyse des modes du laser, suivant la technique des battements optiques de Forrester. La voie Δ fournit un signal de contrôle de l'oscillation en mode unique dans les autres expériences.

infra-rouge) et une lentille L et se focalise sur la jonction d'une photodiode rapide ⁽³⁾ PR au Ge, polarisée en inverse pour réduire sa capacité; la réponse spectrale du Ge est bonne à $1,52 \mu$. Le signal de sortie de la photodiode comprend une composante continue proportionnelle à la somme des énergies des modes, et des composantes modulées H. F. à toutes les différences de fréquence ($k \cdot \Delta\nu_M$) entre modes. Ce signal H. F. est étudié sur un analyseur de spectre A; sa composante Δ à $\Delta\nu_M$ est détectée par un récepteur sélectif RS à 82,5 MHz.

Avec les cavités utilisées, nous n'avons pas observé de modes obliques sur $1,52 \mu$ et le spectre de battement optique se réduit à une série de $(n - 1)$ harmoniques de la fréquence fondamentale $\Delta\nu_M = c/2L = 82,5 \text{ MHz}$,

(3) De fabrication C. N. E. T., aimablement fournie par M. Le Mezec.

n étant le nombre des modes axiaux excités. Chaque harmonique a une structure fine et contient autant de composantes qu'il y a de paires de modes séparés de la fréquence observée. Le polariseur est nécessaire pour observer les harmoniques impairs à $(2K + 1)\Delta\nu_M$, les modes axiaux successifs prenant de préférence des polarisations orthogonales; nous avons déjà observé ce phénomène sur d'autres lasers à miroirs internes, à faible excitation [70, 71]; Tang et Statz [28] l'ont expliqué par un argument qualitatif : la saturation optique est proportionnelle au carré instantané du champ électrique dans le laser; deux modes axiaux de même polarisation saturent plus la vapeur que deux modes de polarisations orthogonales de même énergie, puisque le carré du champ total, modulé à $\Delta\nu_M$, entraîne plus souvent les atomes dans la région de plus grande saturation.

b) *Réglage en régime monomode.* — L'oscillation monomode (disparition des battements optiques) s'obtient en baissant l'excitation et en reprenant légèrement le réglage des miroirs (leur axe de rotation est placé à 8 cm de leur centre et leur distance L est fonction du réglage). Quand la température ambiante est bien stable, un tel réglage peut se maintenir 1 à 2 minutes environ. L'annulation du dernier battement optique Δ est observée avec une plus grande sensibilité (107 dBm) à l'aide d'un récepteur sélectif ($B = 240$ kHz) accordé sur $\Delta\nu_M = 82,5$ MHz, que sur l'analyseur de spectre à sa résolution maximum (103 dBm pour 2 kHz); dans nos expériences, nous avons suivi Δ sur une voie de contrôle pour vérifier que le régime monomode se maintenait pendant les enregistrements. Quand le niveau d'excitation croît, la fréquence de Δ croît (« pushing ») de l'ordre de 20 kHz, en restant dans la bande du récepteur.

c) *Analyse de la polarisation.* — Dans notre théorie, les polarisations π et σ jouent des rôles privilégiés : nous avons monté un dispositif d'analyse simple pour observer les intensités Z et X du signal laser le long de ces deux polarisations.

Nous avons d'abord vérifié que les signaux émis par les deux extrémités du laser étaient identiques. Chacun de ces deux faisceaux (fig. 6-3) traverse alors un polariseur P (polaroïd infra-rouge) et un filtre interférentiel F centré sur $1,52 \mu$ (largeur 250 \AA); une lentille L le focalise sur un détecteur D (photodiode au Ge), dont le signal est pris par un amplificateur (gain 40), de bande passante réglable 0 à 20 kHz ou 0 à 15 Hz. Les gains des voies Z et X sont réglés pour délivrer des signaux égaux lorsque les polariseurs sont parallèles; on oriente ensuite un des polariseurs (π) le long de \mathbf{H} (vertical sur le bâti principal) et l'autre (σ) perpendiculaire à \mathbf{H} .

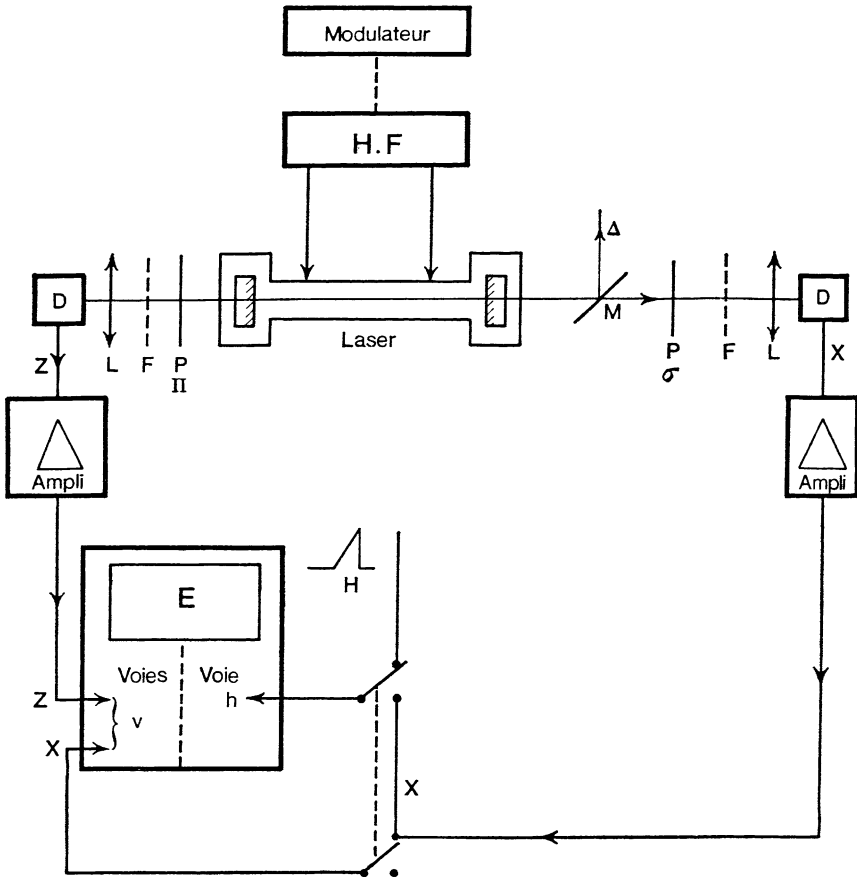


FIG. 6-3. — Détection des signaux X et Z, de polarisation σ et π , émis par le laser. Z alimente la voie verticale d'un oscilloscope à mémoire E; X est branché sur une autre voie verticale ou sur la voie horizontale, par l'intermédiaire d'un inverseur.

Par un commutateur, on peut brancher X et Z sur deux des voies verticales d'un oscilloscope à mémoire E, ou faire passer X sur la voie horizontale, en laissant Z sur la voie verticale.

4° Enregistrement des signaux en fonction de H. — a) *Commande du champ magnétique* (fig. 6-4). — Le champ magnétique H est produit par des bobines de Helmholtz H allongées sur l'axe du laser, de résistance totale $R = 0,47 \Omega$; nous avons construit un générateur de courant

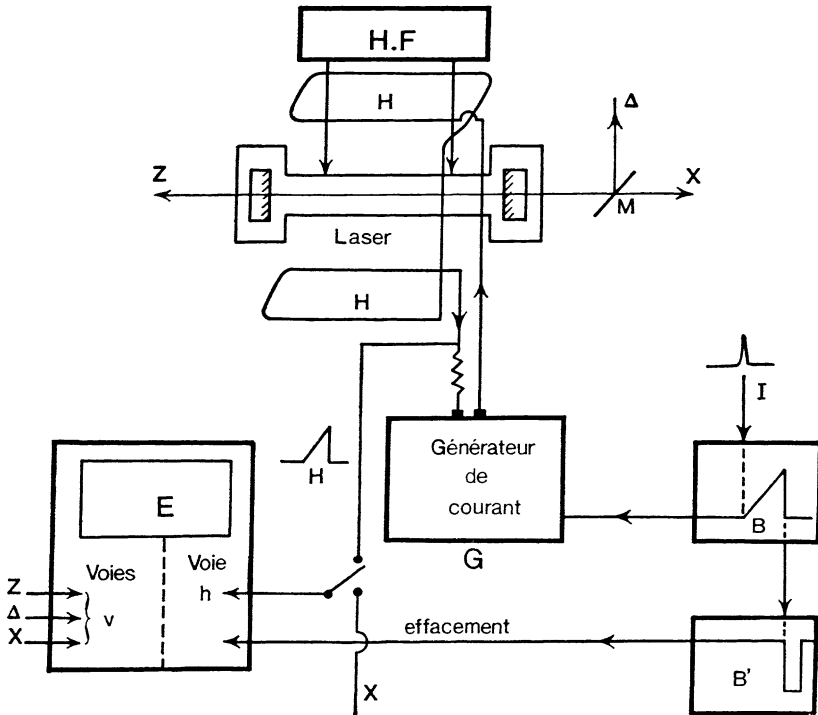


FIG. 6-4. — Commande de variation du champ H et dispositif d'enregistrement de $X(H)$, $Z(H)$, $\Delta(H)$. La détection de X , Z , Δ est explicitée sur les figures 6-1 et 6-3.

à transistors pouvant débiter 30 A sur ces bobines. Le courant est stabilisé à quelque 10^{-3} en régime permanent; il peut être modulé par un signal de forme quelconque dans la gamme 0-100 Hz. Le courant résiduel du générateur est utilisé pour compenser le champ terrestre.

Pour faire varier le champ, nous utilisons un dispositif très simple : une impulsion I déclenche une base de temps B qui délivre une dent de scie réglable de 1 seconde de durée environ. Cette dent de scie attaque le générateur G qui débite pendant une seconde un courant variant linéairement de 0 à 30 A; le champ H varie linéairement de 0 à 50 Oe environ. A cette fréquence, la self des bobines est négligeable.

b) *Enregistrement de X , Z , Δ en fonction de H .* — Un signal proportionnel au courant, donc à H , est envoyé sur la voie *horizontale* d'un oscilloscope enregistreur E ; à la fin de la dent de scie, une autre base de temps B' se déclenche, commandant l'effacement de la trace de retour de E .

Verticalement, E est attaqué par un tiroir à 3 voies, où entrent simultanément X, Z, et le battement Δ . On obtient sur l'écran E, à chaque balayage, trois courbes X(H), Z(H) et Δ (H) (fig. 6-5, voie h commutée sur H).

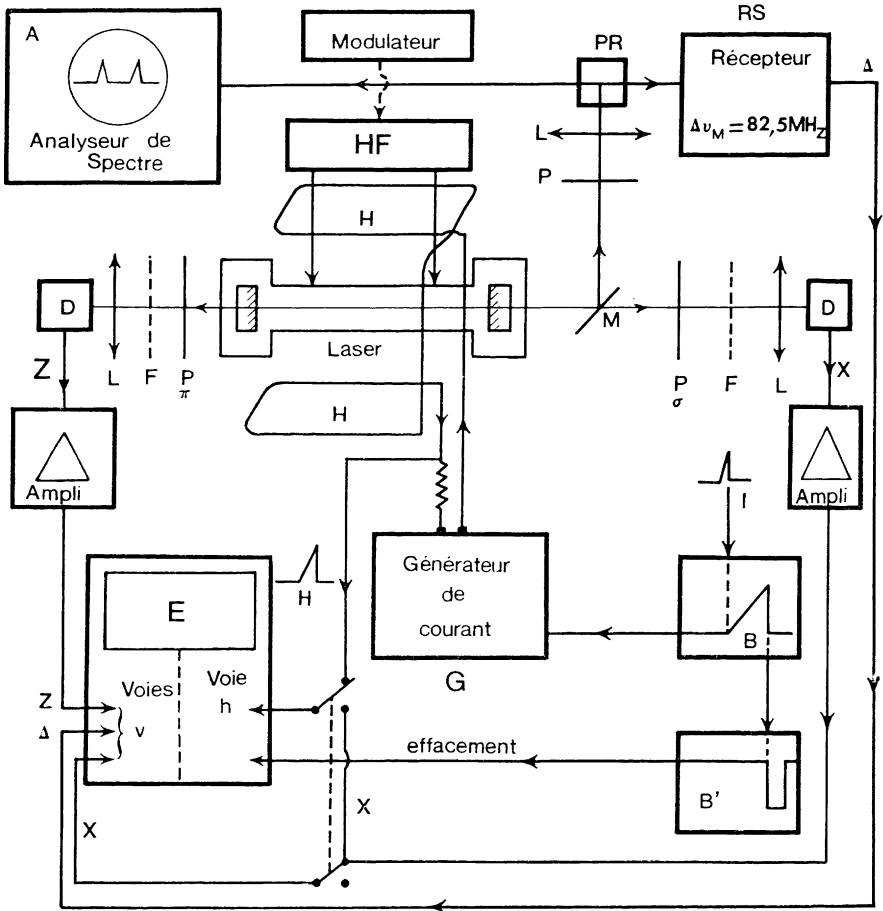


FIG. 6-5. — Schéma général du dispositif d'étude du laser Zeeman. Les éléments de ce diagramme ont été analysés séparément sur les figures 6-1, 2, 3, 4.

Dans la plupart des expériences, Δ (H) se réduit à un trait horizontal, au zéro de la voie correspondante, puisque le battement s'annule en régime monomode. A cause de la dérive des amplificateurs continus, les zéros des différentes voies verticales de E ne peuvent être réglés à coïncidence.

c) *Enregistrement des diagrammes (Z, X)*. — Nous avons utilisé dans l'étude théorique la représentation (X, Z) où H est un paramètre extérieur. Il est facile de réaliser de tels diagrammes $\Gamma : Z$ et Δ restent sur la voie verticale de E, la voie horizontale est commandée par X; H n'est pas enregistré.

En plus du diagramme (Z, X), on obtient un diagramme (Δ , X) qui permet de contrôler l'oscillation en mode unique.

5° **Laser accordable de polarisation imposée.** — Nous utilisons un laser à miroirs plans internes, dans lequel on a placé une lame L à faces parallèles à incidence brewstérienne (fig. 6-6); la longueur optique de la lame varie avec la pression de l'air qu'elle contient; cette pression est mesurée par un capteur manométrique suivi d'un amplificateur qui attaque la voie horizontale d'un enregistreur X, Y. La voie verticale est alimentée

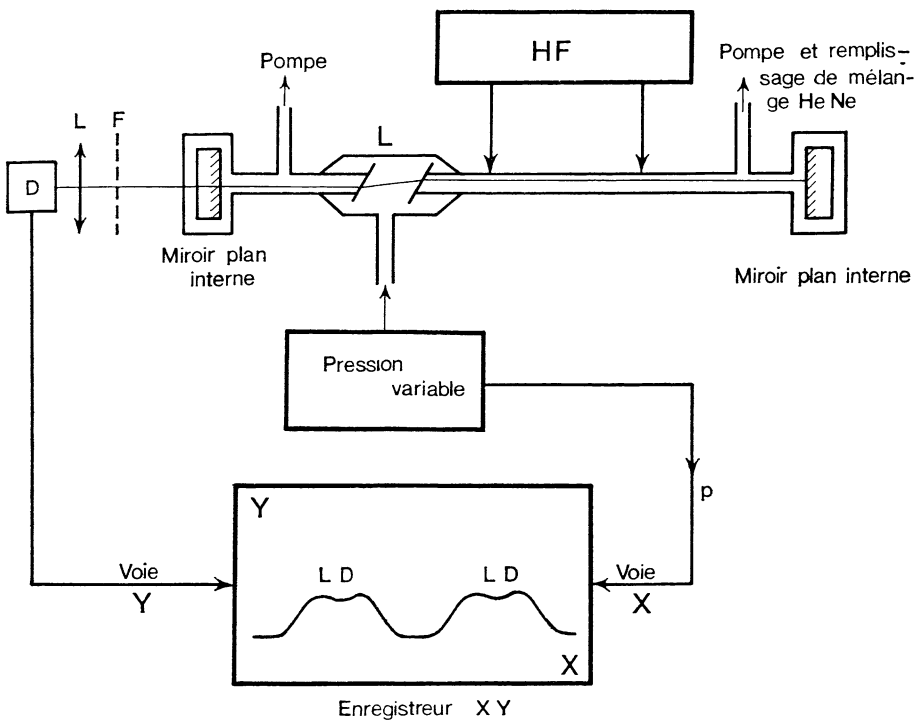


FIG. 6-6. — Laser accordable par variation pneumatique du chemin optique entre miroirs. Enregistrement du signal (voie Y) en fonction de la fréquence de la cavité (voie X). Les lames de Brewster imposent la polarisation de l'oscillation.

par le signal laser. La pression dans L est commandée par le déplacement vertical d'un bain de mercure, qui comprime un volume auxiliaire; une variation de 2 cm Hg change la longueur optique de $\lambda/2$; on peut voir défiler six modes du laser sans trop perturber son réglage; un balayage de six modes se fait en une dizaine de secondes.

CHAPITRE VII

RÉSULTATS DES EXPÉRIENCES

En utilisant les méthodes du chapitre VI, nous avons d'abord étudié la polarisation d'un laser à miroirs internes en champ nul; nous avons ensuite observé les changements de polarisation du signal laser en présence de champ magnétique, sur le mélange He-Ne excité, à différentes pressions; nous avons finalement étudié le comportement d'un laser de polarisation imposée accordable.

A. — Polarisation d'un laser à miroirs internes en champ magnétique nul.

Nous utilisons le montage de la figure 6-5, X branché sur la voie h de l'enregistreur E. A chaque état de polarisation du laser correspond un point T dans le diagramme (Z, X) et un autre point dans le diagramme (Δ , X); aussi longtemps que le laser oscille en mode unique, ce dernier diagramme se réduit à une droite horizontale, puisque $\Delta = 0$. La représentation (Z, X) ne donne pas une description complète de l'état de polarisation, puisqu'elle néglige la phase relative des deux vibrations, comme notre étude théorique.

La polarisation du laser dépend, expérimentalement, du réglage des miroirs et du niveau d'excitation. A faible niveau, nous avons observé que le signal tend à se polariser suivant la direction de l'arête du dièdre formé par les miroirs; leurs axes de rotation étant horizontal et vertical, nous avons ainsi un moyen d'introduire de légères anisotropies du Pérot-Fabry convenablement orientées par rapport à \mathbf{H} (vertical). A plus fort niveau, l'énergie de l'oscillation se répartit sur les deux vibrations π et σ ; les enregistrements suivants montrent l'effet de l'excitation sur la polarisation du laser, pour différents réglages des miroirs.

1° **Oscillation σ à faible niveau.** — Le miroir pivotant autour d'un axe horizontal est déréglé. On fait varier le niveau d'excitation : la figure 7-1 montre le déplacement correspondant des points de coordonnées (Z, X) et (Δ, X) . L'oscillation reste polarisée σ , en mode unique, jusqu'à l'excitation e correspondant au coude des diagrammes. L'apparition simultanée de Z et de Δ prouve qu'au-delà de e le laser fonctionne sur deux modes axiaux consécutifs, polarisés σ et π .

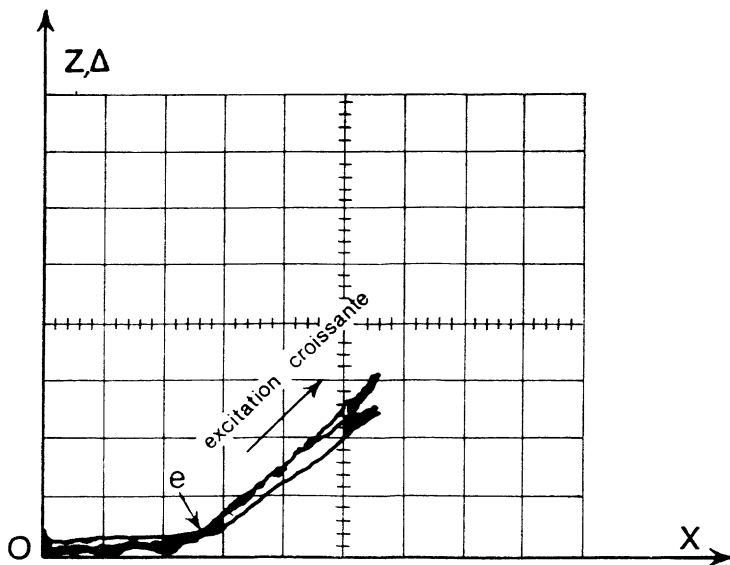


FIG. 7-1. — Diagrammes $Z = f(X)$ et $\Delta = f(X)$ décrivant la polarisation du laser en fonction du niveau d'excitation ($p = 1,8$ torr, $H = 0$); mêmes unités arbitraires, pour Z et X . Les miroirs sont déréglés pour polariser l'oscillation en σ à faible excitation. Les deux diagrammes sont accidentellement confondus.

2° **Oscillation π à faible niveau.** — On dérégle le miroir pivotant autour de l'axe vertical. (7-2) donne les diagrammes (Z, X) et (Δ, X) obtenus en faisant varier l'excitation. Pour une certaine excitation e , il apparaît un battement Δ , donc un autre mode axial; la polarisation n'est cependant pas restée linéaire, puisque X apparaît pour une excitation e' inférieure à e . L'oscillation est probablement elliptique.

3° **Cavité isotrope.** — Les miroirs ont leur réglage optimum. Lorsque le niveau croît (fig. 7-3), le point $T(Z, X)$ reste voisin de la première bissectrice; l'oscillation en mode unique se maintient jusqu'à une excitation e

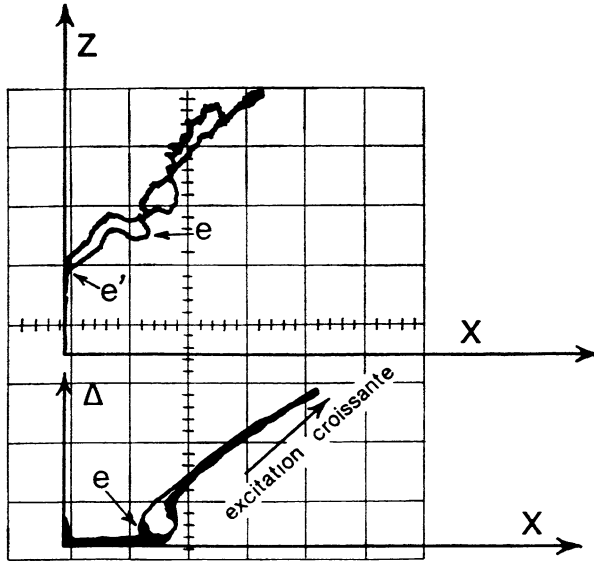


FIG. 7-2. — Mêmes conditions qu'en 7-1, mais le dérèglement des miroirs favorise la polarisation π à faible excitation.

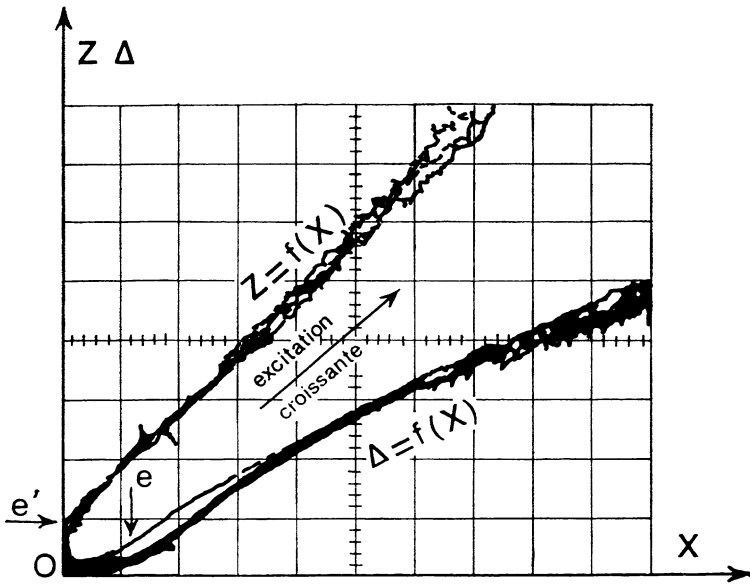


FIG. 7-3. — Mêmes conditions qu'en 7-1, mais réglage optimum des miroirs.

plus ou moins grande suivant les réglages. Comme en (7-2), la présence simultanée de X et Z dans le même mode axial donne une apparence de lumière non polarisée au signal laser.

B. — Polarisation d'un laser à miroir interne en présence de champ magnétique.

L'étude précédente nous rend maître, à faible excitation, de la polarisation du laser en champ magnétique nul. Nous observons maintenant l'évolution de cette polarisation dans un *seul mode axial* du Pérot-Fabry quand nous *appliquons un champ magnétique* H. Nous utilisons le montage de la figure 6-5, en alimentant la voie *h* par H ou par X suivant les cas. Les miroirs et le niveau d'excitation sont réglés au début de chaque expérience, pour représenter au mieux les différents cas théoriques envisagés.

Les enregistrements que nous présentons sont principalement des représentations paramétriques de X, Z, Δ en fonction de H. H est porté en abscisse (5 Oe par division). En ordonnées sont portés Z, X et Δ ; les échelles des voies X et Z sont les mêmes, celle de Δ est arbitraire; Δ , toujours enregistré au bas des diagrammes, se réduit le plus souvent à un simple trait horizontal, au zéro de la voie correspondante.

1° Cavité isotrope. — a) *Evolution type.*

La figure 7-4 est un exemple d'enregistrement simultanément des courbes X(H), Z(H), Δ (H) pour $p = 1,2$ torr. Δ est nul quel que soit H : l'oscillation est monomode (axiale) de 0 à 50 Oe. X et Z sont pratiquement égaux en champ nul. Quand H croît, Z s'annule rapidement ($H \sim 2$ Oe) et X croît; Z reste nul puis, pour $H_{\pi} = 15$ Oe, Z réapparaît; il croît jusqu'à une valeur constante voisine de l'énergie totale (X + Z) de l'oscillation en champ nul; simultanément, X décroît jusqu'à zéro pour un écart Zeeman voisin de 80 MHz, en admettant pour g la valeur théorique 1,333.

Pour enregistrer le diagramme correspondant (7-5), nous avons légèrement tourné le polariseur π ; il se superpose alors à Z une *composante modulée* de fréquence variable (quelques kHz) qui produit une trace plus épaisse sur l'écran E du tube à mémoire. On peut, par le même procédé, faire apparaître une modulation analogue sur X. Nous utilisons la bande passante large (0-20 kHz) des amplificateurs.

Cette modulation s'interprète comme un *battement optique* à basse fréquence entre les deux modes π et σ ; ce battement n'est visible que derrière

un polariseur oblique, puisque π et σ sont orthogonaux. Sa présence confirme que, dans la plage de champ magnétique considérée (15 à 50 Oe), les deux oscillations H et σ appartiennent au même mode axial de la cavité. La fré-

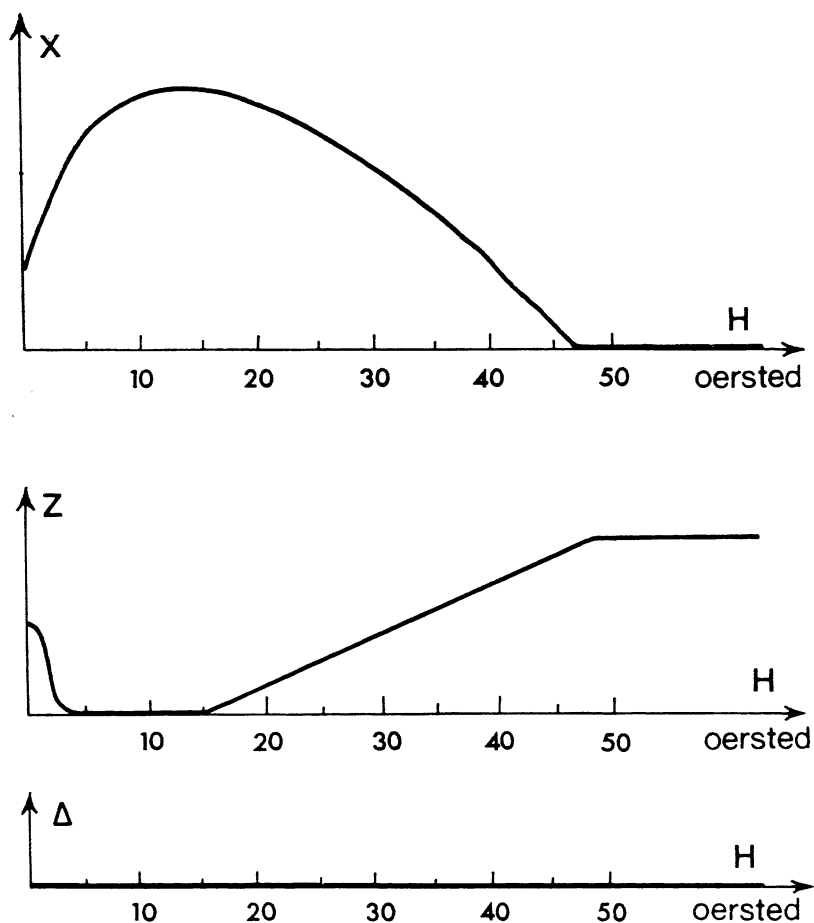


FIG. 7-4. — Enregistrement type de $X(H)$, $Z(H)$, $\Delta(H)$; Δ reste nul (mode unique). Les échelles des ordonnées pour X et Z sont égales; en abscisse, 1 division = 5 Oe pour H ($p = 1,2$ torr).

quence de ce battement correspond à la différence d'entraînement des deux modes, conséquence de l'effet Zeeman. Par la suite, nous utilisons ce phénomène pour régler nos polariseurs : les directions π et σ sont celles qui annulent la modulation B. F. à la sortie du détecteur. Ce réglage fait, nous dimi-

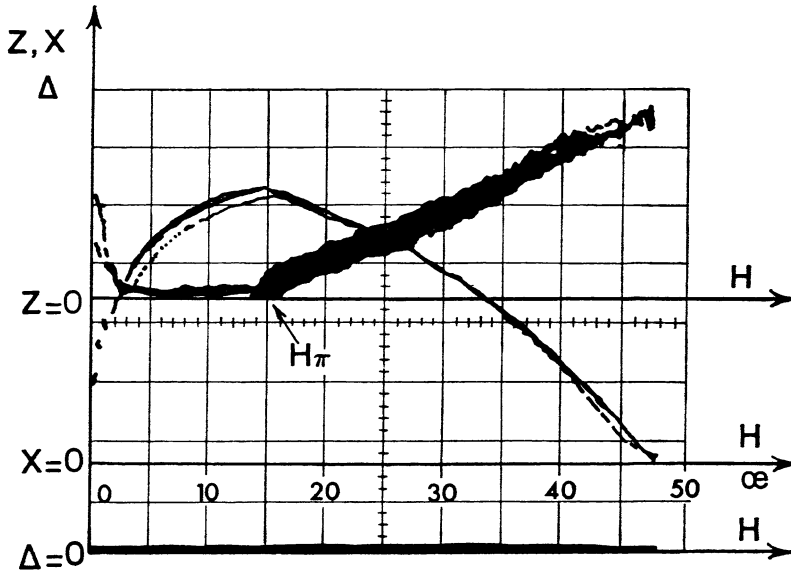


FIG. 7-5. — Cavity isotrope. Enregistrement de E, correspondant à 7-4. Sur la voie Z, le polariseur a été légèrement tourné pour montrer les battements optiques B. F. entre π et σ , qui donnent une trace plus épaisse.

nuons la bande passante des amplificateurs X et Z (0-15 Hz) pour supprimer une modulation d'amplitude du laser, due au résidu de filtrage des alimentations stabilisées de l'émetteur H. F. d'excitation.

b) *Influence du niveau d'excitation.*

La figure 7-6 représente un ensemble de courbes $X(H)$, $Z(H)$, $\Delta(H) = 0$ du type précédent, pour différents niveaux d'excitation à $p = 1,8$ torr. Le palier de Z en champ fort, après l'annulation de X, est particulièrement visible. Z réapparaît pour un champ H_π d'autant plus fort que le niveau d'excitation est plus faible; pour l'excitation maximum en mode unique, X disparaît pour $H \sim 55$ Oe, donc pour un écart Zeeman de 100 MHz, bien supérieur à $\Delta\nu_M = 82,5$ MHz; ces deux anomalies suggèrent que l'excitation dépend de H.

c) *Influence de la pression.*

Nous avons étudié la variation de H_π en fonction de la pression (fig. 7-7). Pour chaque valeur de p , nous obtenons un ensemble de points dont nous prenons la valeur minimum qui correspond à l'excitation la plus forte d'un

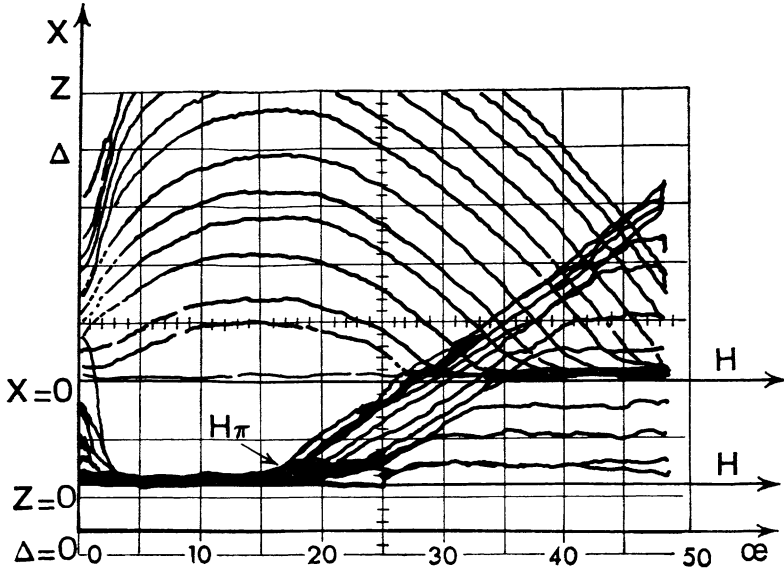


FIG. 7-6. — Cavity isotrope. Courbes paramétriques $X(H)$ (en haut), $Z(H)$ (au milieu) et $\Delta(H) = 0$ (en bas), analogues à 7-5 pour 13 niveaux d'excitation équipartis entre le seuil d'amorçage et l'excitation maximum d'un mode unique ($p = 1,8$ torr). Le décalage du zéro sur la première trace $Z(H)$ à faible niveau est accidentel.

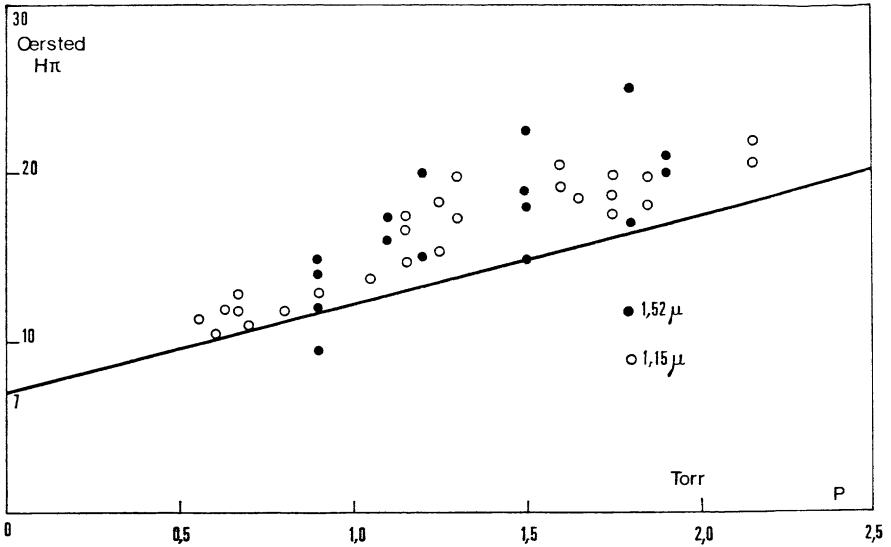


FIG. 7-7. — Variation de H_π en fonction de p .

mode axial unique, c'est-à-dire à une excitation identique, quelle que soit la pression; on a placé aussi sur la figure les points provenant d'une expérience préliminaire [72] sur la raie $1,15 \mu$ du néon, issue du même niveau supérieur $2s_2$. Les valeurs ainsi choisies s'alignent sur une droite; tout se passe sur $1,15 \mu$ comme si la saturation par cohérence n'apparaissait que dans le $2s_2$; pour $p = 0$, on obtient la valeur extrapolée $H_\pi = 7$ Oe; si l'on admet la relation empirique $H_\pi = \gamma'_a(\hbar/g\mu_B)$ du chapitre V, cette valeur correspond à : $\gamma_a + \gamma_s \sim 13$ MHz, en bon accord avec l'estimation de Javan ($\gamma_a \leq 16$ MHz). La section efficace de désorientation, déduite de la pente de cette droite, vaut alors : $\sigma \sim 2 \cdot 10^{-15}$ cm², avec l'hypothèse de collisions He-Ne, en bon accord avec notre estimation du chapitre V. L'évaluation *très indirecte* de ces résultats n'est pas une mesure précise des relaxations mais plutôt une preuve de la consistance de nos estimations.

d) Représentation X, Z.

En utilisant le dispositif (6-5), la voie h alimentée par X, nous avons enregistré le diagramme $Z = f(X)$, où le paramètre H ne figure plus; (7-8) montre la courbe Γ obtenue quand la cavité est isotrope; ce diagramme est à comparer à (5-4). En champ nul, le point caractéristique T est sur la première bissectrice puis, dès que Z s'annule, il longe OX et revient sur OZ en champ fort; Γ est parcourue en sens inverse des aiguilles d'une montre.

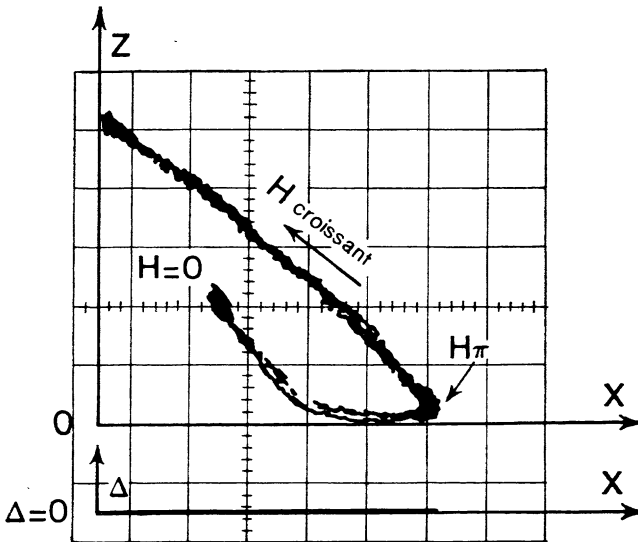


FIG. 7-8. — Cavité isotrope. Évolution du point T dans (X, Z) en fonction de H ($p = 1,8$ torr).

2° Cavité anisotrope. — a) Oscillation σ en champ magnétique nul.

La figure 7-9 donne les courbes $X(H)$, $Z(H)$, $\Delta(H) = 0$ obtenues après avoir déréglé les miroirs pour faire osciller le laser sur la polarisation σ en champ magnétique nul (l'excitation doit rester faible, comme nous l'avons vu). Pour un même niveau d'excitation, Z réapparaît pour un champ plus fort qu'avec une cavité isotrope, comme prévu. Sur toute la plage (0-25 gauss) où σ oscille seul, on peut suivre l'évolution de X qui double entre 0 et 15 Oe; cet accroissement anormal (on attend plutôt un coefficient $\sim 1,3$) se retrouve sur tous les diagrammes.

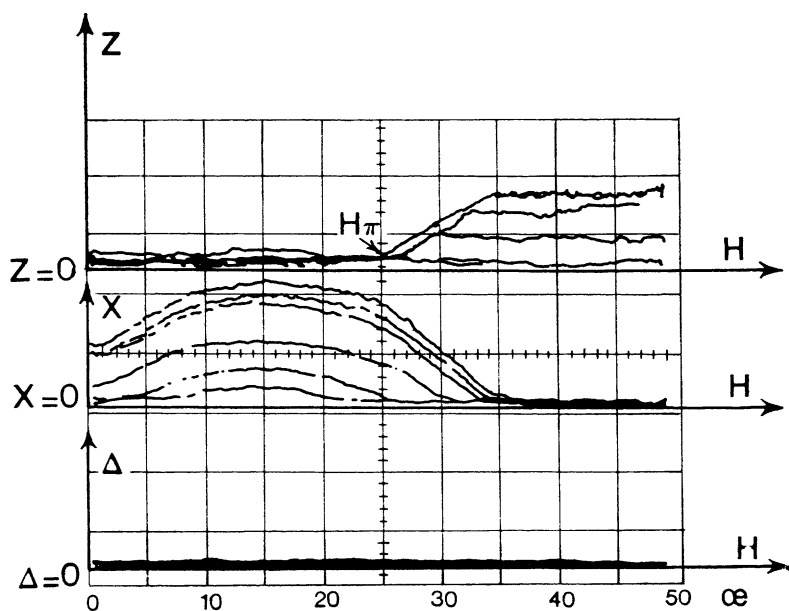


FIG. 7-9. — Cavité anisotrope : laser polarisé σ en champ magnétique nul. Courbes paramétriques $Z(H)$ (en haut), $X(H)$ (au centre) et $\Delta(H) = 0$ (en bas), pour 6 niveaux d'excitation différents ($p = 1,8$ torr). En champ faible, la double trace pour $Z = 0$ est due à une dérivée du zéro.

b) Oscillation π en champ magnétique nul.

L'évolution de $X(H)$, $Z(H)$ et $\Delta(H) = 0$ est décrite par la figure 7-10. La cavité est déréglée pour polariser π l'oscillation en champ nul. Comme précédemment, le niveau d'excitation doit rester faible. On observe une zone (3-30 Oe environ) où X apparaît seul; Z est inhibé et disparaît, au lieu

de décroître comme sur la figure 5-5; ceci s'explique par la faible différence relative entre ξ et ξ' produite en dérégant les miroirs. Z réapparaît, à niveau d'excitation égal, pour une valeur H_π plus faible que dans le cas précédent, comme prévu; la variation de H_π n'est pas très grande, de l'ordre de 10 %, confirmant la faible anisotropie de la cavité.

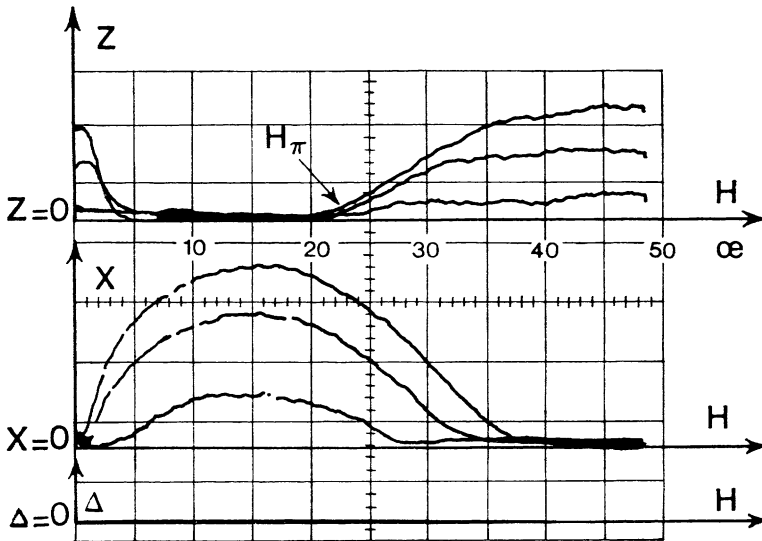


FIG. 7-10. — Cavité anisotrope : laser polarisé π en champ magnétique nul. Courbes paramétriques $Z(H)$ (en haut), $X(H)$ (au centre) et $\Delta(H) = 0$ (en bas), pour 3 niveaux d'excitation différents ($p = 1,8$ torr).

3° Expériences complémentaires. — a) Deux modes axiaux excités.

A titre de comparaison, nous donnons les courbes paramétriques $X(H)$, $Z(H)$ et $\Delta(H)$, pour plusieurs niveaux d'excitation, lorsque deux modes $TEM_{0,0,n}$ et $TEM_{0,0,n+1}$ sont excités : Δ et Z ne s'annulent plus (fig. 7-11). En régime multimode, l'évolution du laser Zeeman de polarisation libre est donc assez différente de celle observée lorsqu'un seul mode axial est excité; ce résultat souligne la nécessité d'être maître de la structure de mode de l'oscillation.

b) Contrôle de l'excitation.

L'accroissement anormal de X à faible excitation et l'écart Zeeman anormal qui annule X à forte excitation peuvent s'expliquer par une dépendance de la pompe en fonction du champ magnétique. Pour étudier ce point,

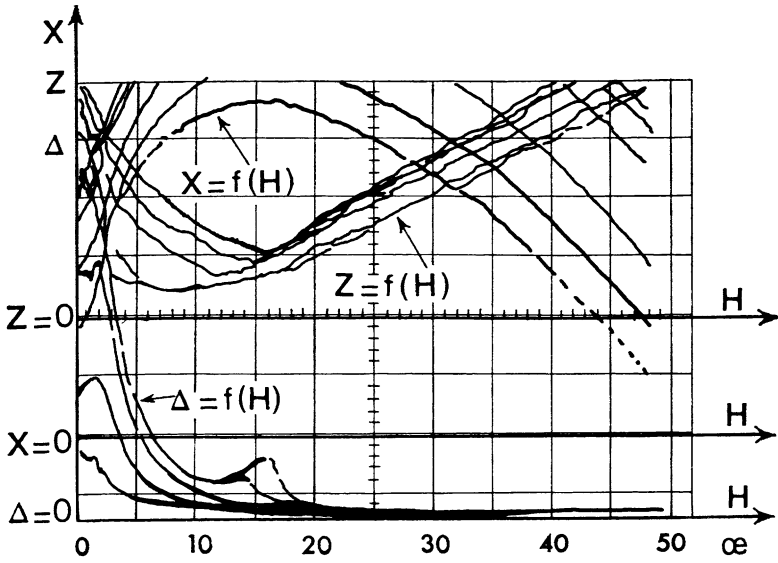


FIG. 7-11. — Deux modes axiaux excités : courbes paramétriques $X(H)$ (en haut), $Z(H)$ (au milieu) et $\Delta(H) \neq 0$ (en bas) pour 5 niveaux d'excitation différents ($p = 1,8$ torr). Sur la voie Δ , le polariseur est orienté π .

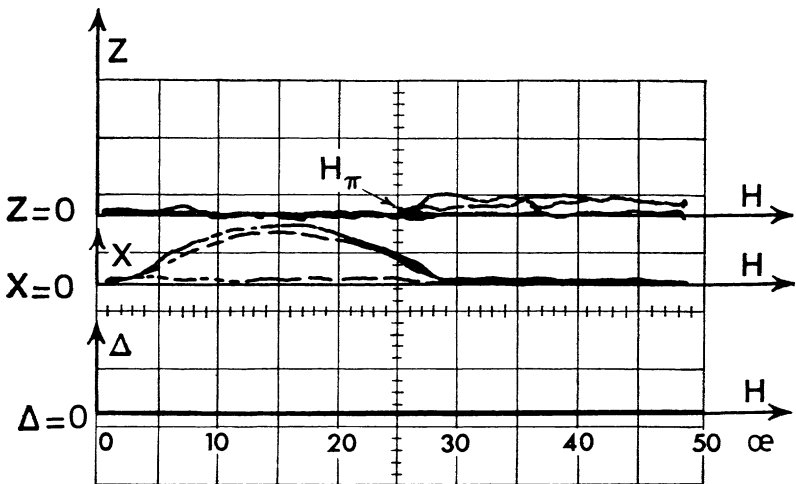


FIG. 7-12. — Cavité isotrope : variation de la pompe en fonction de H , pour 3 niveaux d'excitation inférieurs au seuil en champ magnétique nul ($p = 1,8$ torr).

nous faisons l'expérience suivante : le Pérot-Fabry est à son réglage optimum; l'excitation est réglée inférieure au seuil en champ magnétique nul; le laser n'oscille pas. En appliquant le champ magnétique, on voit apparaître un signal laser (fig. 7-12); ce signal est polarisé σ dans la plage 5-25 Oe, puis π en champ plus fort.

La réapparition de l'oscillation en présence de champ magnétique montre que l'excitation du laser, contrairement à ce que nous avons supposé dans notre modèle, est fonction de H ; bien que très visible sur le signal au voisinage du seuil, la variation relative correspondante de la pompe n'est que de quelque 10^{-3} .

La réapparition du mode H en champ fort montre que la variation magnétique du pompage contient une partie *isotrope*; elle pourrait provenir d'une résonance cyclotron électronique amortie dans la décharge (31 MHz, donc vers 11 Oe), déjà observée en champ plus fort dans une décharge micro-onde [73]; nous avons utilisé une excitation à 70 MHz sans modification apparente.

On ne peut cependant pas exclure l'effet additionnel d'une *anisotropie* de la pompe. Un alignement atomique le long de l'axe privilégié du tube laser est, en effet, possible dans la décharge H. F. [75]. Cet alignement conserve l'isotropie transversale de la vapeur pour $H = 0$; en appliquant le champ magnétique transversal, l'alignement se détruit : s'il était positif, le gain σ augmente alors en champ fort, suivant une loi de type « absorption », de largeur totale γ'_a , comme on le voit facilement sur l'étude du chapitre IV.

C. — Étude d'un laser accordable.

Nous utilisons le dispositif de la figure 6-6; avec des miroirs plans et deux lames de Brewster, l'amorçage du laser sur la raie $1,52 \mu$ est difficile. Pour avoir une idée de l'importance du « Lamb dip », nous avons fait osciller ce laser, avec d'autres miroirs plans, sur la raie de plus fort gain $1,15 \mu$ issue du même niveau supérieur $2s_2$.

La figure 7-13 représente un enregistrement, à des niveaux d'excitation différents, du signal laser (en ordonnée, unités arbitraires) en fonction de l'accord du Pérot-Fabry (en abscisse, une variation de chemin optique de $\lambda/2$ entre miroirs ($\Delta\nu_M = 115$ MHz), correspond à 5,2 cm), $p = 0,67$ torr.

La trace inférieure O donne le zéro; la première trace A représente la variation d'intensité d'un mode unique, la plage d'accord possible étant $\Delta\nu_M$;

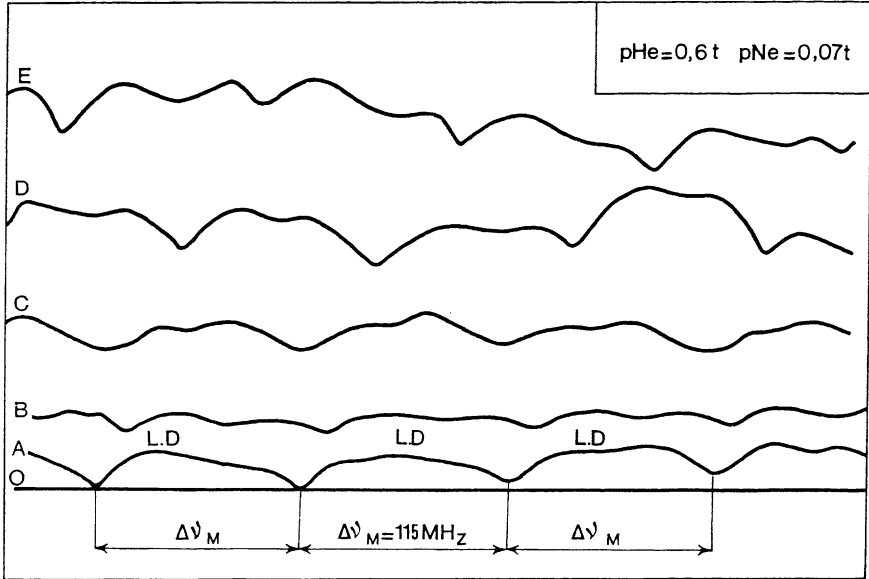


FIG. 7-13. — Signal du laser accordable (en ordonnées, échelle arbitraire) en fonction de la longueur optique du Pérot-Fabry, en abscisse.

les autres traces B, C, D, E correspondent à une oscillation multimode, puisque le signal ne s'annule plus. Sur toutes ces traces, le signal laser montre une périodicité à $\Delta\nu_M$ puisque, en changeant la longueur optique de $\lambda/2$, on remplace un mode axial par son voisin.

Le « Lamb dip » (L. D.) est à peine visible sur la trace A, sous forme d'un méplat peu accentué. Comme les relaxations des niveaux inférieurs $2p_1$ et $2p_4$ des raies $1,52 \mu$ et $1,15 \mu$ sont du même ordre de grandeur [50], nous en déduisons que, à 0,67 torr et $\Delta\nu_M = 115 \text{ MHz}$, le « Lamb dip » n'est pas plus marqué sur la raie $1,52 \mu$. Quand $\Delta\nu_M$ vaut 82,5 MHz (inférieur à 115 MHz), et pour toutes les pressions utilisées avec la raie $1,52 \mu$ (0,9 à 3 torr, supérieures à 0,67 torr), le « Lamb dip » n'est donc plus visible et l'influence de l'accord dans les termes de saturation n'est pas observable; c'est bien ce que nous avons constaté dans l'étude précédente.

En champ magnétique, sur ce laser de polarisation imposée σ , et sur d'au-

tres lasers à lames de Brewster non accordables, nous avons observé un accroissement du signal de polarisation σ , même en régime multimode, sur les raies $1,15 \mu$, $1,52 \mu$ et $0,6328 \mu$ du néon. En polarisation π , le signal n'est pas affecté.

D. — Discussion.

Comparons les résultats des expériences avec ceux de la théorie.

1° Les observations suivantes sont en bon accord avec les prévisions théoriques :

a) En champ magnétique transversal, l'oscillation d'un laser à miroirs internes prend la polarisation σ pour laquelle, à cause de la dépolarisation magnétique de la vapeur, la *saturation* est la plus faible, même lorsque l'oscillation est polarisée π en champ nul.

b) En champ plus fort, la dépolarisation magnétique diminue le couplage entre π et σ ; le mode π réapparaît, l'oscillation σ s'éteint puisque le *gain* disponible pour cette polarisation décroît, par désaccord Zeeman. Dans toute la plage de champ magnétique où les deux modes π et σ oscillent simultanément, leur phase relative (mesurée par battement optique B. F.) est une fonction périodique du temps, et leurs intensités sont stationnaires, ce qui justifie l'étude théorique séparée des amplitudes et des phases.

c) En champ magnétique nul et faible excitation, on peut imposer la polarisation (π ou σ) de l'oscillation en rendant la cavité anisotrope lorsqu'un des axes principaux de \bar{s} coïncide avec \mathbf{H} , l'évolution en champ faible suit les prévisions théoriques.

d) Les diagrammes expérimentaux sont sensibles à la pression. En se plaçant dans les mêmes conditions d'excitation, on a pu évaluer l'ordre de grandeur des relaxations, en bon accord avec les estimations actuellement admises, avec le modèle simplifié des collisions fortes.

2° Il est difficile de faire une comparaison quantitative entre les diagrammes théoriques et expérimentaux :

L'étude expérimentale a fait apparaître, avec les conditions expérimentales choisies, une variation de l'intensité du pompage en fonction du champ magnétique, attribuable à une résonance cyclotron très amortie des électrons de la décharge. Pour en tenir compte théoriquement, il aurait fallu connaître *a priori* cette loi de variation et l'introduire dans ξ et ξ' . Il s'agit d'un effet assez faible (quelque 10^{-3}), dont la mise en évidence directe n'est pas simple.

De ce point de vue, il est important d'étudier un laser de polarisation libre. En observant les changements de *polarisation* du signal, nous faisons une étude *différentielle* de la susceptibilité optique de la vapeur, pour les deux modes de polarisation incohérente et cohérente; les variations isotropes de pompage ne jouent que sur l'*intensité* du signal. Pour cela, nous n'avons pas poussé l'étude des lasers Zeeman de polarisation imposée σ , où l'on ne peut observer que des variations d'intensité de la lumière; ce type de laser est d'ailleurs moins stable, par nature (lames de Brewster).

Une autre difficulté vient de l'anisotropie possible du pompage; on aurait pu faire une théorie plus générale pour en tenir compte. L'alignement observé est cependant très faible ($\sim 10^{-3}$) et semble difficile à mesurer indépendamment.

3° Notre modèle est en défaut :

— en champ magnétique faible, quand la cavité est isotrope. Au lieu du passage discontinu d'un état de polarisation quelconque à la polarisation cohérente σ prévu théoriquement, on observe un passage progressif, sur une plage plus étendue que celle due à l'inhomogénéité de H ,

— en champ magnétique nul, quand la cavité est anisotrope, puisque l'état de polarisation dépend du niveau d'excitation.

Ces divergences s'expliquent par la trop grande simplicité du modèle théorique choisi : nous avons supposé qu'il était possible d'étudier *séparément* les amplitudes et les phases, *stationnaires*, des deux modes; cette hypothèse, expérimentalement bien vérifiée en général, ne l'est pas au voisinage de $H = 0$; on n'observe pas, par exemple, de battements optiques B. F. entre π et σ en champ très faible; il se produit donc une synchronisation des deux modes dont la phase relative (donc l'état de polarisation du signal), peut dépendre de l'intensité émise. On peut même imaginer un régime d'oscillation où ni les phases, ni les amplitudes ne sont stationnaires, mais subissent des pulsations couplées de période variable suivant les conditions initiales, comme on en trouve déjà dans le simple mouvement d'un pendule [24]. Il n'est pas exclu, enfin, que le traitement plus correct de l'effet Döppler et la considération de transitions $J \rightarrow J'$ plus générales, aboutissent à des situations de couplage fort, en champ nul, donc de *régime bistable*, au moins pour certaines fréquences d'accord, comme nous en avons observé [71] sur un autre laser à $1,15 \mu$ ($J = 1 \rightarrow J = 2$).

Il serait donc intéressant de reprendre la théorie dans un cadre plus général, pour étudier l'évolution couplée des amplitudes et des phases, avec le traitement correct de l'effet Döppler donné par Lamb; une telle étude devrait être complétée par une théorie plus sérieuse des relaxations optiques

ou par collision. Il serait alors intéressant de mieux connaître les anisotropies du Pérot-Fabry vide et d'être maître de l'accord du laser à miroirs internes.

On peut dire, pour conclure, que les résultats expérimentaux confirment les prévisions théoriques dans tous les cas où le modèle utilisé correspond à la réalité physique. Ils font aussi apparaître qu'il est difficile de maîtriser les nombreux paramètres qui ont une influence sur le signal, donc d'isoler des phénomènes simples dans le domaine complexe des lasers.

CONCLUSION

Un des problèmes de l'interprétation des spectres optiques consiste à passer des caractéristiques globales de la lumière émise, par une vapeur par exemple, aux propriétés particulières de chaque atome; cette transposition est habituellement difficile; le rayonnement observé est, en effet, profondément affecté par de nombreux phénomènes collectifs et décrit mieux, en général, le comportement statistique des atomes que leurs propriétés intrinsèques. Il est possible de minimiser l'influence de certaines interactions entre atomes (les collisions), en diminuant leur densité dans la vapeur; il n'est pas simple de supprimer les effets d'élargissement des raies dus à leur mouvement et l'un des intérêts des méthodes de la double résonance est précisément de permettre la mesure directe des largeurs naturelles des états excités des atomes.

On peut observer un cheminement analogue dans le domaine des lasers : on s'est d'abord intéressé au gain optique d'une vapeur « inversée », qui détermine les plages d'oscillation du laser, et ce gain fait intervenir le *profil Doppler* de la raie considérée. On a montré ensuite que la saturation, en présence d'ondes stationnaires optiques, était moins élargie par le mouvement que le gain lui-même, ce qui a permis (technique du « Lamb dip ») une détermination optique directe de la *largeur naturelle de la raie* optique. Nous pensons avoir montré, dans ce travail, qu'on pouvait aussi sur un laser Zeeman, voir des effets liés aux *largeurs naturelles des niveaux* considérés, puisque la susceptibilité optique, donc le signal laser, dépend de l'état angulaire de la vapeur, lui-même sensible au champ magnétique. Le champ cohérent d'un laser, cependant, place l'atome dans une superposition de *tous* les niveaux et sous-niveaux intéressés par la transition étudiée : les évolutions de toutes les grandeurs physiques sont couplées; on ne peut évidemment pas utiliser ce laser Zeeman pour mesurer des largeurs naturelles

de raies; cette étude a cependant permis de montrer le lien unissant un phénomène bien connu en lumière incohérente, l'effet Hanle, au comportement moins connu des lasers en champ magnétique.

Parmi les problèmes théoriques posés par ce travail, citons d'abord le calcul de la susceptibilité optique non linéaire en ondes stationnaires optiques, en présence de champ magnétique. La difficulté n'est ici que matérielle; il serait possible et intéressant de reprendre plus rigoureusement le traitement de l'effet Döppler, ce qui permettrait aussi de connaître la loi de dépolarisation magnétique de la vapeur pour une raie inhomogène. De telles études sont actuellement en cours [17, 19, 74].

Ensuite, se pose le problème des relaxations, optique ou par collision.

— L'un des deux niveaux considérés est relié au fondamental, ou à un niveau métastable assez peuplé, pour qu'aux densités d'atomes nécessaires pour l'oscillation, la raie correspondante soit emprisonnée dans la vapeur; la théorie de la diffusion multiple de cette lumière à ces fortes densités (distance entre atomes de l'ordre de la longueur d'onde considérée) reste à faire. L'émission spontanée sur la raie laser devrait aussi être considérée.

— L'étude des collisions, d'autre part, devrait être approfondie dans leur influence sur l'état angulaire et sur le dipôle optique des atomes. Remarquons ici qu'une théorie des collisions utilisant un modèle à deux niveaux, comme on l'a fait jusqu'à présent, permet difficilement l'interprétation du comportement d'un laser réel; dans les théories du laser à deux niveaux, en effet, on suppose aussi un pompage à deux niveaux, ce qui n'est pas le cas dans les lasers réels où le pompage de tous les sous-niveaux Zeeman impose l'étude de la relaxation de l'état angulaire des atomes dans un modèle de plus grandes dimensions.

Les difficultés expérimentales que nous avons rencontrées sont inhérentes aux lasers eux-mêmes : oscillation multimode, instabilité de fréquence optique, effets de plasmas, etc. L'extrême sensibilité des lasers à toutes ces perturbations est le prix de la finesse d'analyse accrue qu'ils apportent dans les domaines conjoints de l'optique, de la physique atomique et de la physique des plasmas.

On peut penser développer ce travail par l'étude de lasers plus complexes, en considérant, par exemple, l'influence supplémentaire d'un champ de radiofréquence et les effets, sur le signal émis, de la résonance magnétique de la vapeur qui l'excite. Dans le cadre d'une étude systématique de l'interaction des champs optiques cohérents avec une vapeur, il nous semble cependant raisonnable de sérier les problèmes; il serait ainsi utile d'étudier

l'évolution des atomes d'une vapeur illuminée par le champ cohérent d'une source laser externe (dépolariation, résonance magnétique, modulation en régime multimode, effet Stark lumineux, etc.) comme on le fait en pompage optique avec des sources de lumière incohérentes et de bien comprendre l'influence des relaxations dans ces systèmes complexes en « boucle ouverte », comme disent les radioélectroniciens, avant de reprendre systématiquement leur étude en « boucle fermée », c'est-à-dire celle de nouvelles variétés de lasers.

ANNEXE I

A. — Calcul des composantes S. R. de $[\mathbf{V}^{(1)} \otimes \langle \mathbf{Q}^{(2)} \rangle]^{(1)}$

On suit les notations de Fano [42]; une première règle de sélection donne :

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2.$$

1. Composante d'ordre zéro.

Il faut calculer $\langle l_1 l_2 | m \mathbf{P} | l_1 m_1 \mathbf{P}_1, l_2 m_2 \mathbf{P}_2 \rangle$; on a forcément : $m_1 = m_2$, donc les deux possibilités :

$m_1 = m_2 = 1$, qui donne :

$$\langle 11, 2-1 | 10 \rangle [\mathbf{V}_{1+}^{(1)} \langle \mathbf{Q}_{1+}^{(2)} \rangle + \mathbf{V}_{1-}^{(1)} \langle \mathbf{Q}_{1-}^{(2)} \rangle]$$

$m_1 = m_2 = 0$, qui donne :

$$\langle 10, 20 | 10 \rangle [-\mathbf{V}_0^{(1)} \langle \mathbf{Q}_0^{(2)} \rangle]$$

On calcule les Clebsch-Gordan, d'après Condon et Shortley [48], et en explicitant les composantes de $\langle \mathbf{Q} \rangle$, on trouve :

$$[\mathbf{V}^{(1)} \otimes \langle \mathbf{Q}^{(2)} \rangle]_0^{(1)} \equiv \sqrt{\frac{3}{20}} [\mathbf{V}_x \langle \mathbf{P}_x \mathbf{P}_z + \mathbf{P}_z \mathbf{P}_x \rangle + (2/3) \mathbf{V}_z \langle 2\mathbf{P}_z^2 - \mathbf{P}_x^2 - \mathbf{P}_y^2 \rangle]$$

2. Composantes d'ordre un.

1° Composante 1^+ . — On a encore $\mathbf{P}_1 = \mathbf{P}_2$ (car $\mathbf{P} = +1$ et $\mathbf{P} = \mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2$).

a) $m_1 = 0, m_2 = 1$ et $\mathbf{P}_2 = +$ donne la contribution :

$$-\langle 10, 21 | 11 \rangle \mathbf{V}_0^{(1)} \langle \mathbf{Q}_{1+}^{(2)} \rangle$$

b) $m_1 = 1, m_2 = 0$ et $\mathbf{P}_1 = +$ donne la contribution :

$$-\langle 11, 20 | 11 \rangle \mathbf{V}_{1+}^{(1)} \langle \mathbf{Q}_0^{(2)} \rangle$$

c) $m_1 = 1, m_2 = 2$. Ou bien : $\mathbf{P}_1 = +, \mathbf{P}_2 = +$, ce qui donne :

$$(1/\sqrt{2}) \langle 1-1, 22 | 11 \rangle \mathbf{V}_{1+}^{(1)} \langle \mathbf{Q}_{2+}^{(2)} \rangle$$

ou bien $\mathbf{P}_1 = -, \mathbf{P}_2 = -$, ce qui donne :

$$(1/\sqrt{2}) \langle 1-1, 22 | 11 \rangle \mathbf{V}_{1-}^{(1)} \langle \mathbf{Q}_{2-}^{(2)} \rangle$$

En explicitant, on trouve :

$$[\mathbf{V}^{(1)} \otimes \langle \mathbf{Q}^{(2)} \rangle]_{1+}^{(1)} \equiv \sqrt{\frac{3}{20}} [V_z \langle P_x P_z + P_z P_x \rangle + V_x \langle P_x^2 - P_y^2 \rangle + V_y \langle P_x P_y + P_y P_x \rangle - (1/3)V_x \langle 2P_z^2 - P_x^2 - P_y^2 \rangle]$$

2° Composante 1⁻. — Ici, P₁ = - P₂ (P = -).

a) m₁ = 0, donc m₂ = 1 et P₂ = - donne :

$$- \langle 10, 21 \mid 11 \rangle V_0^{(1)} \langle Q_{1-}^{(2)} \rangle$$

b) m₁ = 1, m₂ = 0, alors P₂ = + et P₁ = -, ce qui donne :

$$- \langle 11, 20 \mid 11 \rangle V_{1-}^{(1)} \langle Q_0^{(2)} \rangle$$

c) m₁ = 1, m₂ = 2; si P₁ = + et P₂ = -, on obtient :

$$(1/\sqrt{2}) \langle 1-1, 22 \mid 11 \rangle V_{1+}^{(1)} \langle Q_{2-}^{(2)} \rangle$$

si P₁ = - et P₂ = +, on a :

$$- (1/\sqrt{2}) \langle 1-1, 22 \mid 11 \rangle V_{1-}^{(1)} \langle Q_{2+}^{(2)} \rangle$$

et en explicitant, on trouve :

$$[\mathbf{V}^{(1)} \otimes \langle \mathbf{Q}^{(2)} \rangle]_{1-}^{(1)} \equiv \sqrt{\frac{3}{20}} [V_z \langle P_y P_z + P_z P_y \rangle - (1/3)V_y \langle 2P_z^2 - P_x^2 - P_y^2 \rangle + V_x \langle P_x P_y + P_y P_x \rangle - V_y \langle P_x^2 - P_y^2 \rangle]$$

On supprime le coefficient $\sqrt{3/20}$ en définissant un produit non normalisé :

$$[\mathbf{V}^{(1)} \times \langle \mathbf{Q}^{(2)} \rangle]^{(1)} \equiv \sqrt{20/3} [\mathbf{V}^{(1)} \otimes \langle \mathbf{Q}^{(2)} \rangle]^{(1)}$$

B. — Calcul des composantes S. R. de $[\epsilon^{(1)} \otimes \langle \mathbf{Q}^{(2)} \rangle]^{(2)}$

La première règle de sélection est maintenant P = - P₁P₂; prenons ε sur l'axe Oz, pour simplifier : il n'y a pas de composantes d'ordre 0 dans le produit.

1° Composantes d'ordre un. — a) m = 1, P = + alors P₂ = -, P₁ = +, ce qui donne :

$$- \langle 10, 21 \mid 21 \rangle \epsilon_0^{(1)} \langle Q_{1-}^{(2)} \rangle$$

b) m = 1, P = - alors : P₂ = +, P₁ = +, ce qui donne :

$$- \langle 10, 21 \mid 21 \rangle \epsilon_0^{(1)} \langle Q_{1+}^{(2)} \rangle$$

2° Composantes d'ordre deux. — Comme m₁ = 0, m₂ vaut 2.

a) P = + (alors P₂ = -) et l'on a :

$$- \langle 10, 22 \mid 22 \rangle \epsilon_0^{(1)} \langle Q_{2-}^{(2)} \rangle$$

b) $\mathbf{P} = -$ (alors $\mathbf{P}_2 = +$) et l'on a :

$$\langle 10, 22 \mid 22 \rangle \varepsilon_0^{(1)} \langle \mathbf{Q}_{2+}^{(2)} \rangle$$

En explicitant les Clebsch-Gordan et les composantes de $\langle \mathbf{Q} \rangle$, on trouve :

$$[\varepsilon^{(1)} \otimes \langle \mathbf{Q}^{(2)} \rangle]_{1+}^{(2)} \equiv (1/2\sqrt{3})\varepsilon \langle \mathbf{P}_y \mathbf{P}_z + \mathbf{P}_z \mathbf{P}_y \rangle$$

$$[\varepsilon^{(1)} \otimes \langle \mathbf{Q}^{(2)} \rangle]_{1-}^{(2)} \equiv - (1/2\sqrt{3})\varepsilon \langle \mathbf{P}_z \mathbf{P}_x + \mathbf{P}_x \mathbf{P}_z \rangle$$

$$[\varepsilon^{(1)} \otimes \langle \mathbf{Q}^{(2)} \rangle]_{2+}^{(2)} \equiv (1/2\sqrt{3})2\varepsilon \langle \mathbf{P}_x \mathbf{P}_y + \mathbf{P}_y \mathbf{P}_x \rangle$$

$$[\varepsilon^{(1)} \otimes \langle \mathbf{Q}^{(2)} \rangle]_{2-}^{(2)} \equiv - (1/2\sqrt{3})2\varepsilon \langle \mathbf{P}_x^2 - \mathbf{P}_y^2 \rangle$$

ce qui amène à définir le produit non normalisé :

$$[\varepsilon^{(1)} \times \langle \mathbf{Q}^{(2)} \rangle]^{(2)} \equiv - \sqrt{6} [\varepsilon^{(1)} \otimes \langle \mathbf{Q}^{(2)} \rangle]^{(2)}$$

Le moment quadrupolaire transversal précesse autour de ϵ et s'annule en champ magnétique fort ; son intensité, définie par : $I^2 = \langle Q_{2+} \rangle^2 + \langle Q_{2-} \rangle^2$, décroît en : $I = I_0 \cos \varphi' \cos \varphi''$ où φ'' , l'angle d'évolution propre de $\langle Q_2 \rangle$, est donné par : $\text{tg } \varphi'' = 2\epsilon \tau_a$; de même, les axes principaux de $\langle Q \rangle$ dans xoy ont tourné d'un angle θ défini par : $\text{tg } 2\theta = \langle Q_{2-} \rangle / \langle Q_{2+} \rangle$; ce sont donc les bissectrices de (xoc) et θ vaut $(\varphi' + \varphi'')/2$, à $\pi/2$ près. Comme τ_a est supérieur à τ_{ab} , on peut dire que la dépolarisation magnétique transversale se produit avant que $\langle Q_0 \rangle$ décroisse, par désaccord Zeeman; il suffit que les sous-niveaux Zeeman de a se séparent pour que les $\langle Q_{2\pm} \rangle$ s'annulent sans que $\langle Q_0 \rangle$ ait beaucoup varié ($\cos^2 \varphi' \sim 1$).

On caractérise souvent la dépolarisation par :

$$\delta = \langle P_x^2 - P_y^2 \rangle / \langle P_x^2 + P_y^2 \rangle ;$$

δ est proportionnel à $\langle Q_{2+} \rangle / \langle Q_0 \rangle$ et vaut :

$$\delta = \cos \varphi'' \cdot \cos (\varphi' + \varphi'') / \cos \varphi' = \cos^2 \varphi'' - \sin \varphi'' \cdot \epsilon \tau_{ab}.$$

Quand τ_{ab} est nul, δ décroît comme $[1 + 4\epsilon^2 \tau_a^2]^{-1}$; on reconnaît la formule classique de l'effet Hanle. Les relations plus générales obtenues pour $\tau_{ab} \neq 0$ représentent, à l'ordre deux de perturbation, la dépolarisation magnétique de la vapeur en raie homogène quand la lumière induit un dipôle macroscopique $\langle P \rangle$ sensible au champ magnétique H ; c'est un effet Hanle *distordu* par le désaccord Zeeman.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] BROSEL J. et BITTER F., *Phys. Rev.*, t. 86, 1952, p. 311.
- [2] KASTLER A., *J. Phys.*, t. 11, 1950, p. 255.
- [3] BROSEL J., *Quantum Optics and Electronics*, Gordon and Breach, New York, 1965.
- [4] GLAUBER R. J., *Phys. Rev.*, t. 131, 1963, p. 2766.
- [5] HANLE W., *Z. f. Phys.*, t. 30, 1924, p. 93. Voir aussi : MITCHELL A. C. G. et ZEMANSKY M. W., *Resonance Radiation and Excited Atoms* (Cambridge University Press, London, 1934).
- [6] DEHMELT H. G., *Phys. Rev.*, t. 105, 1957, p. 1924.
- [7] DODD J. N. et SERIES G. W., *Proc. Royal Soc.*, t. A 263, 1961, p. 353. Voir aussi : DODD J. N., SERIES G. W. et TAYLOR M. J., *Proc. Royal Soc.*, t. A 273, 1963, p. 41.
- [8] COHEN-TANNOUDJI C., *Thèse Paris*, 1962; *Ann. Phys.*, t. 7, 1962, p. 443 et 469.
- [9] BARAT J. P., *Thèse Paris*, 1959; *J. Phys. Rad.*, t. 20, 1959, p. 541, 633 et 657.
- [10] VAN DER POL B., *Proc. I. R. E.*, t. 22, 1934, p. 1051.
- [11] LAMB W. E., Jr., *Phys. Rev.*, t. 134, 1964, p. A 1429.
- [12] FOX A. G. et LI T., *Bell. Syst. Techn. J.*, t. 40, 1961, p. 453.
- [13] PAANANEN R. R., TANG C. L. et STATZ H., *Proc. I. R. E.*, t. 51, 1963, p. C 63.
- [14] CULSHAW W., KANNELAUD J. et LOPEZ F., *Phys. Rev.*, t. 128, 1962, p. 1747.
- [15] CULSHAW W. et KANNELAUD J., *Phys. Rev.*, t. 133, 1964, p. A 691.
- [16] DIAKONOV M. I., *J. Phys. théor. et expér.*, t. 49, 1965, p. 1169 (en russe).

- [17] FORK R. L. et SARGENT M., III, *Phys. Rev.*, t. 139, 1965, p. A 617.
- [18] DE LANG H., *Proc. of the Zeeman Cent. Conf.*, Amsterdam, 1964 (à paraître).
- [19] POLDER D. et VAN HAERINGEN W., *Phys. Lett.*, t. 19, 1965, p. 380.
- [20] FANO U., *Rev. Mod. Phys.*, t. 29, 1957, p. 74.
- [21] SLATER J. C., *Microwave Electronics*, Van Nostrand, London, 1950.
- [22] CROWELL M. H., *I. E. E. E. J. Quantum Electronics*, t. Q. E. 1, 1965, p. 12.
- [23] SCHAWLOW A. L. et TOWNES C. H., *Phys. Rev.*, t. 112, 1958, p. 1940.
- [24] LAMB W. E., Jr., *Quantum Optics and Electronics*, Gordon and Breach, New York, 1965.
- [25] LAX M., *Proc. Phys. Quantum Electronics Conf.*, Porto-Rico, 1965 (à paraître).
- [26] KORENMAN V., *Phys. Rev. Lett.*, t. 14, 1965, p. 293.
- [27] SCULLY M., *Proc. Phys. Quantum Electronics Conf.*, Porto-Rico, 1965 (à paraître).
- [28] TANG C. L. et STATZ H., *Phys. Rev.*, t. 128, 1962, p. 1013.
- [29] FORRESTER A. T., GUDMUNSEN R. A. et JOHNSON P. O., *Phys. Rev.*, t. 99, 1955, p. 1961.
- [30] WEISSKOPF V. et WIGNER E., *Z. f. Phys.*, t. 63, 1930, p. 54; *Z. f. Phys.*, t. 65, 1930, p. 18.
- [31] BLOCH F. et SIEGERT A., *Phys. Rev.*, t. 57, 1940, p. 522.
- [32] DAVID L. W., *Proc. I. R. E.*, t. 51, 1963, p. 76.
- [33] SLATER J. C., *Quantum Theory of Atomic Structure*, t. 2, 1960, p. 224. Édité par McGraw-Hill Inc., New York, 1960.
- [34] DURAND G., *C. R. Acad. Sci. Paris*, t. 258, 1964, p. 510.
- [35] BENNETT W. R., Jr., *Phys. Rev.*, t. 126, 1962, p. 580.
- [36] SZÖKE A. et JAVAN A., *Phys. Rev. Lett.*, t. 10, 1963, p. 521.
- [37] JAVAN A., *Proc. Phys. Quantum Electronics Conf.*, Porto-Rico, 1965 (à paraître).
- [38] KASTLER A., *C. R. Acad. Sci. Paris*, t. 252, 1961, p. 2396.
- [39] ALEKSANDROV E. B., *Optics and Spectroscopy*, t. 14, 1963, p. 233.
- [40] BELL W. E. et BLOOM A. L., *Phys. Rev. Lett.*, t. 6, 1961, p. 280.
- [41] CORNEY A. et SERIES G. W., *Proc. Phys. Soc.*, t. 83, 1964, p. 207; t. 83, 1964, p. 213.
- [42] FANO U., *J. Math. Phys.*, t. 1, 1960, p. 417.
- [43] FANO U., *Phys. Rev.*, t. 133, 1964, p. B 828.
- [44] LANDAU L. D. et LIFSHITZ E. M., *Electrodynamics of Continuous Media*. Pergamon Press, Oxford, 1960 (p. 256, en particulier, sur les échanges de tension dans les milieux dispersifs).
- [45] GYORFFY B. L. et LAMB W. E., Jr., *Proc. Phys. Quantum Electronics Conf.*, Porto-Rico, 1965 (à paraître).
- [46] FORK R. L. et POLLACK M. A., *Phys. Rev.*, t. 139, 1965, p. A 1408.
- [47] MCFARLANE R. A., PATEL C. K. N., BENNETT W. R., Jr. et FAUST W. L., *Proc. I. R. E.*, t. 50, 1962, p. 2111.
- [48] CONDON E. V. et SHORTLEY G. H., *The Theory of Atomic Spectra*, Cambridge, 1959.
- [49] RACAH G., *Phys. Rev.*, t. 61, 1942, p. 537 (L).
- [50] BENNETT W. R., Jr., KINDLMANN P. J. et MERCER G. N., *Appl. Optics*, suppl. 2, 1965, p. 34.
- [51] HOLSTEIN T., *Phys. Rev.*, t. 72, 1947, p. 1212; *Ibid.*, t. 83, 1951, p. 1159.
- [52] BENNETT W. R., Jr., *Appl. Optics*, suppl. 1, 1962, p. 24.
- [53] LADENBURG R., *Z. f. Phys.*, t. 48, 1928, p. 15; *Rev. Mod. Phys.*, t. 5, 1933, p. 243.
- [54] KLOSE J. Z., *Bull. Amer. Phys. Soc.*, t. 9, 1964, p. 488.

- [55] JAVAN A., *Quantum Optics and Electronics*, Gordon and Breach, New York, 1965.
- [56] ANDERSON P. W. et TALMAN J. D., *Proc. of the Conf. on Broadening of Spectral Lines*, 1956, p. 29 (non publié); *Bell Syst. Monograph.*, 3117.
- [57] OMONT A., *J. Phys. Rad.*, t. 26, 1965, p. 26.
- [58] HAPPER W. et SALOMAN E. B., *Phys. Rev. Lett.*, t. 15, 1965, p. 441.
- [59] PARKS J. H. et JAVAN A., *Phys. Rev.*, t. 139, 1965, p. A 1351.
- [60] JAVAN A., BENNETT W. R., Jr. et HERRIOTT D. R., *Phys. Rev. Lett.*, t. 6, 1961, p. 106.
- [61] TIEN P. K., MACNAIR D. et HODGES H. L., *Phys. Rev. Lett.*, t. 12, 1964, p. 30.
- [62] BYRON F. W. et FOLEY H. M., *Phys. Rev.*, t. 134, 1964, p. A 625.
- [63] HOLSTEIN T., ALPERT D. et MACCOUBREY A. O., *Phys. Rev.*, t. 85, 1953, p. 985.
- [64] PIKETTY-RIVES C. A., GROSSETÊTE F. et BROSSEL J., *C. R. Acad. Sci. Paris*, t. 258, 1964, p. 1189.
- [65] SZÖKE A., *Proc. Phys. Quantum Electronics Conf.*, Porto-Rico, 1965 (à paraître).
- [66] KOSTER G. F. et STATZ H., *J. Appl. Phys.*, t. 32, 1961, p. 2054.
- [67] BOYD G. D., *Electronique Quantique*, 3^e Conf. Int., Paris, Grivet P. et Bloembergen N., p. 1173, édité par Dunod, Paris, 1964.
- [68] STATZ H., PAANANEN R. R. et KOSTER G. F., *J. Appl. Phys.*, t. 33, 1962, p. 2319 et *Bull. Amer. Phys. Soc.*, t. 11, 7, 1962, p. 195.
- [69] BRACHET C., DECOMPS B., DURAND G. et coll., *C. R. Acad. Sci. Paris*, t. 255, 1962, p. 73.
- [70] DECOMPS B., DUMONT M. et DURAND G., *C. R. Acad. Sci. Paris*, t. 256, 1963, p. 1705.
- [71] DUMONT M. et DURAND G., *C. R. Acad. Sci. Paris*, t. 257, 1963, p. 2974.
- [72] DUMONT M. et DURAND G., *Phys. Lett.*, t. 8, 1964, p. 100.
- [73] AHMED S. A. et KOCHER R. C., *Proc. I. E. E. E.*, t. 52, 1964, p. 1737.
- [74] HEER C. V. et GRAFT R. D., *Phys. Rev.*, t. 140, 1965, p. A 1088.
- [75] PEBAY-PEROULA J. C., Communication privée.

(Manuscrit reçu le 23 février 1966).

SOMMAIRE

INTRODUCTION	Pages 264
------------------------	--------------

PARTIE THÉORIQUE

AVANT-PROPOS	268
CHAPITRE PREMIER. — Modèle de base d'un laser Zeeman	270
A. — Choix du modèle	270
B. — Les équations de base	275
CHAPITRE II. — Théorie du laser Zeeman excité par une raie homogène	279
A. — Introduction du pompage dans l'équation du mouvement	279
B. — Intégration approchée de l'équation du mouvement. Théorie linéaire	281
C. — Théorie non linéaire	286
CHAPITRE III. — Théorie du laser Zeeman excité par une raie Döppler	302
A. — Contribution à la susceptibilité des groupes d'atomes de vitesse donnée	304
B. — Calcul de la susceptibilité globale	306
C. — Oscillations du laser en régime stationnaire	312
CHAPITRE IV. — Interprétation physique	316
A. — Introduction	316
B. — Représentation géométrique de l'équation d'évolution	316
C. — Étude du régime stationnaire	325
D. — Saturation en champ cohérent et pompage optique	333
CHAPITRE V. — Calcul de la polarisation d'un laser réel	334
A. — Étude des relaxations pour une raie particulière	334
B. — Équations du mouvement en présence de collisions	340
C. — Calcul des conditions d'oscillation du laser Zeeman	341

PARTIE EXPÉRIMENTALE

CHAPITRE VI. — Introduction à la partie expérimentale	347
A. — Objet des expériences	347
B. — Choix des conditions expérimentales	347
C. — Méthodes expérimentales	350

	Pages
CHAPITRE VII. — Résultats des expériences	358
A. — Polarisation d'un laser à miroirs internes en champ magnétique nul	358
B. — Polarisation d'un laser à miroir interne en présence de champ magnétique	361
C. — Étude d'un laser accordable	369
D. — Discussion	371
CONCLUSION	373
ANNEXE I	376
ANNEXE II.	379
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES	380
