

LÉON MARTY

## **Contribution à l'étude expérimentale de l'écoulement des fluides**

*Annales de la faculté des sciences de Toulouse 3<sup>e</sup> série*, tome 22 (1930), p. 41-146

[http://www.numdam.org/item?id=AFST\\_1930\\_3\\_22\\_\\_41\\_0](http://www.numdam.org/item?id=AFST_1930_3_22__41_0)

© Université Paul Sabatier, 1930, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de la faculté des sciences de Toulouse » (<http://picard.ups-tlse.fr/~annales/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

# CONTRIBUTION A L'ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

DE

# L'ÉCOULEMENT DES FLUIDES

Par M. LÉON MARTY.

---

## INTRODUCTION

Deux volumes  $V_1$  et  $V_2$  contenant un fluide de même nature ou des fluides différents sont séparés par une cloison étanche percée d'un orifice. On établit entre les deux milieux une différence de pression constante ou variable. Quelles sont les différentes formes de l'écoulement? Quelle relation existe entre la pression et le débit? En particulier, que devient le débit sous une pression variable?

J'étudie d'abord l'écoulement uniforme sous pression constante (1<sup>re</sup> partie). Je trouve quatre formes principales. La première est caractérisée par l'absence totale de tourbillons; ils apparaissent pour les formes suivantes et se développent plus ou moins.

Je suis ainsi conduit à étudier la formation des tourbillons circulaires (anneau-tourbillon) (2<sup>me</sup> partie).

J'aborde ensuite l'écoulement variable (3<sup>me</sup> partie). L'écoulement variable pose le problème de la mesure d'une pression moyenne. J'étudie à ce sujet de curieux phénomènes rassemblés sous le titre « effet soupape ».

On peut obtenir un écoulement, sous pression constante ou non, en obturant périodiquement l'orifice. Le mouvement de l'obturateur peut être entretenu par l'écoulement qu'il crée. Un obturateur ainsi entretenu n'est autre chose qu'une anche; d'où l'étude de la mécanique de l'anche.

Je développe longuement dans ce mémoire la première et la troisième partie. Pour la seconde, je résume les résultats obtenus. L'exposé détaillé de mes expériences sur les anneaux-tourbillon paraîtra dans les volumes que M. H. Bouasse, professeur à la Faculté des Sciences de Toulouse, publie sur les « Tourbillons ».

En ce qui concerne la mécanique de l'anche, j'ai obtenu, par un procédé spécial d'enregistrement, les trajectoires d'anches de basse fréquence dans l'air ou dans l'eau. Les singularités de ces trajectoires éclairent le mécanisme de l'entretien. J'ai ainsi découvert un régime particulier des tuyaux à anche. L'exposé détaillé de ces recherches paraîtra également dans le volume de M. Bouasse sur les « Tourbillons ».

Le présent travail a été exécuté au Laboratoire de Physique de la Faculté des Sciences de Toulouse. M. Bouasse a bien voulu diriger mes recherches et mettre à ma disposition les ressources de son laboratoire. Je le remercie des conseils qu'il m'a prodigués, plus encore de ses critiques, qui m'obligeant à multiplier et à varier mes expériences, m'ont permis de ne point passer à côté d'intéressants phénomènes.

---

# PREMIÈRE PARTIE

## ÉCOULEMENT UNIFORME

---

### CHAPITRE PREMIER

#### Technique.

Les phénomènes variant avec la vitesse, il en est de même de la technique.

**1. — Étude de l'écoulement aux faibles vitesses.** — L'écoulement mettant en jeu de très petites quantités de liquide, utilisons le dispositif de la figure 1. Une cuve C, vitrée, dont la section carrée mesure 15 cm. de côté, porte, mastiquée en son milieu, une cloison AB percée de l'orifice à étudier. Un tuyau de caoutchouc TT' relie la cuve à un réservoir R. Une pince, dont le serrage est commandé par une vis, permet de serrer plus ou moins le tube. — Emplissons la cuve d'eau chargée de poudre d'aluminium, et le réservoir R d'un liquide plus dense (mercure ou aniline). Laissons s'établir l'équilibre hydrostatique. Une lentille cylindrique éclaire fortement un plan mince, passant par l'axe de l'orifice. Les particules d'aluminium en suspension dans l'eau apparaissent brillantes sur fond noir.

Pour obtenir un écoulement très lent de  $V_1$  dans  $V_2$ , élevons R, desserrons très légèrement la pince. Le liquide de R s'étale à la partie inférieure de la cuve, et nous obtenons à travers O un écoulement très régulier, que l'on peut inverser en abaissant R.

L'observation des particules d'aluminium donne à la fois : la forme des lignes de courant, et une idée de la distribution des vitesses. La photographie du phénomène ne donne rien de net. Les courants de convection, les déplacements propres des particules (chute ou ascension), l'emportent à une faible distance de l'orifice sur les mouvements dus à l'écoulement étudié.

Le dispositif ci-dessus permet l'étude de l'écoulement de tous les fluides, gaz compris. Pour ces derniers, il est commode d'enduire les bords de l'orifice d'une solution de phosphore dans le sulfure de carbone. Le sulfure s'évapore et abandonne du phosphore divisé, qui s'oxydant lentement à l'air donne dans les écoulements de très minces filets de fumée.



2. — Étude de l'écoulement aux vitesses moyennes ou grandes. — Pour des charges, par suite des vitesses suffisantes, l'écoulement donne un jet et met en jeu

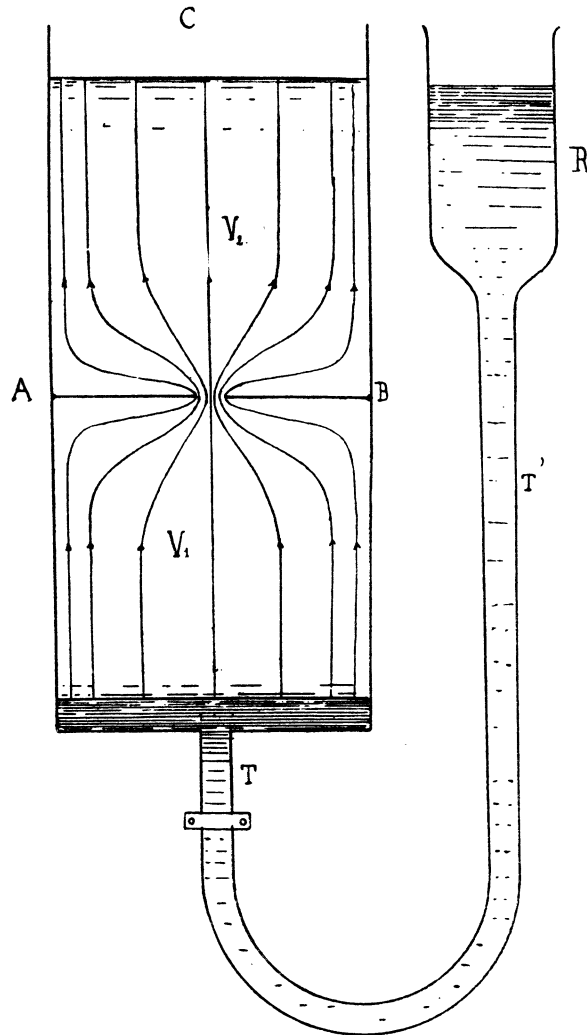


FIG. 1.

de grandes quantités de liquide. Le dispositif précédent ne convient plus; adoptons celui de la figure 2.

Les jets sortent d'orifices circulaires percés dans des disques de fer-blanc d'une épaisseur voisine de 0,2 mm. Ces disques P s'appliquent sur une plaque de fer épaisse de 1 cm. Ils sont fixés par un collier C adapté au tuyau amenant l'eau. Une couronne de caoutchouc assure l'étanchéité. Des boulons BB' permettent le serrage; il suffit de les dévisser pour pouvoir aisément changer les disques P.

J'ai utilisé des orifices de diamètre compris entre 0,5 et 10 mm., et aussi des fentes à bords parallèles de largeur variant entre les mêmes limites.

La vitesse des jets doit rester invariable au cours d'une expérience; utilisons un réservoir à niveau constant. Pour des vitesses supérieures à  $6,5 \frac{m}{s}$  nécessitant des charges supérieures à 2 m., utilisons l'eau d'une canalisation de la ville. Un manomètre relié au tuyau d'amenée permet de s'assurer que la pression demeure invariable au cours d'une expérience.

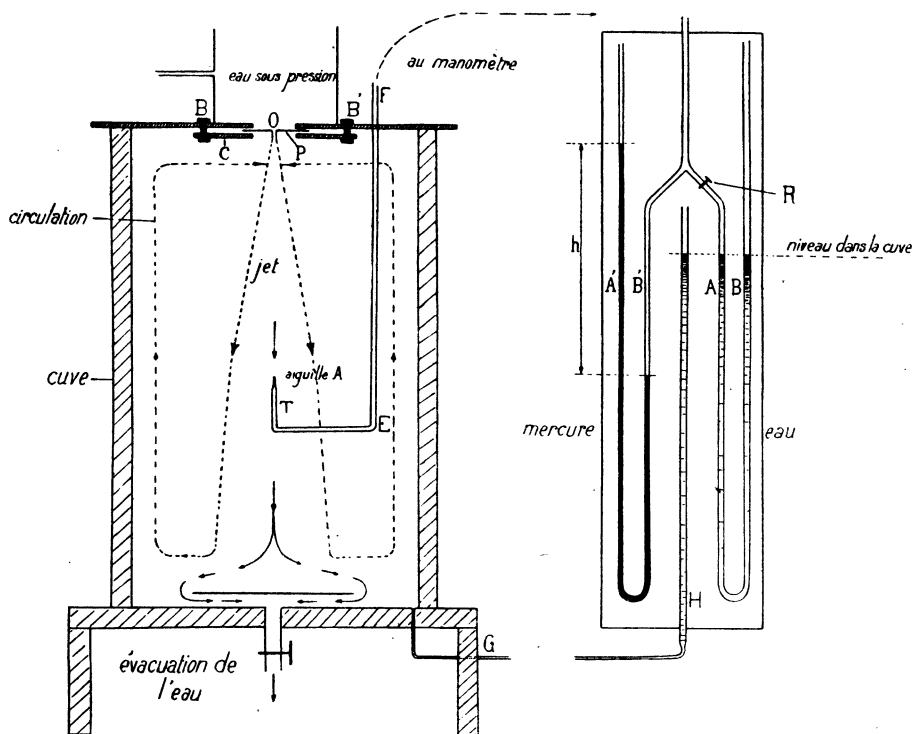


FIG. 2.

Les jets sont reçus dans une cuve vitrée, profonde de 70 cm., et dont la section carrée mesure 30 cm. de côté. Un orifice percé à la partie inférieure assure l'évacuation de l'eau. Cet orifice est recouvert d'un disque afin d'éviter une aspiration dans l'axe. Pour la détermination des vitesses j'emploie un tube de Pitôt, constitué de la manière suivante : Un tube de cuivre de 6 mm. de diamètre long de 10 cm. porte à sa partie supérieure une aiguille en acier creuse (aiguille de seringue hypodermique), longue de 2 cm. et d'un diamètre variant avec celui du jet étudié. L'aiguille et le tube T sont reliés à un manomètre par un tuyau de caoutchouc EF. Le manomètre est double; l'une des branches AB est à eau, l'autre A'B' à mercure. Pour

des vitesses inférieures à 3 ou 4  $\frac{m}{s}$  (exploration des bords de la veine) j'utilise la branche AB. Pour des vitesses supérieures je supprime la communication avec AB et me sers de la branche à mercure A'B'. Un tube GH donne le niveau de l'eau dans la cuve.

L'aiguille est fixée à un chariot mobile le long d'une glissière verticale. Une vis au pas de 1 mm. permet de déplacer l'aiguille de quantités connues. Le chariot et la glissière verticale sont eux-mêmes solidaires d'un deuxième chariot mobile sur une glissière horizontale. Une vis au pas de 1 mm. permet des déplacements horizontaux de grandeur connue. On peut donc déplacer l'aiguille selon l'axe ou normalement à l'axe, et déterminer ainsi la distribution des vitesses dans des sections droites situées à des distances variables de l'orifice.

Pour déterminer la forme du jet, on a coutume aux faibles vitesses de colorer le liquide du jet avec une solution de permanganate de potassium et de le lancer dans de l'eau additionnée d'un réducteur (bisulfite ou sulfate ferreux). La méthode est défectueuse, car les solutions de permanganate et de bisulfite ont tendance à se comporter comme des liquides différents. Il est préférable d'ajouter l'eau du jet d'une faible quantité de phthaléine rouge par une base et de la recevoir dans de l'eau acidulée.

J'utilise aussi de la poudre d'aluminium (selon la technique précédemment indiquée); on peut avec elle étudier l'entraînement de l'eau par la veine et les circulations qui s'établissent dans la masse. Elle permet en outre la photographie des phénomènes; et par suite la détermination des vitesses.

Sur les clichés ou courbes relatifs à la distribution des vitesses, les dimensions sont indiquées en mm.  $r$  est la distance d'un point à l'axe de la veine;  $D$  la distance de la section droite considérée à l'orifice.

---

## CHAPITRE II

### Régimes de l'écoulement.

#### A) Orifice circulaire en paroi mince.

**3. — 1° Régime A.** — Déterminons un écoulement très lent du milieu (1) dans le milieu (2). Le phénomène prend dès le début son allure normale. Les lignes de courant, permanentes et stationnaires, sont les trajectoires des particules. Nous les appellerons lignes d'écoulement. Elles sont ouvertes, *quasi symétriques* par rapport au plan AB, et *ressemblent* à celles que prévoit la théorie classique pour un fluide parfait. Dans le milieu 1, le liquide coule sous le plan de A ou B vers O (*fig. 3*), contourne les bords de l'orifice et coule au-dessus de O vers A ou B. Les surfaces de courant sont de révolution autour d'un axe ZZ' normal à AB au centre de l'orifice.

La vitesse axiale, au centre de l'orifice, est de l'ordre de 1 mm. par seconde. Elle augmente légèrement quand on s'éloigne de l'axe, pour diminuer rapidement au voisinage immédiat des bords.

En raison des faibles vitesses, dans l'eau, le phénomène est troublé par les courants de convection, à une petite distance de l'orifice. Pour les liquides très visqueux (huile, sirop), ce régime est assez stable pour que l'on puisse en suivre les effets. Le volume  $v$  de liquide, écoulé de  $V_1$  dans  $V_2$ , prend dans  $V_2$  la forme d'un demi-ellipsoïde, de révolution autour de ZZ'. Par un écoulement inverse, on peut faire repasser dans  $V_1$ , à peu près ce même volume. La symétrie n'est pas absolument parfaite. Pour un écoulement de longue durée, les lignes de courant se modifient légèrement avec le temps, mais la forme de l'écoulement est à peine modifiée. Dans le milieu 1, l'écoulement est surtout intense dans la région centrale; le liquide semble couler dans une sorte d'entonnoir. Dans le milieu 2, le liquide écoulé conserve la forme d'un demi-ellipsoïde, qui aplati au début selon ZZ' devient allongé, en passant par la forme sphérique.

L'écoulement ne détermine la formation d'aucun volume tourbillonnaire. Le régime est currentiligne simple. Il peut être obtenu avec tous les fluides, même avec l'air. Les expériences ont porté sur l'éther, le pétrole, l'eau, les huiles diverses, les sirops de saccharose cuits ou crus, enfin sur les substances colloïdales (blanc d'œuf, solutions de gélatine). Il est d'autant plus stable que la vitesse est plus faible, ou la viscosité plus grande. J'ai utilisé en particulier des sirops de sucre

cuits, dont la viscosité était énorme, et, avec eux, cette forme d'écoulement est la seule que l'on puisse pratiquement obtenir. Pour ces liquides fortement visqueux, il ne peut exister de discontinuité pour la vitesse. Il est donc naturel de trouver des lignes de courant, rappelant celles prévues par la théorie des fluides parfaits, dans l'hypothèse où existe une continuité des vitesses. Toutefois il est bien évident que la théorie ne s'applique pas.

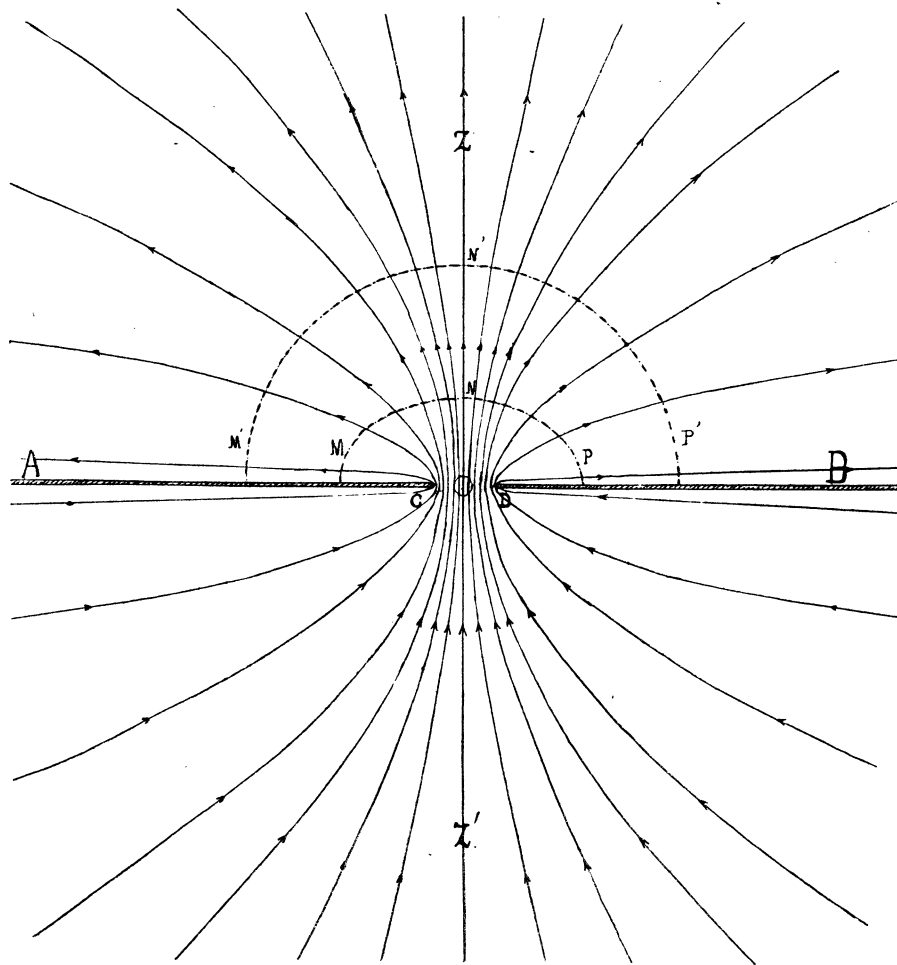


FIG. 3.

Pour un orifice et pour un liquide donnés, à une température donnée, le régime étudié devient instable quand la vitesse d'écoulement dépasse une valeur  $U_0$ . Je n'aurai pu déterminer aisément  $U_0$  que pour des huiles ou des sirops, mais précisément alors  $U_0$  varie dans de grandes limites en raison des grandes variations de la viscosité  $\eta$  avec la température.

L'écoulement des colloïdes présente quelques particularités. Il faut distinguer pour eux deux phases :

1° La solution colloïdale est à l'état de « sol ». Elle se comporte comme les liquides ordinaires. C'est le cas du blanc d'œuf, des solutions de gélatine non prises.

2° La solution colloïdale, coagulée, est à l'état de « gel ». L'écoulement à travers l'orifice est discontinu et accompagné d'une fragmentation de la masse. Il s'effectue selon le schème suivant. Pendant un temps  $T$ , l'écoulement se fait de façon quasi-normale selon le régime ci-dessus décrit. A un moment donné, il se produit une brisure en amont de l'orifice, dans la région axiale. Elle est suivie d'un léger retrait vers le haut de la partie centrale et d'un appel vers l'axe des parties latérales voisines. La cassure et le phénomène de retrait et d'aspiration qu'elle provoque sont quasi-instantanés. L'écoulement recommence, la périodicité du phénomène est de l'ordre de 1 à 2 secondes. Les diverses parties résultant de la fragmentation se ressoldent après leur passage à travers l'orifice. La surface du gel se creuse en entonnoir. Dans l'écoulement des gels, interviennent donc outre la viscosité, la rigidité et une certaine élasticité.

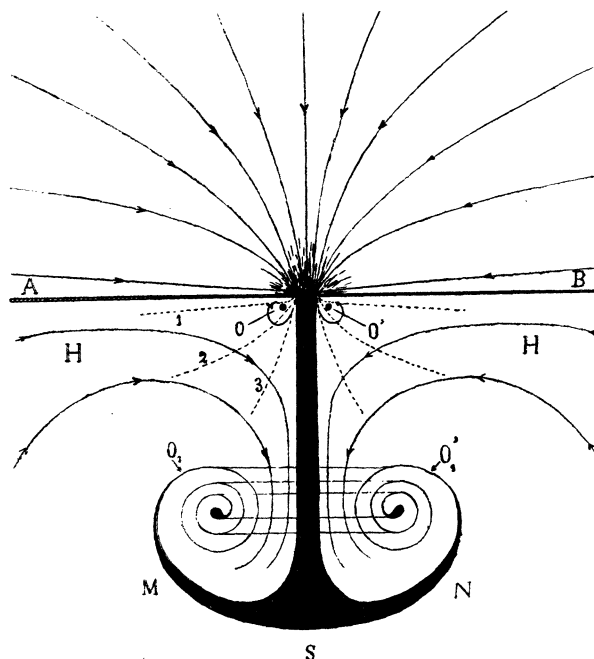


FIG. 5.

4. — 2° Régime B : Jet lisse. — Quand la vitesse est suffisante (supérieure à  $U_0$ ), l'écoulement généralisé fait place au jet. Mais alors que la première forme

prend dès le début son allure normale, l'établissement de la seconde est au contraire toujours précédée de l'existence de la première pendant un temps généralement très court. Le passage d'une forme à l'autre s'accompagne de la formation d'un enroulement pouvant donner un anneau-tourbillon. Je vais décrire d'abord le jet formé; je reviendrai (voir Tourbillons) sur sa formation.

La cuve étant pleine d'eau, physiquement homogène (pas de différence de température) et au repos parfait; déterminons un écoulement dont la vitesse  $U$  sera de l'ordre de 3 à 4  $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$  pour un orifice de diamètre  $d = 4$  mm. Un bourrelet se produit à l'orifice et la veine sort lentement précédée d'une sorte de cloche renversée dont les bords minces s'enroulent (*fig. 5*). Ces enroulements ont été étudiés par Köstchau. Parvenue à une certaine distance dans la masse, variable avec la vitesse initiale, la veine cesse de progresser, elle semble buter sur un obstacle: son extrémité s'élargit, s'épanouit en nappe, et une circulation s'établit dans la masse. La veine conserve une existence nette sur une très grande longueur (plus de 50 cm.) et je n'ai été limité que par les dimensions de la cuve. Elle demeure quasi-cylindrique au début, mais ne tarde pas à devenir légèrement conique, le diamètre croissant, à mesure qu'on s'éloigne de l'orifice. La conicité est d'autant plus marquée que la

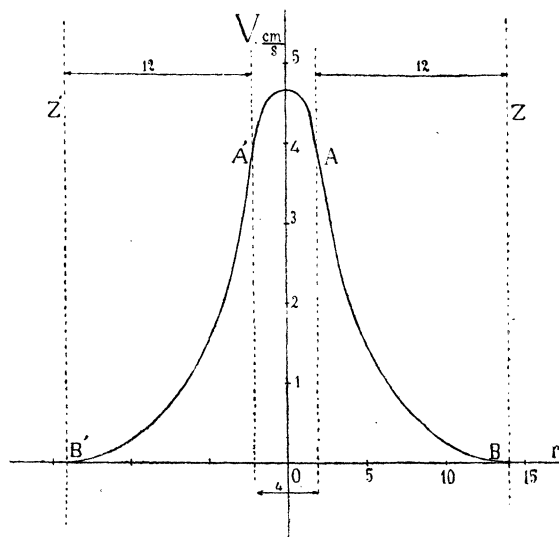


FIG. 6.

vitesse est plus faible, ou à égalité de vitesse que le diamètre est plus petit. Elle croît énormément avec la viscosité. Le cliché IV représente une veine sortant d'un orifice de 2 mm. de diamètre. On remarquera le faible accroissement de la section. La figure 7 représente un jet d'huile dans l'huile. La viscosité est grande, la conicité très marquée, le jet s'épanouit en nappe à une faible distance de l'orifice.

Fait remarquable, la veine se contracte comme elle le ferait dans l'air. Le rapport de la section contractée à la section de l'orifice croît légèrement avec la vitesse; il est en moyenne de 0,65.

Le jet coloré arrivant dans de l'eau pure, est nettement limité et paraît couler dans le milieu ambiant immobile. L'observation des poussières contenues dans l'eau, montre que la veine entraîne le liquide voisin (*voir cliché IV*). La vitesse de l'eau entraînée décroît à mesure qu'on s'éloigne de l'axe, et la vitesse des éléments au contact de la veine, ne diffère pas sensiblement de la vitesse de cette dernière sur ses bords. La figure 6 donne la distribution des vitesses dans une section droite de la masse en mouvement à 60 mm. de l'orifice, pour un diamètre de ce dernier égal à 5 mm.

L'entraînement du milieu ambiant par la veine crée une circulation dans la masse. L'épaisseur de liquide entraîné dépend surtout de la viscosité et varie peu avec la grosseur du jet. Pour l'eau, elle est en moyenne de 10 à 20 mm.; pour l'huile, elle peut atteindre plus de 50 mm. Ces épaisseurs s'entendent pour les régions où la veine est lisse et sensiblement cylindrique. Pour l'eau, elles s'élèvent

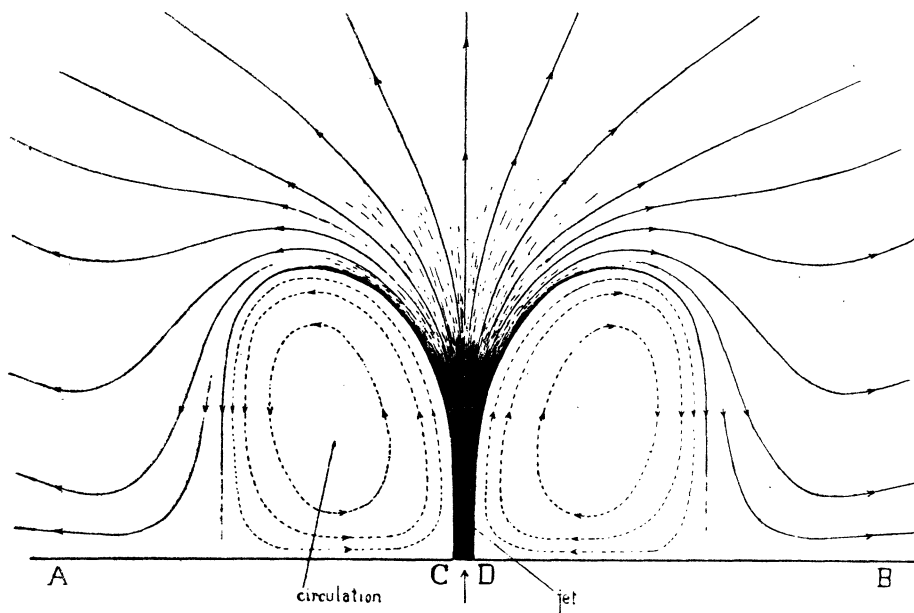


FIG. 7.

de 10 mm. à 13 mm. quand on passe du niveau MN situé à 60 mm. de l'orifice au niveau M'N' situé à 200 mm. Il existe ainsi autour de la veine une surface cylindro-conique de génératrice ZZ' sur laquelle le mouvement d'entraînement est nul. Hors de ce cylindre, les vitesses de sens inverse sont petites.

Généralement la circulation épouse la forme du vase, en raison des dimensions



finies de ce dernier. La veine bute sur le fond, donne une nappe qui, remontant le long des parois, coule sous le plan étanche AB et vient se raccorder à la surface du jet au voisinage de l'orifice. Le cas le plus intéressant est celui fourni par la figure 7. L'écoulement n'est pas modifié par les parois du vase. Difficilement réalisable pour l'eau, cette forme peut être aisément obtenue avec l'huile ou les liquides visqueux. L'écoulement comprend alors trois éléments distincts (*fig. 7*) :

a) Le jet axial ou veine, prolongement direct des lignes de courant du milieu 1 dans le milieu 2 ;

b) La circulation, tourbillon annulaire, créé et entretenu par le jet. Les lignes de courant de la circulation, dessinées en pointillé, sont fermées sur elles-mêmes : son volume demeure invariable.

c) A une certaine distance de l'orifice, le liquide du milieu 2 est repoussé par le jet qui s'épanouit. Appelons domaine du jet le volume formé par le jet et la circulation qui l'entoure. Les lignes de courant dans le milieu 2, à une petite distance du domaine dépendent de sa forme ; mais à grande distance, la viscosité intervient pour uniformiser les vitesses ; la distribution des lignes de courant rappelle alors celle du régime A.

Quand la vitesse de l'écoulement croît, le domaine s'allonge, la circulation tend à épouser la forme du vase, elle est généralement altérée par les courants de convection. Un cas curieux est fourni par un jet d'eau coupant une couche d'huile, ou inversement. L'eau entraîne l'huile voisine, et nous obtenons un tourbillon d'huile dont la rotation est créée et entretenue par le jet d'eau axial.

En définitive, le régime B est caractérisé par l'absence de mouvements tourbillonnaires dans la veine ou dans son voisinage. Des particules prises dans le jet, avant son épanouissement, ou dans les couches voisines décrivent des droites quasi-parallèles.

**5. — 3° Régime C : Veines superficiellement altérées, épis, coupes.** — En l'absence de toute perturbation, la veine demeure parfaitement lisse tant que sa vitesse ne dépasse pas une certaine valeur  $U_c$  variable avec le diamètre et la viscosité. Pour l'eau,  $U_c$  est de l'ordre de  $8 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$  pour un diamètre de 2 mm., de  $4 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$  pour un diamètre de 4 mm.  $U_c$  est sensiblement en raison inverse du diamètre. Pour des vitesses inférieures à  $U_c$ , des perturbations accidentelles ou isolées produisent un trouble momentané, puis la veine redevient lisse. Quand  $U$  devient supérieur à  $U_c$ , le régime tend à devenir turbulent. Entre la veine parfaitement lisse et le jet turbulent, ou cône de tourbillons, existent les formes intermédiaires les plus diverses, et on passe par continuité de l'une à l'autre.

Les premières perturbations font prendre à la veine l'aspect d'un épi (*fig. 8*, I et II). A un instant donné, le jet coloré se renfle au voisinage de l'orifice (stade I).

# Régime C

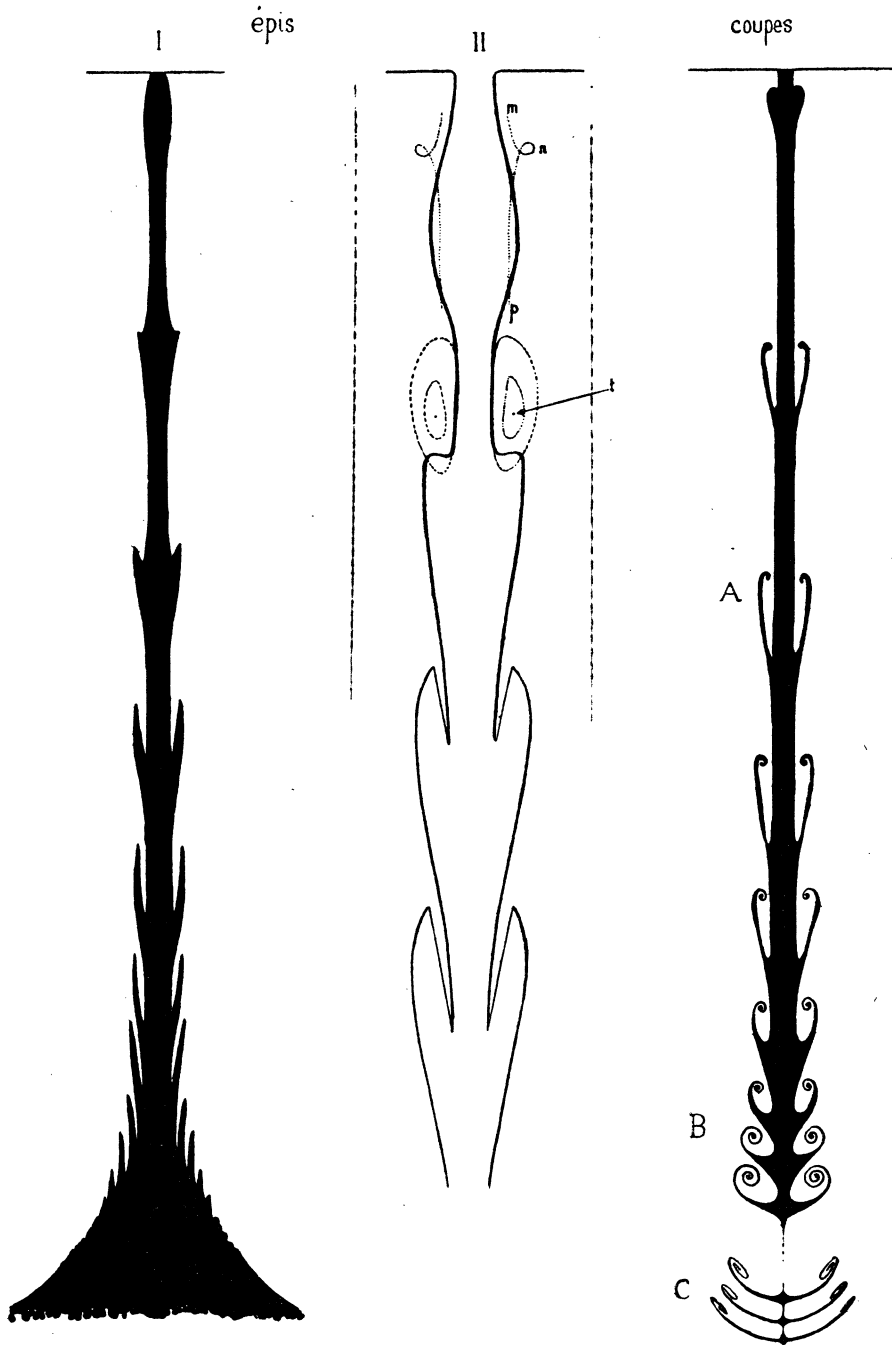


FIG. 8.

Les vitesses diminuent dans la partie renflée; la veine qui continue de sortir de l'orifice bute sur le renflement et le pénètre à la manière d'un emporte-pièce (stade II). Les couches extérieures du renflement, retardées par rapport à la veine, forment autour d'elle une gaine dont la hauteur croît à mesure qu'on s'éloigne de l'orifice, puis demeure constante. Parfois la veine traverse complètement le renflement, et les gaines successivement abandonnées continuent de descendre le long du jet, entraînées par lui. Elles ne tardent pas à s'empiler les unes dans les autres, et la veine, superficiellement stratifiée, prend l'aspect d'un épi. A grande distance de l'orifice les vitesses s'uniformisent, la diffusion intervient, le liquide écoulé redevient homogène. Des renflements successifs se forment à l'orifice à des intervalles de temps sensiblement égaux; l'écoulement est pulsatoire. Si le liquide contient de la poussière d'aluminium, on voit les particules voisines de l'orifice, appelées vers lui d'un mouvement saccadé. Certaines décrivent des trajectoires bouclées, preuve que le mouvement est tourbillonnaire dans les couches du milieu ambiant voisines de la veine. Par exemple, la particule située en  $m$  au début de l'épanouissement du jet vient en  $n$ , puis décrit la trajectoire  $np$ . Sur la figure 8 (II), j'ai représenté en  $t$  un tourbillon entourant la veine. En réalité, il s'agit de tourbillons mal individualisés, quasi dénués de rotation.

Quand la vitesse croît, le mouvement tourbillonnaire s'accroît et altère davantage la veine. Les bords supérieurs des gaines, prises dans les tourbillons, s'enroulent. L'enroulement peut se réduire à un simple repli qui demeure relié à la veine par une lame plus ou moins épaisse. On obtient ainsi des sortes de coupes profondes et peu évasées (forme A) différant à peine des épis. Si la vitesse de l'écoulement croît, l'enroulement plus intense donne une ou deux spires. Les coupes moins hautes paraissent plus évasées (formes B). A une certaine distance de l'orifice, le mouvement tourbillonnaire s'amortit, puis cesse. Les coupes s'empilent les unes dans les autres, formant à la base de la veine un tronc de cône stratifié, comparable à une pile de soucoupes de diamètre régulièrement croissant. Leurs bords enroulés constituent des anneaux inertes qui, dénués de rotation, peuvent demeurer voisins sans agir les uns sur les autres, par suite sans se détruire. A la base, sous l'influence combinée de la viscosité et de la diffusion, les spires s'effacent, les coupes s'aplatissent et prennent l'aspect représenté en C. La stratification est bientôt moins nette, le cône devient homogène et se comporte comme celui terminant une veine lisse. Les coupes ainsi formées peuvent prendre les formes les plus diverses. Elles sont plus évasées et moins profondes quand le diamètre de la veine diminue, ou que la viscosité croît.

Toutes les variétés de jets ainsi obtenues sont caractérisées par des altérations superficielles, dues à des mouvements tourbillonnaires qui apparaissent au voisinage de l'orifice, dans les couches entourant immédiatement la veine, c'est-à-dire là où le gradient de la vitesse est le plus élevé. Ces altérations sont entraînées par la

veine; mais en raison de son peu d'intensité, le mouvement tourbillonnaire s'éteint avant d'avoir pu détruire entièrement la veine. Le régime redevient currentiligne, mais le jet n'est plus lisse.

Des particules prises sur l'axe du jet décrivent encore des droites quasi parallèles, tandis que les particules prises sur le bord ou dans les couches voisines du milieu ambiant décrivent des trajectoires bouclées (cycloïdes généralisées). Ce mouvement tourbillonnaire subsiste autour du jet, sur une longueur  $L$  comptée à partir de l'orifice. Il en résulte sur cette longueur une stratification dynamique du jet. Quand le mouvement tourbillonnaire cesse (en C), le jet offre encore une stratification visuelle, mais il n'est pas stratifié dynamiquement. La stratification dynamique des jets est d'une importance capitale, étant donné sa relation avec certains phénomènes sonores (sons d'écoulement).

**6. — 4<sup>e</sup> Régime D : Écoulement turbulent.** — *Formation d'un cône de tourbillons.* — Augmentons la vitesse de l'écoulement, l'intensité du mouvement tourbillonnaire croît. Les bords des coupes s'enroulent, d'autant plus rapidement que la vitesse est plus grande. Pour des vitesses pas trop grandes, les coupes demeurent distinctes sur une certaine longueur, et l'on a tout le loisir d'observer le développement des enroulements. A mesure qu'ils s'éloignent de l'orifice, le diamètre de leur axe circulaire croît. Les spires colorées sont de plus en plus nombreuses; elles se développent aux dépens des lames colorées constituant les bords des coupes, et leur formation absorbe une quantité de liquide qui croît avec leur diamètre. Elles sont séparées par des spires de liquide incolore empruntées au liquide ambiant. La figure 9 montre comment les enroulements alimentés à la fois par la veine et par le milieu ambiant tendent à donner des anneaux tourbillons. Le jet absorbé par eux, disparaît progressivement, mais les tourbillons n'arrivent pas à s'individualiser. A mesure qu'ils se développent, l'énergie de la veine se trouve répartie sur une masse croissante de liquide. Les vitesses de translation diminuent, les enroulements se rapprochent les uns des autres. Dès que leur distance  $h$  devient voisine de leur diamètre  $D$ , ils se comportent comme des anneaux tourbillons et se détruisent en agissant les uns sur les autres.

Je n'étudie pas ici le détail de leurs actions mutuelles.

Dès qu'elles commencent, le phénomène cesse d'être régulier. Tantôt deux ou plusieurs enroulements se traversent successivement et s'associent pour donner une masse tourbillonnaire confuse; tantôt deux enroulements successifs butent l'un sur l'autre et se disloquent. Le système régulier d'enroulements donnés par la veine est détruit et remplacé par un cône de tourbillons à l'intérieur duquel le mouvement est turbulent; en un point donné passent des tourbillons irréguliers se succédant sans ordre. Le mouvement a lieu par rafales bien mises en évidence par le tube de Pitôt. Tantôt des enroulements ou des anneaux passent les uns dans les autres (sur

la figure 9, j'indique en pointillé comment l'anneau II peut pour ainsi dire s'écouler à travers l'anneau I). La vitesse croît sur l'axe de la veine, et le cône de tourbillons paraît se contracter, pour s'élargir plus brusquement ensuite. Tantôt au contraire

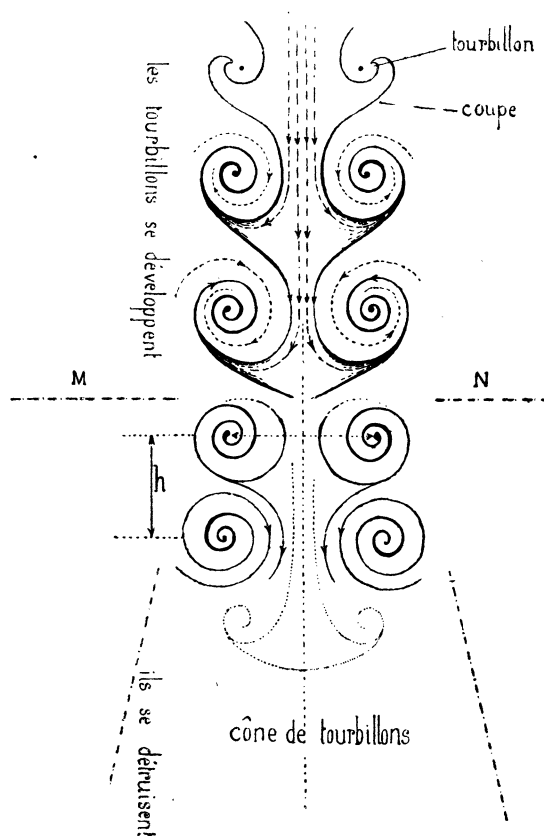
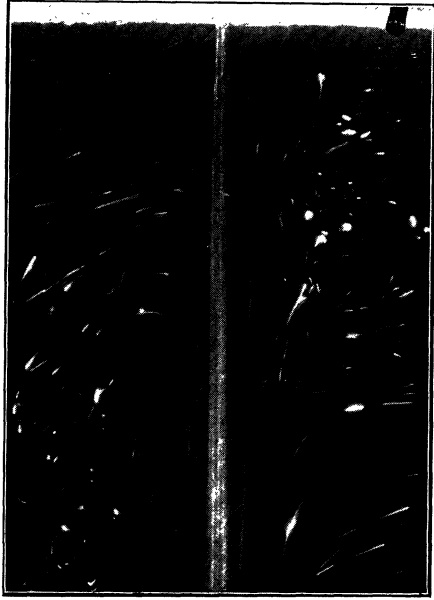


FIG. 9.

deux enroulements butent l'un sur l'autre et se disloquent. Le cône s'élargit brusquement à ce niveau; il semble faire explosion, la vitesse verticale diminue à cet instant. La vitesse sur l'axe et dans toute la section droite d'ailleurs, subit ainsi de grandes variations, accusées par les oscillations irrégulières et espacées du liquide dans le tube manométrique du Pitôt. Assez fréquemment des anneaux réguliers arrivent à s'organiser et demeurent distincts quelques instants.

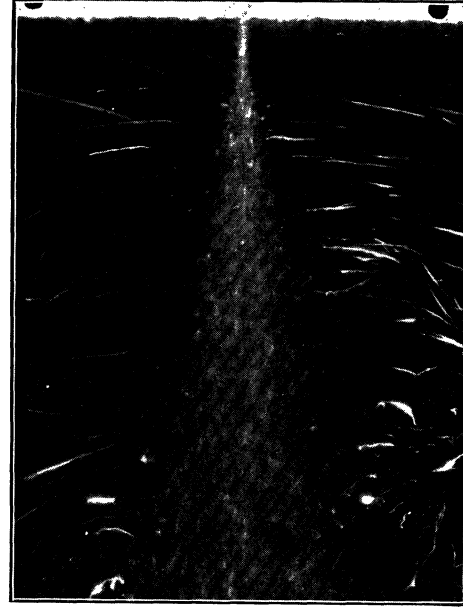
L'angle au sommet du cône résultant de la destruction de la veine croît avec le diamètre de cette dernière et avec sa vitesse. Il oscille entre  $20^\circ$  et  $30^\circ$  pour des veines de diamètre compris entre 1 et 10 mm., et des vitesses pouvant atteindre  $12 \frac{m}{s}$ .

Accroissons la vitesse, la fréquence des pulsations initiales donnant les coupes croît d'abord plus vite que la vitesse, puis lui devient sensiblement proportionnelle.



CLICHÉ IV.

Jet lisse issu d'un orifice de 2 mm. de diamètre.



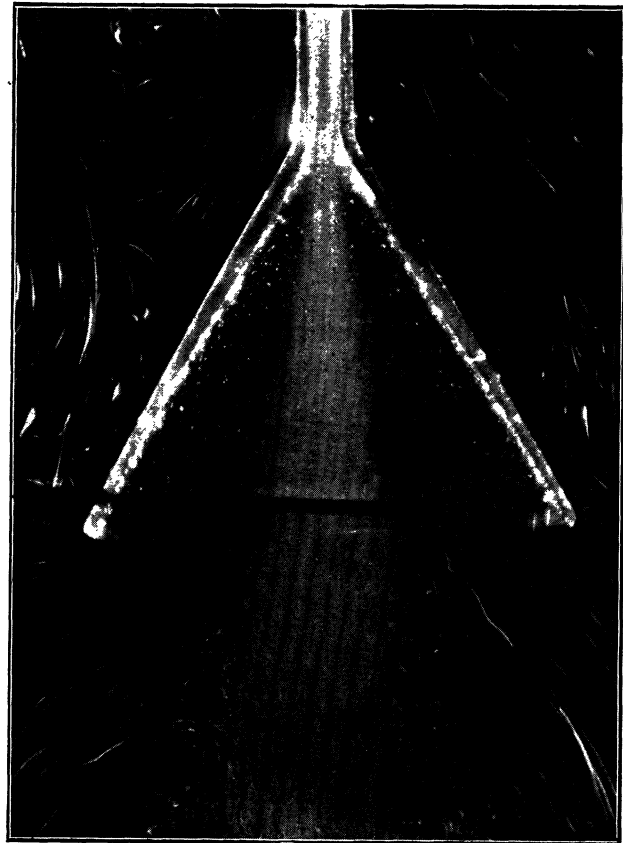
CLICHÉ XI.

Jet turbulent issu d'un orifice de 2 mm. de diamètre.



CLICHÉ X.

Jet turbulent issu d'un orifice de 8 mm. de diamètre.



CLICHÉ XVI bis.

Jet axial à l'intérieur d'un entonnoir à évasement brusque.



Les enroulements sont plus rapprochés, leur développement est plus rapide, ils agissent plus tôt les uns sur les autres; le sommet du cône de tourbillons se rapproche de l'orifice. Pour un orifice de 4 mm. de diamètre, le sommet vient à l'orifice, lorsque la vitesse atteint  $30 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ .

Nous venons de voir que pour des vitesses pas trop grandes, le cône de tourbillons se développe assez loin de l'orifice. Le jet débute donc par une partie sensiblement cylindrique, lisse en apparence, mais dans laquelle le mouvement est déjà tourbillonnaire. Un examen attentif révèle l'existence des coupes, et l'observation des poussières d'aluminium, montre nettement que les tourbillons apparaissent au voisinage immédiat de l'orifice, dans les couches superficielles de la veine, plus exactement dans les couches du milieu ambiant immédiatement voisines, c'est-à-dire là où le gradient de la vitesse  $\frac{du}{dr}$  est le plus élevé. C'est sur les premiers centimètres de son parcours qu'un jet lisse présente le maximum d'instabilité ou de sensibilité.

La fréquence des tourbillons croît avec la vitesse du jet; dès qu'elle dépasse quelques unités, les altérations tourbillonnaires de la veine ne sont plus perçues par l'œil. La veine paraît lisse au voisinage de l'orifice, et cette partie pseudo-lisse se termine par un cône de tourbillons. Stroboscopons le jet: coupes et enroulements deviennent visibles, lorsque nous sommes au synchronisme. Cette expérience capitale, montre que la destruction de la veine s'effectue avec une régularité remarquable. Tout jet tend à prendre une constitution périodique, caractérisée par une fréquence  $N$  égale au nombre de perturbations (périodes spatiales) qui traversent un plan donné dans l'unité de temps. Il en résulte une stratification du jet qui débute à l'orifice et est maximum à une distance  $L$ , niveau  $MN$ . Si pour un jet d'air, on place une sonde dans le jet à ce niveau, on perçoit un son de hauteur  $N$ . Le son est moins pur et moins intense, si l'on s'éloigne de l'orifice. Quand on s'en rapproche, le son disparaît quand la sonde est dans l'axe, subsiste plus faible, si la sonde est dans la périphérie du jet. Ce détail montre bien que la stratification s'effectue de l'extérieur vers l'intérieur.

7. — *Description du cône de tourbillons. Circulation.* — Le cliché X représente le jet turbulent sortant d'un orifice de 8 mm. de diamètre avec une vitesse initiale de  $4,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ; L'angle au sommet du cône est de  $26^\circ$  environ, il diminue légèrement quand la vitesse décroît et devient égal à  $22^\circ$  pour une vitesse de  $0,80 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Le cliché XI représente le jet donné par un orifice de 2 mm. de diamètre. L'angle du cône atteint à peine  $20^\circ$ .

Comme on peut le voir sur les planches, le cône est assez régulier en son sommet; ses limites assez nettes au voisinage de l'orifice, deviennent vagues à mesure



qu'on s'en éloigne. A une certaine distance, le jet cesse de s'étaler et tend vers la forme cylindrique. C'est ainsi que les jets de vapeur ou de fumée, donnent dans l'air calme un panache conique surmonté d'une colonne sensiblement cylindrique. Cette colonne s'étale ensuite et la circulation se ferme; plus généralement colonne et circulation sont détruites par les courants ou remous existant dans le milieu. La turbulence est maximum au sommet du cône. A grande distance, les tourbillons sont moins intenses, le mouvement tend à redevenir currentiligne. Les tourbillons naissent comme toujours à la surface de la veine, et se développent de l'extérieur vers l'intérieur. Le jet coloré, se décolore d'abord sur ses bords; il en résulte la formation d'un cône coloré homogène, non atteint par les tourbillons, ayant sa base à l'orifice et son sommet à un ou deux centimètres de l'orifice. Étant donné leur mode de formation, précédemment expliqué et sur lequel nous reviendrons, les tourbillons interviennent pour mêler à la veine le liquide voisin. Il en résulte une aspiration violente du milieu ambiant vers l'axe. Des corps placés au voisinage de la veine sont brusquement happés par cette dernière, entraînés à des profondeurs variables, puis libérés (exception faite pour certains cas d'équilibre). Les clichés X, XI, XVI, montrent nettement cet appel intense; il s'étend à une distance notable du jet : 20, 30 cm., parfois davantage. On le comparera à l'entraînement localisé et parallèle au jet existant autour d'une veine lisse (cliché IV). Si un corps fixe, de dimensions notables, se trouve placé dans le voisinage, il gêne le mouvement du liquide ambiant vers l'axe, d'où une dépression entre le corps et le jet. Ce dernier s'infléchit vers l'obstacle, peut même venir s'appliquer sur lui, sur une étendue variable, et pour ainsi dire le contourner. L'abbé Carrière a observé des propriétés analogues pour un jet d'air dans l'air. Il importe de bien remarquer que le fluide ambiant n'est pas appelé vers l'axe, en raison d'une pression plus faible dans le jet, il s'agit d'un entraînement mécanique indépendant de la différence de pression qui pourrait exister entre le jet et le milieu ambiant. En raison des vitesses initiales toujours notables, la circulation épouse toujours la forme du vase dans lequel le jet est reçu. La totalité du liquide récepteur est agité de remous plus ou moins violents. On conçoit néanmoins que si les vases étaient de très grandes dimensions, les phénomènes turbulents (jet et circulation) se localiseraient à l'intérieur d'un domaine de forme et de dimensions variables. A grande distance de l'orifice, le liquide du milieu I serait simplement refoulé par le volume écoulé de I dans II.

8. — *Distribution des vitesses dans le cône de tourbillons.* — J'ai déterminé pour des veines de différents diamètres et pour des vitesses initiales différentes, les variations de vitesses sur l'axe et dans les sections droites. Comme je l'ai indiqué au début, les déterminations ont été faites au Pitôt et contrôlées par la méthode des corps entraînés. Ce dernier procédé est long et surtout coûteux (c'est pour

cette dernière raison que je ne l'ai point systématiquement employé). Les clichés montrent les trajectoires discontinues obtenues en éclairant avec un arc alternatif. L'intervalle séparant deux traits brillants consécutifs correspond à l'espace parcouru en un 1 : 100 de seconde. Pour avoir une détermination plus précise, on prend la longueur formée par  $n$  intervalles et correspondant par suite à  $n$  : 100 de secondes.

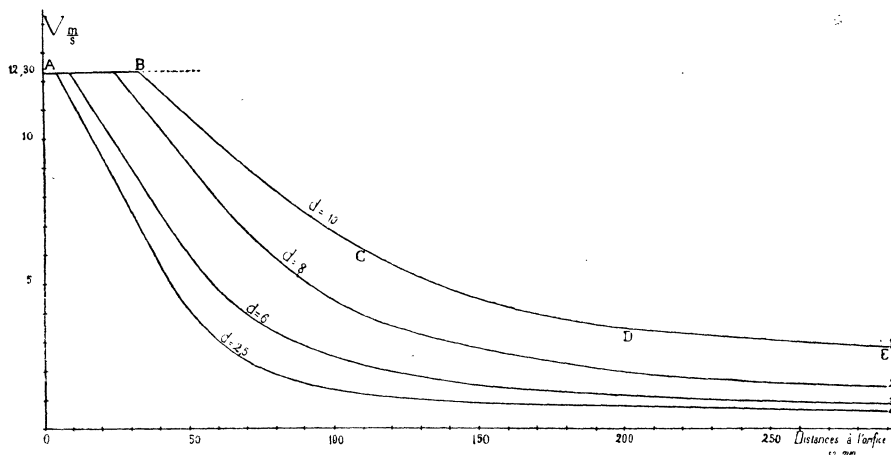


FIG. 13.

La figure 13 donne les courbes représentant les variations de la vitesse sur l'axe  $U = f(D)$ .  $D$  étant la distance à l'orifice. Chacune d'elle comprend 3 régions :

a) Elles débutent toutes par un palier horizontal AB. La vitesse sur l'axe demeure constante tant que les tourbillons ne l'ont pas atteint. La longueur du palier diminue d'abord quand la vitesse croît, puis demeure sensiblement constante; à égalité de vitesse, elle croît avec le diamètre du jet.

b) Dès que les tourbillons ont atteint l'axe, la vitesse diminue rapidement. Le taux de diminution est d'autant plus grand que la vitesse initiale est plus grande ou le diamètre du jet plus petit. Cette région BCD correspond à la formation et au développement du cône de tourbillons.

c) A une certaine distance de l'orifice, d'autant plus grande que le diamètre initial de la veine est plus grand, la vitesse ne varie plus que lentement. Nous avons alors atteint la région où le cône tend à donner une colonne plus ou moins cylindrique. Les courbes sont asymptotes à l'axe des  $D$  (vitesse nulle).

La vitesse au voisinage de l'orifice (palier AB), est à un ou deux centièmes près celle donnée par la formule  $U = \sqrt{2gh}$ ;  $h$  étant la charge. Elle est donc la même que la veine jaillisse dans l'air ou dans l'eau. Ceci est en accord avec les résultats de Bernoulli qui trouve qu'un cylindre se vide dans le même temps, soit que la veine s'échappe dans l'air, soit que le fond du cylindre soit à peine plongé dans une eau stagnante.

L'abbé Carrière a donné les mêmes courbes pour des jets d'air dans l'air. Toutefois en raison de la difficulté de la détermination des vitesses dans l'air, il n'a pu donner que la partie ABC, suffisante d'ailleurs pour montrer que les phénomènes ont même allure.

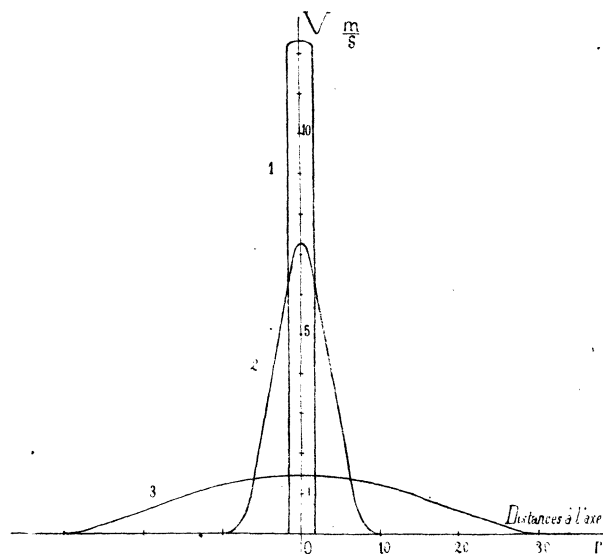


FIG. 14.

La figure 14 représente la distribution des vitesses dans différentes sections droites du cône de tourbillon donné par la veine issue d'un orifice de 4 mm. de diamètre avec une vitesse initiale de  $12,3 \frac{m}{s}$ . A 3 mm. de l'orifice, la vitesse verticale est sensiblement constante dans la section droite. Elle tombe à 0 dès qu'on sort de la veine. La courbe 1 correspondante est un quasi-rectangle. Quand on s'éloigne légèrement de l'orifice, la veine entraîne le liquide voisin. La vitesse diminue dans les couches extérieures, demeure constante sur l'axe. Les courbes, non représentées sur la figure, se rétrécissent du haut, s'élargissent du bas; elles prennent la forme de trapèzes. A 1 cm. de l'orifice, les tourbillons atteignent à peine l'axe, la courbe correspondante est un quasi-triangle. Pour des distances plus grandes, la vitesse sur l'axe même diminue rapidement, les courbes s'aplatissent. A 4 cm. de l'orifice nous obtenons la courbe 2, à 15 cm. la courbe 3. Ce n'est que très loin de l'orifice que la vitesse devient sensiblement uniforme dans la section droite. Au voisinage du sommet du cône, le gradient de la vitesse prend des valeurs énormes au voisinage de l'axe, et tend vers 0 sur les bords. La non uniformité de la vitesse dans les sections droites est importante pour expliquer soit l'équilibre des corps soumis à l'action des jets, soit l'entretien de leurs oscillations. L'étude du débit sous pression constante est reprise à propos de l'écoulement variable.

## B) Ajutage cylindrique.

9. — Remplaçons l'orifice en paroi mince par un tube cylindrique mastiqué sur la cloison, les phénomènes ne sont pas modifiés. Aux très faibles vitesses, l'écoulement diffus s'effectue dans toutes les directions. Il existe une quasi-symétrie entre l'entrée du liquide dans le tube dans le milieu I, et sa sortie dans le milieu II. Quand la vitesse devient suffisante, du tube, sort d'abord une veine lisse, puis un jet turbulent. Si la longueur  $L$  du tube est inférieure à son diamètre  $D$ , la veine se contracte à l'intérieur du tube. Si  $L$  est supérieur à  $2D$  (environ), le diamètre du jet égale celui du tube, l'écoulement se fait à gueule bée. Pour  $L$  compris entre  $D$  et  $2D$  on peut avoir l'une ou l'autre forme. Les grandes vitesses, les chocs, tendent à maintenir la première. La contraction à l'entrée se produit toujours, sous la seule condition que l'entrée du tube soit à bords vifs, et la vitesse suffisante; mais la veine contractée s'épanouit ensuite, et se raccorde aux parois du tube, d'où l'écoulement à gueule bée. Ces phénomènes étant classiques, je n'insiste pas. Voici quelques données fournies par une expérience exécutée avec un tube de 1,8 mm. de diamètre et de 5 cm. de long. Dès que la vitesse dépasse quelques  $\frac{\text{mm}}{\text{s}}$ , du tube sort une veine lisse. Pour une vitesse de  $4 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$  (dans le tube), la veine régulièrement conique est lisse sur la totalité de sa longueur observée (30 cm.). Pour une vitesse initiale de  $7 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ , on observe la formation des coupes qui s'empilent les unes dans les autres, pour se fondre en une masse homogène à 25 ou 30 cm. de l'orifice. Pour  $U = 25 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ , les bords des coupes s'enroulent, nous obtenons un cône de tourbillons dont le sommet est à 8 cm. de l'orifice. Pour  $U = 45 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ , le sommet est à 3 cm. de l'orifice, il vient à 2 cm. pour  $U = 60 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ . Enfin pour  $U > 120 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$  le sommet est au voisinage immédiat de l'orifice. Le régime est currentiligne dans le tube pour  $U < 110 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ , turbulent pour  $U > 110 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ . L'expérience montre donc que le régime peut être currentiligne dans le tube et devenir turbulent dans la masse. Si la turbulence existe déjà dans le tube, elle ne fait que se développer dans la masse; le cône de tourbillons se forme à l'orifice. Si le régime est currentiligne dans le tube, la turbulence apparaît dans la masse, à une distance variable de l'orifice, lorsque les tourbillons suffisamment développés agissent les uns sur les autres.

## C) Fente à bords parallèles.

10. — On peut réaliser la fente en paroi mince, ou utiliser un tube aplati. Les phénomènes sont identiques à la contraction près, qui ne se produit pas à la sortie d'un tube de longueur suffisante. Voici l'allure des phénomènes.

Pour les très faibles vitesses, nous obtenons l'écoulement diffus du régime A. Pour des vitesses suffisantes, l'écoulement donne une veine, précédée dès sa sortie de la cloche à bords enroulés. C'est le régime B. La veine colorée est lisse, nettement laminaire. Vue par sa tranche, elle est de couleur foncée; vue de face, elle est quasi-incolore (*fig. 15*). Son instabilité est grande. Elle est en contact avec la masse sur une grande étendue; pour l'obtenir régulière, il faut que le milieu ambiant, parfaitement homogène, soit au repos parfait.

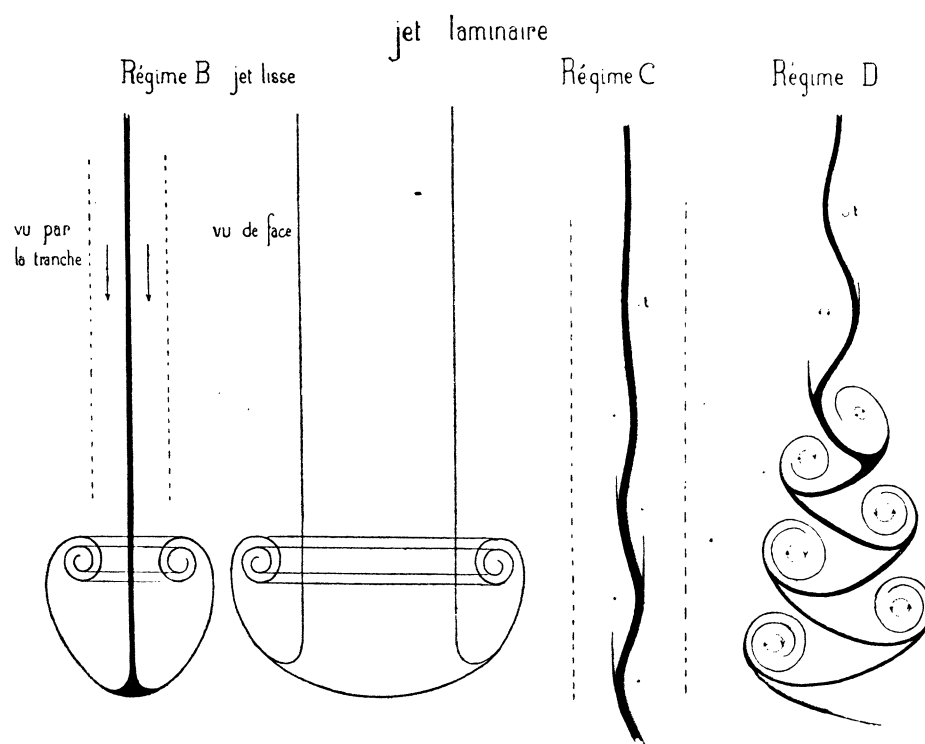


FIG. 15.

Augmentons la vitesse, nous obtenons successivement les régimes C et D. Des bourrelets parallèles à la fente apparaissent au voisinage de l'orifice. Des enroulements s'amorcent conduisant à des tourbillons cylindriques d'axe parallèle aux bords de la fente. Pour des lames épaisses ( $e > 5$  mm.), les enroulements se forment simultanément sur les deux faces. Ils sont au début symétriques par rapport au plan moyen de la lame, mais au cours de leur développement, ils tendent à devenir alternés. Les lames minces donnent toujours des tourbillons alternés, qui naissent en  $t$  dans les couches du milieu ambiant immédiatement voisines. Sous leur influence la lame paraît onduler. Pour des vitesses pas trop grandes, régime C, les tourbillons avortent avant d'avoir pu altérer profondément la veine. Les som-

mets des « ondulations » tendent à retarder, des lames colorées très minces se détachent de la lame mère et constituent l'équivalent des gaines annulaires du jet cylindrique. Parfois le bord supérieur de ces lames, pris par le tourbillon voisin, s'enroule. A une distance suffisante de l'orifice, le mouvement tourbillonnaire cesse, les ondulations se tassent les unes sur les autres, la lame paraît se replier sur elle-même à la manière d'un ruban. On obtient un dièdre coloré homogène qui tend à se transformer en cône de révolution, par suite de la longueur finie de la fente. Pour des vitesses plus grandes, les tourbillons se développent, détruisent la lame, puis donnent un cône turbulent dont la section tend à devenir circulaire. C'est le régime D. Pour des vitesses notables, il est nécessaire de stroboscooper pour percevoir le détail des altérations de la lame.

Ainsi une lame, tout comme un jet cylindrique, possède une fréquence propre, croissante avec la vitesse. On remarquera toutefois la différence entre les altérations des jets et celle des lames. Cette différence éclaire la théorie de l'entretien des tuyaux d'une part par un écoulement selon l'axe, d'autre part par un jet laminaire normal à l'axe passant devant l'ouverture du tuyau.

Dans les paragraphes relatifs aux jets cylindriques, je décris les phénomènes dans leur plus grande régularité, mais cette régularité est difficile à réaliser. En particulier, il est difficile d'obtenir pour des orifices circulaires de faible diamètre, des coupes régulières de révolution autour de la veine. Généralement on a seulement des demi-coupes, et le jet paraît onduler. Il abandonne ainsi tantôt d'un côté, tantôt de l'autre des enroulements qui au lieu d'avoir leur axe fermé et de révolution autour de la veine doivent être considérés comme des tourbillons cylindriques ou des fragments d'anneaux de grande ouverture. Ces enroulements d'axe ouvert constituent en quelque sorte un système plus stable de tourbillons cylindriques alternés. En marquant sur l'ajutage deux encoches (traits de lime) diamétralement opposés, on régularise la formation des demi-coupes (expérience de Rayleigh).

L'existence du mouvement ondulatoire signalé dans ce qui précède, paraît être un phénomène général caractéristique de la formation d'enroulements, de tourbillons alternés. On le retrouve à propos des jets d'eau dans l'huile, ou d'huile dans l'eau. On l'observe encore dans la translation uniforme d'un cylindre ou d'une sphère dans l'eau.

#### D) Ajutages coniques. Entonnoirs.

**11.** — Les ajutages coniques percés en paroi d'épaisseur moyenne, présentent des phénomènes intéressants, d'une importance capitale pour l'écoulement alternatif. Ces ajutages sont définis par les diamètres  $d$ ,  $D$  de leurs bases, l'épaisseur  $e$  de la paroi. L'angle  $\varphi$  du cône dont ils font partie est ainsi défini. Lorsque la pression motrice s'exerce sur la petite base, et à condition que  $\varphi$  soit supérieur à

une dizaine de degrés, l'écoulement donne une veine contractée, de diamètre inférieur à  $d$ , se détachant de la petite base (*fig. 16 III*). Si la pression motrice s'exerce sur la grande base, la veine issue de la petite base n'est pas contractée ou l'est peu, son diamètre est voisin de  $d$  (*fig. 16 IV*). Pour une même pression, le débit dans le second cas est augmenté. Pour le premier cas on a :

$$Q = k \sqrt{2gh}, \quad \text{pour le 2}^\circ \quad Q' = k' \sqrt{2gh},$$

d'où

$$\frac{Q}{Q'} = \frac{k}{k'}$$

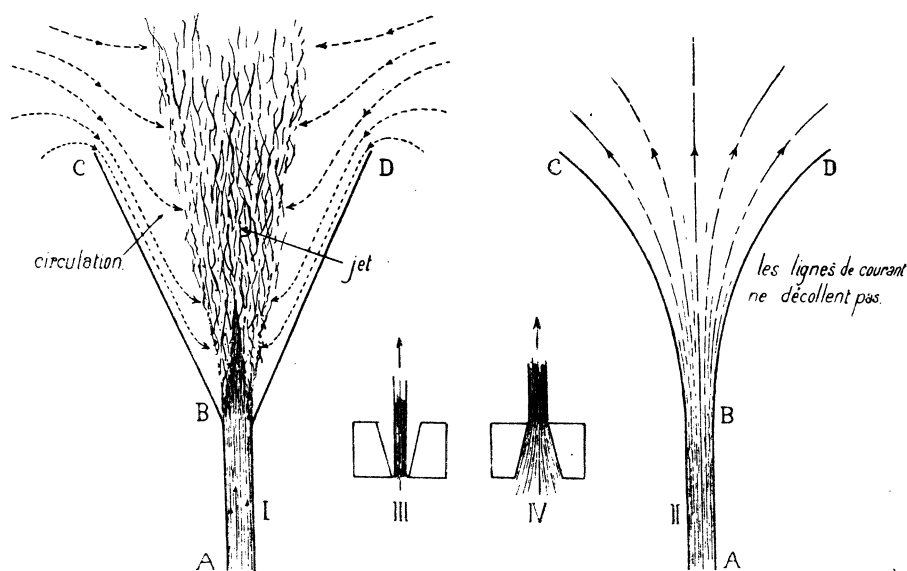


FIG 16.

Pour une expérience, j'ai obtenu  $k : k' = 0,70$  ( $e = 10$  mm.  $\varphi = 20^\circ$ ). Si  $\varphi$  est petit, de l'ordre de 4 à 5°, la veine ne décolle pas à l'intérieur du cône et l'écoulement se fait à gueule bée. Le jet sortant à un diamètre égal à celui de la grande base. Le rapport des débits est alors inversé. Pour une expérience j'ai obtenu  $k : k' = 1,4$  ( $e = 20$  mm.  $\varphi = 7^\circ$ ).

Étudions l'écoulement à travers l'ajutage formé d'un tube cylindrique raccordé à un cône, le tout constituant un entonnoir. On se procure aisément des entonnoirs de verre, à évasement brusque (entonnoirs ordinaires) ou à évasement progressif (entonnoirs de pharmacien). Pour les très faibles vitesses, ou pour l'écoulement de la base vers le sommet, les phénomènes sont identiques pour les deux formes. Les

lignes de courant emplissent le cône et convergent vers l'entrée du tube. Pour des vitesses suffisantes et pour l'écoulement inverse, les phénomènes diffèrent.

Pour l'entonnoir à évasement brusque, du tube AB sort un jet localisé au voisinage de l'axe de l'entonnoir (*fig. 16 I*). En raison de l'appel intense créé par le jet, on voit le liquide ambiant descendre à l'intérieur de l'entonnoir et venir se mêler au jet au voisinage du sommet du cône (cliché 16 bis, voir planche).

Pour l'entonnoir à évasement progressif (*fig. 16 II*), les lignes d'écoulement n'abandonnent pas la paroi. Il n'existe pas de jet localisé, l'écoulement se fait à gueule bée. Le phénomène n'est pas régi par l'angle moyen du cône (il est le même pour I et II); mais par la loi de variation de cet angle : elle ne doit pas être trop rapide. Le fluide tend à décoller de la paroi au niveau de tout évasement brusque. C'est surtout au voisinage du sommet que l'évasement doit être progressif. Tout raccordement anguleux doit être exclu.

Les embouchures de cor permettent à ce sujet d'intéressantes expériences. Elles sont constituées par un tube de cuivre de 4 à 6 mm. de diamètre intérieur s'évasant progressivement en entonnoir. En alésant le tube, ou en modifiant au tour le profil de l'évasement, on peut rendre le raccordement des deux parties anguleux. Prenons deux embouchures, l'une à raccordement aussi adouci que possible, l'autre à raccordement brusque, montons-les sur deux tuyaux amenant du gaz d'éclairage. Le gaz s'écoule silencieusement à plein ajustage à travers la première, il siffle et donne un jet à l'intérieur de la seconde.

Enflammons le gaz : il brûle à l'orifice de la première en donnant une large flamme; le jet enflammé décolle à l'intérieur de la seconde, au niveau de la section d'évasement, le sifflement en est accru.

Un jet gazeux ou liquide tend à se produire à l'intérieur d'un entonnoir à évasement progressif, si la vitesse de l'écoulement dépasse une certaine limite.

**12. — Conclusions.** — Nous sommes ainsi conduits à distinguer pour l'écoulement quatre régimes :

1° *Régime A currentiligne. Écoulement diffus.* — Pour des vitesses très faibles, inférieures à une limite  $U_0$  dépendant essentiellement de la viscosité; ou pour des écoulements de très courte durée, l'écoulement diffus s'effectue dans toutes les directions à la sortie de l'ajutage. Les lignes de ce régime sont ouvertes, et ressemblent à celles que prévoit la théorie pour les fluides parfaits. Nous les retrouvons comme lignes de vibrations à propos de l'écoulement alternatif.

2° *Régime B currentiligne. Jet lisse.* — Pour des vitesses comprises entre  $U_0$  et une limite supérieure  $U_1$  dépendant de la viscosité et du diamètre de l'ajutage,



l'écoulement localisé donne un jet lisse. Le régime est currentiligne dans le jet. Il existe une circulation tourbillonnaire dans son ensemble, currentiligne dans le détail, qui avec la localisation de l'écoulement distinguent le régime B du régime A.

3° *Régime C tourbillonnaire. Jet stratifié* (au moins superficiellement). — Le régime B est toujours instable (instabilité visqueuse de M. Bouasse). La viscosité détermine à la surface de la veine, la formation périodique de tourbillons, qui incapables de se développer avortent et donnent des coupes à bords plus ou moins enroulés. Ce régime se distingue du précédent par cette formation périodique d'enroulements entraînant une stratification au moins superficielle du jet. L'écoulement tourbillonnaire à la surface de la veine, et sur une certaine longueur seulement, demeure currentiligne au voisinage immédiat de l'axe.

4° *Régime D turbulent. Cône de tourbillons*. — Pour des vitesses suffisantes, les enroulements se développent, agissent les uns sur les autres, se fragmentent et donnent une masse tourbillonnaire confuse. Le jet lisse ou régulièrement stratifié est détruit et remplacé par un cône de tourbillons, c'est le régime turbulent ou hydraulique. Bien qu'au fond le régime D ne soit pas nettement séparé du régime C, il s'en distingue par la forme du jet, l'intensité du mouvement tourbillonnaire, l'absence de toute périodicité régulière à l'intérieur du cône et la violence de l'entraînement du milieu ambiant.

Il importe de ne pas confondre la stratification du régime C avec celle observée lorsque la vitesse d'écoulement devient supérieure à la vitesse du son dans le milieu.

---

## DEUXIÈME PARTIE

### TOURBILLON CIRCULAIRE

**13. Production des tourbillons circulaires.** — 1° Tout écoulement de courte durée à travers un orifice circulaire tend à donner un tourbillon circulaire ou anneau-tourbillon. La figure 5 montre l'établissement du régime B. La veine colorée lisse progresse dans la masse, précédée d'une sorte de champignon renversé dont le bord s'enroule. Au bout d'un temps  $\Delta t$  arrêtons l'écoulement (soit en obturant l'orifice, soit en supprimant la pression), le champignon progresse dans la masse, le bord continue de s'enrouler. La figure 5 montre comment la partie frontale S, alimentée par le jet (pied du champignon), donne une nappe qui passe dans l'enroulement. Au bout de quelques instants, tout le fluide central coloré a été ainsi absorbé. On voit alors une sorte de tore coloré qui progresse quelques instants dans le milieu ambiant, puis s'immobilise, s'estompe et disparaît sous l'influence de la diffusion. C'est un anneau-tourbillon, caractérisé, en apparence, par le rayon  $\rho$  de sa section droite et celui  $r$  de son axe circulaire (*fig. 19 II*).

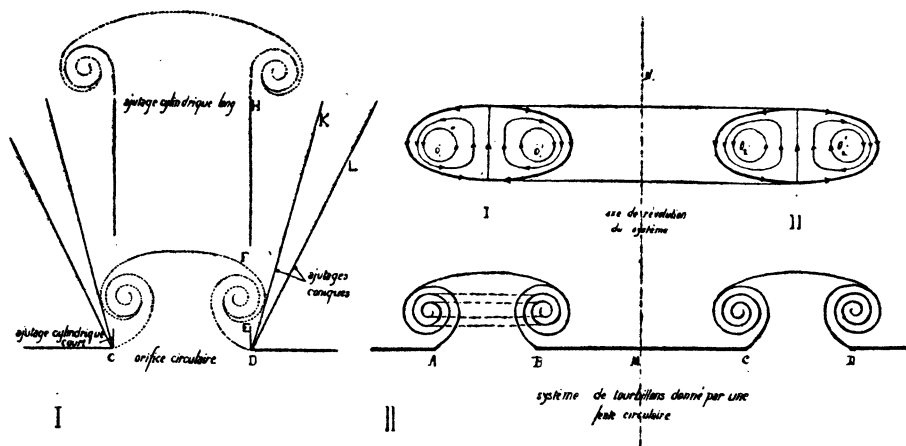


FIG. 17.

2° J'ai étudié la formation des anneaux dans l'air, dans l'eau et dans des liquides divers. On les obtient toujours par un écoulement limité, de durée d'autant plus brève que la vitesse est plus grande. Si la durée est trop courte, la quantité de fluide expulsé est insuffisante pour donner un anneau bien formé; si elle est trop longue, l'enroulement n'arrive pas à absorber la partie frontale S et le jet qui la suit. Le

tourbillon existe, mais l'anneau n'arrive pas à s'individualiser. On obtient ce que l'on pourrait appeler une tête de jet (*fig. 5*).

3° Il résulte de cet aperçu que les moyens d'obtenir des anneaux sont infiniment variés.

a) Prenons une cavité percée d'un orifice circulaire. Il suffit d'établir à l'intérieur de la cavité un excès momentané de pression, soit en déformant une partie de la paroi (de préférence celle opposée à l'orifice), soit en déterminant à l'intérieur une explosion d'intensité convenable, soit encore en faisant arriver du fluide dans la cavité pendant un court instant. L'épaisseur des parois de l'orifice n'a aucune influence sur la naissance du tourbillon en ce sens que le tourbillon apparaît toujours, mais l'épaisseur du bord ou la forme de l'ajutage peuvent gêner son développement.

Pour produire commodément des anneaux dans l'eau, utilisons l'appareil de la figure 23. En appuyant sur le piston P (on peut remplacer la cavité R' par une poire de caoutchouc) on comprime l'air dans R; la feuille de caoutchouc F se soulève et expulse à travers CD un volume de liquide suffisant pour donner un anneau. *Il n'est pas nécessaire de déterminer un écoulement brusque*; un écoulement lent donne des anneaux réguliers, se développant lentement. On peut ainsi observer tous les détails de leur formation.

4° Mastiquons sur l'orifice CD des ajutages de révolution variés, ils peuvent être sortants ou rentrants. Les ajutages rentrants, toutes choses égales d'ailleurs, gênent davantage le développement des anneaux, ce qui est naturel, étant donné la forme des lignes de courant à l'entrée et dans l'ajutage.

Soit  $l$  la longueur d'un ajutage cylindrique (*fig. 18 r*),  $D$  son diamètre. Pour  $l$  petit devant  $D$  ( $l = DE$ ), le tourbillon apparaît au voisinage du bord amont CD de l'ajutage, se développe dans l'ajutage, et comme la longueur de ce dernier est petite, l'anneau achève son développement à l'extérieur; on l'obtient bien formé.

Si  $l$  est de l'ordre de  $D$  ( $l = DF$ ), le tourbillon apparaît de même, mais gêné dans son développement il se disloque. L'écoulement expulse une masse turbulente.

Si  $l$  est grand devant  $D$  ( $l = DH$ ), un tourbillon apparaît au voisinage du bord CD, mais ne peut se développer dans l'ajutage. Il est détruit. L'écoulement redevient régulier dans l'ajutage: un anneau se forme à l'orifice aval en H et se développe extérieurement.

Un trou en paroi mince ou épaisse, un ajutage court donnent l'anneau né au voisinage du bord amont; un ajutage long donne également un anneau bien formé, mais né au voisinage du bord aval. Il est clair que dans le premier cas, l'ajutage n'agit pas: l'écoulement doit être considéré comme s'effectuant en paroi mince. Dans le second cas, l'ajutage doit être considéré comme faisant partie de la cavité: l'orifice d'écoulement est alors l'orifice aval de l'ajutage.

Un anneau se forme où les lignes de courant auraient toute liberté pour diverger librement.

Considérons maintenant l'ajutage conique. Si l'écoulement se fait de la grande vers la petite base, un anneau se forme extérieurement. Pour l'écoulement de la petite vers la grande base, un tourbillon se forme toujours au voisinage de la petite base. Si l'angle du cône est petit, ce tourbillon ne peut se développer dans le cône, et il peut arriver qu'en raison de l'évasement, la vitesse dans le plan de la grande base soit insuffisante pour donner un anneau bien formé. Si la vitesse demeure suffisante, un anneau se forme extérieurement. Pour un cône de grand angle (DL, *fig. 18*), le tourbillon né au voisinage de la petite base se développe librement à l'intérieur du cône.

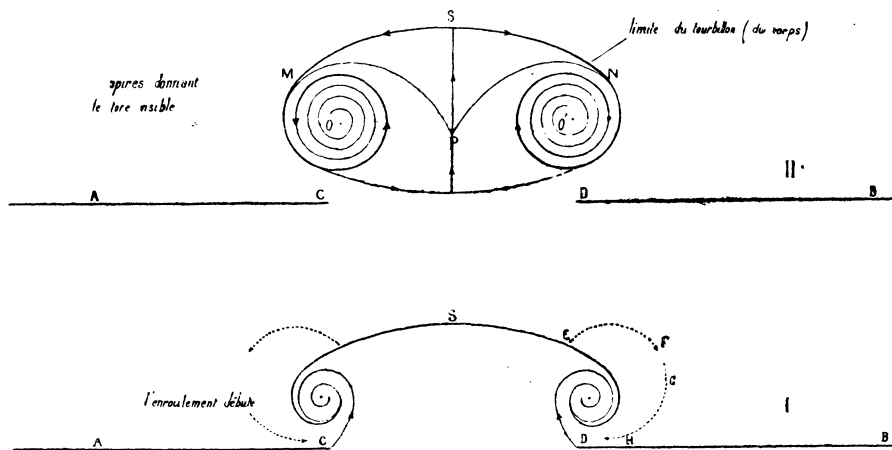


FIG. 18.

b) Les bulles de gaz formées à la surface de l'eau ou dans l'air (avec du liquide glycérique) donnent généralement des anneaux au moment où elles crèvent. Le gaz intérieur peut s'enflammer au contact de l'air (anneaux du phosphore d'hydrogène).

c) La chute de gouttes dans un liquide donne également des anneaux ayant en apparence une grande ouverture et une faible section. Les anneaux se forment au mieux lorsque les gouttes ne tombent pas. Il suffit de régler la hauteur de l'orifice donnant la goutte de manière à ce que la goutte pendante puisse venir toucher la surface du liquide récepteur. Au moment où le contact se produit, la goutte s'écoule dans la masse. Quand les gouttes tombent, leur chute produit un choc, nuisible à la formation des anneaux.

d) En déplaçant un disque ou une sphère dans l'eau, on obtient soit un anneau simple, soit un système d'anneaux, ou plus exactement un système de tourbillons circulaires associés.

e) L'écoulement à travers une fente circulaire donne également un double tourbillon circulaire (*fig. 18 II*).

Fait capital : quelle que soit la manière dont ils ont été obtenus, les anneaux offrent tous la même structure, ils ont tous les mêmes propriétés.

**14. Formation de l'anneau.** — 1° Pour étudier la formation des anneaux, utilisons l'appareil de la figure 23. Plaçons dans la partie inférieure de la cuve de l'eau additionnée d'éosine; l'eau située au-dessus de la cloison AB est pure. Une lentille cylindrique éclaire un plan mince passant par l'axe de l'orifice. L'eau additionnée d'éosine paraît d'un beau vert. Comprimons lentement l'air dans R, la feuille F soulevée détermine un écoulement à travers CD, l'anneau se forme, se développe lentement; on peut à loisir en observer les différentes phases.

2° L'écoulement se fait d'abord dans tous les sens, et le liquide écoulé donne au-dessus de la cloison une sorte d'ellipsoïde aplati. Le fluide situé au-dessous de la cloison coule de A vers C, de B vers D, contourne le bord de l'orifice, et au-dessus de la cloison s'écoule de C vers A ou de D vers B (régime A). Cette phase est toujours de très courte durée, l'écoulement ne tarde pas à devenir unidirectionnel (jet). Les lignes de courant AC et BD décollent de la cloison en C et D et se prolongent dans le milieu supérieur, comme l'indique la figure 18, de manière à donner une veine (régime B). En raison de la viscosité, le liquide situé au-dessus de la cloison au voisinage immédiat de l'orifice est entraîné, d'où un appel de A en C, de B en D. D'autre part, la masse de liquide qui s'écoule dans une direction maintenant unique, éprouve une résistance et tend en quelque sorte à s'écraser; il doit d'ailleurs se faire un chemin dans le milieu ambiant, et pour cela rejeter latéralement du fluide situé en avant de lui. Du fluide est ainsi rejeté selon EF, au moment même où du fluide est appelé vers D selon GHD. Le liquide contenu à l'intérieur d'un tore de section EFGHD est ainsi mis en rotation. Un très léger disque placé au voisinage du bord de l'orifice est mis en rotation de la même manière. Le jet qui sort de l'orifice est ainsi entouré d'un tourbillon circulaire, et l'on voit que l'effet du jet axial est d'accroître la vitesse de rotation du tourbillon. Coupons l'écoulement, la rotation du tourbillon continue en vertu de la vitesse acquise. Cette rotation détermine la formation d'une lame colorée donnée par la partie frontale S. Cette lame colorée s'enroule autour du tourbillon, mais entraîne avec elle du liquide ambiant incolore, d'où l'aspect de la figure 18 II. Pour des liquides peu visqueux, les spires sont très serrées et très nombreuses, leur nombre peut dépasser trente pour des anneaux de 4 cm. d'ouverture. Quand la viscosité du liquide croît, l'entraînement du milieu ambiant se fait sur une épaisseur plus grande. Corrélativement, l'énergie du liquide émis, se trouvant répartie sur une grande masse, le tourbillon est incapable de se translater, il avorte. Avec des solutions concentrées de sucre on obtient une ou deux spires colorées séparées par une épaisseur de liquide incolore pouvant atteindre 1 cm. L'anneau n'arrive pas à s'individualiser.

On remarque qu'au cours de la formation de l'anneau, la vitesse de translation du liquide émis à travers l'orifice, se convertit en vitesse de rotation. A partir du moment où l'écoulement est interrompu, le tourbillon ne reçoit axialement aucun apport d'énergie, il se détache et se translate par ses propres moyens. Le mécanisme de la translation est facile à imaginer; en raison de la viscosité, le tourbillon prend du fluide vers l'avant et le rejette vers l'arrière. (Théorie proposée par M. Bouasse.)

3° Dans la vie d'un anneau, il convient donc de distinguer trois périodes :

a) La formation, au cours de laquelle la vitesse de translation du liquide émis à travers l'orifice se convertit progressivement en vitesse de rotation. Si le liquide est expulsé avec une grande vitesse, la masse projetée se meut d'abord comme le ferait un projectile, mais sous l'effet des frottements latéraux, la rotation du tourbillon ainsi projeté croît; la vitesse de translation de ce tourbillon en voie d'organisation peut demeurer sensiblement constante.

b) La période de vie propre, au cours de laquelle l'anneau formé progresse par ses propres moyens.

c) La période de destruction au cours de laquelle l'anneau cesse de se translater, son ouverture croît parfois démesurément, puis il se disloque.

L'anneau peut demeurer en voie d'organisation sur une grande partie de sa trajectoire. Dans les expériences de Suschnig, pour des anneaux effectuant un parcours total de 7 à 8 m., la vitesse varie peu sur une longueur de 4,5 m. environ. Ainsi sur plus de la moitié de son parcours, l'anneau se comporte comme éprouvant de la part du milieu ambiant une résistance quasi-nulle ou du moins très faible, ce qui paraît paradoxal.

On a sur la vitesse de translation des anneaux des expériences de Ball, de Suschnig, de Sadron. Leurs résultats sont peu concordants, mais toutes les courbes de vitesses que l'on peut tracer à l'aide de leurs expériences paraissent bien formées de trois parties de nature différente, raccordées entr'elles.

Si le liquide est émis à travers l'orifice avec une trop grande énergie, la masse projetée se disloque, et l'on n'obtient pas d'anneau.

**15. — Origine du liquide formant « l'anneau ».** — 1° La structure spiralée, que je viens de décrire, montre bien que l'anneau est formé par des couches concentriques empruntées au milieu ambiant, séparées par les spires colorées données par le liquide expulsé à travers l'orifice. Selon la nature du liquide se trouvant au voisinage immédiat du bord, au moment où débute l'écoulement, on peut obtenir des anneaux à centre coloré ou à centre incolore. Voici quelques expériences :

a) Arrangeons-nous pour que le liquide coloré, affleure dans le plan de l'orifice. Expulsons l'anneau, il sera à centre coloré. En effet, au cours de la première phase,

l'écoulement s'effectuant dans tous les sens, du liquide coloré se répand au-dessus de l'orifice; comme le tourbillon apparaît au voisinage immédiat du bord, son centre sera coloré.

b) Le liquide coloré affleurant dans le plan de l'orifice, produisons d'abord une petite aspiration de liquide incolore, puis expulsions l'anneau. C'est le liquide incolore, préalablement aspiré, qui est expulsé le premier. C'est dans ce liquide incolore qu'apparaît l'axe circulaire du tourbillon : l'anneau obtenu sera à centre incolore.

c) Déterminons un écoulement très lent, de manière à répandre du liquide coloré au-dessus de la cloison, dans tous les sens autour de l'orifice. Expulsions l'anneau. Nous ne verrons plus s'élever au-dessus de l'orifice un tore de liquide coloré, à structure spiralée, mais une masse ellipsoïdale, totalement verte et homogène. Un trou axial ne tarde pas à se dessiner dans la masse; le tourbillon prend l'aspect ordinaire du tore. Insistons sur la formation de ce trou axial qui donne aux tourbillons circulaires, produits avec du fluide coloré, l'aspect de véritables anneaux.

2° La figure 18 montre que le tourbillon, au cours de son développement, introduit sur l'axe du liquide incolore emprunté latéralement au milieu ambiant. Au moment où l'écoulement est coupé, sur l'axe du liquide incolore suit le liquide coloré : la région axiale de l'anneau est incolore.

Si le tourbillon se développe dans du liquide coloré, il est clair qu'il sera totalement coloré. Supposons qu'il arrive dans du liquide incolore. Le fluide que la rotation ramène sur l'axe est celui qui latéralement formait la surface extérieure du tourbillon, et se trouvait par suite en contact avec le milieu ambiant. En raison de la viscosité et de la diffusion les couches superficielles du tourbillon, en contact avec le milieu ambiant, se renouvellent. Admettons que ce renouvellement se fasse sur une épaisseur de 2 mm. Le liquide qui vers l'extérieur traverse une couronne de 2 mm. de large, avec une vitesse dirigée vers le bas, doit repasser au centre dans un cercle de rayon  $x$ . Si les vitesses linéaires de rotation à la périphérie et au voisinage de l'axe sont égales, nous devons avoir :

$$\pi x^2 = \pi [R^2 - (R - 2)^2].$$

Pour  $R = 3$  cm., nous obtenons

$$x = 10,7 \text{ mm.}$$

Ainsi, il suffit qu'à l'extérieur le liquide du tourbillon se renouvelle sur une épaisseur de 2 mm. pour qu'au centre apparaisse une ouverture, un trou de 2 cm. de diamètre. Ce renouvellement superficiel est augmenté si le milieu ambiant n'est pas au repos parfait. C'est ce qui se produit pour des anneaux d'air de grand

diamètre lancés dans l'atmosphère. Soit  $R = 20$  cm.; si le renouvellement se fait sur une épaisseur de 1 cm., nous obtenons pour le rayon du trou central

$$x = 9 \text{ cm. environ.}$$

L'anneau vu de face se projette selon une couronne de 10 cm. de large comprise entre deux cercles concentriques de rayons :

$$x = 9 \text{ cm.} \quad \text{et} \quad R - 1 = 19 \text{ cm.}$$

On s'explique ainsi pourquoi un tourbillon circulaire prend l'aspect d'un véritable anneau. Il est clair que le renouvellement produit des effets particulièrement visibles au début; l'anneau paraît se dépouiller. Il abandonne derrière lui une traînée confuse. Les parties du tourbillon voisines de l'axe circulaire demeurent colorées. D'ailleurs à mesure que l'anneau se déplace, le diamètre de son axe circulaire croît; il s'incorpore du fluide ambiant incolore, qui contribue à isoler la partie centrale, colorée ou enfumée. On est ainsi conduit à donner de l'expérience de Ball<sup>1</sup> une interprétation tout autre que celle jusqu'ici admise.

**16. — Structure apparente de l'anneau.** — Ainsi dans tous les cas, les tourbillons circulaires, obtenus par émission de fluide coloré dans du fluide incolore,

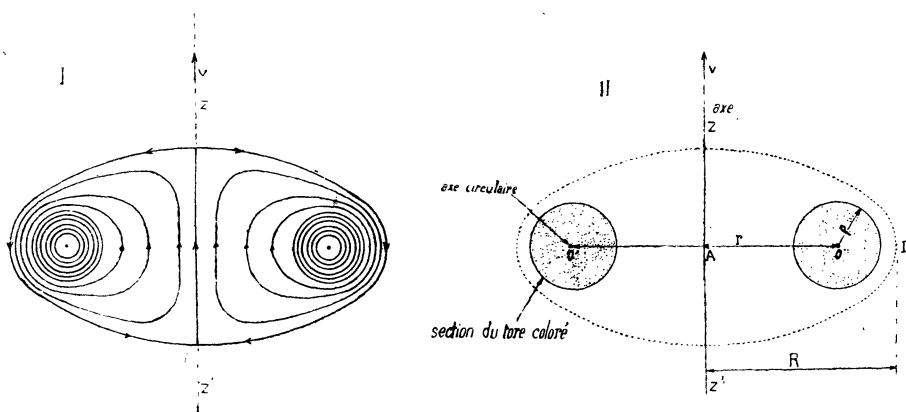


FIG. 19.

prennent l'aspect d'un anneau coloré, d'un tore, caractérisé par les rayons  $\rho$  de sa section droite et  $r$  de son axe circulaire (fig. 19). Je viens de montrer que si le rayon  $\rho$  du tore coloré, diminue au début, il reste ensuite sensiblement constant. On a été ainsi conduit à considérer le tore comme constituant à lui seul l'anneau-

1. Voir H. Bouasse, *Tourbillons*.



tourbillon, qui impénétrable serait susceptible de se propager intact à travers tous les milieux.

Je vais montrer que cette apparence est des plus trompeuses. Au point de vue cinématique, rien ne distingue le fluide situé à l'intérieur du tore coloré du fluide situé dans son voisinage immédiat.

#### Étude des vitesses dans un tourbillon circulaire.

**17. — Technique.** — 1° Utilisons toujours l'appareil de la figure 23 mais emplissons la cuve d'eau contenant en suspension de la poudre d'aluminium. Avec une lentille cylindrique éclairons fortement un plan diamétral passant par l'axe de l'orifice. Les grains d'aluminium apparaissent brillants sur un fond sombre. Produisons un anneau. Photographions le phénomène. L'arc utilisé étant alimenté par du courant alternatif, les particules reçoivent une vive illumination tous les centièmes de seconde. Les trajectoires obtenues sont discontinues et formées d'une série de traits. En comptant le nombre de traits contenus sur une longueur déterminée, on a, en centièmes de seconde, le temps mis par la particule pour parcourir dans l'espace une longueur connue. La vitesse absolue de la particule est ainsi déterminée. Cette technique va nous permettre d'étudier la distribution des vitesses dans une section méridienne du tourbillon. Les phénomènes étant de révolution, la structure du tourbillon sera connue.

2° Produisons un anneau. Nous voyons s'élever au-dessus de l'orifice une sorte d'ellipse à l'intérieur de laquelle les particules décrivent les trajectoires indiquées sur la figure 19-1. Le corps du tourbillon est donc une sorte d'ellipsoïde aplati, de révolution autour de l'axe  $zz'$ . Pour une particule intérieure ou extérieure au corps du tourbillon, nous avons à considérer soit la ligne instantanée de courant sur laquelle la particule se meut à instant  $t$ , soit la trajectoire de la particule dans l'espace. Les mouvements d'une particule peuvent d'ailleurs être rapportés soit à des axes fixes, soit à des axes liés au tourbillon et entraînés par lui. C'est ainsi qu'une particule prise dans le corps, décrit à l'intérieur du tourbillon l'une des lignes indiquées sur la figure 18-1. Ce sont les lignes de circulation du tourbillon. Au voisinage de l'axe circulaire elles deviennent de quasi-circonférences; il en résulte que les trajectoires dans l'espace sont des cycloïdes généralisées.

Par l'observation visuelle, on suit les particules à l'intérieur du corps. L'œil perçoit les lignes de circulation. La plaque photographique enregistre les trajectoires. Une pose très courte donne les lignes instantanées de courant.

**18. — Lignes instantanées de courant.** — J'obtiens les lignes instantanées de courant, en photographiant pendant un temps assez court (de l'ordre de  $\frac{1}{10}$  de seconde)

des tourbillons animés d'une vitesse de translation assez faible (20 mm. par seconde). Chaque particule décrit un petit segment de droite. L'aspect du cliché obtenu est celui du spectre magnétique fourni par un courant circulaire. En prolongeant et raccordant par un trait continu les différents segments, on obtient des courbes fer-

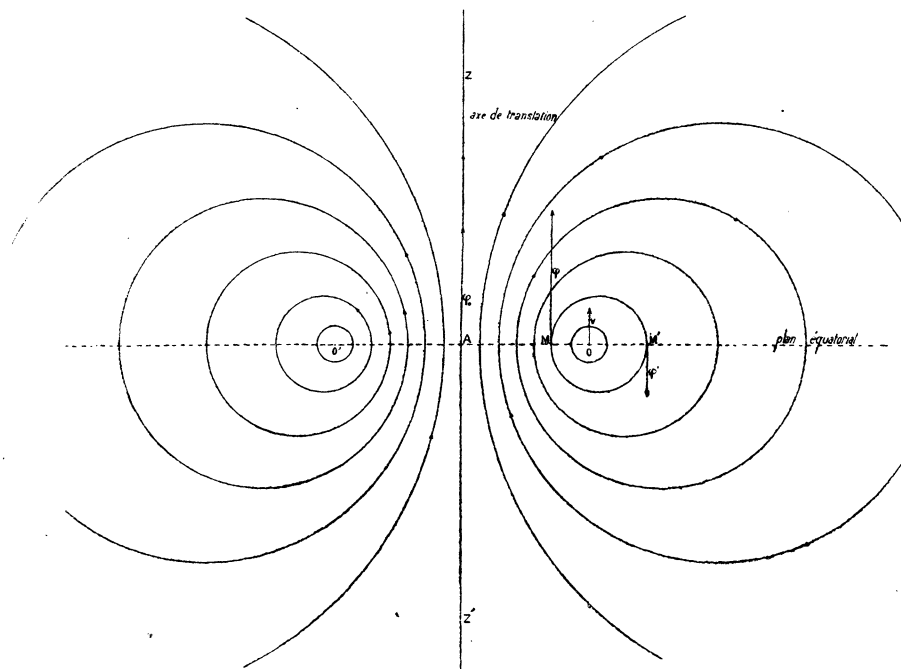


FIG. 20.

mées sensiblement circulaires. Sur la figure 20 je représente les lignes instantanées par des circonférences. Le tourbillon se translate vers le haut, les particules se meuvent dans le sens indiqué par les flèches.

**19. — Trajectoires.** — 1° En photographiant des tourbillons lents ou rapides avec une pose suffisante, on obtient sur la plaque les trajectoires des particules. Ce sont des cycloïdes généralisées. La figure 22 en représente quelques-unes. Celles données par des particules situées à l'intérieur du corps, à une distance suffisante de l'axe circulaire, offrent une boucle et un point double. Quand les particules se rapprochent de l'axe circulaire, les boucles se réduisent progressivement puis disparaissent ; on obtient des cycloïdes à point de rebroussement, puis des cycloïdes raccourcies, offrant par période deux points d'inflexion. Les particules situées sur l'axe circulaire décrivent de quasi droites, la mesure de la distance de ces droites donne le diamètre  $2r$  de l'axe circulaire.

2° Toutes les trajectoires données par les particules situées à l'intérieur du

corps sont périodiques. Soit  $L$  la période graphique (distance de deux points homologues);  $T$  le temps correspondant. La vitesse  $v$  de translation du tourbillon est :

$$v = L : T.$$

C'est la vitesse d'entraînement vers le haut de toutes les particules situées à l'intérieur du corps. D'autre part, chacune d'elles est également animée d'une vitesse de rotation autour de l'axe circulaire. Soit  $\varphi$  leur vitesse linéaire absolue, elle est évi-

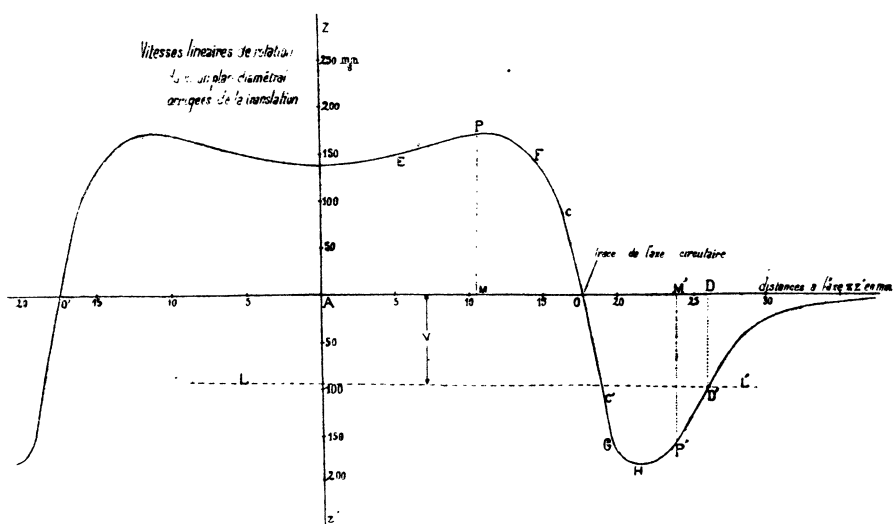


FIG. 21.

demment contenue dans le plan méridien passant par la particule considérée. Soient  $w$  et  $u$  les composantes verticale et horizontale de  $\varphi$ . Dans le plan de l'axe circulaire (plan équatorial)  $u$  est nulle, si l'on admet que l'anneau symétrique ne s'élargit pas. Les vitesses des particules à la traversée du plan équatorial sont donc entièrement verticales. Soit  $\rho$  le rayon de la ligne de circulation sur laquelle une particule se meut avec la vitesse angulaire  $\omega$ . Sa vitesse linéaire (instantanée) de rotation est :

$$V = \rho\omega.$$

La vitesse linéaire absolue  $\varphi$  est donc :

a) pour les particules  $M$ , qui à l'intérieur de l'axe circulaire traversent le plan équatorial en passant au-dessus :

$$\varphi = \rho\omega + v = V + v \quad \text{d'où} \quad V = \varphi - v.$$

b) pour les particules situées sur l'axe circulaire :

$$\varphi = v \quad \text{d'où} \quad V = 0 \text{ (physiquement du moins).}$$

c) pour les particules  $M'$  qui à l'extérieur de l'axe circulaire traversent le plan équatorial en passant au-dessous :

$$\varphi' = V' - v \quad \text{d'où} \quad V' = \varphi' + v.$$

3° Les particules extérieures au corps du tourbillon décrivent également des trajectoires bouclées mais non périodiques (NN' fig. 22). Lorsque la particule se trouve

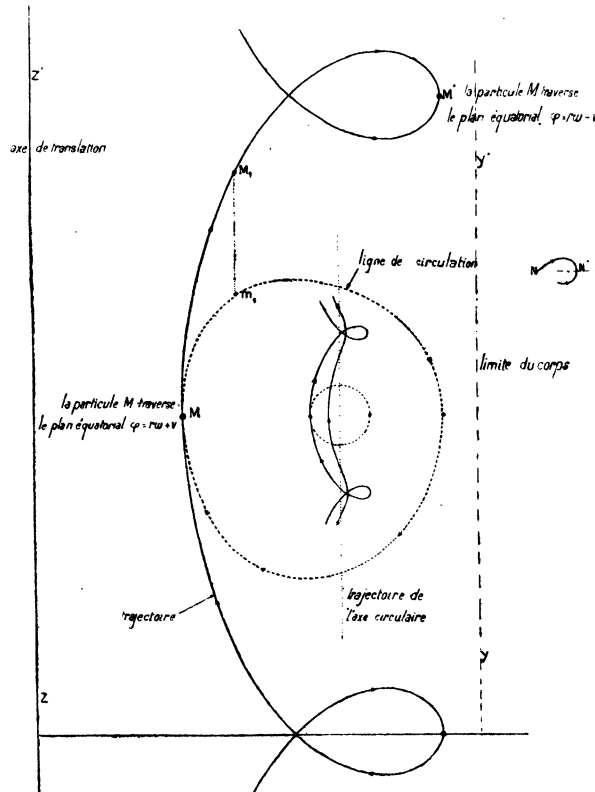


FIG. 22.

en  $N'$  au sommet de la boucle, la composante horizontale  $u$  de sa vitesse est nulle, la particule se trouve alors dans le plan équatorial de l'anneau. Soit  $\varphi'$  la vitesse linéaire absolue de la particule en  $N'$ ; la vitesse linéaire de rotation de la particule sur sa ligne instantanée de courant est :

$$V' = \varphi' + v.$$

Déterminons les vitesses linéaires absolues dans le plan équatorial, il suffit pour cela de déterminer les vitesses dans les régions  $M$  et  $M'$  où les trajectoires admettent des tangentes verticales. Repérons la position des particules par leur distance au

centre A de l'axe circulaire, ou encore ce qui revient au même par leur distance  $x$  à l'axe de translation ZZ' (*fig. 22*).

$$\text{En M on a : } V = \varphi - v, \quad \text{en M' : } V' = \varphi' + v.$$

$\varphi$ ,  $\varphi'$ ,  $v$  étant connus,  $V$  est également connu.

4° Portons les valeurs de  $V$  en ordonnées ( $V = \rho\omega$ ), les distances  $x$  en abscisses, nous obtenons la courbe de la figure 21. Elle donne les vitesses linéaires de rotation des particules à la traversée du plan équatorial. Un observateur, lié au tourbillon, placé en O (*fig. 21*) sur le plan équatorial et regardant l'axe, voit la particule MM' s'élever devant lui avec la vitesse  $V = MP$ . S'il tourne le dos à l'axe, il voit la particule M' traverser le plan équatorial vers le bas avec la vitesse  $V' = M'P$ .

La forme de la courbe, quasi rectiligne sur l'arc CC', montre qu'il existe au voisinage de l'axe circulaire un tore à l'intérieur duquel le liquide tourne en bloc. Le rayon  $b$  de ce tore, toujours petit, est de l'ordre de 1 mm. pour l'anneau auquel se rapporte la figure 21. Il croît avec la viscosité du liquide et avec l'âge de l'anneau. On pourrait croire que ce tore constitue la partie visible (anneau coloré) des tourbillons formés avec des fluides colorés. Il n'en est rien, car  $b$  est de l'ordre de 1 à 1,5 mm., alors que le rayon  $\rho$  du tore coloré est de l'ordre de 1 cm. (pour l'eau et pour les anneaux étudiés).

Quand on se déplace de l'axe circulaire vers l'axe de translation, la vitesse linéaire de rotation croît d'abord proportionnellement à la distance à l'axe, puis moins rapidement, passe par un maximum, puis décroît légèrement. Elle est minimum sur l'axe de translation. Pour l'anneau considéré, la vitesse linéaire absolue  $\varphi_0$  sur l'axe est :

$$\varphi_0 = 238 \text{ mm. : s.}$$

D'autre part, la vitesse de translation  $v$  de l'anneau est :

$$v = 100 \text{ mm. : s.}$$

La vitesse de translation est en gros la moitié de la vitesse linéaire absolue sur l'axe. La vitesse linéaire de rotation,  $V_0$  est légèrement supérieure à la vitesse de translation. Pour d'autres anneaux j'ai obtenu (en mm. : s.) :

$\varphi_0$	$V_0$	$v$	$\varphi_0 : v$
46	26	20	2,3
140	80	60	2,3
190	100	90	2,1
238	138	100	2,4
330	180	150	2,2

Ainsi la vitesse de translation de l'anneau est vaguement proportionnelle à la vitesse absolue sur l'axe.

Quand on se déplace dans le plan équatorial, de l'axe circulaire vers l'extérieur du tourbillon, la vitesse linéaire de rotation croît d'abord proportionnellement à la distance à l'axe circulaire (rotation en bloc), passe par un maximum, puis décroît rapidement. La vitesse absolue  $\varphi'$  est dirigée vers le bas, tant que l'on a  $V' > v$ .

Pour les particules situées à la limite du corps en  $D'$  on a sensiblement  $V' = v$ . D'où un moyen de déterminer le diamètre équatorial du corps. Coupons la courbe des vitesses par la droite  $LL'$  d'ordonnée  $(-v)$ . Nous obtenons le point  $D'$  d'abscisse  $D$ .  $OD$  est le rayon équatorial du corps (du moins le rayon approché).

5° De cette étude sommaire des vitesses, un fait capital se dégage. La vitesse linéaire absolue  $\varphi_0$  sur l'axe de translation est toujours supérieure à la vitesse  $v$  de translation du tourbillon. On a toujours :

$$\varphi_0 > v.$$

Le fluide situé au centre de l'anneau possède une vitesse linéaire absolue supérieure à celle de l'anneau lui-même. Les anneaux produits ne sont jamais à trou. On pourrait croire que certains anneaux déliés (en apparence), ceux de phosphore d'hydrogène par exemple, font exception. Il n'en est rien. Pour s'en convaincre, il suffit de répandre des fumées au-dessus d'anneaux de phosphore. Quand ces derniers arrivent au niveau de la fumée, ils s'entourent d'une enveloppe de fumée de forme vaguement ellipsoïdale et convexe à l'avant. Ils ne sont donc pas à trou. Même conclusion pour les anneaux, très déliés aussi, obtenus par la chute de gouttes. Il n'est d'ailleurs pas nécessaire de photographier pour se rendre compte du fait. Il suffit d'examiner les tourbillons produits dans l'eau contenant de la poussière d'aluminium. L'œil, qui suit l'anneau, voit les particules situées à l'intérieur de l'axe circulaire, s'élever vers le haut, traverser le plan équatorial, et décrire à l'intérieur du corps, les lignes de circulation indiquées sur la figure 19-1.

Dans aucun cas, je n'ai pu obtenir des anneaux se translatant régulièrement et pour lesquels on ait  $\varphi_0 < v$  (anneaux à trou). Peut-être en obtiendrait-on en produisant des tourbillons de très grande ouverture (2 ou 3 m. par exemple). De tels anneaux ne pourraient être produits et étudiés que dans des laboratoires spécialement organisés pour cette étude. D'ailleurs, les expériences de Suschnig, et d'autres rapportées par lui, semblent montrer que même des anneaux de grand diamètre ne sont pas à trou.

6° Quand, vers la fin de son parcours, l'anneau meurt,  $\varphi_0$  et  $v$  tendent simultanément vers zéro. L'anneau se disloque parfois avant que la rotation sur l'axe circulaire soit éteinte. On obtient alors des fragments de tourbillons extrêmement déliés. Dans un liquide parfaitement au repos, le tourbillon meurt régulièrement

peut-on dire. La vitesse de rotation s'annule d'abord sur l'axe de translation, le tourbillon cesse de se translater, et la rotation s'éteint progressivement. Quand les anneaux sont obtenus avec du liquide coloré, dont la densité est généralement différente de celle du milieu ambiant, des phénomènes tourbillonnaires secondaires peuvent se produire. Si le liquide coloré forme un tore de faible section il se disloque en fragments, qui plus denses que le milieu ambiant, s'écoulent sous forme de filets colorés, donnant chacun un anneau secondaire. On peut obtenir ainsi à partir d'un anneau initial plusieurs « générations » d'anneaux secondaires.

Si le liquide coloré plus dense constitue à lui seul à peu près tout le corps, la masse entière redescend, et sous l'effet des frottements latéraux donne un tourbillon circulaire. Le phénomène est très curieux car on a l'impression que le tourbillon initial se déroule.

**20. — Lignes de circulation dans le corps.** — 1° De la forme de la trajectoire, on peut déduire celle de la ligne de circulation d'une particule à l'intérieur du corps du tourbillon. La particule située en  $M$  au temps 0 est en  $M_1$  au temps  $t$ . Pour avoir le temps  $t$ , il suffit de compter le nombre de points ou traits contenus sur l'arc  $MM_1$ . Dans ce temps  $t$ , la particule a été entraînée vers le haut avec la vitesse  $v$  de translation du tourbillon. Elle a été de ce chef translaturée vers le haut d'une longueur connue  $vt$ . Menons  $M_1m_1 = vt$ .  $Mm_1$  est la trajectoire de la particule rapportée à des axes mobiles portés par le tourbillon. En continuant ainsi pour tous les points de la trajectoire, nous obtenons la courbe en pointillé de la figure 22. Elle est dissymétrique, ce qui n'a rien de surprenant. La dissymétrie croît quand les particules s'écartent de l'axe circulaire. Les lignes de circulation des particules situées au voisinage immédiat de l'axe circulaire sont de quasi circonférences. La figure 22 en représente une.

2° Une trajectoire est formée d'une série de traits ou de points. Pour construire la ligne de circulation, nous pouvons utiliser des points  $M, M_1, M_2, \dots$  correspondant à des intervalles de temps égaux. Nous obtenons ainsi la loi du déplacement de la particule sur sa ligne de circulation. On trouve ainsi que les particules décrivent leur ligne de circulation avec une vitesse angulaire sensiblement constante (du moins si la particule n'est pas trop éloignée de l'axe circulaire). La période  $T$  de révolution de la particule à laquelle se rapporte la figure 22 est de 0,49 seconde.

Les lignes de circulation, au voisinage de l'axe circulaire, sont de quasi circonférences. Soit  $\rho$  leur rayon,  $\omega$  la vitesse angulaire. Je trouve que le produit  $\rho\omega$  varie peu, ce qui est en accord avec le fait que la vitesse linéaire de rotation varie peu dans les régions EPF et GHP' (figure 21).

3° Les lignes de circulation étant de quasi circonférences, sur une certaine étendue, et la vitesse angulaire étant sensiblement constante, on s'explique que les tra-

jectoires soient de quasi cycloïdes. Chacune d'elles est comprise entre deux droites verticales, dont l'écart mesure le diamètre  $2\rho$  de la ligne de circulation. Soit  $L$  la longueur d'une période graphique,  $T$  la durée d'une révolution; on a d'abord la relation évidente :

$$L : T = v.$$

D'autre part, voici les valeurs de  $L$  et de  $2\rho$  pour diverses trajectoires :

$L$ (en mm.)	$2\rho$ (en mm.)	$L : 2\rho$
24	9,5	2,5
36	13,5	2,7
50	17	2,9

On a :

$$L = vT \quad \text{et} \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

d'où :

$$L : 2\rho = \pi v : \rho\omega.$$

Le rapport  $L : 2\rho$  croît légèrement quand  $\rho$  croît. La vitesse linéaire  $\rho\omega$  diminue donc légèrement quand  $\rho$  croît, c'est-à-dire quand on s'écarte de l'axe circulaire. Nous sommes bien entendu en dehors du tore à l'intérieur duquel le liquide tourne en bloc.

L'étude des trajectoires donne le rayon  $2R$  de l'équateur du corps de l'anneau. Il suffit de considérer sur les clichés les trajectoires des particules passant au voisinage de l'axe de translation; ce sont elles qui vont passer à la périphérie du corps. On trace ainsi sans peine la génératrice  $yy'$  du cylindre limitant extérieurement le corps, d'où le rayon  $R$  du corps (*fig. 22*). Les clichés donnent également le rayon  $r$  de l'axe circulaire. Le rapport  $r : R$  est, pour tous les anneaux, voisin de 0,7 ou  $\sqrt{2} : 2$ . L'axe circulaire divise donc le plan équatorial de l'anneau en deux régions à peu près d'égale surface.

En résumé, un tourbillon circulaire est constitué par une masse de fluide, sensiblement ellipsoïdale (corps du tourbillon), se translatant dans le milieu ambiant. A l'intérieur du corps le liquide est animé d'un mouvement de rotation comparable à celui qui prend naissance dans les gouttes d'huile tombant dans l'eau.

Les lignes instantanées de courant dans le corps et dans le milieu ambiant, constituent un système unique. Les trajectoires des particules constituent au contraire deux systèmes distincts.



## TROISIÈME PARTIE

### ÉCOULEMENT VARIABLE

---

#### CHAPITRE PREMIER

#### Régimes de l'écoulement.

**21. — Technique.** — *a)* On peut, comme l'abbé Carrière (*Journal de Physique*, juin 1928), entretenir une onde stationnaire dans un tuyau, et percer un trou dans l'un des fonds, plus généralement en un nœud. Pour étudier la superposition d'un écoulement uniforme à un écoulement alternatif, on amène de l'air en un ventre. La méthode est intéressante, mais il n'était pas évident à priori que les phénomènes ainsi observés fussent assimilables aux phénomènes d'écoulement ordinaires.

*b)* J'ai utilisé l'appareil suivant (*fig. 23*). Une cuve vitrée C, porte transversalement la cloison AB percée de l'orifice CD à étudier. Une épaisse feuille de caoutchouc F (chambre d'automobile), sertie par un fond de boîte T en épais fer-blanc, ferme la cuve à la partie inférieure. La boîte R est reliée par un tuyau de caoutchouc à une deuxième boîte R' fermée aussi par une deuxième feuille de caoutchouc F'. Cette dernière porte en son centre une tige GH à laquelle un petit moteur électrique impose un mouvement alternatif. Il en résulte une variation périodique de la pression à l'intérieur des cavités R et R'. La feuille F transmet les variations de pression et détermine l'écoulement à étudier. La transmission pneumatique des variations de pression, permet d'isoler le moteur de la cuve, et soustrait cette dernière aux vibrations qui accompagnent inévitablement toute transmission directe par leviers. On règle l'amplitude du déplacement de F', par suite de F, en faisant varier la course de GH. Un rhéostat disposé sur le circuit d'alimentation du moteur permet de faire varier la fréquence entre  $\frac{1}{2}$  et 10 par seconde.

Le tuyau de caoutchouc reliant R à R' doit être assez large et assez court pour que l'écoulement dont il est le siège soit négligeable, et que le système des deux boîtes et du tuyau puisse être considéré comme constituant une seule cavité à l'intérieur de laquelle la pression varie à peu près sinusoidalement. L'amplitude de ses variations est fournie par l'enregistrement au moyen d'une capsule de Marey préala-

blement étalonnée. Un tuyau permet d'amener l'eau à la partie inférieure de la cuve. On observe ainsi à travers l'orifice la superposition d'un écoulement uniforme à un écoulement alternatif. Pour étudier les mouvements, je place dans le fluide de la

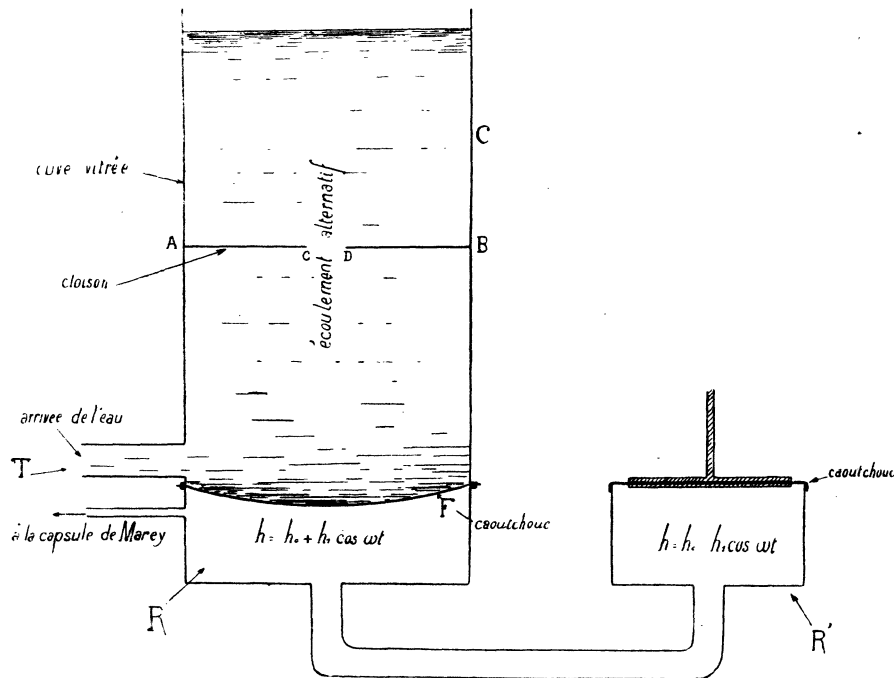


FIG. 23.

poudre d'aluminium et j'éclaire un plan mince passant par l'axe de l'orifice. Généralement une circulation apparaît. Pour en obtenir les lignes, il suffit de suivre une particule. On se rend mieux compte de l'allure des phénomènes en colorant le fluide de l'un des milieux,  $V_2$  par exemple, ou en disposant sur le bord de l'orifice une parcelle de permanganate pour l'eau, de phosphore pour l'air.

#### Écoulement alternatif. — Régimes vibratoires.

**22. — Régime A vibratoire simple.** — 1° L'orifice a 3 cm. de diamètre, il est percé dans une feuille de fer-blanc de 0,2 mm. d'épaisseur. Les déplacements d'une particule située au centre de l'orifice ont pour expression  $y = a \cos \omega t$ .

$a$  est de l'ordre de 0,5 à 1 mm., la fréquence  $\frac{\omega}{2\pi}$  de l'ordre de 2 par seconde. L'expérience montre que, dans ces conditions, des tourbillons ne s'amorcent même pas. Une particule prise dans le plan de l'orifice, ou à quelque distance, oscille au-

tour d'une position moyenne rigoureusement fixe, en décrivant un petit segment de droite. Il n'existe pas de circulation notable. Les lignes instantanées de courant sont des lignes de vibration. La figure 3 les représente. L'amplitude des déplacements des particules diminue quand on s'éloigne de l'orifice. Ainsi à 7 cm. du centre, quel que soit l'azimut dans lequel on les observe, elles oscillent entre des positions extrêmes distantes de  $\frac{1}{5}$  mm. environ.

2° Diminuons l'amplitude et augmentons la fréquence, le régime se maintient. On peut atteindre des fréquences de 10 avec des amplitudes de l'ordre de  $\frac{1}{5}$  mm. dans le plan de l'orifice. Pour des fréquences plus grandes, le régime se maintient vraisemblablement, mais l'amplitude doit être diminuée au point que les déplacements ne sont plus perçus à une petite distance de l'orifice.

3° Une diminution de l'amplitude tend à gêner, puis à empêcher la formation des tourbillons pour une double raison. D'abord, à fréquence constante, la vitesse diminue. De plus et ceci est capital, le volume des tourbillons diminue avec l'amplitude du déplacement. Quand cette dernière devient inférieure à une certaine limite (variable avec la nature du fluide et la courbure de la paroi), les tourbillons disparaissent. L'expérience suivante est instructive à cet égard. Je perce l'orifice dans une feuille de zinc épaisse de 0,5 mm. Les parois de l'orifice sont normales aux faces de la lame. Pour une amplitude  $a = 3$  mm. (fréquence 2) la circulation apparaît. Elle disparaît si j'adoucis les bords de l'orifice au papier émeri; pour reparaître plus intense, quand à la meule, j'use le bord de l'orifice de manière à le rendre aussi mince que possible, quasi tranchant.

De même l'influence de la fréquence est double. Ses variations modifient la vitesse, mais elles modifient aussi la durée du développement des tourbillons. Aux grandes fréquences, ils n'auront pas le temps de se développer.

Le régime vibratoire peut être obtenu avec tous les fluides, aussi bien avec l'eau qu'avec l'air. Il est le régime normal aux grandes fréquences avec de faibles amplitudes. On l'obtient d'autant plus aisément que le liquide est plus visqueux.

**23. — Régime A'.** — 1° Conservons l'orifice de 3 cm. de diamètre, augmentons l'amplitude de l'écoulement. Pour  $a = 3$  mm. et  $f = 2$ , le mouvement cesse d'être simplement vibratoire, une circulation apparaît. Elle est d'abord localisée à l'intérieur d'un tore concentrique à l'orifice. La figure 24 en représente une coupe par un plan diamétral. Les lignes tracées en traits pleins sont les lignes de vibration, celles en pointillé sont les lignes de circulation. Dans le plan de l'orifice la circulation est axipète. Les particules zigzaguent sous la double influence de la vibration et de la circulation. J'ai représenté en trait fort la trajectoire de l'une d'elles. Il en existe de bouclées. A mesure qu'elles s'éloignent des bords, elles remontent vers le haut si

leur position moyenne est au-dessus du plan de l'orifice, descendent vers le bas dans le cas contraire; pour finalement revenir au voisinage du bord. L'ensemble de la circulation constitue ainsi un double tourbillon circulaire, permanent et stationnaire d'ouverture  $MM'$ . Quand l'amplitude  $a$  augmente, le volume du tourbillon croît, son ouverture diminue; elle devient nulle pour une valeur de  $a$  comprise entre 4 et 5 mm. Dès lors, l'allure des phénomènes se modifie. Le liquide afflue du bord vers le centre où il donne deux jets axiaux dirigés l'un vers le haut, l'autre vers le bas. Ces deux courants s'épanouissent à une distance variable de

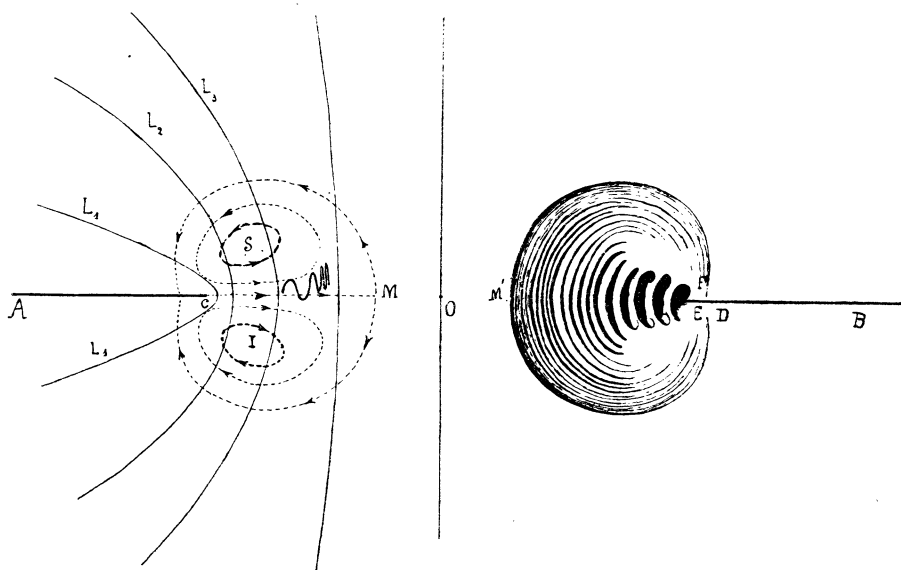


FIG. 24.

l'orifice en donnant une nappe qui vient se raccorder à la cloison AB un peu en dehors de l'orifice (*fig. 26*).

2° Le tourbillon supérieur S, et l'inférieur I sont contigus dans le plan de l'orifice. Du liquide appartenant à S et arrivant au voisinage du bord peut passer dans I et réciproquement. Je préciserai plus loin les conditions dans lesquelles se fait le passage. Les deux circulations se mêlent donc dans le plan de l'orifice et au voisinage du bord. Le mélange ne peut se produire qu'entre les couches superficielles. Il existe dans les deux tourbillons un noyau qui ne se renouvelle pas, ou plus exactement, ne se renouvelle que très lentement.

3° Quelle est la cause de la circulation? Nous devons la chercher dans une dissymétrie des lignes de courant de part et d'autre du plan de l'orifice à un instant donné. Cette dissymétrie est généralement accompagnée de la production d'un mouvement tourbillonnaire localisé au voisinage immédiat du bord.

Considérons dans le régime vibratoire pur, une particule située sur la ligne de

vibration  $L_0$ , et ayant sa position moyenne dans le plan de l'orifice (*fig. 25*). Dans son mouvement elle contourne le bord et oscille entre deux positions extrêmes symétriques. Quand la circulation apparaît, la dissymétrie se manifeste de la manière suivante. Plaçons-nous au début de la demi-période de mouvement ascendant. Durant un temps  $\Delta t$ , l'écoulement est symétrique, abstraction faite de la circulation. Les particules sont lancées sur les lignes de vibration du régime A. Au bout du temps  $\Delta t$ , la vitesse est devenue suffisante pour qu'un enroulement apparaisse au voisinage immédiat du bord; l'écoulement se localise et tend à donner un jet. Dans

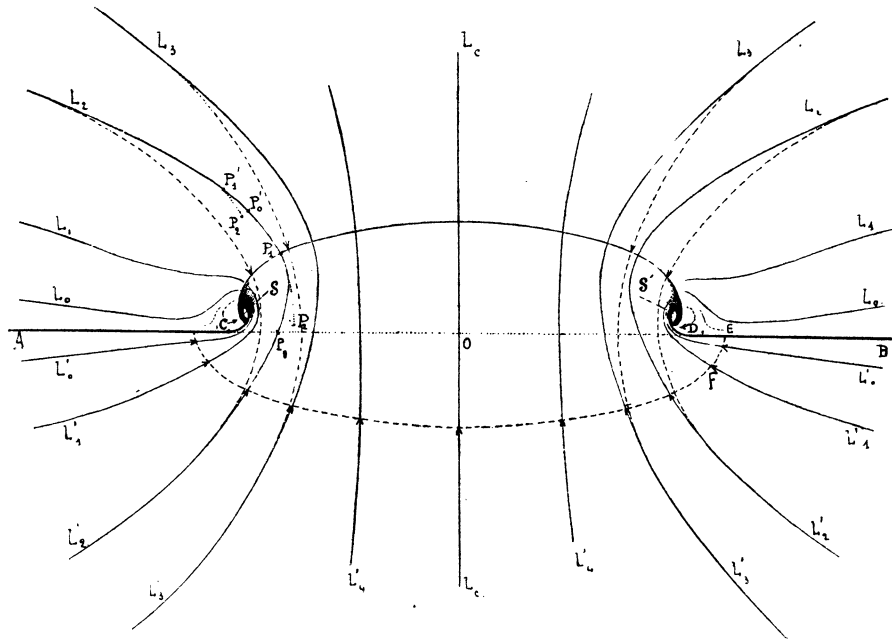


FIG. 25.

le milieu inférieur, les lignes de courant ne sont pas sensiblement modifiées. Au dessus de la cloison, la ligne  $L'_0$  s'enroule autour d'un axe circulaire, qui au début infiniment voisin du bord vient en  $S_1$ , entraîné par le jet qu'il borde. Le trouble produit par ce rudiment de tourbillon demeure localisé au voisinage du bord. A une distance de quelques centimètres l'écoulement garde la forme qu'il avait dans le régime A. Dans le plan de l'orifice, la formation du tourbillon s'accompagne d'une contraction de l'écoulement; le maximum de vitesse, est de ce chef déplacé vers le haut. D'autre part le maximum de courbure des lignes de courant n'est plus dans le plan de l'orifice, mais au-dessus.

Sur la figure 25 j'ai tracé en pointillé les lignes de courant pour un écoulement symétrique. C'est selon elles que se fait l'afflux vers l'orifice. J'ai tracé en traits pleins les lignes de courant vers la fin de la demi-période de mouvement ascendant.

Une particule qui au début se trouve dans le plan de l'orifice ira en  $P_1$ ; elle reviendra en  $P_2$  au cours de la demi-période de mouvement descendant. Elle sera ainsi déplacée vers le centre, et légèrement vers le haut. Par contre, une particule située en  $P'_0$ , ira en  $P'_1$ , pour revenir en  $P'_2$ . Ainsi s'explique la circulation décrite. Cela revient à dire qu'au cours de chaque demi-période de durée  $T$  :  $\alpha$  l'écoulement se fait selon le régime A (écoulement diffus) pendant un temps  $\Delta t$  selon le régime B (écoulement localisé ou jet) durant la plus grande partie du reste de la demi-période.

4° Si l'on prend soin de fixer une parcelle de permanganate dans l'angle EDF, tous les bourrelets formés au-dessus de l'orifice seront colorés, ceux formés au-dessous ne le seront pas. On obtiendra donc une série de lames colorées séparées par des lames incolores. Elles se déplaceront des bords vers le centre; s'étireront sous l'influence de la vibration, et comme les régions centrales progressent avec une vitesse supérieure à celle de la périphérie, on obtiendra l'aspect de la figure 24 (partie droite). Tout se passe, comme si l'on avait un jet laminaire de très faible vitesse, dirigé des bords vers le centre. A une petite distance du bord, le jet s'épanouit en une double nappe venant se raccorder aux deux faces de la cloison, non loin du bord. La circulation est ainsi fermée et localisée.

5° L'importance du mouvement tourbillonnaire croît avec l'amplitude. La vitesse de la circulation dans le plan de l'orifice augmente; la lame issue du bord se ferme au centre pour donner un double jet axial. La figure 26 montre l'aspect curieux obtenu avec les lames colorées. La régularité du phénomène est remarquable et les figures n'en donnent qu'une idée bien imparfaite.

**24. — Mélange des circulations dans le plan de l'orifice.** — Négligeons la vibration et considérons le jet laminaire, qui dirigé du bord vers le centre, donnerait les circulations décrites. Dans un tel système, les lignes de courant seraient fermées, permanentes et stationnaires. Une particule décrirait toujours la même trajectoire. Or j'ai dit plus haut que des éléments appartenant à la circulation supérieure, peuvent lorsqu'ils reviennent au voisinage du bord, passer dans la circulation inférieure et réciproquement. Précisons les conditions du passage. Aux temps  $0, T, 2T, \dots kT$ , le mouvement s'annule pour reprendre vers le haut. Les éléments situés à cet instant dans l'angle EDF donneront le bourrelet supérieur dont la plus grande partie restera dans la circulation supérieure. De même le fluide situé au-dessus de la cloison dans l'angle EDS, aux temps  $T : 2, 3T : 2, (2k + 1)T : 2$  donnera le bourrelet inférieur qui restera dans la circulation inférieure. Il en résulte que la circulation sur laquelle une particule sera lancée est déterminée par l'instant de la période auquel cette particule arrive au voisinage du bord. Les lignes de circulation R et R' (fig. 26) doivent être considérées comme se prolongeant dans le

milieu inférieur, les lignes  $Q$  et  $Q'$  se prolongent au contraire dans le milieu supérieur. Considérons une particule, qui située dans le milieu supérieur, décrit la

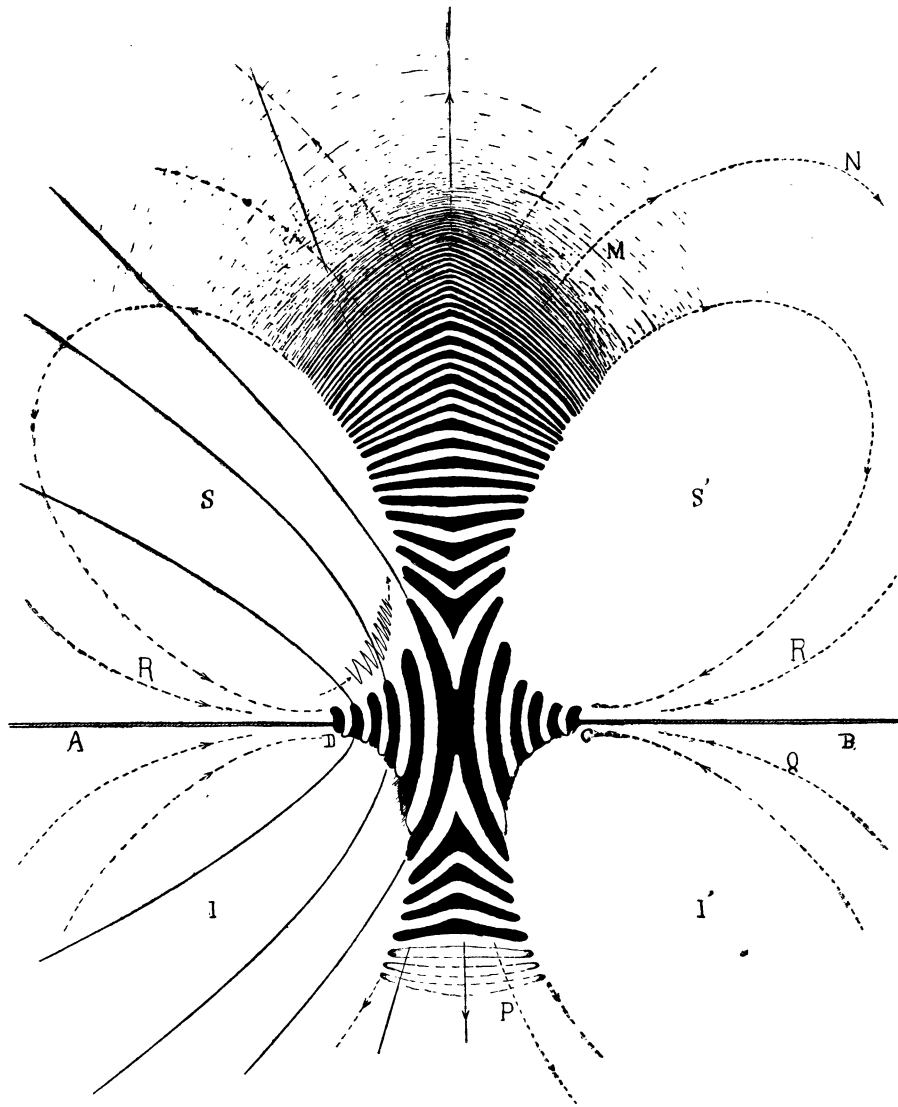


FIG. 26.

ligne de circulation  $MNR$ . Elle peut, arrivant au voisinage du bord, passer dans la circulation inférieure, où elle suivra la ligne  $PSQ$ . Elle décrira ainsi une sorte de huit plié dont les deux boucles sont symétriques l'une de l'autre par rapport au plan de la cloison. De pareilles trajectoires bouclées en forme de huit, s'observent dans les circulations créées par l'oscillation des sphères, des disques ou des cylin-

dres. C'est parce que les circulations se mêlent dans le plan de l'orifice que les nappes ou jets qu'elles donnent sont stratifiés dans le cas où l'un des milieux seul est coloré. La circulation transporte en effet des couches empruntées successivement aux deux milieux.

**25. — Influence du diamètre de l'orifice, de l'épaisseur des parois.** — Partant de l'orifice de 3 cm., réduisons progressivement le diamètre. La circulation axipète atteint plus rapidement le centre, et donne plutôt le double jet axial. Les lames normales au plan de l'orifice, provenant de l'étirement des bourrelets circulaires sont en nombre de plus en plus restreint. Pour des orifices de 3 à 4 mm. de diamètre, on n'en distingue plus, et les bourrelets donnent directement un double jet stratifié. De plus pour de petits orifices, les anneaux tourbillons s'organisent beaucoup plus rapidement, le régime tend à devenir pulsatoire, même pour de faibles amplitudes du débit.

Pour des orifices de grand diamètre et des amplitudes notables du débit, la circulation peut se compliquer et présenter tous les aspects de celle qui apparaît sur les bords d'un disque plan oscillant. En particulier pour de grands orifices  $d > 5$  cm., percés en paroi épaisse de quelques millimètres, et à bord arrondi, on observe un curieux renversement du sens de la circulation, quand l'amplitude des déplacements dans le plan de l'orifice devient voisine de l'épaisseur de la paroi. La circulation est axifuge dans le plan de l'orifice. Le liquide appelé de l'axe vers le bord s'éloigne tangentiellement à la cloison. Il en résulte un appel axial vers l'orifice.

Dans tous les cas où la circulation apparaît, on observe au voisinage immédiat du bord, la formation d'enroulements d'axe circulaire qui ne possèdent aucune des propriétés de l'anneau. Ce sont de simples amorces de tourbillons. Lorsque ces tourbillons arrivent à s'organiser en anneaux, ils se détachent, filent axialement et le régime devient pulsatoire.

#### Écoulement alternatif. — Régime pulsatoire.

**26. — Définition du régime.** — Lorsque l'amplitude des déplacements dans le plan de l'orifice excède une certaine valeur, ou, ce qui revient au même, lorsque l'amplitude  $Q_1$  du débit dépasse une certaine limite, l'écoulement donne à chaque demi-période d'abord un anneau, puis une véritable tête de jet (*fig. 27*). La succession de ces jets ou tourbillons crée une circulation dont les parties axiales sont constituées par deux jets turbulents (cônes de tourbillons) issus de l'orifice. Il est évident que pour une période et une amplitude suffisantes, l'écoulement donne une double série de jets turbulents.



Le régime pulsatoire peut exister à l'orifice des résonateurs. Il est le régime normal de l'écoulement à travers un trou percé au niveau d'un nœud dans la paroi d'un tuyau où existe une onde stationnaire. C'est encore le régime des flammes de Kœnig, lorsque l'excitation est suffisante; les tourbillons ou jets successivement émis constituent des mobiles lumineux.

27. — Allure générale des phénomènes. — Je décris d'abord le phénomène nor-

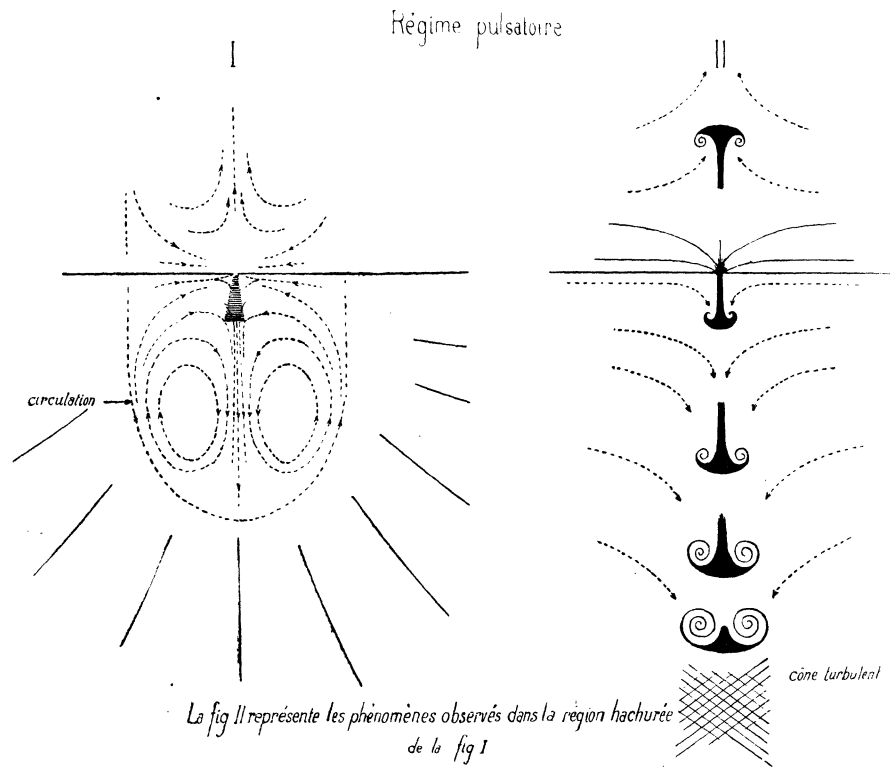


FIG. 27.

mal, celui qui correspond à une expulsion d'anneaux bien formés, se déplaçant par leurs propres moyens. Pour un orifice de 3 cm. de diamètre, l'amplitude des déplacements des particules serait de 2 à 3 cm. s'il n'y avait pas enroulement. La quantité de liquide qui à chaque demi-période passe à travers l'orifice est de 20 cm<sup>3</sup> environ. Dans ces conditions des anneaux bien formés sont alternativement expulsés de part et d'autre de l'orifice. On a donc axialement, de chaque côté de la cloison un train d'anneaux entraînant avec une vitesse plus réduite, le liquide dans lequel ils se déplacent. A une certaine distance de l'orifice, le mouvement tourbillonnaire diminue d'intensité, puis cesse. La masse devient homogène et tend à s'épanouir en nappe. Le jet axial est localisé à l'intérieur d'un cône d'angle au sommet variable,

mais n'excédant pas une dizaine de degrés. En raison des phénomènes précédemment décrits (entraînement par turbulence), le liquide ambiant afflue vers le cône. Si les milieux sont limités, ou si le jet axial ne va pas s'épanouir trop loin de l'orifice, la circulation est fermée et limitée à l'intérieur d'un certain domaine. Elle est ouverte si les courants de convection la disloquent. C'est ce qui se produit lorsque l'un des milieux est illimité et plus ou moins agité.

**28. — Circulation et vibration.** — Prenons pour origine des temps l'instant où débute le mouvement vers le haut. Pendant un temps  $t$  variable, de l'ordre de  $\frac{1}{10}$  de période, l'écoulement va se faire dans tous les sens (système I des lignes de courant). Toutes les particules recevront ainsi une impulsion tendant à les éloigner de l'orifice. La vitesse d'ascension des éléments situés dans le jet axial sera augmentée; les éléments situés en dehors du jet, et que la circulation entraîne vers le cône et vers l'orifice, auront leur vitesse d'afflux diminuée. Elle pourra même s'annuler, et pendant un temps variable on verra alors dans tout le fluide I les particules fuir l'orifice (afflux négatif). Au bout du temps  $t$ , le tourbillon apparaît, se développe, s'organise. Durant sa formation il refoule le liquide ambiant situé en avant de lui, et tend à le faire passer en arrière. L'afflux vers l'orifice redevient positif, d'abord sur les lignes voisines de la cloison, puis sur les autres. Vers la fin de la demi-période, l'énergie du tourbillon est maximum, la vitesse d'écoulement quasi nulle, le tourbillon se détache et s'élève. A ce moment, le liquide du milieu 1 afflue vers l'orifice pour combler le vide, et comme à cet instant l'écoulement vers le bas commence, les mêmes phénomènes vont se reproduire de l'autre côté de la cloison. Le tourbillon ayant été lancé avec une vitesse  $v$ , est déjà à une certaine distance de l'orifice lorsque l'afflux vers le bas devient notable. Il se trouve dans des régions où la vitesse d'appel est inférieure à sa propre vitesse; il est retardé mais non rappelé.

La vitesse dans le jet axial est de la forme

$$V = V_0 + V_1 \sin \omega t \quad \text{avec} \quad V_0 > V_1.$$

La vitesse tangentiellement à la cloison est de la forme

$$V = V'_0 + V'_1 \sin \omega t \quad \text{avec généralement} \quad V'_0 < V'_1.$$

Les termes  $V_0$ ,  $V'_0$  représentent en un point donné la vitesse de la circulation; les termes  $V_1$ ,  $V'_1$ , l'amplitude de la vibration. Comme pour avoir les déplacements des particules il faut composer  $V_0$  avec  $V_1$  et  $V'_0$  avec  $V'_1$ , on voit qu'en dehors du jet axial, les trajectoires seront en dent de scie ou bouclées, ce que montrent très bien les clichés. Pour les éléments voisins du jet axial ou situés dans ce jet, le terme périodique est la résultante de plusieurs déplacements de même fréquence.

Considérons en effet une particule quelconque, elle est d'abord soumise aux déplacements provenant de la variation d'écoulement à travers l'orifice. De plus, dans son voisinage passent des anneaux, qui lui imposent des déplacements dont la fréquence est celle de l'écoulement, mais dont la direction dépend de la position de la particule par rapport aux anneaux. Ce sont ces déplacements qui, composés entre eux, donneront le déplacement final. Pour des particules situées près du jet axial, les perturbations provenant du passage des anneaux l'emportent sur celles provenant de la vibration, les dents de scie sont remplacées par des boucles très nettes sur les clichés.

**29. — Influence du diamètre de l'orifice, de l'amplitude, de la fréquence.** — 1° Si l'on diminue le diamètre, il faut corrélativement diminuer l'amplitude ou augmenter la fréquence pour rester dans un régime pulsatoire simple. Les anneaux diminuent de volume. Pour de petits orifices (de l'ordre du mm.) ils ne se forment plus, et l'on n'obtient que de simples enroulements ou amorces d'enroulements (voir le mémoire de l'abbé Carrière). Tout mouvement de rotation disparaît à une distance de l'orifice pouvant descendre à 10 mm. Au delà de cette distance, le jet axial est stratifié (visuellement), mais non tourbillonnaire. L'on y voit des enroulements, mais ils sont dénués de rotation : le jet est currentiligie. Ainsi, pour de grands orifices, les anneaux ne se forment que si l'amplitude du débit est suffisante; pour de petits orifices, ils se réduisent à des enroulements, anneaux morts-nés pourrait-on dire.

2° Pour un orifice donné, augmentons l'amplitude en maintenant la fréquence invariable. Pour de très petites amplitudes, le régime est vibratoire pur, puis apparaît la circulation, et enfin le régime devient pulsatoire. Le volume des anneaux expulsés croît jusqu'à une certaine limite, puis l'enroulement est suivi d'un rudiment de jet (*fig. 27*). Enfin, pour de grandes amplitudes du débit, on obtient à chaque demi-période un jet turbulent. Une amplitude convenable donne l'aspect de la figure 27. En II je représente les jets successivement émis dans les deux milieux. Ils sont distincts au voisinage de l'orifice (région hachurée de la figure I). Les enroulements qui les précèdent se voient aisément. A une distance suffisante de l'orifice, les jets successifs butent les uns sur les autres, les tourbillons se fragmentent, c'est le régime turbulent (région hachurée de la figure II). J'ai représenté en pointillé les lignes de circulation dans l'ensemble du domaine. En dehors du domaine, j'ai tracé sur la figure 27-1 les lignes de vibration en traits pleins.

**30. — Influence de la limitation des milieux sur la circulation.** — Lorsque la circulation est axipète et étroitement limitée au voisinage du bord de l'orifice (régime A'), les parois n'interviennent pas si elles sont à une distance du bord supé-

rieur à trois ou quatre fois le diamètre de l'orifice. Quand la circulation donne le double jet axial, elle tend à se loger dans les deux cavités, déterminant le mélange des fluides qu'elles contiennent. Étudions le cas où l'un des milieux seul est limité. On réalise aisément ce cas, en plaçant dans l'air ou en immergeant dans une grande masse d'eau une boîte portant en son milieu une feuille de caoutchouc formant cloison et divisant la boîte en deux cavités 1 et 2. La cavité 2 porte un orifice O. Comme il a été dit plus haut, entretenons dans 1 une variation périodique de pression; les déplacements du caoutchouc créent à travers l'orifice O un écoulement alternatif. La cavité 2 est emplie d'eau colorée ou de fumée, selon que l'on expérimente dans l'eau ou dans l'air.

Pour de petites amplitudes, la circulation est axipète et ne change pas d'allure; elle demeure symétrique par rapport au plan de l'orifice. Quand elle donne les jets axiaux, elle ne tarde pas à devenir dissymétrique, par suite de la limitation du milieu 2. Ces jets axiaux sont stratifiés et formés de couches prises alternativement aux milieux intérieur et extérieur. En raison des inévitables courants ou remous produits dans le milieu extérieur, le jet est disloqué à une certaine distance de l'orifice. Le fluide que la circulation introduit dans la cavité est emprunté au milieu extérieur, il est donc incolore. Le fluide contenu dans la cavité se renouvelle rapidement. Ainsi s'explique qu'un résonateur empli de fumée l'évacue rapidement dès qu'on l'excite.

**31. — Conclusions.** — L'étude précédente nous conduit à distinguer trois régimes.

1° *Régime A vibratoire.* — Les lignes instantanées de courant sont les lignes de vibration, ce sont celles du régime A pour l'écoulement uniforme, et ressemblent comme on l'a vu à celles que prévoit la théorie classique des fluides parfaits, dans l'hypothèse où existent une continuité et un potentiel des vitesses. Il n'existe pas de circulation.

2° *Régime A' ou intermédiaire.* — Au cours de chaque demi-période, l'écoulement à travers l'orifice débute selon le régime A, mais la vitesse croissant, les lignes de courant décollent de la cloison dans le milieu aval. Des enroulements se forment au voisinage immédiat du bord, là où la courbure des lignes de vibration est maximum. Une circulation apparaît et se superpose à la vibration. Selon l'amplitude de la vibration et la nature du bord de l'orifice (épaisseur, courbure), la circulation prend les aspects les plus divers. Elle est caractéristique des singularités de l'orifice, et limitée à l'intérieur d'un domaine de faible étendue.

3° *Régime B pulsatoire.* — Au cours de chaque demi-période, l'écoulement débute encore selon le régime A. Quand la vitesse devient suffisante, les lignes de courant décollent dans le milieu aval. Un tourbillon circulaire apparaît au voisinage

du bord, se développe, s'organise en anneau et se détache. L'écoulement cesse alors, ou continue sous la forme d'un jet de vitesse variable. Le régime B ou pulsatoire est donc caractérisé par l'expulsion d'anneaux bien formés, ou l'émission périodique de jets turbulents ou non. Il en résulte une circulation intense, qui ne dépend plus des singularités de l'orifice, et s'étend au loin.

A l'intérieur du domaine, ici très étendu, le mouvement est périodique, mais turbulent. La vibration redevient régulière à une distance suffisante du domaine.

#### Ajutage cylindrique.

**32.** — L'ajutage cylindrique peut être un trou en paroi épaisse, ou un tube mastiqué sur la cloison. Dans ce dernier cas l'orifice peut être entouré ou non d'un rebord plan. Si le rebord plan existe, rien ne distingue le tube d'un trou en paroi épaisse.

Quelles que soient l'épaisseur de la paroi ou la longueur du tube, nous obtenons le régime A. Les lignes de vibration sont parallèles à l'intérieur du tube et divergent à la sortie. On peut supprimer la cloison AB (*fig. 23*) et fixer dans l'eau un tube T à l'intérieur duquel un piston entre à frottement doux. Quand on donne au piston placé au milieu du tube un mouvement alternatif de faible amplitude, les lignes de vibration se dessinent nettement grâce à la poussière d'aluminium. L'aspect général est celui du champ magnétique d'un solénoïde.

Quand l'amplitude de la vibration croît, des circulations localisées et peu intenses apparaissent au voisinage des angles vifs que les bords peuvent présenter (régime A'). On les supprime ou tout au moins on les diminue en adoucissant les bords, ou encore en prenant un tube T, à paroi épaisse, bordé au chalumeau.

Enfin, pour de grandes amplitudes, le régime devient pulsatoire. La circulation est intense, les anneaux ou les jets successifs sont projetés selon l'axe, l'afflux latéral est diffus. Deux courants de sens contraire semblent sortir du tube.

#### Ajutage conique.

**33.** — Mastiquons sur l'orifice de la cloison AB, un petit bloc de cuivre percé d'un orifice conique (hauteur 10 mm.;  $d = 4$  mm.;  $D = 10$  mm.). Pour de faibles amplitudes de l'écoulement, nous obtenons le régime A. L'amplitude croissant, des circulations apparaissent au voisinage du bord de la petite base; puis le régime de-

vient pulsatoire. Pour des cônes de grand angle (de l'ordre de  $25^\circ$  ou plus), les tourbillons se forment à la petite base. Ceux qui apparaissent au moment où le liquide sort de la petite base, se développent librement dans le milieu ambiant. Ceux qui apparaissent au moment où le liquide s'écoule de la petite base vers la grande, naissent à l'intérieur du cône, leur développement est gêné. Corrélativement la circulation dans le milieu adjacent à la grande base est moins intense, le domaine turbulent est plus restreint.

Si l'on expérimente avec un cône long et d'angle au sommet faible, les tourbillons ne peuvent se développer à l'intérieur du cône. En raison de l'accroissement progressif de section, l'amplitude du déplacement et de la vitesse diminuent à mesure que l'on s'éloigne du petit orifice. Le régime peut demeurer vibratoire au niveau de la grande base, alors qu'il est pulsatoire, pour la sortie, à la petite base.

Voici pour terminer deux curieuses expériences sur les ajutages cylindro-coniques (entonnoirs). Mastiquons sur la cloison un entonnoir de verre ordinaire à évasement brusque. Pour de petites amplitudes, nous obtenons le régime A. Pour une amplitude suffisante, le régime devient pulsatoire. De l'orifice du tube se détachent des anneaux ou sortent des jets turbulents. A l'intérieur du cône existe une circulation. Le liquide descend le long des parois et un jet axial semble sortir du tube; il est moins intense que celui donné par l'extrémité du tube débouchant librement dans le liquide. La présence du cône gêne la formation et surtout le développement des anneaux, elle favorise par suite la conservation du régime vibratoire. Remplaçons l'entonnoir ordinaire par un entonnoir de pharmacien à évasement progressif. A l'intérieur du cône, les tourbillons ne se produisent plus, la circulation disparaît. La vibration subsiste régulière dans l'entonnoir, et par suite dans le milieu ambiant.

#### Écoulement variable (débit moyen non nul).

34. — Dans l'écoulement alternatif précédemment étudié, le débit moyen est nul. Étudions rapidement les modifications des phénomènes, lorsque le débit moyen cesse d'être nul. Pour l'observation des formes de l'écoulement (lignes de courant) conservons l'appareil de la figure 23. Par le tube  $t$  amenons de l'eau sous pression constante; nous obtenons à travers l'orifice CD un écoulement uniforme. Faisons osciller la membrane F, l'écoulement devient périodique. Soit  $h_0$  la pression moyenne uniforme (différence de pression entre les deux faces de la cloison). Soit  $h_1$  l'amplitude de la pression variable, la pression à chaque instant est de la forme :

$$h = h_0 + h_1 \cos \omega t.$$

1° Si  $h_0$  est très petit (une fraction de mm. pour l'eau) l'écoulement uniforme que déterminerait  $h_0$  agissant seule, s'effectuerait selon le régime A. Pour  $h_1$  très

petit, l'écoulement résultant s'effectue selon le régime A, mais les mouvements des particules sont saccadés, la vibration se superpose à l'écoulement uniforme. Le mouvement à travers l'orifice, et dans tout le fluide d'ailleurs, est de sens constant si  $h_0 > h_1$ , de sens variable dans le cas contraire. Quand  $h_1$  croît,  $h_0$  devient négligeable devant  $h_1$ , et nous retrouvons les différentes formes de l'écoulement alternatif.

2° Examinons le cas où la pression moyenne  $h_0$  est juste suffisante pour déterminer la production d'un jet lisse. Nous avons vu lors de l'étude de l'écoulement uniforme, qu'un jet lisse était toujours instable. Son instabilité le rend particulièrement sensible à la plus petite variation périodique de pression.

Pour  $h_1$  petit, le régime est vibratoire, la vibration détermine sur le jet la production de renflements successifs, le jet prend une structure variqueuse.

Quand  $h_1$  croît, les renflements successifs donnent des épis, puis des coupes à bords plus ou moins enroulés. La veine prend l'aspect de la figure 8-1. La circulation qui pourrait résulter de la vibration se confond avec celle créée par l'entraînement dû au jet dans le milieu aval; elle n'apparaît pas en amont de l'orifice, entraînée qu'elle est par l'écoulement uniforme.

Pour  $h_1$  suffisant, le régime tend à devenir pulsatoire, des anneaux seront successivement émis à l'orifice vers l'aval, on pourra les voir courir un instant le long du jet qu'ils ne tarderont pas à détruire; ils se détruiront mutuellement, à moins qu'ils ne meurent avant de s'être trop rapprochés.

Pour des valeurs de  $h_1$  supérieures à  $h_0$ , l'écoulement s'inverse à travers l'orifice, nous retrouvons alors à quelques détails près les phénomènes de l'écoulement alternatif. Les anneaux émis vers l'aval seront toutefois mieux formés, les jets auront une plus longue durée que ceux émis vers l'amont.

3° Quand la charge moyenne  $h_0$  est telle que l'écoulement résultant donnerait un jet turbulent, on n'observe pas de phénomènes particuliers pour  $h_1$  petit devant  $h_0$ . Quand  $h_1$  croît, son influence sur l'écoulement augmente. On sait que la pression  $h_0$  règle la vitesse du jet, par suite la formation périodique des tourbillons au voisinage de l'orifice. Leur fréquence croît avec  $h_0$ . Il existe donc une pression  $h_0$  telle que la périodicité propre de l'écoulement coïncide avec celle des variations de pression. L'expérience montre que la pression variable  $h_1 \cos \omega t$  règle la périodicité des tourbillons dans un large intervalle.

4° En résumé, la forme de l'écoulement dépend du rapport  $h_0 : h_1$ . Si ce rapport est petit, les phénomènes sont ceux que l'on observerait pour un écoulement alternatif. Si ce rapport est grand, les phénomènes diffèrent peu de ceux offerts par un écoulement uniforme. L'influence de  $h_1$  se traduit toujours par une instabilité plus grande du jet, associée à une périodicité plus nette.

Pour que l'écoulement s'inverse, il faut que  $h_1$  devienne légèrement supérieur à  $h_0$ . Il est probable que l'inertie intervient, plus ou moins d'ailleurs selon l'épaisseur variable de la paroi.

5° L'écoulement variable à travers une fente donne une lame offrant des altérations symétriques par rapport à son plan moyen. La symétrie n'est nette qu'au voisinage de l'orifice. Le jet laminaire tend ensuite à donner des tourbillons alternés selon le schème décrit à propos de l'écoulement uniforme.

Pour l'air ou les gaz on peut obtenir aisément un écoulement variable au moyen du dispositif suivant. Un tuyau cylindrique porte à l'une de ses extrémités une plaque percée d'un orifice O (diamètre 6 mm., épaisseur 4 mm., diamètre du tuyau 50 mm., longueur 500 mm.). On fait arriver de l'air enfumé dans le tuyau, il s'écoule à travers l'orifice. L'écoulement entretient dans le tuyau une onde stationnaire sonore, qui réagit sur l'écoulement, et rend le débit à travers l'orifice périodique. En stroboscopant le jet sortant, on aperçoit les coupes à bords peu enroulés, elles peuvent se réduire à de quasi-disques réunis par un filet axial.

MM. Bouasse et Fouché ont également montré que si l'on excite, à plein orifice, un tuyau ouvert à ses deux bouts, le jet sortant de l'autre extrémité présente sur sa périphérie des coupes à bords plus ou moins enroulés dont la fréquence est celle du tuyau.



## CHAPITRE II

### Débit sous une pression variable.

**35. — Expériences fondamentales.** — Soit  $h = h_0 + h_1 \cos \omega t$  la différence des pressions qui s'exercent de part et d'autre de la cloison percée de l'orifice à étudier. Nous allons montrer d'abord que pour une différence de pression moyenne nulle ( $h_0 = 0$ ) le débit moyen  $D$  peut ne pas être nul. Corrélativement pour que le débit moyen s'annule, il faut qu'une différence de pression moyenne s'exerce entre les deux faces. L'appareil de la figure 23 légèrement modifié, permet d'intéressantes expériences. Plaçons contre la cuve, un large tube manométrique  $M$  relié au tube  $T$  par un tube long et de petit diamètre. L'appareil étant au repos, le niveau dans le tube  $M$  coïncide avec le niveau dans la cuve.

*1° Effet A.* — *1°* Mastiquons sur la cloison un petit bloc de cuivre, percé d'un orifice conique (hauteur du tronc de cône  $e = 10$  mm.,  $d = 4,15$  mm.,  $D = 9$ ). Faisons osciller la membrane, un écoulement alternatif se produit à travers l'orifice. La grande base étant vers le haut, le niveau baisse légèrement dans la cuve, s'élève dans le tube  $M$ . Une dénivellation  $H$  s'établit entre les deux niveaux et demeure constante. Si nous augmentons l'amplitude des oscillations de la membrane, par suite l'amplitude de  $h_1$ , la dénivellation  $H$  croît. Retournons l'ajutage, de manière à placer la grande base en bas, la petite en haut, le niveau s'élève dans la cuve, baisse dans le tube  $M$ . Pour une même amplitude  $h_1$ , les dénivellations  $H$  sont égales en valeur absolue, mais de sens contraire.

*2°* Remplaçons le cône géométrique par un cône à évasement progressif, tube de verre convenablement effilé, ou embouchure de cor. Les phénomènes sont inversés. Sous l'influence des variations sinusoïdales de la pression, le liquide s'écoule du sommet du cône vers l'ouverture évasée. Un excès de pression s'établit sur la grande base. Nous observons encore, entre les niveaux dans la cuve et le tube une dénivellation  $H$  qui s'inverse quand on retourne l'ajutage. L'excès de pression apparaît toujours sur la grande base, alors que pour le cône géométrique, il se développe sur la petite base.

Il existe donc des ajutages, qui pour une différence nulle de pression moyenne entre leurs deux faces donnent un débit non nul. Corrélativement pour qu'une variation sinusoïdale de la pression, donne un débit nul, il faut qu'une différence de pression moyenne s'exerce entre les deux faces.

Nous appellerons effet soupape, la différence de pression moyenne  $\bar{H}$ , qu'une variation sinusoïdale de la pression, détermine et maintient entre les deux faces

d'un orifice. Lorsque l'effet soupape sera dû à une dissymétrie de l'ajutage nous le qualifierons d'effet A.

2° *Effet D.* — Remplaçons l'orifice conique par un orifice en paroi mince, rigoureusement symétrique. Il est extrêmement difficile d'obtenir des orifices symétriques en paroi mince, les moindres bavures sur le bord donnent à l'orifice les propriétés de l'ajutage conique. Un trou en paroi mince, ainsi d'ailleurs qu'un orifice quelconque, sont symétriques, lorsque étant le siège d'un écoulement alternatif, ils donnent un effet soupape nul, ou ne variant pas lorsqu'on retourne la plaque portant l'orifice. Le trou étant en place sur la cloison, déterminons dans la cavité une variation sinusoïdale de la pression, aucune dénivellation ne s'établit entre la cuve et le tube. Produisons une variation de pression dissymétrique (nous verrons plus loin comment), aussitôt, une dénivellation apparaît entre les niveaux dans la cuve et le tube. L'effet soupape est ici lié à la dissymétrie de la vibration, nous l'appellerons effet D.

3° *Effet  $\Delta$ .* — La cuve étant vide d'eau, relierons le tube à un manomètre ordinaire, emplissons de gaz d'éclairage, la partie inférieure de la cuve, puis supprimons l'arrivée du gaz. Au bout de quelques instants, la pression du gaz dans la cuve est égale à la pression atmosphérique. Faisons osciller la membrane. Les variations de pression expulsent du gaz, et déterminent une rentrée d'air. Le manomètre accuse une diminution de pression dans la cuve. La chute est brusque, puis la dénivellation diminue lentement et tend vers 0. Emplissons la cuve de gaz carbonique, nous observons des phénomènes inverses. La pression croît d'abord dans la cuve, puis diminue et tend vers 0. L'effet soupape étant dû à la différence de densité des fluides qui s'écoulent périodiquement à travers l'orifice, nous l'appellerons effet  $\Delta$ .

Les deux premiers effets sont extrêmement importants. Ils peuvent fausser la détermination de la pression moyenne à l'intérieur d'une cavité où la pression varie périodiquement; ils expliquent le désaccord entre les résultats obtenus par différents physiciens dans la mesure de la pression en un nœud d'une onde stationnaire.

#### Effet A.

**36. — Technique.** — 1° Pour l'étude quantitative des phénomènes, j'utilise l'appareil de la figure 28. Un vase cylindrique V, en tôle galvanisée, mesure 40 cm. de diamètre et 40 cm. de hauteur; il porte à sa partie inférieure un collier C. Un deuxième vase V' de 20 cm. de diamètre, 20 cm. de hauteur, porte également un deuxième collier C'. Entre C et C' on dispose les plaques percées des orifices à étu-

dier. Trois forts boulons permettent le serrage, des joints de cuir assurent l'étanchéité. Le vase  $V'$  est relié à un réservoir  $R$  de 35 cm. de diamètre par un tuyau de 8 cm. de diamètre. Un raccord de caoutchouc  $H$  (chambre d'automobile) soustrait le vase  $R$  aux trépidations subies par le système  $VV'$ . Deux tubes  $A$  et  $D$  placés côte à côte, donnent l'un le niveau dans  $R$ , l'autre dans  $V$ . Le vase  $V$  est muni en outre de deux tubes. L'un  $M$ , gros et court, est relié à une capsule manomé-

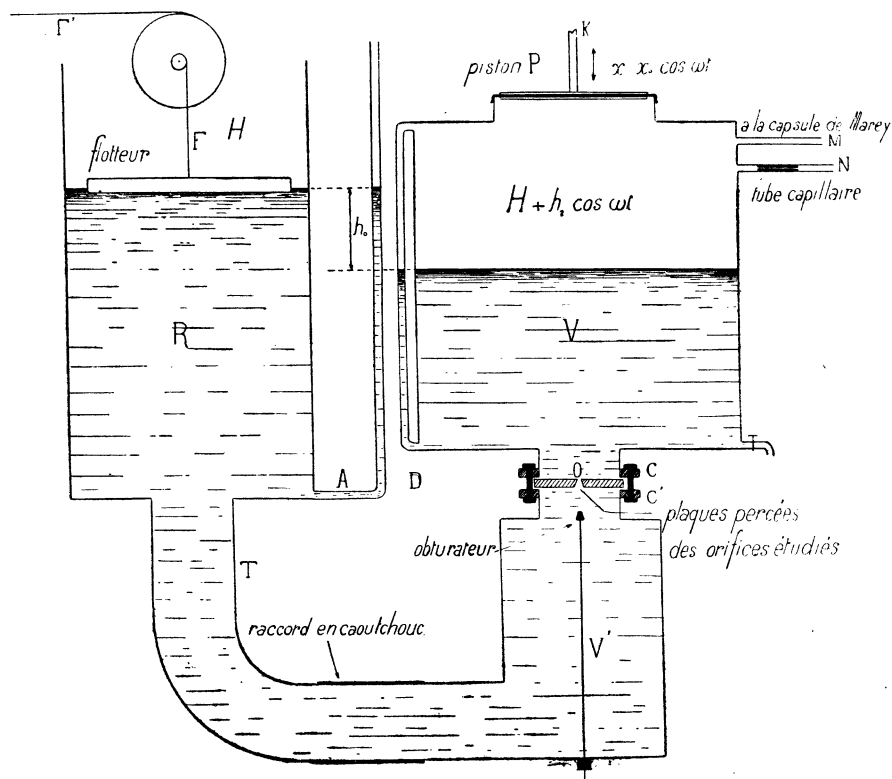


FIG. 28.

trique; l'autre  $N$ , long et de petit diamètre, débouche librement dans l'atmosphère. Il peut être momentanément relié à un manomètre ordinaire par l'intermédiaire d'un tube de verre capillaire (diamètre intérieur 0,3 mm., longueur 10 cm.).

2° A la partie supérieure du vase  $V$ , un piston de 20 cm. de diamètre, est animé d'un mouvement alternatif, par un système bielle-manivelle mû par un moteur électrique dont la vitesse est réglée par un rhéostat. La fréquence varie entre 2 et 10. Un lourd volant de fonte, calé sur l'axe de la manivelle, rend le mouvement de rotation régulier et les déplacements du piston sinusoïdaux. Une épaisse feuille de caoutchouc assure l'étanchéité sans trop gêner les déplacements du piston.

3° Pour l'étude des débits, j'enregistre les variations de niveau dans  $R$ . Au flot-

teur F est fixé un fil s'enroulant sur une poulie de rayon  $r$ . Un deuxième fil F', enroulé sur une poulie de rayon R solidaire de la première, et tendu par un poids  $p$ , tend à soulever le flotteur. Sur F' est fixé un petit style appuyant légèrement sur un cylindre enregistreur d'axe parallèle au fil. On enregistre les variations de niveau dans R et le temps; on en déduit le débit. D'autre part, des variations de niveau dans R, amplifiées par le système des deux poulies dans le rapport  $\frac{R}{r}$ , on déduit les variations de charge. Soient S la section de V, S' celle de R,  $x$  la variation de niveau dans le temps  $t$  le débit est  $\frac{S'x}{t}$  ( $S' = 9,62 \text{ dm}^2$ ).

La variation  $\Delta h_0$  de la charge est fournie par la relation

$$\Delta h_0 = x \left( 1 + \frac{S'}{S} \right) = 1,765x.$$

4° Quand le piston oscille, il fait varier le volume occupé par l'air au-dessus de l'eau et par suite sa pression. Comme ce volume communique avec l'extérieur par un tube long et de petit diamètre, la pression moyenne dans la cavité, demeure égale à la pression atmosphérique H. La pression au-dessus de l'eau est donc de la forme

$$h' = H + h_1 \cos \omega t.$$

Soit  $h_0$  la différence des niveaux dans R et V; l'eau s'écoule sous la pression variable:  $h = h_0 + h_1 \cos \omega t$ .

On détermine  $h_1$  au moyen d'une capsule de Marey préalablement étalonnée. Les valeurs ainsi obtenues ne diffèrent guère d'ailleurs de celles que l'on peut calculer mais leur sont inférieures. Il est vrai que les déterminations manquent de précision. Soit  $l$  la hauteur de l'air au-dessus de l'eau, son volume est  $v = sl$ . Si  $a$  est l'amplitude des oscillations du piston, la variation de volume a pour expression

$$\Delta v = 2,44 \pi a \cos \omega t : 3.$$

La loi de Mariotte nous donne en valeur absolue

$$\begin{aligned} \Delta p = h_1 &= 1033 p \Delta v : v, \\ h_1 &= 293,4 a : l \quad (h_1 \text{ est exprimé en cm. d'eau}) \end{aligned}$$

$h_1$  est donc proportionnel à  $a$ , et inversement proportionnel à  $l$ , du moins tant que  $l$  ne devient pas inférieur à 15 ou 20 cm.

Pour  $a = 2$  cm.,  $l = 20$  cm. on a :  $h_1 = 29,3$  cm.

$$dh_1 = -293,4 a . dl : l^2 = -h_1 . dl : h_1 .$$

Les variations de  $dh_1$  sont petites si  $dl : l$  est petit.

Pour  $l = 20$  cm., une variation de 0,5 cm. dans V entraîne une variation  $dh_1 = h_1 : 40$ . Nous devons donc nous attacher au cours d'une expérience à ne pas dépasser une variation de 0,5 cm. du niveau dans le vase V.

Le diamètre des orifices étudiés ne dépassant pas 1 cm. et la fréquence étant supérieure à 2, la différence des niveaux dans le vase et le réservoir, peut être considérée comme invariable au cours d'une période. Le liquide s'écoule sous la pression :  $h = h_0 + h_1 \cos \omega t$ .

5° Traçons les courbes représentant les variations du débit en fonction de  $h_0$  pour différentes valeurs de  $h_1$ . A chaque valeur de  $h_1$  correspondra une courbe. Pour la déterminer nous ferons plusieurs expériences successives. Voici la marche suivie. L'orifice O étant obturé, introduisons de l'eau dans R de manière à produire une charge  $h_0$ . Ouvrons l'orifice : l'eau de R s'écoule dans V. Dès que la variation de niveau dans V excède  $\frac{1}{2}$  cm., arrêtons l'écoulement ; évacuons l'eau écoulée dans V, de manière à ramener le niveau à sa position primitive. Ouvrons de nouveau l'orifice et ainsi de suite. La figure 31 représente un fragment des courbes de variation de la différence de niveau en fonction de  $t$ . Ce sont ces courbes qui par dérivation graphique donnent les courbes de débit.

**37. — Courbes fondamentales.** — Un ajustage que nous supposons de révolution est dissymétrique, s'il n'admet pas de plan de symétrie normal à son axe. L'ajustage dissymétrique le plus simple est le cône. Il peut être à évasement brusque (cône géométrique), ou à évasement progressif.

Affectons du signe + la grande base, du signe — la petite. L'écoulement s'effectue dans le sens  $+ \rightarrow -$  ou dans le sens  $- \rightarrow +$ . Nous considérerons le débit à travers l'orifice, comme positif dans le premier cas, comme négatif dans le second. La pression moyenne  $h_0$  sera désignée par  $+h_0$ , si elle s'exerce sur la face + ; par  $-h_0$  si elle s'exerce sur la face —. Les débits correspondants sont  $D(+h_0)$  dans le premier cas,  $D(-h_0)$  dans le second.

De même  $+h_1$  indiquera une pression sinusoïdale d'amplitude  $h_1$  exercée sur la grande base ;  $-h_1$ , la même pression exercée sur la petite base.

En ce qui concerne les pressions variables obtenues en superposant la pression constante  $h_0$  à la pression sinusoïdale d'amplitude  $h_1$ , nous pouvons réaliser les combinaisons suivantes :

$$(+h_0, +h_1), \quad (+h_0, -h_1), \quad (-h_0, +h_1), \quad (-h_0, -h_1).$$

L'expérience montre que la 1<sup>re</sup> et la 2<sup>e</sup>, la 3<sup>e</sup> et la 4<sup>e</sup> sont équivalentes pour l'eau et même pour l'air si l'on néglige sa compressibilité ( $h_1$  petit).

Nous avons donc, pour un ajutage donné, à tracer les courbes fondamentales

$$D(+h_0), \quad D(+h_0, h_1), \quad D(-h_0), \quad D(-h_0, h_1).$$

### Cônes courts de grand angle.

L'angle  $\varphi$  du cône sera qualifié de grand, s'il excède  $10^\circ$ . Nous verrons plus loin que des cônes d'angle inférieur à  $10^\circ$  donnent des phénomènes opposés à ceux que nous allons décrire.

**38. — Courbes  $D(h_0)$  (fig. 29).** — S est la courbe  $D(+h_0)$ , S' la courbe  $D(-h_0)$ . Ce sont deux paraboles, on les transforme en droites en portant en ordonnées les carrés des débits. Leurs équations sont de la forme

$$D(+h_0) = K\sqrt{h_0}, \quad D(-h_0) = K'\sqrt{h_0}.$$

Le rapport des paramètres  $K'$  et  $K$  est de 0,75 environ.  $K' = 0,75 K$  (pour le cône étudié, voir plus loin).

Pour une même charge  $h_0$ , le débit est donc notablement plus grand, lorsque l'écoulement à travers l'ajutage se fait de la grande vers la petite base. Ce fait s'explique aisément.

Pour l'écoulement  $D(+h_0)$ , la veine sortant de l'ajutage (fig. 29-1) a une section peu différente de celle de la petite base. La contraction est négligeable pour un cône de forme et de dimensions convenables.

Pour l'écoulement  $D(-h_0)$ , la veine décolle à l'intérieur de l'ajutage (fig. 29-11), elle se détache de la petite base et subit une contraction notable. L'inégalité des débits tient donc à la contraction de la veine pour un sens de l'écoulement, à la non-contraction ou à une contraction faible pour l'autre.

La différence des débits est maximum pour un cône court, d'angle suffisant mais non trop grand, épousant à peu près la forme naturelle de la veine entre le plan de l'orifice et la section contractée.

Le bord de la petite base doit être très vif, il y a au contraire intérêt à adoucir le bord de la grande base. Il convient d'éviter avec soin les bavures. Je donne les résultats obtenus avec un tronc de cône caractérisé par les dimensions suivantes

$$d = 4,15 \text{ mm.}, \quad D = 9 \text{ mm.}, \quad h = 10 \text{ mm.}, \quad \varphi = 27^\circ.$$

Les courbes  $D(+h_0)$  et  $D(-h_0)$  sont des paraboles d'équation :

$$D(+h_0) = K\sqrt{h_0}, \quad D(-h_0) = K'\sqrt{h_0}.$$

L'expérience donne, en prenant pour unités le cm. et la seconde.

$$D(+h_0) = 5,54\sqrt{h_0}. \quad (1) \quad D(-h_0) = 4,10\sqrt{h_0}. \quad (2)$$

d'où :

$$K' = 0,74 K.$$

D'autre part, soit  $s$  la section de la petite base; la loi de Torricelli donne pour un écoulement en paroi mince :

$$U_0 = \sqrt{2gh_0}.$$

Les équations (1) et (2) peuvent se mettre sous la forme

$$D(+h_0) = ks\sqrt{2gh_0}, \quad D(-h_0) = k's\sqrt{2gh_0}.$$

$k$  et  $k'$  étant les facteurs de débit ou de dépense englobant la contraction de la veine et la réduction des vitesses par suite des frottements. Nous obtenons :

$$D(+h_0) = k\pi r^2\sqrt{2g} \cdot \sqrt{h_0}, \quad D(-h_0) = k'\pi r^2\sqrt{2g} \cdot \sqrt{h_0}$$

ou, en prenant pour unités le cm. et la seconde :

$$D(+h_0) = 5,84 k\sqrt{h_0}, \quad D(-h_0) = 5,84 k'\sqrt{h_0}$$

d'où par comparaison avec (1) et (2)

$$k = 0,95, \quad k' = 0,70.$$

Je reviens, plus loin (§ 41), sur la détermination des paramètres  $k$  et  $k'$ .

Les courbes  $D(+h_0)$ ,  $D(-h_0)$  se raccordent à l'origine. Nous pouvons donc les considérer comme formant une courbe unique  $D(h_0)$ .

Pour des charges très faibles, inférieures à une limite  $h_c$ , le débit cesse d'être proportionnel à  $\sqrt{h_0}$ , pour devenir proportionnel à  $h_0$ . La charge critique  $h_c$  croît quand le diamètre de l'ajutage diminue ou quand sa longueur augmente. Pour le cône étudié, le débit devient proportionnel à la charge quand cette dernière devient inférieure à 0,5 mm. d'eau. Pour un cône géométriquement semblable, mais dont

la petite base avait un diamètre de 0,5 mm., la proportionnalité du débit à la charge commence pour des valeurs de  $h_0$  de l'ordre de 1 à 2 mm. d'eau.

Il résulte de cette particularité que la tangente de raccordement TT' des courbes  $D(+h_0)$ ,  $D(-h_0)$  n'est pas verticale. La dérivée  $\frac{dD}{dh_0}$  prend une valeur grande, mais finie pour  $h_0 = 0$ . Des expériences systématiques seraient à faire sur les débits aux très faibles charges. Je n'ai également déterminé les débits  $D(h_0)$  que pour des charges inférieures à 100 cm. Il se peut que pour des charges plus grandes,  $K$  et  $K'$ , et par suite le rapport  $K' : K$  varient légèrement avec  $h_0$ .

**39. — Courbes  $D(h_0, h_1)$ .** — La figure 29 donne les courbes correspondant à  $h_1 = 6$  cm., 18 cm., 36 cm., 50 cm.; la figure 34 la courbe pour  $h_1 = 12$  cm.

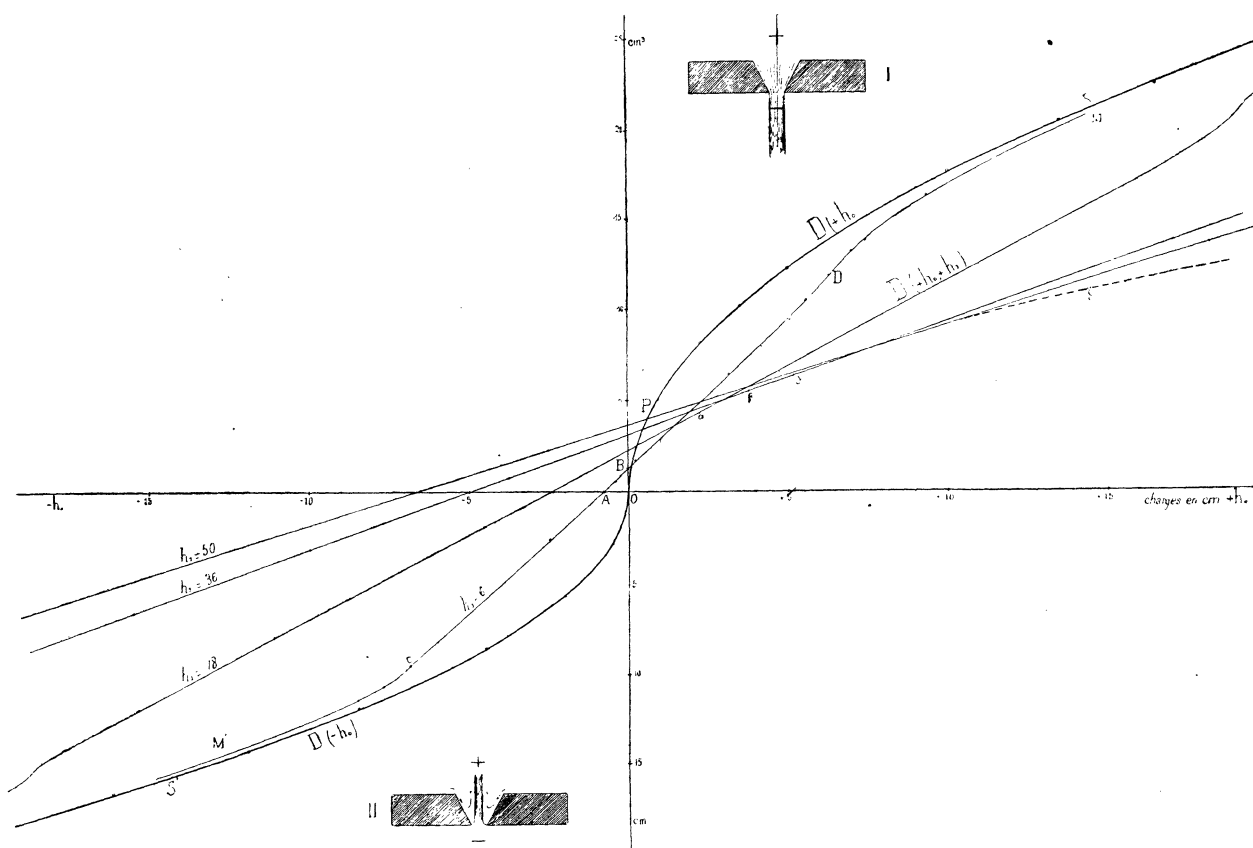


FIG. 29.

Chacune d'elles comprend un segment central CD quasi rectiligne, prolongé à ses deux extrémités par deux arcs d'allure parabolique, se rapprochant asymptotiquement des paraboles S et S'.



a) Courbes  $D(+h_0, +h_1)$ .

1° Raisonons sur la courbe  $h_1 = 6$  cm. Partons d'une pression moyenne  $h_0 = 18$  cm. L'arc MDB représente la variation du débit quand la charge moyenne diminue de 18 à 0;  $h_1$  demeurant constant et égal à 6 cm.

Pour  $h_0 = 18$  cm.  $= 3h_1$ , ou pour des valeurs plus grandes, le débit périodique  $D(+h_0, +h_1)$  est à peine inférieur au débit sous charge constante  $D(+h_0)$ .

Quand  $h_0$  diminue, l'écart entre les débits  $D(+h_0, +h_1)$  et  $D(+h_0)$  croît légèrement. L'arc MD s'écarte de la parabole S. Quand  $h_0$  devient voisin de  $h_1$ , le débit subit une brusque diminution. Il est sensiblement proportionnel à la charge moyenne  $h_0$ , lorsque cette dernière varie de  $h_1$  à 0 (quasi droite DB). Dans cet intervalle, le débit s'inverse périodiquement à travers l'orifice.

Si  $h_0$  diminue à partir de  $0,9 h_1$ , la diminution de débit due à l'influence de  $h_1$ , écart entre  $D(h_0)$  et  $D(+h_0, +h_1)$ , croît d'abord légèrement, passe par un maximum pour  $h_0 = 0,7 h_1$  environ. Le débit alternatif est alors environ les 0,7 de ce qu'il serait sous la pression uniforme  $h_0$ .

Quand  $h_0$  devient inférieur à  $0,2 h_1$ , le débit alternatif diminue moins rapidement que  $D(h_0)$ , la parabole S se rapproche de la quasi droite. Les deux courbes se coupent pour une valeur de  $h_0$  voisine de  $0,01 h_1$ .

Pour une valeur donnée de  $h_1$ , il existe donc une valeur singulière  $h'_0$  de la charge, telle que le débit n'est pas modifié par la variation périodique de pression  $h_1$ . Enfin pour des charges inférieures à  $h'_0$ , le débit alternatif est plus grand que le débit uniforme.

Quand la charge moyenne s'annule, le débit  $D(0, h_1)$  ne s'annule pas et garde la valeur mesurée par OB. Le débit  $D(0 + h_1)$  sous charge nulle, est environ le  $\frac{1}{10}$  de ce qu'il serait sous la pression uniforme  $h_1$ .

2° Sous l'influence de la pression sinusoïdale  $h = h_1 \cos \omega t$ , l'ajutage se comporte comme une soupape imparfaite, laissant librement passer le liquide dans le sens  $+\rightarrow -$ , gênant le passage inverse. Un excès de pression s'établit ainsi sur la petite base. Le débit s'annule au bout d'un temps très long quand l'excès de pression ainsi établi est  $0,13 h_1$  environ.

3° La figure 31 donne la courbe des variations de la différence des niveaux, entre V et R, en fonction du temps, pour  $h_1 = 18$  cm. Les courbes III et IV admettent pour asymptotes les droites HH' et H<sub>1</sub>H'<sub>1</sub> dont les ordonnées  $\tau_1$  et  $\tau'_1$  égales en valeur absolue, mesurent « l'effet soupape ». Pour déterminer l'ordonnée de ces droites, je fais varier la différence des niveaux. Si elle est supérieure à  $\tau_1$  le niveau baisse dans R, il monte dans le cas contraire.

4° J'ai décrit en détail les phénomènes pour  $h_1 = 6$  cm. La figure 29 montre que toutes les courbes ont même allure. Chacune d'elles coupe les axes en deux points B et A.

L'ordonnée du point B mesure le débit sous charge nulle. Pour l'ajutage étudié, ce débit  $D(0, h_1)$  est le  $\frac{1}{10}$  environ de ce qu'il serait sous une pression uniforme égale à l'amplitude  $h_1$  de la variation de pression.

L'abscisse du point A donne la valeur de l'excès de pression qu'une variation sinusoïdale de pression établit ou maintient sur la petite base. Le segment OA mesure donc la grandeur de l'effet soupape. Nous poserons  $\overline{OA} = \eta$ .

Pour l'ajutage étudié on a sensiblement

$$\eta = 0,13 h_1.$$

b) Courbes  $(D - h_0, -h_1)$ .

1° Retournons l'ajutage et traçons les courbes  $D(-h_0, -h_1)$ . Pour  $h_0$  grand devant  $h_1$ , le débit variable diffère peu du régime uniforme correspondant. A partir de  $h_0 = h_1$ , le débit diminue notablement. L'écart  $D(-h_0)$ ,  $D(-h_0, -h_1)$  croît quand  $h_0$  diminue. Le débit alternatif s'annule, alors que la charge sur la petite base n'est pas encore nulle. Nous aboutissons au point A. La grandeur de l'effet soupape est, en valeur absolue, indépendante de la face sur laquelle s'exerce la variation de pression. Les courbes  $(D - h_0, -h_1)$  se raccordent aux courbes  $D(+h_0, +h_1)$  correspondantes. Leur ensemble peut être considéré comme constituant un faisceau unique de courbes que nous appellerons  $D(h_0, h_1)$ .

**40. — Caractéristiques des courbes  $D(h_0, h_1)$ .** — 1° Toutes comprennent une partie centrale quasi rectiligne, correspondant à l'intervalle  $-h_0 + h_0$ . En dehors de cet intervalle elles se courbent et se raccordent asymptotiquement aux courbes  $D(h_0)$ .

L'ordonnée à l'origine de ces quasi droites mesure le débit sous charge nulle. Il est proportionnel à  $\sqrt{h_1}$ . Le tableau suivant donne les valeurs de  $D(0, h_1)$  en  $\text{cm}^3 : \text{s}$ .

$h_1$	$D(0, h_1)$	$D(0, h_1) : \sqrt{h_1}$
50 cm.	3,750	0,53
36	3,160	0,52
18	2,250	0,53
6	1,290	0,53

2° L'effet soupape  $\eta$ , mesuré par le segment OA, est proportionnel à  $h_1$ , ainsi que cela résulte du tableau suivant.

$h_1$	$\tau_1$	$\tau_1 : h_1$
50 cm.	6,7 cm.	0,13
36	4,8	0,13
18	2,4	0,13
6	0,8	0,13

En raison de l'incertitude sur la mesure de  $h_1$ , on ne peut compter pour le rapport  $\tau_1 : h_1$  sur une grande précision. Les nombres ci-dessus sont des moyennes.

3° La pente moyenne  $m$  des droites est inversement proportionnelle à  $\sqrt{h_1}$ , on a en effet

$$m = \frac{OB}{OA} \quad \text{avec} \quad OB = a\sqrt{h_1} \quad OA = bh_1$$

d'où :

$$m = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{\sqrt{h_1}}$$

Les deux tableaux précédents donnent :

$h_1$	$m$	$m\sqrt{h_1}$
50	0,56	3,75
36	0,66	3,94
18	0,94	3,97
6	1,61	3,94

**41. — Influence de la charge constante  $h_0$  et de la charge variable  $h_1$ .** — Cette influence dépend uniquement de la valeur relative de  $h_0$  par rapport à  $h_1$ .

A)  $h_1$  demeure constant,  $h_0$  varie.

1° La charge moyenne  $h_0$  s'exerce sur la grande base.

Si  $h_0$  est grand devant  $h_1$ , le débit est à peine modifié.

Pour  $h_0$  compris entre  $0,9 h_1$  et  $0,1 h_1$ , le débit est fortement diminué. Nous pouvons considérer la diminution absolue  $D(h_0) - D(h_0, h_1)$  ou la diminution relative  $\frac{D(h_0) - D(h_0, h_1)}{D(h_0)}$ .

La première est maximum pour  $h_0 = 0,7 h_1$  environ. L'écart entre les deux débits est alors le  $\frac{1}{3}$  du débit uniforme correspondant.

La diminution relative est au contraire maximum pour  $h_0 = 0,13 h_1$ ; le débit variable est alors à peu près la moitié du débit uniforme correspondant.

Pour  $h_0 = h_1$  : 90 environ, le débit est inaltéré.

Pour  $0 < h_0 < h_1 : 90$  le débit variable est supérieur au débit uniforme.

2° La charge moyenne  $h_0$  s'exerce sur la petite base.

Si  $h_0$  est compris entre 0 et  $-\eta$  (effet soubape), le débit est inversé, l'ajutage débite de la grande vers la petite base, malgré l'excès de pression que cette dernière supporte.

Pour  $h_0 = -\eta$ , le débit variable s'annule. Il croît ensuite avec les valeurs absolues de  $h_0$ . Il est fortement diminué pour les valeurs de  $h_0$  comprises entre  $\eta$  et  $0,9 h_1$ . Au delà de  $h_1$  il est à peine modifié.

Ces conclusions sont résumées par la figure 30. Les proportions ont été délibérément faussées afin de rendre plus nette l'allure du phénomène. Elle montre combien seraient erronées ou incomplètes les propositions que l'on serait conduit à énoncer à la suite d'expériences limitées au voisinage d'une valeur de  $h_0$ .

B)  $h_0$  demeure constant,  $h_1$  varie. Cela revient à couper le faisceau de courbes  $D(h_0, h_1)$  par une verticale d'abscisse  $h_0$ .

1° La charge moyenne s'exerce sur la grande base  $h_0 > 0$ .

La verticale d'abscisse  $h_0$  coupe la courbe  $D(h_0)$  en un point P. En P passe une courbe  $D(h_0, h_1)$ . Sa cote est  $h_1 = 90 h_0$  environ. Mais nous pouvons admettre aussi qu'en P passe encore la courbe  $D(h_0, h_1)$  correspondant à des valeurs infiniment petites de  $h_1$ . A la limite, ( $h_1 = 0$ ) la courbe  $D(h_0, h_1)$  coïncide avec la courbe  $D(h_0)$ .

Faisons croître  $h_1$  à partir de 0, la courbe  $D(h_0, h_1)$  se différencie de la parabole et s'en écarte en se plaçant au-dessous. Le débit diminue avec  $h_1$ , passe par un minimum (point T, *fig. 30*), puis croît avec  $h_1$ . La partie quasi rectiligne des courbes  $D(h_0, h_1)$  se déplace alors vers le haut, la pente des quasi droites diminue. Pour  $h_1 = 90 h_0$  environ le débit est inaltéré (la courbe passe par P). Pour  $h_1 > 90 h_0$ , la courbe  $D(h_0, h_1)$  passe au-dessus de P, le débit variable est supérieur au débit uniforme.

Quand sur la grande base de l'ajutage s'exerce une pression constante  $h_0$ , l'adjonction d'une pression variable  $h_1$  se traduit par une augmentation ou une diminution de débit. L'augmentation n'a probablement pas de limite. Si elle se produit pour une valeur de  $h_1$ , elle ira en croissant pour les valeurs supérieures. La diminution a au contraire une limite. Pour une pression donnée  $+h_0$ , il existe un débit minimum au-dessous duquel on ne peut pas descendre, quelle que soit la valeur de  $h_1$ . Le débit ne peut, *a fortiori*, être ni annulé, ni inversé. La valeur du minimum est environ  $0,5 D(h_0)$ .

La figure 29 montre que les courbes  $D(h_0, h_1)$  enveloppent une région du plan à l'intérieur de laquelle elles ne pénètrent pas. Elles admettent donc une enveloppe, assez nettement dessinée par le contour  $\alpha, \beta, \gamma$ , prolongé en  $\delta$ . C'est une parabole dont l'équation est de la forme  $D_E = K_E \sqrt{h_0}$ . Déterminons le rapport des ordonnées des points  $\alpha, \beta, \gamma$  avec les ordonnées des points correspondants de  $D(h_0)$ . La moyenne des rapports est 0,52.



- $0 < h_1 < h_1''$      $D(h_0, h_1) < D(h_0)$ .    Les deux débits sont de même signe.  
La diminution croît avec  $h_1$ .
- $h_1 = h_1''$      $D(h_0, h_1) = 0$ .    Le débit variable s'annule.
- $h_1 > h_1''$      $D(h_0, h_1)$  est inversé.    La valeur absolue du débit inversé croît avec  $h_1$ .

Conclusions : Dans le cas d'une pression  $+ h_0$ , le débit par une valeur convenable de  $h_1$  peut être rendu aussi grand que l'on veut ; il ne peut pas être abaissé au-dessous d'une certaine limite.

Dans le cas d'une pression  $- h_0$ , le débit ne peut être augmenté ; il peut être diminué, inversé et amené à telle valeur que l'on veut (inférieure à  $D(h_0)$ , par une valeur convenable de  $h_1$ .

42. — Variation de la charge en fonction du temps. — La figure 31 représente un fragment des courbes de variation de la différence des niveaux entre V et R en

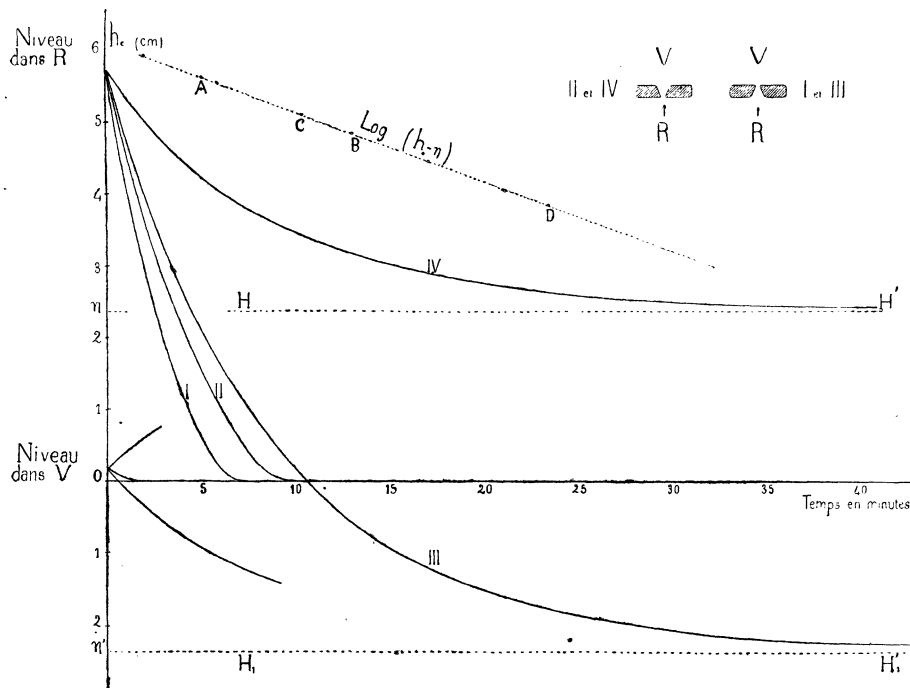


FIG. 31.

fonction du temps. Ces courbes enregistrées, comme il a été expliqué au § 36, ont fourni par dérivation celles de la figure 29.

1° La courbe I est obtenue lorsque l'écoulement se fait dans le sens  $+ \rightarrow -$ . La pression  $h_0$  s'exerce sur la grande base. L'eau s'écoule sous l'influence de sa charge ;

le débit à travers l'ajutage s'annule avec la charge (niveaux dans un même plan horizontal).

La courbe III est obtenue lorsque sur la grande base, s'exercent : d'une part, la pression  $h_0$  résultant de la différence des niveaux, d'autre part, la pression variable  $h_1 = 18 \cos \omega t$ . Le niveau dans R baisse d'abord plus lentement qu'au cours de l'expérience précédente ( $h_0 > h'_0$ ), puis plus rapidement ( $h_0 < h'_0$ ). Quand les niveaux sont dans un même plan horizontal, le débit à travers l'ajutage est notable, il s'établit ainsi un excès de pression sur la petite base. Le niveau dans R descend au-dessous du niveau dans V. La différence des niveaux tend vers la valeur  $\gamma = 23,6$  mm. environ.

La courbe II est obtenue en retournant l'ajutage. L'eau s'écoule à travers l'ajutage dans le sens  $- \rightarrow +$  sous l'influence de sa charge. Le niveau baisse plus lentement. Les temps  $t$  et  $t'$  nécessaires pour obtenir une même variation  $dh_0$  à partir d'une charge  $h_0$ , sont tels que  $t = 0,74 t'$ .

La courbe IV est obtenue lorsque sur la petite base, s'exerce la charge  $h_0$ , et la pression variable  $h = 18 \cos \omega t$ . Le niveau dans R baisse très lentement et n'atteint pas le niveau dans V; il subsiste sur la petite base un excès de pression  $\gamma = 23,6$  mm.

Si nous partons de l'équilibre ou d'une charge très faible, les courbes ont l'allure indiquée au voisinage de l'origine (elles ne sont qu'amorcées); IV tend vers  $H H'$  et III vers  $H, H'$ .

2° Les courbes I et II sont des paraboles, on les transforme en droites en portant en ordonnées les racines carrées des différences de niveaux. Montrons que cette forme implique un débit proportionnel à la racine carrée de la charge. Nous contrôlerons ainsi le tracé des courbes  $D(h_0)$ .

Soient  $S'$  la section du réservoir R,  $S$  celle du vase V. On a :  $S' : S = 0,765$ .

Admettons que l'eau s'écoule de R dans V. Soit  $h_0$  la différence des niveaux. Une variation  $- dh_0$  entraîne dans le réservoir une baisse de :

$$\frac{dh_0 \times 1}{1,765} = 0,5665 dh_0.$$

Le débit correspondant est :  $-0,5665 S' dh_0$ . Posons qu'il est proportionnel à la racine carrée de la charge  $h_0$ , nous pouvons le mettre sous la forme :

$$D(h_0) = ks \sqrt{2gh_0}$$

$s$ , étant la section de la petite base,  $k$  un coefficient englobant la contraction de la veine, et la réduction de vitesse.

L'équation différentielle de l'écoulement est :

$$-0,5665 S' dh_0 = ks \sqrt{2gh_0} dt.$$

d'où en intégrant :

$$t - t_0 = \frac{S'}{s} \cdot \frac{0,5665}{k} \sqrt{\frac{2}{g}} (\sqrt{H_0} - \sqrt{h_0}). \quad (1)$$

ou

$$t - t_0 = m (\sqrt{H_0} - \sqrt{h_0}) \quad (2)$$

$H_0$  étant la charge au temps  $t_0$ ,  $h_0$  la charge au temps  $t$ . Portons en ordonnée les racines carrées de la charge  $h_0$ , nous devons obtenir des droites. Effectivement, les courbes I et II donnent bien des droites. Calculons les paramètres  $m$  et  $k$  des formules 1 et 2. Pour la courbe I (écoulement D(+ $h_0$ )) en 135 secondes, la différence de niveau passe de 3,92 à 1,24 cm. La formule donne :

$$m = \frac{135}{0,698} = 193.$$

La moyenne des déterminations ainsi faites est 192. Les écarts oscillent entre  $\pm 2$ . D'autre part, on a  $\frac{S'}{s} = 7100$ ; la formule 1 donne :

$$m = \frac{182}{k} \quad \text{d'où} \quad k = 0,95.$$

Pour la courbe II (écoulement D(- $h_0$ )), la différence des niveaux passe de 4,13 à 2,10 cm. en 150 secondes, d'où :

$$m = \frac{150}{0,581} = 258.$$

La moyenne des déterminations ainsi faites, est égale à cette valeur. La formule II donne :

$$k' = 0,70.$$

Nous obtenons ainsi :

$$\frac{D(-h_0)}{D(+h_0)} = 0,74.$$

La formule I est inapplicable pour le calcul de la durée totale de l'écoulement. Pour les très petites charges, le débit devient vaguement proportionnel à la charge; le niveau baisse alors très lentement, la durée totale est notablement accrue de ce fait.

3° Les courbes III et IV sont relatives à l'écoulement variable au cas où  $h_0$ , est petit devant  $h_1$ . Nous avons vu que le débit D( $h_0, h_1$ ) était alors quasi proportionnel à  $h_0$ .



Nous allons montrer que s'il en est ainsi, les courbes III et IV doivent être des exponentielles. Nous vérifierons qu'elles en sont. Soit  $h_0$  la différence des niveaux actuelle, le débit est de la forme pour la courbe IV :

$$D(-h_0 - h_1) = \frac{k}{\sqrt{h_1}} s(h_0 - \tau_1). \quad (1')$$

L'équation différentielle du phénomène est donc :

$$-0,566 S' dh_0 = \frac{k}{\sqrt{h_1}} s(h_0 - \tau_1) dt$$

d'où :

$$dt = -\frac{S'}{s} \cdot \frac{0,566 \sqrt{h_1}}{k} \frac{dh_0}{h_0 - \tau_1}.$$

L'intégration donne :

$$t - t_0 = \frac{S'}{s} \cdot \frac{0,566 \sqrt{h_1}}{k} \cdot \text{Log} \frac{H_0 - \tau_1}{h_0 - \tau_1}. \quad (1)$$

Pour la courbe III, on a :

$$t - t_0 = \frac{S'}{s} \cdot \frac{0,566 \sqrt{h_1}}{k} \cdot \text{Log} \frac{H_0 + \tau_1}{h_0 + \tau_1}. \quad (2)$$

La première formule peut s'écrire :

$$\text{Log}(h_0 - \tau_1) = A - \frac{1}{m}(t - t_0).$$

Sur la figure 31 j'ai porté en ordonnées les logarithmes des quantités  $h_0 - \tau_1$ , les points obtenus se placent bien en ligne droite. La détermination de  $k$  dans les formules 1 et 2 ne peut se faire avec exactitude en raison du peu de précision que l'on peut atteindre dans la mesure de  $h_1$ .

Pour la courbe IV, et les points A et D, on a :

$$t - t_0 = 1100, \quad \frac{H_0 - \tau_1}{h_0 - \tau_1} = 7, \quad \text{Log} 7 = 1,946$$

d'où :

$$1100 = \frac{7100 \times 0,566 \times 1,946}{k} \sqrt{h_1},$$

$$k = 7,11 \sqrt{h_1}.$$

Or l'équation (1') peut s'écrire  $D(h_0, h_1) = m(h_0 - \tau_1)$ ,  $m$  étant la pente des quasi droites que sont les courbes  $D(h_0, h_1)$  au voisinage des axes. On a donc :

$$m = \frac{ks}{\sqrt{h_1}} \quad \text{d'où} \quad m\sqrt{h_1} = ks.$$

En remplaçant  $s$  par sa valeur, et  $k$  par la valeur ci-dessus trouvée, on obtient :

$$m = 0,95.$$

On retrouve ainsi la pente précédemment déterminée (voir tableau du § 40).

**43. — Influence des caractéristiques de l'ajutage sur la grandeur de l'effet soupape.** — 1° Les résultats qui précèdent ont été obtenus avec l'ajutage reconnu le meilleur parmi tous ceux essayés. Pour obtenir un effet soupape du genre de celui que nous venons d'étudier, les cônes doivent présenter les caractères suivants :

a) Le bord de la petite base doit être très vif, pour que la veine résultant de l'écoulement  $D(-h_0)$  décolle franchement à l'intérieur de l'ajutage, et que la contraction soit maxima. En adoucissant ce bord, on peut diminuer, annuler et même inverser l'effet soupape (voir plus loin). En adoucissant le bord de la grande base, c'est-à-dire en favorisant l'entrée dans l'ajutage pour le sens de débit maximum, on peut augmenter légèrement l'effet soupape.

b) Leur longueur doit être modérée, de l'ordre de deux fois le diamètre de la petite base. Quand la longueur croît, les frottements augmentent pour l'écoulement  $D(+h_0)$ ; le coefficient  $K$  correspondant ( $D(+h_0) = K\sqrt{h_0}$ ) diminue. Pour l'écoulement  $D(-h_0) = K'\sqrt{h_0}$ , le coefficient  $K'$  varie peu si l'angle du cône est grand ( $\varphi > 20^\circ$ ); la veine continue de décoller à l'intérieur de l'ajutage. Le rapport  $K' : K$  croît, la valeur de l'effet soupape décroît. Si l'angle du cône est petit, de l'ordre de  $5^\circ$ , la veine résultant de l'écoulement  $D(-h_0)$ , tend à ne pas décoller à l'intérieur de l'ajutage ou tout au moins à s'épanouir quand la longueur augmente. Le coefficient  $K'$  augmente (effet Venturi), l'effet soupape diminue et peut s'inverser (voir paragraphe suivant). Si l'ajutage devient trop court, il tend à se comporter comme un orifice en mince paroi.

c) L'angle  $\varphi$  du cône dont fait partie l'ajutage, ne doit être ni trop grand, ni trop petit. Un angle compris entre  $25$  et  $35^\circ$  donne les meilleurs résultats. L'effet soupape diminue si l'angle augmente ou diminue en dehors de cet intervalle. Quand l'angle croît, la veine résultant de l'écoulement  $D(+h_0)$  se contracte, l'ajutage tend à se comporter comme un orifice en mince paroi. Quand l'angle diminue, l'ajutage, que nous supposons court, tend à se comporter comme un ajutage cylindrique; des contractions quasi égales se produisent à l'entrée dans l'ajutage, et l'effet soupape tend à disparaître.

2° En résumé pour obtenir un effet soupape intense, nous devons utiliser un ajutage dont la longueur sera voisine de deux fois le diamètre de la petite base, l'angle de 25 à 35°. Le bord de la petite base devra être aussi vif que possible.

Remarquons pour terminer que pour un ajutage de longueur donnée, l'effet soupape diminue et tend vers 0 quand  $\varphi$  croît à partir de sa valeur optima. Quand  $\varphi$  décroît, l'effet soupape diminue, peut s'annuler et changer de sens. On peut donc dire que l'effet soupape diminue constamment quand  $\varphi$  décroît de 180° (orifice en mince paroi) à 0° (ajutage cylindrique).

On obtient également des effets soupape intenses avec des ajutages épousant à peu près la forme de la veine au-dessus de la section contractée. Pour les obtenir, on fore un trou de 4 mm. de diamètre, par exemple, dans une plaque épaisse de 6 mm. On conserve de ce trou une longueur de 2 mm. à partir de l'une des faces de la plaque, et l'on évase la partie restante, de manière à raccorder sans angles vifs, la partie cylindrique conservée au plan de l'autre face. Ces ajutages peuvent être plus courts que les cônes géométriques et donner des effets aussi intenses.

3° Il y a lieu de remarquer que, pour perfectionné que soit l'ajutage, nous ne pouvons espérer abaisser le rapport  $K' : K$  au-dessous de 0,65 environ. Nous avons en effet

$$D(+h_0) = ks\sqrt{2gh_0}, \quad D(-h_0) = k's\sqrt{2gh_0}.$$

Le maximum de  $k$  est 1, il correspond à une contraction et à des frottements nuls (liquide parfait). D'autre part la contraction ne devient jamais inférieure à 0,65 environ pour des diamètres de 4 à 5 mm.; c'est le minimum de  $k'$ . Le rapport  $k' : k$  sera donc compris entre 1 et 0,65.

Fait capital, il est sensiblement indépendant de la pression. L'ajutage est dissymétrique quelle que soit la charge.

Nous trouverons au contraire au § 44 des ajutages qui dissymétriques pour l'écoulement sous des charges inférieures à une limite  $h_{0c}$ ; deviennent symétriques pour l'écoulement sous des charges supérieures.

Nous allons étudier l'ajutage symétrique. Cette étude nous montrera à quel point une pression variable superposée à une pression uniforme, peut diminuer le débit que donnerait la pression uniforme agissant seule.

#### Ajutage symétrique.

44. — 1° Je prends comme type de l'ajutage symétrique, le trou en paroi mince ou l'ajutage cylindrique. Un ajutage est symétrique, si pour des pressions égales  $\pm h_0$  exercées sur l'une ou l'autre de ses faces, les débits sont égaux en valeur absolue. Il y a lieu de remarquer que l'ajutage est constitué par l'orifice, et les parties voi-

sines de la cloison dans lequel il est percé. Un ajutage dissymétrique au point de vue géométrique, peut être symétrique pour l'écoulement. Nous en trouverons des exemples au paragraphe suivant. Il est extrêmement difficile de réaliser des orifices rigoureusement symétriques dans des parois minces ou moyennement épaisses. On s'aperçoit de la dissymétrie en retournant l'ajutage. S'il est symétrique il ne doit pas donner d'effet soupape en régime alternatif, ou si cet effet existe par suite d'une dissymétrie autre que celle de l'ajutage, sa valeur absolue ne doit pas être modifiée par retournement de l'ajutage.

2° Pour un ajutage symétrique, la courbe  $D(h_0)$ , telle que nous l'avons tracée, admet l'origine pour centre de symétrie. L'expérience montre que les courbes  $D(h_0, h_1)$  se comportent de même. On peut donc ne tracer que la moitié de chacune d'elles.

Les orifices en parois minces et les ajutages cylindriques donnent les mêmes phénomènes, à la grandeur du débit près. La figure 32 représente les courbes obtenues

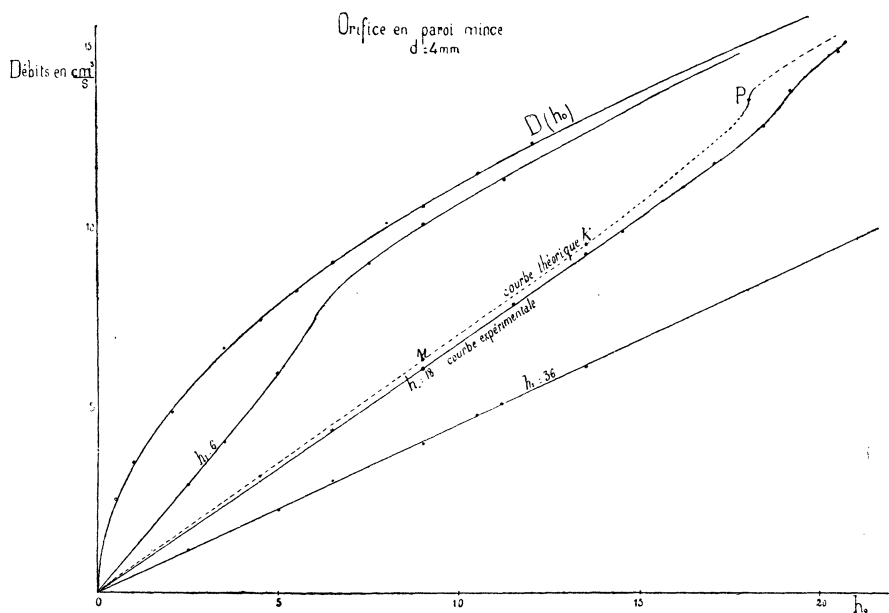


FIG. 32.

nues pour l'écoulement à travers un orifice en mince paroi (diamètre 4 mm., épaisseur de la paroi 0,2 mm.).

3° La courbe fondamentale  $D(h_0)$  est une parabole d'équation.

$$D(h_0) = K \sqrt{h_0}. \tag{I}$$

L'expérience donne  $D(h_0) = 3,61 \sqrt{h_0}. \tag{1}$

L'équation (1) peut s'écrire :  $D(h_0) = ks \sqrt{2gh_0} = k\pi r^2 \sqrt{2g} \cdot \sqrt{h_0},$

$k$  est le coefficient de débit ou de dépense, englobant la contraction de la veine et les frottements,  $s$  est la section de l'orifice. On obtient ainsi  $k = 0,65$ .

Pour de petits orifices,  $d < 1$  mm., les courbes  $D(h_0)$  ne sont plus des paraboles. Si l'on met le débit sous la forme I, le coefficient  $K$  croît légèrement avec la vitesse. De plus la partie voisine de l'orifice est quasi rectiligne.

4° Courbes  $D(h_0, h_1)$  : Les courbes  $D(h_0, h_1)$  passent par l'origine. Le débit variable s'annule avec la charge moyenne, il n'existe pas d'effet soupape.

Chaque courbe débute par une partie quasi rectiligne venant se raccorder asymptotiquement à la courbe  $D(h_0)$  au delà de  $h_0 = h_1$ . Au voisinage de cette valeur, le débit  $D(h_0, h_1)$  subit une variation rapide mais petite (le débit cesse de s'inverser périodiquement à travers l'orifice). Les courbes admettent en ce point une tangente inflexionnelle qui n'est jamais verticale.

L'équation expérience donne pour la pente  $m$  des quasi-droites.

$h_1$	$m$	$m\sqrt{h_1}$
6 cm.	1,20	2,94
18	0,69	2,92
36	0,48	2,88

On conclut que la pente des droites est inversement proportionnelle à  $\sqrt{h_1}$ .

La diminution du débit résultant de la variation de pression est frappante. Nous verrons plus loin (§ 54) qu'elle s'explique et résulte de la loi ordinaire de l'écoulement.

#### Cônes longs de petit angle.

45. — Ajustages de Venturi. Ajustages de Dvorak. — A) Je vais indiquer, très rapidement, toute une série d'ajustages coniques qui, dans certaines conditions, donnent un effet soupape inverse de celui précédemment étudié, c'est-à-dire un excès de pression sur la grande base. Ce sont :

1° Les ajustages de Venturi (*fig. 33-1*). La partie essentielle est constituée par un cône long de petit angle. Les meilleurs résultats ont été obtenus avec les cônes dont la longueur est de 6 à 8 fois le diamètre de la petite base, et l'angle de l'ordre de 6° à 8°. L'effet soupape est maximum quand le bord de la petite base est adouci, de manière à constituer un évasement court et de grand angle, épousant à peu près la forme de la veine au-dessus de la section contractée.

2° Les ajustages de Dvorak (*fig. 33-11*). Ce sont des bouts de tube de verre effilés à l'une de leurs extrémités. La grandeur de l'effet soupape dépend des propriétés de la pointe. Elle ne doit être ni trop longue, ni trop courte. Dvorak conseille de la faire longue, et de la raccourcir progressivement jusqu'à obtention de l'effet maximum.

Il a surtout étudié ou utilisé des ajutages à pointe très fine pour lesquels le réglage est difficile, en raison des frottements intenses à l'intérieur de la partie effilée. Si cette dernière est trop longue, son influence sur l'évasement progressif est faible, l'effet des frottements l'emporte; si elle est trop courte, la veine décolle à l'intérieur de l'ajutage.

J'ai obtenu d'excellents ajutages en donnant à la pointe un diamètre sensiblement égal à la moitié de celui du tube utilisé. Le meilleur d'entre eux avait une longueur

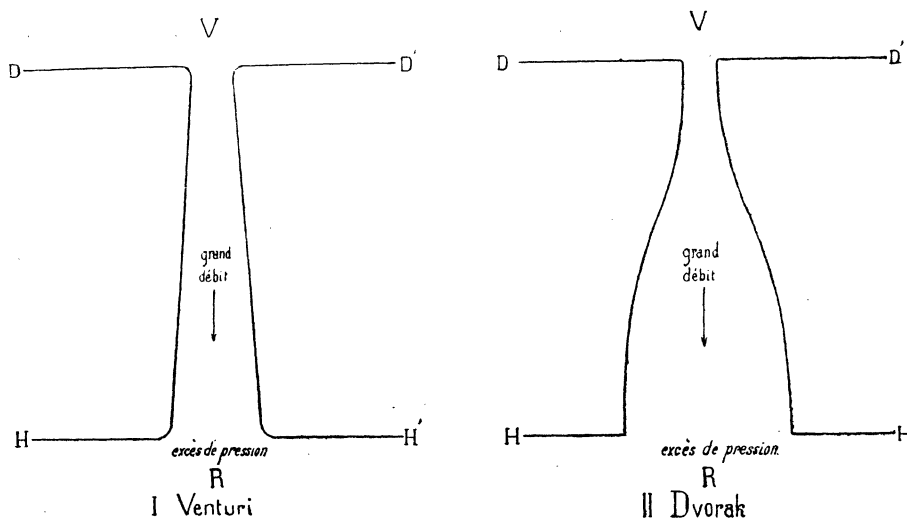


FIG. 33.

totale de 4 cm., le diamètre de la grande base, égal à celui du tube, était de 8 mm.; celui de la petite base était de 4 mm. Les deux extrémités avaient été bordées à la flamme. On supprime ainsi les angles vifs, et l'on réalise l'équivalent des évasements terminaux du Venturi.

3° De petits entonnoirs de pharmacien, à évasement progressif, donnent aussi de bons résultats, à condition que l'évasement ne soit pas trop brusque, ni le tube trop long. Il faut souvent raccourcir ce dernier et avoir soin de le border.

4° Des embouchures de cor peuvent être aussi utilisées. Il convient de les traiter comme les entonnoirs précédents. Comme elles sont en laiton épais, on peut en modifier le profil intérieur au tour.

Pour étudier ces ajutages, je fixe l'une de leurs extrémités sur une plaque  $DD'$  encastrée entre les colliers  $CC'$  de l'appareil (*fig. 28*). A leur autre extrémité, je fixe une deuxième plaque  $HH'$ , de manière à ne pas introduire d'autre dissymétrie que celle résultant de l'ajutage. Si ce dernier est métallique, on peut le souder sur les plaques  $DD'$ ; s'il est de verre, on le fixe à la cire.

B) Tous ces ajutages jouissent de la propriété fondamentale suivante. Soient  $s$  la section de la petite base (section minimum),  $S$  la section de la grande base.

1° Pour des charges  $h_0$ , n'excédant pas une limite  $h_{0c}$ , l'écoulement se fait à gueule bée dans les deux sens. Il donne une veine de section  $s$  pour la pression  $+h_0$ , une veine de section  $S$  pour la pression  $-h_0$ . A ces deux veines de sections différentes correspondent des débits inégaux. Le débit est plus grand lorsque l'écoulement s'effectue de la petite vers la grande base  $D(+h_0) < D(-h_0)$  (1). Sous pression variable le débit ne s'annule pas avec  $h_0$ ; il existe un effet soupape donnant un excès de pression sur la grande base.

2° Quand la charge  $h_0$  dépasse la valeur  $h_{0c}$ , variable avec le profil de l'ajutage et son poli intérieur, la veine résultant de l'écoulement  $D(-h_0)$  décolle à l'intérieur de l'ajutage et prend une section peu différente de  $s$ ; les débits  $D(+h_0)$ ,  $D(-h_0)$  deviennent quasi égaux. Sous pression variable l'effet soupape diminue. La limite  $h_{0c}$  est en fait très mal déterminée. Pour un ajutage étudié,  $h_{0c}$  était de l'ordre de 30 cm. en l'absence de toute trépidation. Sous l'influence des chocs ou d'une variation momentanée du débit, le décollement pouvait se produire pour  $h_0 = 10$  cm.

En résumé, les ajutages que nous étudions, dissymétriques pour l'écoulement sous des charges inférieures à  $h_{0c}$ , tendent à se comporter comme symétriques quand la charge croît. Sous pression variable ils donnent des effets soupape (excès de pression sur la grande base) qui peuvent diminuer quand  $h_1$  croît. Toutefois il est possible de construire des ajutages qui demeurent dissymétriques pour des charges atteignant 100 cm. Les phénomènes sont alors très réguliers (on est toujours au-dessous de  $h_{0c}$ ) et ont même allure que ceux donnés par les cônes courts et de grand angle.

**46. — Courbes fondamentales.** — Elles ont même allure que celles de la figure 29. à condition d'échanger les signes. Il est inutile de donner une nouvelle figure; il suffit de faire tourner la première de  $180^\circ$  dans son plan.

1° *Courbes  $D(h_0)$ .*

La courbe  $D(+h_0)$  a une allure parabolique. Toutefois sa transformée en  $D^2(h_0)$  n'est qu'une quasi droite; elle présente une légère concavité vers le haut. Nous pouvons comme première approximation poser :

$$D(+h_0) = K \sqrt{h_0}.$$

$K$  passe de 5,52 pour  $h_0 = 2$  cm. à 5,63 pour  $h_0 = 20$  cm.

Si nous mettons le débit sous la forme

$$D(+h_0) = ks \sqrt{2gh_0}$$

---

(1) Pour la théorie du débit, voir H. Bouasse. *Jets, tubes et canaux.*

nous obtenons pour  $k$  des valeurs voisines de 0,9. Or il n'y a pas contraction ; les frottements sur les parois de l'ajutage prennent donc une grande importance.

La courbe  $D(-h_0)$  est aussi une quasi parabole dont l'équation peut se mettre sous la forme

$$D(-h_0) = K' \sqrt{h_0}.$$

On a  $K' > K$ .

Le débit est plus grand pour l'écoulement dirigé de la petite base vers la grande base. Il y a là un effet *Venturi*, dont on trouvera la théorie dans « Jets, tubes et canaux », de M. Bouasse, pages 267-276.

Pour l'ajutage de verre dont j'ai donné plus haut les dimensions, on a

$$K' = 1,43 K. \quad (1)$$

Ce nombre fixe les idées, en fait le rapport  $K' : K$  varie avec le profil des ajutages, la loi d'évasement intervient au premier chef.

2° Courbes  $D(h_0, h_1)$ . Elles ont même allure que celles de la figure 29 après rotation de 180° dans son plan. Pour une charge moyenne nulle, les ajutages étudiés débitent de la petite vers la grande base. Un excès de pression s'établit ainsi sur la grande base. Quand l'équilibre est atteint, la grandeur de l'excès ainsi réalisé mesure l'effet soupape  $\tau_1$ .

Pour l'ajutage caractérisé par le rapport (1), on a

$$\tau_1 = 0,16 h_1.$$

**47. — Ajutages divers.** — Un ajutage cylindrique dont la longueur est égale au double du diamètre, devient légèrement dissymétrique si l'une de ses extrémités porte un rebord plan d'assez grande largeur, l'autre extrémité débouchant librement dans le deuxième milieu. Affectons du signe +, la face de l'ajutage située dans le plan du rebord, du signe — la face s'ouvrant librement dans le second milieu. Le débit  $D(+h_0)$  est légèrement supérieur au débit  $D(-h_0)$ . Leur rapport est voisin de 0,95. Sous pression variable, un léger excès de pression s'établit sur la face libre de l'ajutage.

Par contre, étant donné un orifice en paroi mince, on peut fixer sur l'une des faces de la paroi un tube dont l'axe passe par le centre de l'orifice sans introduire de dissymétrie appréciable dans l'écoulement.

**48. — Influence de la fréquence sur un débit variable.** — Pour tous les écoulements précédemment étudiés, j'ai pu faire varier la fréquence entre 1 et 10. Dans



cet intervalle je n'ai pu mettre en évidence aucun effet sensible de la fréquence, du moins d'une manière nette. Il semble toutefois que lorsqu'elle croît, l'effet soupape et le débit sous charge nulle diminuent. L'écoulement est moins troublé; les courbes  $D(h_0, h_1)$  paraissent se rapprocher plus rapidement des paraboles  $D(h_0)$ . Toutefois, je le répète, cette influence de la fréquence est faible. D'ailleurs, pour des fréquences acoustiques s'élevant à 300 ou 400, et pour l'air, des ajutages dissymétriques donnent des effets soupape intenses, de 2 ou 3 cm. d'eau. Comme  $h_1$ , dans ce cas, ne dépasse pas vraisemblablement 20 ou 30 cm., il faut bien conclure que l'effet soupape varie peu avec la fréquence.

#### Calcul du débit variable.

**49. — Ajutage dissymétrique.** — Au cours des expériences précédentes des jets, de sens constant ou variable, passent à travers l'ajutage. Il est naturel de poser que leur vitesse, par suite le débit est déterminé à chaque instant par la charge actuelle  $h$ . D'autre part, la quantité de liquide qui passe de V dans R ou réciproquement au cours d'une période ne peut modifier  $h_0$  de façon sensible. Dans ces conditions, l'expression du débit  $D(h_0, h_1)$  prend la forme suivante. Chaque demi-période comprend deux temps dans le cas général. De 0 au temps  $\mathcal{C}$  l'écoulement se fait dans l'un des sens, il s'annule pour  $t = \mathcal{C}$ , et s'effectue en sens inverse de  $\mathcal{C}$  à  $\frac{T}{2}$ . Nous pouvons donc poser :

$$D(h_0, h_1) = \frac{2}{T} \left[ - \int_0^{\mathcal{C}} K' \sqrt{h_1 \cos \omega t - h_0} dt + \int_{\mathcal{C}}^{T/2} K \sqrt{h_0 - h_1 \cos \omega t} dt \right]$$

en supposant l'ajutage dissymétrique; dans le cas contraire, il suffit de faire  $K = K'$ . Posons :

$$\omega t = \alpha \quad \text{nous avons :} \quad dt = \frac{d\alpha}{\omega} = \frac{T}{2\pi} d\alpha.$$

Le débit s'annule pour :

$$h_1 \cos \alpha = h_0 \quad \text{d'où} \quad \cos \alpha = \frac{h_0}{h_1}.$$

Nous obtenons ainsi :

$$D(h_0, h_1) = \frac{\sqrt{h_1}}{\pi} \left[ -K' \int_0^{\alpha} \sqrt{\cos \alpha - \frac{h_0}{h_1}} d\alpha + K \int_{\alpha}^{\pi} \sqrt{\frac{h_0}{h_1} - \cos \alpha} d\alpha \right].$$

Nous avons tracé la courbe des débits  $D(h_0, h_1)$  en fonction de la charge moyenne. La dérivée  $\frac{dD(h_0, h_1)}{dh_0}$  a pour expression :

$$\frac{dD(h_0, h_1)}{dh_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{h_1}} \left[ + K' \int_0^\alpha \frac{dx}{\sqrt{\cos \alpha - \frac{h_0}{h_1}}} + K \int_\alpha^\pi \frac{dx}{\sqrt{\frac{h_0}{h_1} - \cos \alpha}} \right].$$

Elle devient discontinue pour  $h_0 = h_1$ . Les courbes  $D(h_0, h_1)$  admettent en ce point une tangente inflexionnelle verticale.

Nous allons calculer les courbes  $D(h_0, h_1)$ . Nous comparerons ensuite les courbes expérimentales aux courbes calculées (*fig. 34*). La méthode de calcul utilisée est celle de M. Bouasse, on la trouvera exposée dans son cours sur les Tourbillons.

A)  $h_0 > h_1$ . 1° Le débit variable est toujours de même sens. Il diffère peu de  $D(h_0)$  si  $h_1$  est petit devant  $h_0$ . Le radical

$$\sqrt{h_0 - h_1 \cos \alpha} \text{ peut s'écrire : } \sqrt{h_0} \sqrt{1 - \frac{h_1}{h_0} \cos \alpha}.$$

Posons  $\frac{h_1}{h_0} = \varepsilon$  et développons en série, nous obtenons

$$D(h_0, h_1) = \frac{K\sqrt{h_0}}{\pi} \int_0^\pi \left( 1 - \frac{\varepsilon}{2} \cos \alpha + \frac{\varepsilon^2}{8} \cos^2 \alpha \dots \right) dx$$

d'où :

$$\begin{aligned} D(h_0, h_1) &= K\sqrt{h_0} \left( 1 - \frac{\varepsilon^2}{16} \right) \\ &= D(h_0) \cdot \left( 1 - \frac{\varepsilon^2}{16} \right). \end{aligned}$$

Ce résultat n'est valable que si  $\varepsilon$  est petit. Pour  $h_1 : h_0 = \frac{1}{5}$ . Le débit variable est quasi inaltéré.

2° Considérons maintenant le cas où  $h_0 > h_1$  sans que le rapport  $h_1 : h_0$  soit petit. La série précédemment utilisée étant peu convergente, nous devrions prendre un grand nombre de termes.

Utilisons les intégrales elliptiques. Nous avons d'abord :

$$\int_0^\pi \sqrt{h_0 - h_1 \cos \alpha} dx = \int_0^\pi \sqrt{h_0 + h_1 \cos \alpha} dx$$

d'où :

$$D(h_0, h_1) = \frac{K}{\pi} \int_0^\pi \sqrt{h_0 + h_1 \cos \alpha} dx.$$

Posons  $\alpha = 2\beta$ , nous avons :

$$D(h_0, h_1) = \frac{2K}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{h_0 + h_1 - 2h_1 \sin^2 \beta} d\beta = \frac{2K}{\pi} \sqrt{h_1 + h_0} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \frac{2h_1}{h_0 + h_1} \sin^2 \beta} d\beta.$$

Posons  $\frac{2h_1}{h_1 + h_0} = \sin^2 \varphi$ . Nous avons :

$$D(h_0, h_1) = \frac{2K}{\pi} \sqrt{h_1 + h_0} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \sin^2 \varphi \sin^2 \beta} d\beta.$$

Le débit  $D(h_0, h_1)$  nous est fourni par une intégrale elliptique complète de seconde espèce E.

Calculons quelques points de la courbe :

$$1^\circ \text{ pour } h_0 = h_1 : \quad \frac{2h_1}{h_0 + h_1} = 1, \quad \sin \varphi = 1, \quad E = 1,$$

d'où

$$D(h_0, h_1) = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} K \sqrt{h_1} = 0,900 K \sqrt{h_1}.$$

2° Pour  $h_0 = h_1$ , le débit variable est les  $\frac{9}{10}$  du débit uniforme. L'ordonnée du point P est les  $\frac{9}{10}$  du point P' correspondant sur  $D(h_0)$ . Mais nous savons que

3° pour  $h_0 = h_1$ , la dérivée  $\frac{dD(h_0, h_1)}{dh_0}$  devient discontinue; le débit varie rapidement. Calculons quelques points voisins :

$$\text{pour } h_0 = 1,05 h_1 : \quad D(h_0, h_1) = 0,942 K \sqrt{h_1}.$$

L'ordonnée du point Q est les 0,942 de celle de P<sub>1</sub> ou les 0,918 de celle du point correspondant Q<sub>1</sub> de la courbe  $D(h_0)$ .

$$4^\circ \text{ pour } h_0 = 1,10 h_1 : \quad D(h_0, h_1) = 0,976 K \sqrt{h_1}.$$

L'ordonnée de R est les 0,976 de celle de P<sub>1</sub> ou les 0,930 de celle du point correspondant R<sub>1</sub> de la courbe  $D(h_0)$ .

$$5^\circ \text{ pour } h_0 = 2 h_1 : \quad D(h_0, h_1) = 1,390 K \sqrt{h_1}.$$

L'ordonnée de N (non marqué) serait les 1,390 de celle de P<sub>1</sub>, ou les 0,983 de celle du point correspondant N<sub>1</sub> de la courbe  $D(h_0)$ .

Ces points fixent la position de la courbe  $D(h_0, h_1)$  par rapport à la courbe  $D(h_0)$ , pour les valeurs de  $h_0$  supérieures à  $h_1$ .

B)  $B h_0 < h_1$ . Le débit s'annule et change de sens pour  $h_1 \cos \omega t = -h_0$ , ou avec la variable  $\alpha$  pour  $h_1 \cos \alpha = -h_0$ . Il a pour expression

$$D(h_0, h_1) = -\frac{K'}{\pi} \int_0^\alpha \sqrt{h_1 \cos \alpha - h_0} d\alpha + \frac{K}{\pi} \int_\alpha^\pi \sqrt{h_0 - h_1 \cos \alpha} d\alpha.$$

Soit  $\alpha'$  le supplément de  $\alpha$ . Les valeurs de  $\cos \alpha$  entre  $\alpha$  et  $\pi$  d'une part, 0 et  $\alpha'$  d'autre part sont opposées deux à deux. Nous pouvons donc remplacer  $-h_1 \cos \alpha$  par  $+h_1 \cos \alpha$  sous le radical de la seconde intégrale, à condition de remplacer les limites  $\alpha$  et  $\pi$  par 0 et  $\alpha'$ .

Le débit aura pour expression :

$$D(h_0, h_1) = -\frac{K'}{\pi} \int_0^\alpha \sqrt{h_1 \cos \alpha - h_0} d\alpha + \frac{K}{\pi} \int_0^{\alpha'} \sqrt{h_1 \cos \alpha + h_0} d\alpha.$$

Le calcul de  $D(h_0, h_1)$  est ainsi ramené au calcul de deux intégrales du type

$$I = \int_0^\alpha \sqrt{h_1 \cos \alpha \pm h_0} d\alpha.$$

La limite supérieure est définie par la condition  $\cos \alpha = -h_0/h_1$  pour l'une,  $\cos \alpha = +h_0/h_1$  pour l'autre.

Posons  $\alpha = 2\beta$ .

$$I = 2 \int_0^\beta \sqrt{h_1 \pm h_0 - 2h_1 \sin^2 \beta} d\beta.$$

ou :

$$I = 2 \sqrt{h_1 \pm h_0} \int_0^\beta \sqrt{1 - \frac{2h_1}{h_1 \pm h_0} \sin^2 \beta} d\beta$$

avec la condition  $\cos 2\beta = \pm \frac{h_0}{h_1}$ . L'intégrale n'est pas elliptique car  $\frac{2h_1}{h_0 \pm h_1} > 1$ .

Posons :

$$c^2 = \frac{h_1 \pm h_0}{2h_1} \quad \text{on a } c^2 < 1.$$

Effectuons le changement de variable :  $\sin \beta = c \cdot \sin \gamma$ .

Les limites pour  $\gamma$  seront 0 et  $\pi : 2$ ; nous obtenons :

$$I = \frac{2 \cdot \sqrt{h_1 \pm h_0}}{c} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{c^2 \cdot \cos^2 \gamma}{\sqrt{1 - c^2 \sin^2 \gamma}} d\gamma,$$

d'où en remplaçant  $c$ ,  $c^2$  et  $\cos^2 \gamma$  par leur valeur :

$$I = 2 \sqrt{2} \sqrt{h_1} \left[ \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - c^2 \sin^2 \gamma} d\gamma - (1 - c^2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\gamma}{\sqrt{1 - c^2 \sin^2 \gamma}} \right].$$

Posons :

$$c^2 = \sin^2 \varphi.$$

$$I = 2 \sqrt{2} \cdot \sqrt{h_1} \left[ \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \sin^2 \varphi \sin^2 \gamma} d\gamma - \cos^2 \varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\gamma}{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi \sin^2 \gamma}} \right].$$

La première intégrale, est une intégrale elliptique complète de seconde espèce  $E(\varphi)$ , la seconde une intégrale elliptique complète de première espèce  $F(\varphi)$ . Le module  $\sin \varphi$  est défini par la relation

$$\sin^2 \varphi = \frac{2h_1}{h_1 \pm h_0}.$$

Le signe + correspond à l'écoulement  $+\rightarrow$ , il donne un angle  $\varphi$ . Le signe — correspond à l'écoulement inverse, il donne un angle  $\varphi'$  complémentaire du précédent. Le débit a donc pour expression en rétablissant les coefficients  $\frac{K}{\pi}$  et  $\frac{K'}{\pi}$

$$D(h_0, h_1) = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \sqrt{h_1} [K(E(\varphi) - \cos^2 \varphi F(\varphi)) - K'(E(\varphi') - \cos^2 \varphi' F(\varphi'))].$$

Calculons la pente  $m$  de la courbe. Nous avons  $m = \frac{dD(h_0, h_1)}{dh_0}$  ou aux coefficients  $\frac{K}{\pi}$  et  $-\frac{K'}{\pi}$  près :

$$m = \int_0^{\alpha} \frac{dx}{2 \sqrt{h_1 \cos x \pm h_0}}$$

ou en posant  $x = 2\beta$

$$m = \int_0^{\beta} \frac{1}{\sqrt{h_1 \pm h_0}} \frac{d\beta}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \beta}{c^2}}}.$$

Effectuons le changement de variable  $\sin \beta = c \sin \gamma$  avec  $c^2 = \frac{h_1 + h_0}{2 h_1}$ .

$$m = \frac{1}{2 \sqrt{h_1}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{2} d\gamma}{\sqrt{1 - c^2 \sin^2 \gamma}},$$

$$m = \frac{\sqrt{2}}{2 \sqrt{h_1}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\gamma}{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi \sin^2 \gamma}} = \frac{\sqrt{2}}{2 \sqrt{h_1}} \cdot F(\varphi)$$

d'où en rétablissant les coefficients  $\frac{K}{\pi}$  et  $-\frac{K'}{\pi}$

$$\frac{dh_0}{dD(h_0, h_1)} = \frac{\sqrt{2}}{2 \pi \sqrt{h_1}} (K \cdot F(\varphi) + K' F(\varphi'))$$

avec, comme pour le débit :

$$\sin^2 \varphi = \frac{h_1 + h_0}{2 h_1}, \quad \sin^2 \varphi' = \frac{h_1 - h_0}{2 h_1}.$$

Nous allons calculer le débit  $D(h_0, h_1)$ , et la pente  $m$  des courbes, pour quelques valeurs de  $h_0$ .

1° Pour  $h_0 = 0$ , on a :  $D(h_0, h_1) = 0,381 (K - K') \sqrt{h_1}$ .

L'ordonnée du point B est égale au produit par 0,381 de la différence des points  $P_1$  et  $P'_1$ , correspondant sur la courbe  $D(h_0)$  à  $+h_1$  et  $-h_1$ .

La pente en B a pour valeur :  $m_b = 0,417 (K + K') : \sqrt{h_1}$ .

2° Pour  $h_0 = h_1 : 4$ , on a :  $D(h_0, h_1) = (0,488 K - 0,279 K') \sqrt{h_1}$ .

L'ordonnée du point c s'obtient ainsi en fonction des ordonnées de  $P_1$  et de  $P'_1$ .

La pente en c a pour valeur :  $m_c = (0,445 K + 0,396 K') : \sqrt{h_1}$ .

3° Pour  $h_0 = h_1 : 2$ , on a :  $D(h_0, h_1) = (0,606 K - 0,183 K') \sqrt{h_1}$ .

C'est l'ordonnée de M.

La pente en M a pour valeur :  $m_M = (0,485 K + 0,379 K') : \sqrt{h_1}$ .

4° Pour  $h_0 = 3 h_1 : 4$ , on a :  $D(h_0, h_1) = (0,733 K - 0,095 K') \sqrt{h_1}$ .

C'est l'ordonnée de E.

La pente en E a pour valeur :  $m_E = (0,556 K + 0,365 K') : \sqrt{h_1}$ .

5° Pour  $h_0 = 0,9 h_1$ , on a :  $D(h_0, h_1) = (0,823 K - 0,046 K') \sqrt{h_1}$ .

C'est l'ordonnée de L.

La pente M a pour valeur :  $m_L = (0,654 K + 0,358 K') : \sqrt{h_1}$ .

6° Pour  $h_0 = 0,95 h_1$ , on a :  $D(h_0, h_1) = (0,857 K - 0,013 K') \sqrt{h_1}$ .

C'est l'ordonnée du point K.

La pente M a pour valeur :  $m_M = (0,730 K + 0,355 K') : \sqrt{h_1}$ .

Rappelons enfin que quand  $h_0$  tend vers  $h_1$ , le débit  $D(h_0, h_1)$  tend vers  $0,900 K \sqrt{h_1}$  et  $m$  vers  $+\infty$ .

En remplaçant  $K$  par  $-K'$  et  $K'$  par  $-K$  dans les formules précédentes, on obtiendra les ordonnées des points  $C', M', K', L', P', Q', R'$  de la branche de courbe correspondant à des valeurs  $-h_0$ .

L'ensemble des points ainsi calculés permet le tracé de la courbe. La figure 34 donne en trait plein la courbe calculée pour  $h_1 = 12$  cm.

Dans l'intervalle  $-h_1, +h_1$  la courbe est une quasi droite. Dans sa partie moyenne elle présente une longue inflexion, et l'on peut dans cette région la confondre avec sa tangente. Pour  $h_0 = \pm h_1$  elle offre une tangente inflexionnelle verticale, elle se rapproche ainsi brusquement de la courbe  $D(h_0)$  à laquelle elle est asymptote au delà de  $h_1$ .

Le coefficient angulaire de la droite  $PP'$  est  $0,450 (K + K') : \sqrt{h_1}$ ;

celui de la droite  $LL'$   $0,430 (K + K') : \sqrt{h_1}$ ;

celui de la droite  $MM'$   $0,423 (K + K') : \sqrt{h_1}$ .

Enfin la tangente en B a pour pente :  $0,417 (K + K') : \sqrt{h_1}$ .

### 50. — Intersection des courbes avec les axes. Calcul de l'effet soupape. —

L'ordonnée  $OB$  mesure le débit sous charge nulle, on a donc :

$$OB = 0,381 (K - K') \sqrt{h_1}. \quad (1)$$

Le segment  $OA$  mesure l'effet soupape. La pente de la droite  $AB$  étant sensiblement

$$m = 0,417 (K + K') : \sqrt{h_1}$$

son équation s'écrit :

$$D(h_0, h_1) = 0,417 \frac{K + K'}{\sqrt{h_1}} h_0 + 0,381 (K - K') \sqrt{h_1}$$

d'où pour la valeur du segment  $OA = \eta$

$$\eta = -0,914 \frac{K - K'}{K + K'} h_1.$$

**51. — Intersection des courbes entre elles. Équation de leur enveloppe.** — Confondons les courbes  $D(h_0, h_1)$  avec leur tangente en B. Leur ordonnée à l'origine est proportionnelle à  $\sqrt{h_1}$ , leur pente inversement proportionnelle à  $\sqrt{h_1}$ , il résulte de ce fait que les courbes  $D(h_0, h_1)$  se coupent dans le premier quadrant.

Considérons deux droites AB et A'B' correspondant la première à  $h_1$ , la seconde à  $h'_1$ .

L'équation de la première s'écrit :

$$D(h_0, h_1) = 0,417 \frac{K + K'}{\sqrt{h_1}} h_0 + 0,381 (K - K') \sqrt{h_1};$$

L'équation de la deuxième :

$$D'(h_0, h'_1) = 0,417 \frac{K + K'}{\sqrt{h'_1}} h_0 + 0,381 (K - K') \sqrt{h'_1}.$$

L'abscisse  $h_0$  du point d'intersection des courbes est :

$$h_0 = 0,914 \frac{K - K'}{K + K'} \sqrt{h_1 \cdot h'_1}. \quad (1)$$

Le débit commun a pour valeur :

$$D(h_0, h_1) = D'(h_0, h'_1) = 0,381 (K - K') (\sqrt{h_1} + \sqrt{h'_1}). \quad (2)$$

Les courbes  $D(h_0, h_1)$  et  $D'(h_0, h'_1)$  seront infiniment voisines si les valeurs  $h_1$  et  $h'_1$  sont elles-mêmes infiniment voisines. Nous pouvons alors poser  $h'_1 = h_1 + dh_1$ .

A la limite, pour  $dh_1 = 0$  les courbes se coupent sur leur enveloppe à laquelle elles sont d'ailleurs tangentes. Or quand  $dh_1$  tend vers 0,  $h_1$  tend vers  $h'_1$ . Les équations 1 et 2 donnent, en y faisant  $h_1 = h'_1$ , les coordonnées du point de l'enveloppe où passe la courbe de paramètre  $h_1$ . Éliminons  $h_1$  entre les équations 1 et 2, nous obtenons l'équation de l'enveloppe, elle s'écrit

$$D_E = 2 \sqrt{0,381 \times 0,417 (K + K') (K - K')} \sqrt{h_0}.$$

C'est l'équation d'une parabole passant par l'origine. Posons  $K' = Kr$ , l'équation de l'enveloppe s'écrit

$$D_E = 0,797 \sqrt{1 - r^2} K \sqrt{h_0}.$$



Or la courbe  $D(+h_0)$  a pour équation  $D(+h_0) = K\sqrt{h_0}$ . L'enveloppe des courbes  $D(h_0, h_1)$  se construit donc aisément en multipliant par  $0,797\sqrt{1-r^2}$  les ordonnées de  $D(h_0)$ . Sur la figure 34 l'enveloppe est tracée en trait interrompu.

Les courbes  $D(h_0, h_1)$  sont tangentes à l'enveloppe en un point T dont l'abscisse fournie par la formule (1) est

$$h_0 = 0,914 \frac{K - K'}{K + K'} h_1.$$

L'abscisse du point T est donc égale en valeur absolue à celle de A. Les points A et T correspondent à des charges opposées.

L'ordonnée du point T représente pour la charge  $h_0$  correspondante le débit minimum au-dessous duquel on ne peut descendre quelle que soit la valeur de  $h_1$ . On voit ainsi que le débit minimum est le double du débit sous charge nulle.

**52. — Intersection des courbes  $D(h_0, h_1)$  avec les courbes  $D(h_0)$ .** — Posons  $D(h_0, h_1) = D(h_0)$  nous obtenons l'abscisse  $h_0$  du point d'intersection des deux courbes, c'est-à-dire la valeur singulière  $h_{0c}$  de la charge pour laquelle le débit n'est pas modifié par la superposition d'une pression sinusoïdale d'amplitude  $h_1$  à la charge moyenne  $h_{0c}$ .

**53. — Comparaison des courbes expérimentales avec les courbes calculées.** — La figure 34 montre que les courbes expérimentales (trait pointillé) et les courbes (trait plein) ont même allure, mais ne coïncident pas; quasi confondues dans la région AB, elles s'écartent l'une de l'autre quand  $h_0$  croît. La théorie donne seulement l'allure du phénomène.

1° Pour  $h_0 = h_1$  le débit réel est notablement inférieur au débit calculé. De plus, alors que la courbe théorique admet pour  $h_0 = h_1$  une tangente inflexionnelle verticale, raccordant deux arcs de pentes très différentes, la courbe expérimentale admet une tangente inflexionnelle de pente relativement faible. La variation de débit, bien qu'accentuée au voisinage de  $h_0 = h_1$ , ne présente pas la brusquerie prévue par la théorie. De plus cet accroissement de débit paraît se faire pour des charges légèrement supérieures à  $h_1$ , et ceci nous conduit à préciser la disposition d'une courbe expérimentale par rapport à la courbe théorique correspondante.

2° L'amplitude  $h_1$ , cote des courbes expérimentales, a été déterminée à la capsule de Marey. J'ai noté au début (§ 36) que les valeurs ainsi trouvées étaient inférieures à celles qui résultaient du calcul basé sur les variations de volume de l'air contenu dans le récipient V. Le fait que la variation rapide du débit se produit au delà de  $h_0 = h_1$ , semble bien montrer que les valeurs de  $h_1$  déterminées à la capsule sont inférieures aux valeurs vraies. Admettons donc (comme hypothèse) que la courbe expérimentale cotée 12 correspond non pas à  $h_1 = 12$  mais à  $h_1 = 13$  ou 14 et

comparons-la à la courbe théorique correspondante. Les deux courbes sont alors quasi confondues dans leurs parties extrêmes au voisinage de P et de P', mais s'écartent l'une de l'autre dans la région centrale AB. J'ai représenté à grande

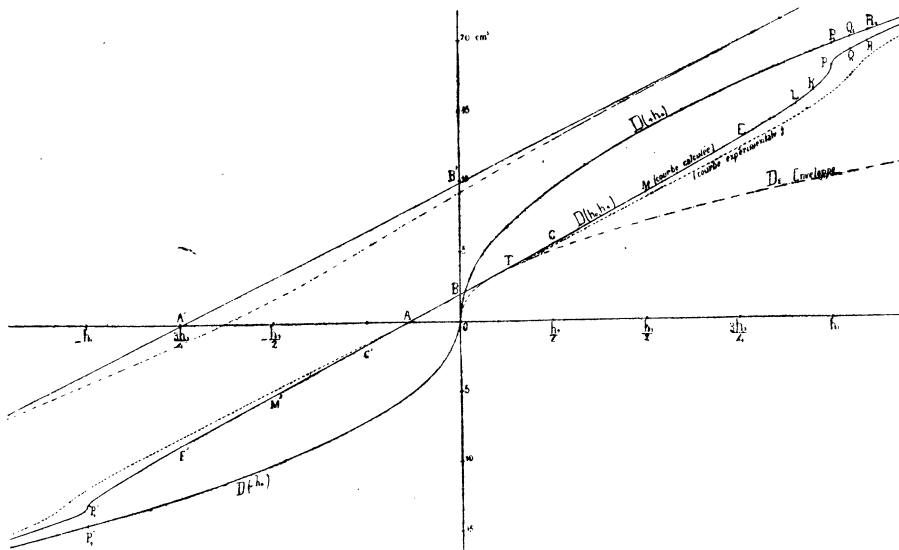


FIG. 34.

échelle, sur la figure 34, la droite A'B' qui serait la courbe calculée pour  $h_1 = 13$ , et au-dessous la courbe expérimentale (celle cotée 12).

Courbes expérimentales et courbes théoriques diffèrent donc non seulement par leur position dans le plan, mais encore par leur forme.

Fixons l'ordre de grandeur de l'écart. Pour l'ajutage étudié on a  $K = 5,54$ ,  $K' = 4,10$ .

a) Pour le débit sous charge nulle, la théorie donne :

$$D(0, h_1) = 0,548 \sqrt{h_1}$$

et l'expérience :

$$D(0, h_1) = 0,52 \sqrt{h_1}.$$

Si l'on admet que les valeurs déterminées à la capsule sont inférieures aux valeurs vraies, le coefficient 0,52 doit être abaissé à 0,50 au moins. L'écart entre la théorie et l'expérience devient de l'ordre de  $\frac{1}{20}$ .

b) Pour l'effet soupape, la théorie donne :

$$\eta = 0,417 \frac{5,54 - 4,10}{5,54 + 4,10} h_1 = 0,137 h_1.$$

Le tableau du § 40 donne  $\eta = 0,13 h_1$ .

Mais en raison de l'erreur par défaut commise sur  $h_1$ , le coefficient expérimental 0,13 est erroné par excès.

Il existe donc entre le calcul et l'expérience un écart de  $\frac{1}{20}$  environ, soit que la théorie s'applique à peu près pour les grandes charges, l'écart maximum se produisant alors pour les charges faibles ou nulle, alors que l'écoulement est troublé au maximum; soit que la théorie s'applique au contraire pour les petites charges, l'écart se produisant alors pour de grandes valeurs de la charge.

\* En ce qui concerne l'équation de l'enveloppe, nous avons trouvé :

$$D_e = 0,520 K \sqrt{h_0}.$$

Le calcul donne : 
$$D_e = 0,536 K \sqrt{h_0}.$$

Or la détermination de l'équation de l'enveloppe ne dépend que de la forme et de la position des courbes dans le premier quadrant. On voit ainsi que pour des charges moyennes non très petites par rapport à  $h_1$ , les courbes expérimentales  $D(h_0, h_1)$  s'écartent peu des courbes calculées.

En résumé, l'hypothèse que le débit est déterminé à chaque instant par la charge actuelle donne bien l'allure du phénomène, mais seulement son allure. Cela ne doit pas nous surprendre en raison de la fréquence toujours petite dans mes expériences. Mais, et c'est là un fait capital, les résultats de l'abbé Carrière (*Journal de Physique* 1928) sont, dans leurs grandes lignes, conformes à ceux que j'ai obtenus. La théorie s'applique donc *comme première approximation* quelle que soit la fréquence.

**54. — Ajustage symétrique.** — Les calculs précédents sont valables; il suffit de faire  $K = K'$  dans les formules. L'effet soupape s'annule, les courbes passent par l'origine. Les formules précédemment établies donnent :

$h_0 = 0$	$D(h_0, h_1) = 0$	$m = 0,834 K : \sqrt{h_1}$
$h_0 = h_1 : 4$	$D(h_0, h_1) = 0,210 K \sqrt{h_1}$	$m = 0,841 K : \sqrt{h_1}$
$h_0 = h_1 : 2$	$D(h_0, h_1) = 0,423 K \sqrt{h_1}$	$m = 0,865 K : \sqrt{h_1}$
$h_0 = 3h_1 : 4$	$D(h_0, h_1) = 0,639 K \sqrt{h_1}$	$m = 0,921 K : \sqrt{h_1}$
$h_0 = h_1$	$D(h_0, h_1) = 0,900 K \sqrt{h_1}$	$m = + \infty$ .

La pente moyenne de la droite OP a pour valeur  $0,900 K : \sqrt{h_1}$ .

Les courbes  $D(h_0, h_1)$  calculées sont symétriques par rapport à l'origine, tout comme les courbes  $D(h_0)$ ; la figure 32 représente en pointillé la moitié de la courbe théorique pour  $h_1 = 18$ . Ici aussi les courbes expérimentales ont l'allure indiquée par la théorie, mais se placent au-dessous des courbes théoriques correspondantes.

Ces calculs sont intéressants comme montrant à quel point une vibration peut altérer le débit moyen dans l'hypothèse, la plus simple, où le débit à travers l'orifice ne dépend que de la différence des pressions qui s'exercent sur les deux faces.

Le rapport  $D(h_0, h_1) : D(h_0)$  tend vers zéro avec  $h_0$ ; il a pour expression :  $0,834 \sqrt{h_0} : \sqrt{h_1}$ . Pour  $h_0 = 2$  mm.,  $h_1 = 20$  cm., ou encore pour  $h_0 = 1$  mm.,  $h_1 = 10$  cm., le débit variable calculé n'est pas la dixième partie du débit sous charge constante.

### Effet D.

55. — Technique. — Opérons sur l'air et utilisons l'appareil de la figure 35 plus simple que celui qui nous a servi pour l'effet A. Un cylindre en tôle épaisse est fermé à sa partie supérieure par une feuille de caoutchouc épais, serrée entre deux disques de diamètre sensiblement égal à celui du cylindre. On réalise ainsi un piston étanche, dont les déplacements créent à l'intérieur de la cavité C des variations

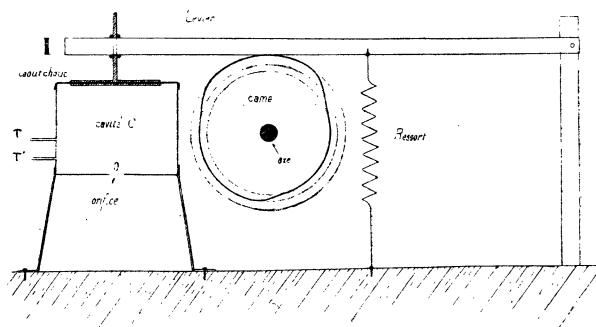


FIG. 35.

de pression. Le cylindre est fermé à sa partie inférieure par une plaque épaisse percée d'un trou sur lequel on mastique des ajutages de forme et de dimensions variables. La cavité ainsi limitée a un volume de deux litres environ. Le piston est mû par un levier qu'un ressort maintient appuyé sur une came. Les déplacements du piston sont ainsi commandés par le profil de la came. J'ai utilisé une came de moteur à gaz (ancien modèle) composée de trois arcs de circonférence raccordés entre eux. Le rayon de la circonférence moyenne est de 5 cm., ceux des deux autres 5,5 cm. et 4,5 cm. On utilise de chaque circonférence un arc de 120° environ. Les déplacements du piston créent à l'intérieur de la cavité une variation de pression représentée par la courbe OABGHCDEF (*fig. 36-II ou III*).

56. — Théorie des phénomènes. — Posons d'abord la nature du problème. Soit à l'intérieur de la cavité C une pression variable de la forme

$$H = h_0 + h_1 \cdot f(t). \quad h_0 = \text{pression atmosphérique.}$$

Posons :

$$h = H - h_0 = h_1 \cdot f(t).$$

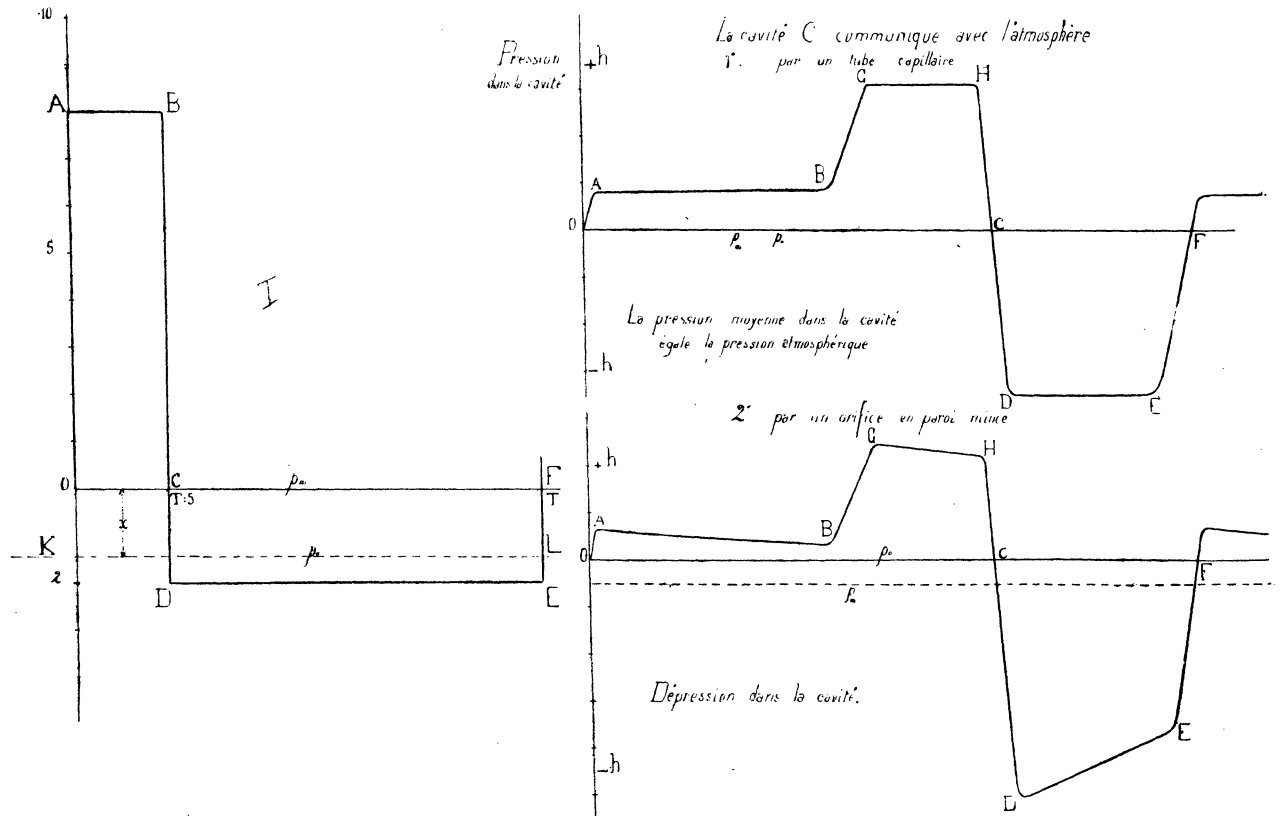


FIG. 36.

Nous prenons ainsi pour variable l'excès de la pression intérieure à chaque instant sur la pression atmosphérique extérieure. L'excès moyen de pression à l'intérieur de la cavité est défini par la relation

$$h_m = \frac{1}{T} \int_0^T h dt.$$

Si l'on a  $h = h_1 \cos \omega t$ , il est clair que l'on a  $h_m = 0$ . Supposons que les variations de  $h$ , à l'intérieur de la cavité close, soient représentées par la courbe OABCDEF (fig. 36-1). L'excès moyen de pression sera nul si :

$$\text{aire OABC} = \text{aire CDEF.}$$

Soit  $h_1$  l'excès de pression constant régnant dans la cavité durant la fraction  $\mathcal{C}_1$  de la période;  $h_2$  la valeur absolue de la dépression constante, durant le temps  $\mathcal{C}_2 = T - \mathcal{C}_1$ .

Pour que l'excès moyen soit nul dans la cavité, on doit avoir :

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\mathcal{C}_1}{\mathcal{C}_2}.$$

Prenons par exemple  $h_2 = h_1 : 4$ . Nous aurons :  $\mathcal{C}_1 = T : 5$ ;  $\mathcal{C}_2 = 4T : 5$ .

Mettons la cavité en communication avec l'atmosphère par un orifice O. Nous allons obtenir à travers O un écoulement variable.

1° *Débit proportionnel à la pression.* Posons comme hypothèse que le débit à travers l'orifice est proportionnel à la différence des pressions actuelles sur ses deux faces, c'est-à-dire proportionnel à  $h$ . Le débit moyen sera donné par l'intégrale

$$D = \frac{1}{T} \int_0^T K h dt = \frac{K}{T} \int_0^T h dt = 0.$$

Le débit moyen étant nul, la pression moyenne dans la cavité ne varie pas; elle demeure égale à la pression atmosphérique. Si nous partons d'une pression moyenne dans la cavité supérieure à la pression atmosphérique, les sorties l'emporteront sur les rentrées, jusqu'au moment où la pression moyenne dans la cavité sera devenue égale à la pression atmosphérique. Le contraire se produira d'abord si nous partons d'une pression moyenne initiale supérieure à la pression atmosphérique.

Ainsi, quelle que soit la loi de variation de la pression, à l'intérieur d'une cavité, communiquant avec l'atmosphère par un ajutage à travers lequel les débits sont proportionnels à la pression; la pression moyenne à l'intérieur de la cavité deviendra égale à la pression atmosphérique extérieure. Or, les débits sont proportionnels à la pression à travers des tubes capillaires de longueur suffisante. Les capillaires jouissent donc de la propriété d'égaliser la pression moyenne entre les milieux dans lesquels débouchent leurs extrémités, à la condition bien entendu, que le débit soit déterminé à chaque instant par la charge actuelle.

2° *Débit proportionnel à la racine carrée de la charge.* Supposons que la pression moyenne dans la cavité soit égale à la pression atmosphérique. Le débit moyen est donné par l'intégrale

$$D = \frac{1}{T} \int_0^T K \sqrt{h} dt.$$

Montrons que pour  $h_m$  nul, D peut ne pas être nul et réciproquement. Pour la courbe I de la figure, la sortie a pour expression :

$$S = K \sqrt{h_1} \cdot T : 5$$

et la rentrée :

$$R = K \sqrt{h_2} \cdot 4T : 5 \quad (\text{en négligeant les variations de la densité avec la pression}).$$

d'où :

$$\frac{R}{S} = 4 \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} \quad \text{or} \quad \frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{4},$$

d'où :

$$R = S \sqrt{2}.$$

Les rentrées l'emportent sur les sorties, la pression moyenne croît dans la cavité et devient supérieure à la pression atmosphérique. L'équilibre sera atteint lorsque les rentrées égaleront les sorties. Soit  $x$  l'excès de pression alors réalisé.

Durant le temps  $\mathcal{C}_1 = T : 5$  l'excès de pression aura pour valeur  $h_1 + x$ , la sortie aura pour expression :

$$S = K \cdot \sqrt{h_1 + x} \cdot T : 5.$$

Durant le temps  $\mathcal{C}_2 = 4T : 5$ , la dépression aura pour valeur  $h_2 - x$ , la rentrée aura pour expression :

$$R = K \cdot \sqrt{h_2 - x} \cdot 4T : 5.$$

Écrivons que pour l'équilibre, les rentrées égalent les sorties :

$$4 \sqrt{h_2 - x} = \sqrt{h_1 + x}.$$

$$16(h_2 - x) = h_1 + x, \quad \text{or} \quad h_1 = 4h_2,$$

d'où :

$$x = \frac{3h_1}{17}.$$

Lorsque l'équilibre sera atteint, la variation de pression dans la cavité, par rapport à la pression atmosphérique sera représentée par la courbe KABDEL. Nous pouvons maintenant préciser ce qu'il faut entendre par variation dissymétrique de la pression. Soit (C) la courbe représentant la variation de la pression à l'intérieur d'une cavité close. Traçons la droite  $\Delta$  de pression moyenne. Son ordonnée  $h_m$  par rapport à la droite  $\Delta_0$  de pression atmosphérique est fournie par l'intégrale

$$h_m = \frac{1}{T} \int_0^T h dt.$$

L'excès moyen de pression dans la cavité sera nul si  $\Delta$  et  $\Delta_0$  sont confondues.

Traçons la droite  $\Delta'$  de débit moyen nul. Son ordonnée  $x$  par rapport à  $\Delta_0$  est donnée par l'intégrale

$$\frac{k}{T} \int_0^T \sqrt{h+x} dt = 0 \quad \text{ou} \quad \int_0^T \sqrt{h+x} dt = 0.$$

L'écoulement sera dissymétrique si  $x \neq h_m$ ; c'est-à-dire si pour un excès moyen nul de la pression intérieure, le débit moyen n'est pas nul.

Supposons remplies les conditions initiales

$$x \neq h_m \quad \text{par suite} \quad \Delta' \neq \Delta, \quad h_m = 0 \quad \text{par suite} \quad \Delta \text{ confondue avec } \Delta_0.$$

Mettons la cavité en communication avec l'atmosphère par un orifice en paroi mince ou un tube court. Quand l'équilibre est atteint, le débit moyen est nul; la droite  $\Delta'$  est donc confondue avec la droite  $\Delta_0$ . La droite de pression moyenne  $\Delta$ , par hypothèse distincte de  $\Delta'$  sera alors au-dessus ou au-dessous de  $\Delta_0$ . Son ordonnée par rapport à  $\Delta_0$  mesurera l'excès moyen de pression, c'est-à-dire en somme l'effet soupape, qu'un orifice en paroi mince maintient dans une cavité où existe initialement une variation de pression moyennement nulle.

Ainsi, si l'on met en communication avec l'atmosphère, par un trou en paroi mince ou un tube court, une cavité où la pression moyennement égale à la pression atmosphérique varie dissymétriquement, la pression moyenne dans la cavité devient supérieure ou inférieure à la pression atmosphérique, selon la nature de la dissymétrie.

Un écoulement dissymétrique, par suite un effet soupape, peuvent donc être obtenus soit par une dissymétrie de l'ajutage : effet A; soit par une dissymétrie de la variation de la pression : effet D. Les deux effets peuvent se superposer. L'effet A change de sens avec l'orientation de l'ajutage, l'effet D est indépendant de l'orientation de l'ajutage (à la condition toutefois que le fluide écoulé soit sans influence sur la pression dans la cavité). Dans le cas le plus général nous pouvons poser  $\eta$  et  $\eta'$  étant les effets soupapes observés pour un ajutage donné avant et après retournement.

$$\begin{aligned} \eta &= A + D \\ \eta' &= -A' + D'. \end{aligned}$$

Les conclusions précédentes résultent de l'hypothèse que le débit variable à travers un orifice est déterminé à chaque instant par la charge actuelle. Nous avons vu que cette hypothèse donnait l'allure des phénomènes pour l'effet A. Il nous reste à montrer expérimentalement qu'elle donne également l'allure des phénomènes pour l'effet D.



## Expériences.

**57. — 1° Tube capillaire.** — Mastiquons sur l'orifice O de la cavité C un tube capillaire de 3 cm. de long, 0,2 mm. de diamètre intérieur. Relions la cavité au manomètre par le tube T portant également un tube capillaire de 5 cm. de long, 0,2 mm. de diamètre intérieur. Mettons en marche le moteur actionnant le piston par l'intermédiaire du système came-levier. Le manomètre indique d'abord un excès ou un défaut de pression, selon la position initiale de la membrane. Au bout d'un temps très long (une heure ou plus) l'équilibre est établi, le manomètre indique alors une dénivellation nulle. Il indique donc pour la cavité une pression moyenne égale à la pression atmosphérique. Enregistrons les variations de la pression, nous obtenons la courbe OABGHCDEF (*fig. 36-II*). OC est la droite de référence correspondant à la pression atmosphérique.

Comparons les aires OABGHC et CDEF. Elles sont égales à la précision des expériences et des mesures. Pour comparer ces aires, il faut tenir compte de l'étalonnage de la capsule. On a :

$$\text{aire OABGHC} = K \int_{\bar{C}_1}^T h dt = 13,50 \text{ cm}^2.$$

$$\text{d'où } h_m = 0.$$

$$\text{aire CDEF} = - \int_{\bar{C}_1}^T h dt = -13,40 \text{ cm}^2.$$

Cette expérience capitale montre qu'un tube capillaire égalise les pressions moyennes entre les milieux qu'il met en communication. Par suite, pour avoir la pression moyenne à l'intérieur d'une cavité, il suffit de relier cette cavité à un manomètre par un tube capillaire de longueur suffisante. J'ai vérifié que les indications ainsi fournies par le manomètre étaient identiques à celles que donne la méthode de Barus (<sup>1</sup>).

**58. — 2° Orifice en paroi mince. Ajustage cylindrique court.** — Je remplace le tube capillaire par un orifice en paroi mince de 3 mm. de diamètre. Je m'assure de sa symétrie par retournement, précaution capitale oubliée par tous les expérimentateurs. Le piston étant en marche, et l'équilibre étant réalisé, le manomètre toujours muni du capillaire, accuse une dépression de 31 mm. Enregistrons la pression, nous

(<sup>1</sup>) Voir H. Bouasse, *Tourbillons*.

obtenons la courbe ABGHCDEF. OCF est la droite de référence correspondant à la pression atmosphérique. Les aires OBGH et CDEF (corrigées) sont inégales ; on a :

$$\text{aire OABGHC} > \text{aire CDEF}.$$

La pression moyenne dans la cavité est donc inférieure à la pression atmosphérique. Nous obtiendrons la droite  $\Delta$  de pression moyenne en coupant la courbe par une droite telle que les aires comprises entre elle et la courbe soient égales. Or, nous avons :

$$\text{aire OABGHC} = 10 \text{ cm}^2.$$

$$\text{aire CDEF} = 15,85 \text{ cm}^2.$$

Nous obtenons donc pour ordonnée de la droite  $\Delta$  :

$$x = \frac{5,85}{12,95} = 0,45 \text{ cm.} = 4,5 \text{ mm.}$$

Or, sur le graphique 8 mm. correspondent à 50 mm. de pression ; 4,5 mm. correspondent donc à

$$\frac{50 \times 4,5}{8} = 28 \text{ mm.}$$

Il existe donc dans la cavité une pression de 28 mm. L'expérience, ou plutôt le manomètre, donne 31 mm. La concordance est assez bonne étant donné la nature des expériences et des mesures. Nous ne nous occupons d'ailleurs que de l'allure des phénomènes.

Calculons maintenant les intégrales

$$\int_0^{\bar{C}_1} \sqrt{h} dt \text{ de O en C, et } \int_{\bar{C}_1}^{\text{r}} \sqrt{h} dt \text{ de C en F.}$$

Si les débits sont à chaque instant proportionnels à la racine carrée de la charge, nous devons trouver pour les deux intégrales des valeurs absolues égales ou tout au moins voisines. Pour les calculer décomposons la courbe ABCGHCDEF (corrigée des indications de la capsule) en segments rectilignes. Le long de ces segments, la pression est de la forme  $h = at + b$ . Nous sommes donc amenés à calculer des intégrales de la forme :

$$I = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{at + b} dt = \frac{2}{3a} [(at_2 + b)^{\frac{3}{2}} - (at_1 + b)^{\frac{3}{2}}]$$

or, on a :

$$at_2 + b = h_2, \quad at_1 + b = h_1, \quad a = \frac{h_2 - h_1}{t_2 - t_1}$$

d'où :

$$I = \frac{2}{3} \frac{h_2 \sqrt{h_2} - h_1 \sqrt{h_1}}{h_2 - h_1} (l_2 - l_1).$$

Prenons pour unité graphique le mm. L'intégration faite de O en C nous donne l'expression des sorties, nous obtenons :

$$S = 240.$$

La rentrée sera fournie par l'intégration faite de C en F. Nous obtenons :

$$R = 253.$$

Pour l'équilibre il y a donc sensiblement compensation entre les sorties et les rentrées, si on les calcule en admettant que le débit à travers l'orifice est à chaque instant déterminé par la charge actuelle. L'écart entre 240, 253, de même que l'écart précédent (28 mm. au lieu de 31) est légèrement supérieur aux erreurs d'expérience. Nous devons conclure que l'hypothèse faite (proportionnalité du débit à la charge actuelle) donne seulement l'allure du phénomène.

**59. — 3° Expériences diverses.** — 1° Remplaçons la came par un disque excentré, de manière à imposer au levier des déplacements à peu près sinusoïdaux. Donnons aux disques serrant la membrane de caoutchouc un diamètre notablement inférieur à celui de la cavité C. Bien que les déplacements du levier soient sensiblement sinusoïdaux, la membrane oscille suivant une loi très compliquée, variable avec le diamètre de l'orifice O, et la position moyenne, par rapport à la base du cylindre, du piston central constitué par les disques serrant la membrane (*fig.* 38, positions 1, 2, 3, 4).

2° La figure 37 donne quelques-unes des courbes de pression obtenues.

La première est obtenue lorsque la cavité est fermée, ou communique avec l'extérieur par un tube capillaire. Bien que la pression varie dissymétriquement, la pression moyenne dans la cavité est égale à la pression atmosphérique. Les aires S et S' sont égales. La dénivellation au manomètre est nulle.

On a :

$$\int_0^{\bar{C}_1} h dt = \int_{\bar{C}_1}^T h dt \quad \text{mais} \quad \int_0^{\bar{C}_1} \sqrt{h} dt < \int_{\bar{C}_1}^T \sqrt{h} dt.$$

Remplaçons le tube capillaire par un orifice en paroi mince de 3 mm. de diamètre, nous obtenons la courbe II. Le manomètre accuse un excès de pression de 16,5 mm. Avec un orifice de 6,75 mm. de diamètre, nous obtenons la courbe III et

un excès de pression de 8,3 mm. Enfin pour un diamètre de 9 mm., nous obtenons la courbe IV et un excès de pression de 4,5 mm.

La loi de variation de la pression à l'intérieur de la cavité, dépend de la forme de l'oscillation de la membrane. En modifiant la position moyenne du piston central P on modifie la tension de la membrane, par suite la forme de son oscillation, de même si l'on fait varier entre des limites assez éloignées le diamètre de l'orifice O. On peut renverser les courbes de la figure et obtenir dans la cavité des dépressions moyennes. Quelle que soit la complexité globale des résultats, si pour une courbe de pression donnée, on trace la droite  $\Delta$  de pression moyenne et la droite  $\Delta'$

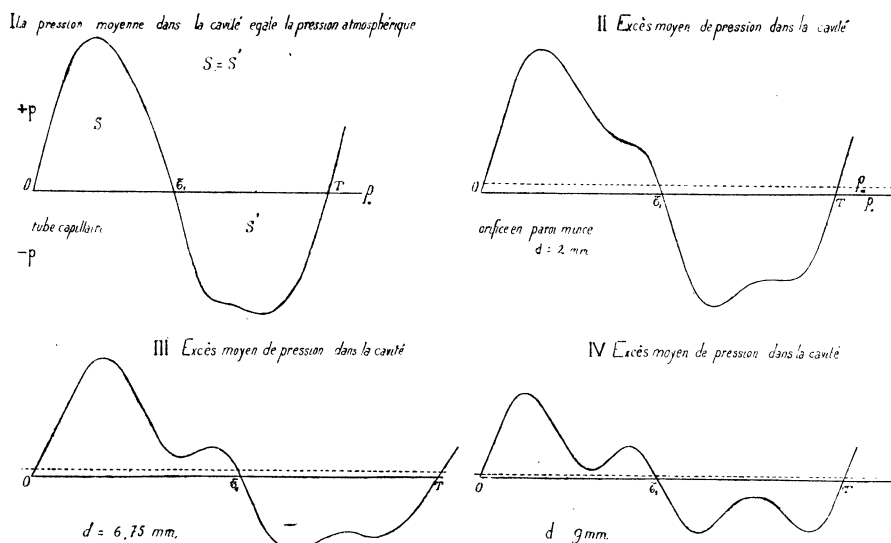


FIG. 37.

d'égal débit, la seconde coïncide avec la droite  $\Delta_0$  de pression atmosphérique. L'ordonnée de la première par rapport à la seconde donne l'excès ou le défaut de pression qu'un orifice en paroi mince ou un tube court maintiennent dans la cavité.

3° Supposons la membrane fortement tirée vers le haut par le levier (vers la droite dans la figure 38, position 1); les variations de volume par suite de pression, provoquées par l'oscillation du piston P sont telles qu'un orifice en paroi mince entretient dans la cavité un excès de pression. Quand le piston oscille autour de la position moyenne 2, il détermine une dépression dans la cavité; pour la position 3 un excès de pression, pour la position 4 une dépression. D'où la complexité des résultats, inexplicable si l'on ne possédait pour chaque cas, la courbe de pression correspondant à un orifice donné.

4° Pour une oscillation donnée de la membrane faisons varier le diamètre de l'orifice. Nous obtenons les courbes de la figure 38. Pour les courbes I, II, III, les résultats sont très réguliers. L'effet souseprouve croît quand le diamètre de l'orifice dimi-

nue, c'est-à-dire quand l'amplitude de la variation de pression augmente. Pour des orifices de grand diamètre, l'effet soupape est nul en raison des faibles variations de pression que l'oscillation de la membrane entretient à l'intérieur de la cavité. Pour des orifices de diamètre inférieur au millimètre l'effet soupape décroît très rapidement. On voit que pour de tels orifices, les débits sont proportionnels à la

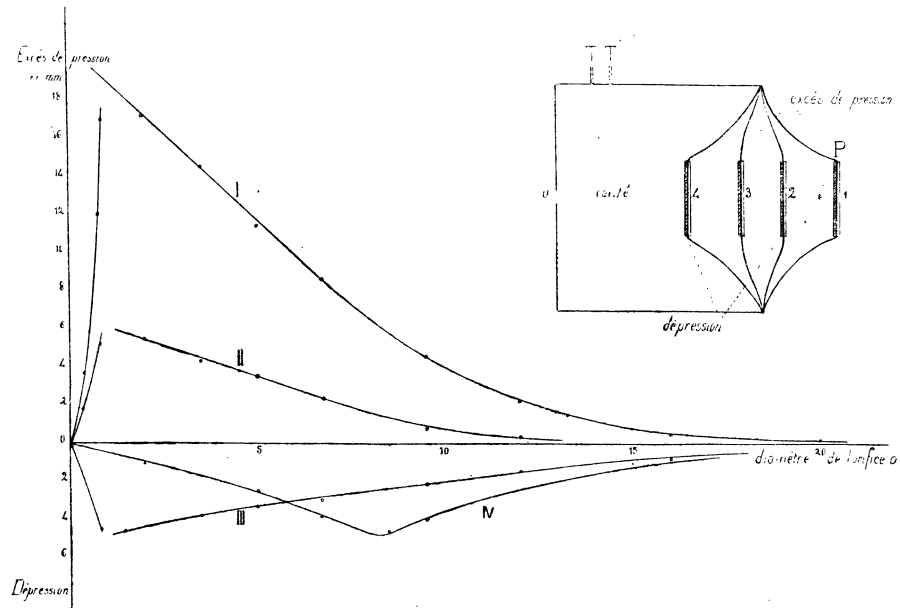


FIG. 38.

charge. Un orifice de très petit diamètre, se comporte donc comme un capillaire; il tend à égaliser les pressions.

Barus a obtenu aux fréquences acoustiques des courbes analogues à celles de la figure 38 (I, II, III). L'allure de la courbe IV s'explique de la manière suivante. Pour des orifices de grand diamètre, la membrane oscille selon une certaine loi. L'amplitude des variations de pression croît quand le diamètre de l'orifice diminue; il en est de même de l'effet soupape. Mais quand le diamètre devient inférieur à 9 mm., sous l'effet de l'amplitude croissante de la pression, la forme de l'oscillation de la membrane se modifie, la dissymétrie diminue, il en est de même de l'effet soupape.

## CONCLUSIONS

Voici les conclusions de notre étude :

1° Pour des vitesses suffisantes l'écoulement se localise et donne un jet qui, d'abord lisse et continu, tend à prendre une constitution périodique. Un jet cylindrique se stratifie en donnant des coupes, des enroulements, des tourbillons circulaires plus ou moins développés. « Le trouble spontané a la symétrie scalaire » (Bouasse). Le jet laminaire issu d'une fente ondule et donne des enroulements cylindriques généralement alternés; « le trouble spontané a la symétrie vectorielle » (Bouasse).

Ces altérations apparaissent à la surface de la veine et sont entraînées par elle. Leur fréquence croît avec la vitesse.

2° L'étude des jets conduit à celle des tourbillons circulaires. Nous avons étudié leur formation, leur développement, leur structure et montré l'identité des anneaux obtenus de diverses manières soit dans l'air, soit dans l'eau. Fait capital, les anneaux observés ne sont jamais à trou.

3° La troisième partie est relative à l'écoulement variable. Dans un premier chapitre nous avons précisé les formes de l'écoulement et décrit les circulations qui apparaissent pour ainsi dire toujours en régime vibratoire<sup>(1)</sup>.

Dans un second chapitre, nous avons étudié le débit variable, et montré qu'il était déterminé en gros par la charge actuelle, pour les orifices en paroi mince ou les ajustages très courts. Il résulte de là que si les tourbillons méritent d'être signalés dans la description des formes de l'écoulement, leur existence semble n'avoir aucune influence sensible sur le débit. La production d'un tourbillon paraît exiger une variation de pression négligeable devant celle qui généralement détermine l'écoulement. On s'explique ainsi qu'au bout ouvert d'un tuyau puisse subsister un quasi-ventre, bien que les phénomènes y soient généralement pulsatoires.

Nous terminons par l'étude des effets soupape. Mes expériences jointes à celles de différents physiciens (Barus, Carrière, Fouché) ont permis à M. Bouasse de faire une étude approfondie de la mesure d'une pression moyenne à l'intérieur d'une cavité où existent des variations de pression symétriques ou non.

---

(1) Les lignes de vibration ont l'allure des lignes de courant prévues par la théorie dans l'hypothèse où existent un potentiel et une continuité des vitesses. Des expériences sur les sphères, cylindres, disques oscillant dans l'eau, montrent que les lignes instantanées de courant sont également celles prévues par la théorie. Il en est de même de la distribution des vitesses autour du corps oscillant. (Bouasse, *Tourbillons*.)



## TABLE DU MÉMOIRE

	Pages.
INTRODUCTION .....	41
<b>PREMIÈRE PARTIE. — Écoulement uniforme.</b>	
<i>CHAPITRE PREMIER. — Technique.</i>	
1. Étude de l'écoulement aux faibles vitesses .....	43
2. Étude de l'écoulement aux vitesses moyennes ou grandes .....	44
<i>CHAPITRE II. — Régimes de l'écoulement.</i>	
A) Orifice circulaire en paroi mince :	
3. 1° Régime A .....	47
4. 2° Régime B : Jet lisse .....	49
5. 3° Régime C : Veines superficiellement altérées, épis, coupes .....	52
6. 4° Régime D : Écoulement turbulent. Formation d'un cône de tourbillons .....	55
7. — — Description du cône de tourbillons. Circulation .....	57
8. — — Distribution des vitesses dans le cône de tourbillons .....	58
B) Ajutage cylindrique :	
9. Formes de l'écoulement .....	61
C) Fente à bords parallèles :	
10. Formes de l'écoulement .....	61
D) Ajutages coniques. Entonnoirs :	
11. Formes de l'écoulement .....	63
12. Conclusions .....	65
<b>DEUXIÈME PARTIE. — Tourbillon circulaire.</b>	
<i>CHAPITRE PREMIER. — Description.</i>	
13. Production des tourbillons circulaires .....	67
14. Formation de l'anneau .....	70
15. Origine du liquide formant « l'anneau » .....	71
16. Structure apparente de l'anneau .....	73
<i>Étude des vitesses dans un tourbillon circulaire.</i>	
17. Technique .....	74
18. Lignes instantanées de courant .....	74
19. Trajectoires .....	75
20. Lignes de circulation dans le corps .....	80
<b>TROISIÈME PARTIE. — Écoulement variable.</b>	
<i>CHAPITRE PREMIER. — Régimes de l'écoulement.</i>	
21. Technique .....	82
<i>Écoulement alternatif (débit moyen nul) : Régimes vibratoires.</i>	
22. Régime A vibratoire simple .....	83
23. Régime A' .....	84
24. Mélange des circulations dans le plan de l'orifice .....	87
25. Influence du diamètre de l'orifice, de l'épaisseur des parois .....	89



<i>Écoulement alternatif (débit moyen nul) : Régime pulsatoire.</i>	
26. Définition du régime .....	89
27. Allure générale des phénomènes .....	90
28. Circulation et vibration .....	91
29. Influence du diamètre de l'orifice, de l'amplitude, de la fréquence .....	92
30. Influence de la limitation des milieux sur la circulation .....	92
31. Conclusions .....	93
Ajutage cylindrique :	
32. Formes de l'écoulement .....	94
Ajutage conique :	
33. Formes de l'écoulement .....	94
<i>Écoulement variable (débit moyen non nul).</i>	
34. Formes de l'écoulement .....	95
CHAPITRE II. — <i>Débit sous une pression variable.</i>	
35. Expériences fondamentales .....	98
<i>Effet A :</i>	
36. Technique .....	99
37. Courbes fondamentales .....	102
Cônes courts de grand angle :	
38. Courbe $D(h_0)$ .....	103
39. Courbes $D(h_0, h_1)$ .....	105
40. Caractéristiques des courbes $D(h_0, h_1)$ .....	107
41. Influence de la charge constante $h_0$ et de la charge variable $h_1$ .....	108
42. Variation de la charge en fonction du temps .....	111
43. Influence des caractéristiques de l'ajutage sur la grandeur de l'effet soupape. ....	115
Ajutage symétrique :	
44. Expériences .....	116
Cônes longs de petit angle :	
45. Ajutages de Venturi, ajutages de Dvorak .....	118
46. Courbes fondamentales .....	120
47. Ajutages divers .....	121
48. Influence de la fréquence sur un débit variable .....	121
Calcul du débit variable :	
49. Ajutage dissymétrique .....	122
50. Intersection des courbes avec les axes. Calcul de l'effet soupape .....	128
51. Intersection des courbes entre elles. Équation de leur enveloppe .....	129
52. Intersection des courbes $D(h_0, h_1)$ avec les courbes $D(h_0)$ .....	130
53. Comparaison des courbes expérimentales avec les courbes calculées .....	130
54. Ajutage symétrique .....	132
<i>Effet D :</i>	
55. Technique .....	133
56. Théorie des phénomènes .....	134
Expériences :	
57. 1° Tube capillaire .....	138
58. 2° Orifice en paroi mince. Ajutage cylindrique court .....	138
59. 3° Expériences diverses .....	140
CONCLUSIONS .....	143