

BIREBENT

Résistance des fibres végétales filées ou commises

Annales de la faculté des sciences de Toulouse 3^e série, tome 21 (1929), p. 43-137

http://www.numdam.org/item?id=AFST_1929_3_21__43_0

© Université Paul Sabatier, 1929, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de la faculté des sciences de Toulouse » (<http://picard.ups-tlse.fr/~annales/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

RÉSISTANCE DES FIBRES VÉGÉTALES FILEES OU COMMISES

PAR M. BIREBENT.



INTRODUCTION

I. — Obtention des cordes.

§ 1. — Opérations fondamentales.

Les filaments F_0 de matière textile (coton, chanvre, etc.) utilisés pour la fabrication des fils et cordes, mesurent quelques dizaines de centimètres; leur tension de rupture vaut quelques centaines de grammes. Pour obtenir à partir de ces filaments les *longs* fils à coudre (plusieurs centaines de mètres à la bobine) et les *énormes* câbles de marine (résistant à une tension de plusieurs dizaines de tonnes), on procède en deux étapes.

1° Filage.

Les filaments sont enroulés en quasi-hélices coaxiales H_1 (§ 10), la torsion crée des pressions radiales qui appliquent les filaments les uns contre les autres et s'op-

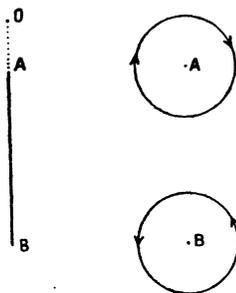


FIG 1.

posent à leur glissement relatif. « De sorte, qu'il est plus aisé de rompre les filaments que de les faire glisser ou de les dégager d'entre ceux qui les enveloppent » (RÉAUMUR).

Le fil F_1 obtenu s'appelle *filé* (fil fin utilisé pour la fabrication des fils à coudre),

ou *fil de caret* (fil plus gros employé par les cordiers). Les méthodes de fabrication et la constitution du filé et du fil de caret étant à peu près les mêmes, nous nommerons, par la suite, *filé* F_1 , le *fil simple* obtenu par filage, quels que soient la nature des filaments et la section du fil.

En général, les hélices-filaments H_1 , sont à *droite* : un observateur regardant du point O le filé vertical AB (*fig. 1*), le détord en tournant soit l'extrémité supérieure A dans le sens des aiguilles (rotation *dextrorsum*), soit en sens inverse l'extrémité inférieure B.

2° Toronnage et Commettage.

Les filés F_1 sont enroulés les uns sur les autres en quasi-hélices coaxiales (§§ 2 et 3), d'où les *filés* (terme général) F_2 . Par enroulement des filés F_2 on obtient les filés F_3 et ainsi de suite : d'où la série $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$; la section et par conséquent la résistance croissant avec n (pratiquement n ne dépasse pas 4).

3° Remarques.

a) Ne pourrait-on remplacer les filés F_2, \dots, F_n , par des filés de grande section? Pratiquement non : d'abord il est impossible de filer régulièrement un fil de caret dont le diamètre dépasse 3 millimètres; ensuite le filé est d'équilibre instable, les filaments tendent à se détordre ce qui diminue leur résistance à la traction (§ 3g).

b) Au lieu de toronner les filés, n'aurait-on pas avantage à les associer en faisceaux parallèles maintenus par un fil enroulé en spires d'hélices jointives (l'aspect extérieur serait analogue à celui des *cordes filées*)? La réponse est loin d'être évidente, on la trouve au Chapitre V.

§ 2. — Toronnage.

Le toronnage est l'enroulement *direct* des fils les uns sur les autres : on réalise un faisceau parallèle de fils, *en contact*, une extrémité est fixée, on fait tourner l'autre de n tours suivant l'axe du faisceau. Au point de vue technique le toronnage désigne plus particulièrement l'enroulement des filés, mais rien n'empêche de toronner des fils quelconques, de sorte que le filage est un toronnage (un peu spécial) des filaments.

Étudions le toronnage des filés.

a) Méthode exceptionnelle.

Les hélices-filaments H_1 dans le filé et les hélices-filés H_2 dans le toron, sont de même sens : le toronnage diminue le pas des hélices H_1 ; on obtient ainsi les torons

à *main-torse* ou *garochoirs*. Deux couples C_1, C_2 , de même signe s'opposent au toronnage, le premier dû à la réaction des filaments, le second à la réaction des filés. Par suite le toron est d'équilibre instable, les pas des hélices H_1 et H_2 tendant à augmenter.

Exemple : toron à deux filés ou *lusin* que l'on doit tremper dans le goudron pour l'empêcher de se détordre.

b) *Méthode habituelle.*

Les hélices H_1 et H_2 sont de sens inverse : le toronnage augmente donc le pas des hélices H_1 (il détord les filés). Les couples C_1, C_2 sont de signe contraire, le premier favorisant le toronnage, le second le contrariant de sorte que pour une valeur convenable de n les deux couples se font équilibre et le toron conserve sa torsion. Pratiquement on donne un supplément de *tors*, C_2 l'emporte sur C_1 , le toron tend à se détordre. Il est clair que pour n assez grand les hélices H_1 changent de sens, le couple C_1 s'oppose au toronnage (comme en a).

Exemple : toron à deux filés ou *fil à voile*.

§ 3. — **Commettage.**

Les torons ne sont en général pas d'équilibre stable : on utilise leur tendance à la détorsion, exagérée d'ailleurs par un tors supplémentaire, pour les *commettre* (mettre ensemble). Le commettage s'effectue en deux temps,

1° Étudions d'abord le commettage des filés.

1° *temps* : On donne à chacun des filés disposés en faisceau quasi-parallèle, *sans contact*, un supplément de tors; le pas des hélices H_1 diminue.

2° *temps* : On laisse les filés se détordre en s'enroulant les uns sur les autres, le pas des hélices H_1 augmente.

Naturellement, les hélices-filaments H_1 et les hélices-filés H_2 sont de sens inverses.

Au 1° temps, le couple C_1 s'oppose à la torsion; au 2° temps C_1 favorise le commettage, C_2 le contrarie, de sorte qu'on arrive à une position d'équilibre stable⁽¹⁾.

Deux filés commis donnent un *bitord*, trois filés un *merlin*.

2° On commet non seulement des filés F_1 mais des torons F_2 , d'où les *aussières* F_3 . Par commettage les aussières donnent les *grelins* F_4 . Examinons ce dernier commettage.

⁽¹⁾ On trouvera la description complète du procédé industriel dans l'ouvrage de Bouasse « *Cordes et Membranes* » au § 26.

Au 1° temps, la torsion des aussières,

diminue le pas H_3 des hélices F_3 (aussières),
 augmente — H_2 — F_2 (torons),
 diminue — H_1 — F_1 (filés).

Au 2° temps, les aussières se commettent en grelins : H_3 augmente, H_2 diminue, H_1 augmente.

En définitive, dans le grelin, les hélices H_1 , H_3 sont à droite; les hélices H_2 , H_4 , à gauche.

D'une façon générale, les hélices d'indices impairs sont à droite (si on utilise des filés à droite que l'on toronne par la méthode habituelle) et, comme le remarque Bouasse (*Cordes et Membranes*, § 27), chaque commettage diminue le tors de l'élément obtenu immédiatement auparavant.

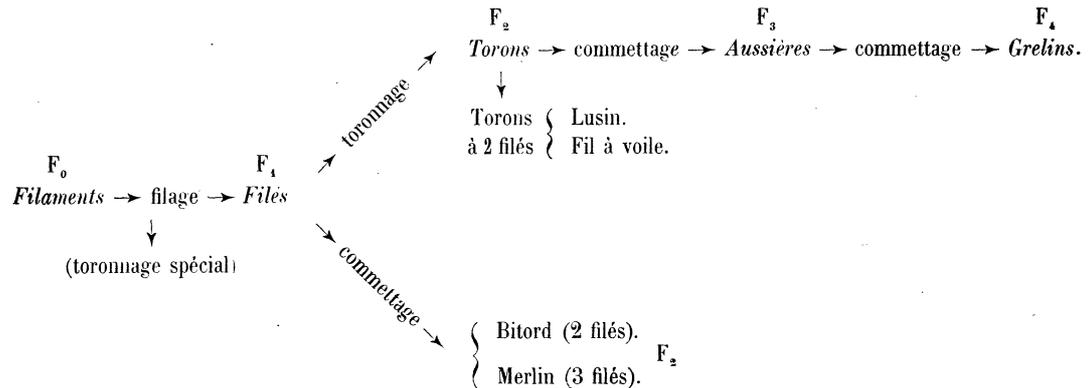
§ 4. — Remarques.

1° Pour commettre des filés il est prudent de donner au 1° temps un *supplément* de tors : une trop grande détorsion pouvant entraîner la rupture du filé par glissement relatif des filaments. Nous étudierons cependant le commettage après *détorsion* préliminaire, au paragraphe 35.

Pour commettre des torons ou des aussières on a le choix entre une torsion ou une détorsion (nous avons rencontré le même problème pour le toronnage), c'est une détorsion que l'on utilise pratiquement.

2° Le toronnage par la méthode habituelle est, au moins au début de la rotation, un véritable commettage sans torsion supplémentaire (1° temps supprimé).

3° Le tableau suivant résume la nomenclature des fils et leurs modes de fabrication.



Le fil à coudre *retors* est constitué par des filés commis : c'est donc l'analogue d'un bitord ou d'un merlin.

Le *câblé* dérive du retors comme le retors du filé.

II. — Courbes de répartition.

§ 5. — Non-uniformité des fils.

Les fils (filé, corde de fouet, fil à coudre...) ne sont jamais uniformes : leur forme géométrique et leurs propriétés mécaniques varient d'un point à l'autre de l'axe.

C'est ainsi que pour des bouts de filé *pris sur le même peloton*, la section augmente parfois du simple au triple (voir § 11).

Les différences varient quand on passe d'un peloton à l'autre (même marque, même qualité); d'où la nécessité de répéter les expériences (jusqu'à 200 fois).

Tant au point de vue de la discussion scientifique que du classement des fabrications, il est donc nécessaire de trouver un mode de représentation moins schématique qu'un nombre (une charge de rupture) qui ne signifie rien. Puisqu'on ne peut exiger d'un bout de fil de même longueur, pris sur une même bobine, de casser toujours sous la même charge, plus généralement de se conduire toujours de même par rapport à une certaine opération, encore est-il nécessaire de définir les écarts à la moyenne.

Dès qu'on entreprend une étude systématique de ces problèmes, on est conduit à multiplier les expériences et à introduire des *courbes de répartition*, ce qu'aussi bien on ne fait jamais. Les cahiers des charges déterminent une limite au-dessous de laquelle le fil ne doit pas rompre; mais cela, qui peut suffire aux applications n'a pas d'intérêt scientifique.

L'originalité de mon travail est dans cette idée, qu'on pourra trouver toute naturelle, dont cependant on ne semble pas avoir compris l'intérêt.

On a tellement abusé du mot probabilité, on s'en fait généralement une idée si fautive, qu'il est bon de définir dans quel sens nous l'emploierons. Je tire 100 bouts de fil d'une bobine, je les charge jusqu'à ce qu'ils cassent : *je détermine purement et simplement la loi de répartition des 100 bouts de fil par rapport à l'échelle des charges de rupture*. Je ne puis avoir la prétention de prévoir ce que fera le 101^e; je refuse de parier quoi que ce soit au sujet de sa rupture. Si je recommence sur 100 nouveaux bouts, tirés de la même bobine, il y a bien des chances pour que la courbe de répartition soit la même, à moins que la fabrication soit absolument défectueuse : la loi de répartition suffit à la classer.

Nous sommes donc conduits au problème : *répartir un certain nombre de phénomènes de même espèce sur une échelle définie par une variable*.

§ 6. — Répartition de N_0 phénomènes sur une échelle. Courbe de Gauss.

Soit N_0 phénomènes à répartir sur une échelle dont les barreaux sont définis par une variable x ; ses valeurs admissibles sont comprises entre $-\infty$ et $+\infty$. Appelons $dN = ndx$, le nombre des phénomènes que contient l'intervalle dx . Pour fixer les idées raisonnons sur la loi de répartition de Gauss. Posons :

$$n = \frac{N_0}{\sqrt{\pi}} \exp. (-x^2).$$

En effet, par définition, on a

$$N_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} ndx,$$

et l'on sait que :

$$\int_0^{\infty} \exp. (-x^2) dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}.$$

Le nombre N de phénomènes contenus dans l'intervalle $a - b$, est :

$$N = \frac{N_0}{\sqrt{\pi}} \int_a^b \exp. (-x^2) dx.$$

La fonction $\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp. (-x^2) dx = \Phi(x)$, est tabulée sous le nom *d'intégrale des erreurs*.

On a :

$$\Phi(0) = 0, \quad \Phi(\infty) = 1.$$

La fonction Φ tend si vite vers sa valeur limite 1, qu'elle n'en diffère pas d'un millièème pour $x = 2$.

On a :

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_a^b = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\int_0^b - \int_0^a \right) = \Phi(b) - \Phi(a).$$

D'où

$$N = \frac{N_0}{2} [\Phi(b) - \Phi(a)].$$

En particulier, le nombre N des phénomènes compris entre les valeurs $-\infty$ et b de la variable x est :

$$N = \frac{N_0}{2} [1 + \Phi(b)].$$

Comme les valeurs tabulaires de Φ correspondent aux valeurs positives de b , il faut écrire :

$$N = \frac{N_0}{2} [1 - \Phi(b)], \quad \text{pour } b < 0;$$

$$N = \frac{N_0}{2} [1 + \Phi(b)], \quad \text{pour } b > 0.$$

$$\text{Pour } b = -\infty, N = 0; \quad \text{pour } b = +\infty, \frac{N}{N_0} = 1.$$

Ce qui est évident.

La courbe $N = f(x)$ se compose de deux arcs de courbes symétriques par rapport au point $x = 0, N = 0,5 N_0$. Les ordonnées de l'arc supérieur croissent de 0,5 à 1, les ordonnées de l'arc inférieur décroissent de 0,5 à 0. Si nous considérons la courbe comme unique, elle admet un point d'inflexion pour le maximum de $\exp. (-x^2)$ qui correspond à $x = 0$.

§ 7. — Répartition de N_0 bouts de fil sur l'échelle des charges de rupture.

1° Du même peloton de fil détachons N_0 bouts de même longueur L ; chargeons-les jusqu'à rupture. Pour représenter, les résultats, portons en abscisses les charges de rupture. Supposons l'axe des abscisses divisé en parties égales; marquons 1, 2, 3, ... aux divisions. Pour les abscisses 0,5 — 1,5 — 2,5 — ... portons en ordonnées les nombres des fils qui cassent entre les tensions 0 et 1, 1 et 2, 2 et 3, Nous obtenons des points que nous relions par une courbe continue; elle donne la répartition des bouts pour les charges de rupture. Le nombre des fils qui cassent entre les tensions T_1 et T_2 , est proportionnel à l'aire de la courbe entre les ordonnées d'abscisses T_1 et T_2 (*fig. 2*, courbe γ).

Le rapport de cette aire à l'aire totale est, si l'on veut, la probabilité pour que le fil casse entre ces charges. Cette probabilité est nulle pour des charges très petites; elle est également nulle pour des charges très grandes : la courbe est certainement en cloche. Soit T_p son ordonnée moyenne.

Si le fil était parfaitement régulier, il casserait toujours pour la même charge; la courbe en cloche se réduirait à une ordonnée unique. Moins la fabrication est régulière, plus la courbe en cloche s'étale.

D'une manière générale nous avons :

$$n = N_0 f(T);$$

par définition $dN = n dT$, est le nombre de fils qui cassent pour les tensions comprises entre T et $T + dT$.

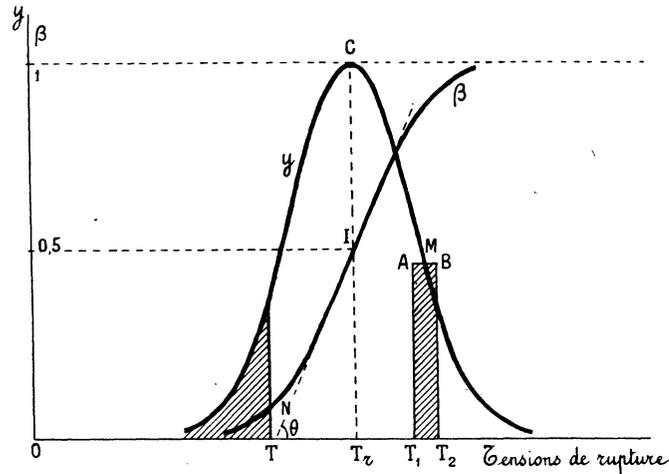


FIG. 2.

Le nombre N de fils qui cassent entre T_1 et T_2 , est :

$$N = N_0 \int_{T_1}^{T_2} f(T) \cdot dT.$$

Cette équation suppose la fonction $y = f(T)$ choisie de manière que :

$$\int_0^{\infty} f(T) \cdot dT = 1.$$

Si

$$\int_0^{\infty} f(T) \cdot dT = S,$$

on a :

$$n = \frac{N_0}{S} f(T), \quad N = \frac{N_0}{S} \int_{T_1}^{T_2} f(T) \cdot dT; \quad (1)$$

ce sont les équations fondamentales. Nous écrirons :

$$\frac{N}{N_0} = \alpha = \frac{1}{S} \int_{T_1}^{T_2} f(T) \cdot dT.$$

L'hypothèse la plus simple consiste à poser (courbe de Gauss) :

$$n = \frac{N_0 k}{\sqrt{\pi}} \exp. [-k^2(T - T_r)^2].$$

D'où pour le nombre de fils qui cassent entre deux tensions T_1 et T_2 :

$$N = \int_{T_1}^{T_2} n dT = \frac{N_0 k}{\sqrt{\pi}} \int_{T_1}^{T_2} \exp. [-k^2(T - T_r)^2] dT.$$

On a bien :

$$N_0 = \frac{N_0 k}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp. [-k^2(T - T_r)^2] dT = \frac{N_0}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp. (-x^2) dx,$$

$$k(T - T_r) = x.$$

A la vérité les tensions restent toujours positives; mais il importe peu d'ajouter des éléments d'intégrales négligeables, ce qui revient à poser :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} = \int_0^{+\infty}.$$

Plus k est grand, plus la courbe en cloche est abrupte; plus régulière est la fabrication.

2° Reprenons l'expression générale (1).

Le nombre N de fils qui cassent *au-dessous* de la tension T , est :

$$N = \frac{N_0}{S} \int_0^T f(T) \cdot dT.$$

$\frac{N}{N_0}$ est le rapport de l'aire de la courbe $y = f(T)$ jusqu'à l'ordonnée d'abscisse T , à son aire totale S . Si nous admettons la courbe de répartition de Gauss, la courbe $\frac{N}{N_0} = \beta$ (fig. 2), a la forme décrite au paragraphe précédent.

§ 8. — Tension moyenne de rupture.

1° Reprenons la courbe de répartition des bouts de fil entre les diverses charges de rupture. Nous pouvons écrire d'une manière générale :

$$n = \frac{N_0}{S} f(T).$$

Par définition $dN = n dT$, est le nombre de fils qui cassent entre les charges T et $T + dT$. La tension T appartient donc à dN fils.

Par définition la tension moyenne est :

$$T_r = \frac{1}{N_0} \int_0^{N_0} T \cdot dN = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} nT \cdot dT = \frac{1}{S} \int_0^{\infty} f(T) \cdot T dT.$$

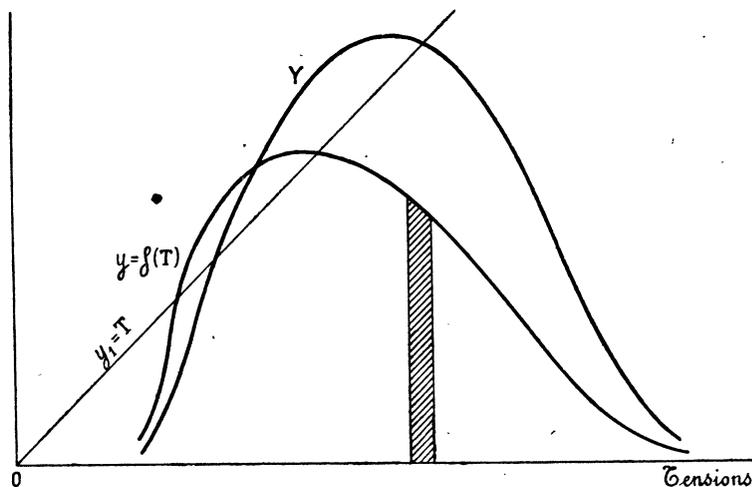


FIG. 3.

T_r s'obtient donc au moyen de l'aire totale de la courbe $Y = Tf(T)$ (fig. 3).
Posons :

$$\int_0^{\infty} Y dT = S_1;$$

il vient :

$$T_r = S_1 : S.$$

2° Si nous posons : $\frac{1}{S} \int_0^T f(T) \cdot dT = \beta$; (§ 7, 2°) $d\beta = \frac{1}{S} f(T) \cdot dT$; nous pouvons écrire :

$$T_r = \int_0^1 T d\beta.$$

§ 9. — Régularité de fabrication.

1° Régularité absolue.

Opérons sur des fils plus ou moins gros. Traçons les courbes de répartition en prenant toujours la même échelle pour les charges T et en réduisant les ordonnées

de manière que l'ordonnée maximum soit toujours la même; nous la prendrons pour unité. Il va de soi que la fabrication est d'autant plus régulière, *absolument parlant*, que l'aire S de la courbe est plus petite.

L'ordonnée maximum correspond à des abscisses différentes pour les divers fils qui par hypothèse sont inégalement gros. Mais la régularité *absolue* de fabrication dépend non de la position de la courbe de répartition, mais uniquement de sa forme.

Pour fixer les idées appliquons à la loi de répartition de Gauss. Pour satisfaire à l'une de nos conventions, nous devons poser :

$$\alpha = \exp. [-k^2(x - x_0)^2].$$

L'aire de la courbe est :

$$S = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp. [-k^2(x - x_0)^2] dx = \frac{1}{k} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp. (-y^2) dy = \frac{\sqrt{\pi}}{k}, \quad y = k(x - x_0).$$

La régularité *absolue* de fabrication est proportionnelle à k; ou si l'on veut l'ir-régularité absolue de fabrication, proportionnelle à S, est en raison inverse de k.

A la vérité k n'est pas un nombre; c'est l'inverse d'une tension. C'est pourquoi dans nos comparaisons nous devons maintenir invariable l'échelle des tensions.

2° Régularité relative.

On peut soutenir que la définition précédente de la régularité est trop sévère pour les gros fils; qu'on ne peut pas exiger de deux fils qui supportent moyennement 1 et 10 kilogs, d'avoir la même courbe en cloche, que l'aire de la courbe en cloche peut raisonnablement être 10 fois plus grande pour le second fil que pour le premier.

On définit ainsi une régularité *relative* dont l'expression générale (indépendante de la forme de la courbe en cloche) est :

$$\lambda_r = T_r : S.$$

Comme par hypothèse l'ordonnée maximum est toujours réduite à l'unité, le rapport λ_r est indépendant de l'échelle choisie pour les tensions.

Si la loi de répartition est celle de Gauss, cela revient à prendre pour *coefficient de régularité relative*, le produit $\lambda_r = kT_r$, qui est un nombre.

3° Appelons *tension élémentaire moyenne de rupture* t_r le quotient $\frac{T_r}{S}$ de la tension moyenne de rupture par la section effective moyenne du fil, déduite de son poids au mètre.

Les trois nombres T_r, t_r, λ_r , définissent avec précision la résistance du fil.

Représentons sur les mêmes axes (*fig. 4*) les courbes $y = f(T)$ pour chacun des fils suivants (longueur 40 cm.) :

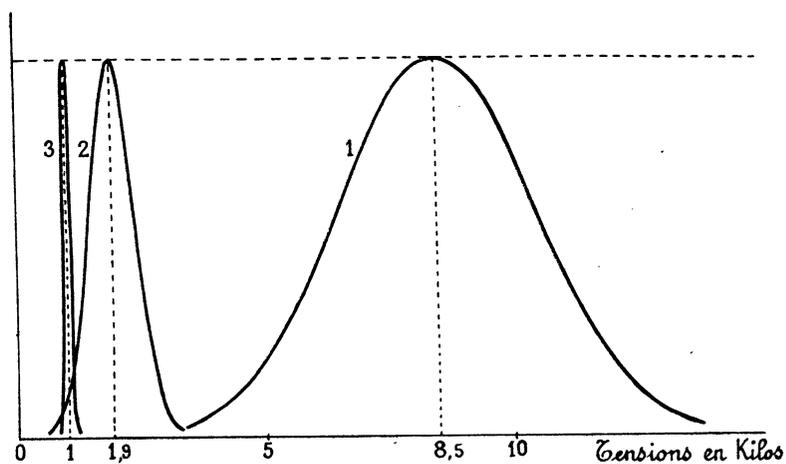


FIG. 4.

- a) Filé de chanvre, mécanique, N° 3 (0^{sr}, 33 au mètre);
 b) — (quenouille et fuseau); 0^{sr}, 115 au mètre;
 c) Fil de coton retors, à 4 filés; 0^{sr}, 06 au mètre.

	T_r	t_r	λ_t
1° fil	8,5 kg.	25,7 au mm ²	3,05
2° —	1,9	16,5 —	3
3° —	1	16,7 —	14,5

Le filé de chanvre mécanique a la plus grande tension élémentaire de rupture, mais le fil de coton l'emporte de beaucoup pour la régularité relative.

CHAPITRE I

FILAGE. CONSTITUTION D'UN FILÉ

§ 10. — Filage.

Rappelons que le *filé* ou *fil de caret* est le *fil simple* obtenu par torsion directe des filaments.

Nous allons décrire brièvement la préparation du chanvre et son filage au *rouet des cordiers*(¹).

1° Le *rouissage* (séjour des tiges dans l'eau) détache la matière textile de la tige (*chènevotte*). On fait sécher, on *broie* : les chènevottes se brisent et se détachent. Le chanvre est alors *peigné* sur des pointes d'acier coniques, ce qui donne un *peignon* constitué par un faisceau de filaments à peu près parallèles.

2° Le filage enroule les filaments les uns sur les autres. Le fileur noue autour de

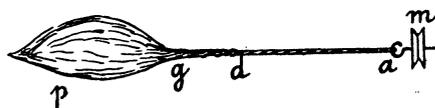


FIG. 5.

ses reins un peignon de chanvre *p* (fig. 5), il fixe quelques brins à la *molette m* (petite poulie munie d'un crochet) du rouet. Quand la molette tourne, les filaments, happés, s'enroulent en quasi-hélices; le fileur, de sa main gauche *g*, aide et régularise leur mouvement, tandis que de sa main droite *d* protégée par la *paumelle* (morceau de drap mouillé) il pince *fortement* le fil *en le tirant vers lui*.

Le serrage, limitant l'enroulement à la portion *da*, permet à la main gauche de disposer les filaments *gd* en faisceau parallèle; la tension empêche le filé déjà fait, *da*, de vriller. La main droite se desserre ensuite, le chanvre préparé en *gd* se tord pendant que le fileur recule en faisant glisser la paumelle sur le fil, la main droite arrivée en *g* pince à nouveau et le cycle recommence.

La grosseur et la torsion du fil dépendent de trois facteurs : la vitesse angulaire ω

(¹) Pour plus de détails et en particulier pour le filage à la *quenouille* et au *rouet des fileuses*, voir l'ouvrage de Bouasse « *Cordes et Membranes* », §§ 17 et 18.

de la molette, la vitesse moyenne v du fileur, le nombre de filaments N du faisceau. Pratiquement, ω et v sont à peu près invariables, N ne peut l'être malgré l'habileté du fileur. Or, le pas des hélices-filaments augmente avec N (§ 13), d'où l'impossibilité d'obtenir un filé uniforme (section et torsion constantes le long de l'axe).

3° Remarques.

a) Par temps humide, le chanvre, plus souple, se file mieux de sorte qu'en été le cordier fabrique son caret avant le lever du soleil. Le mouillage systématique permet d'obtenir un filé deux fois moins gros qu'à sec (la fileuse au fuseau et à la quenouille mouille la filasse avec la salive).

b) On lit dans les traités de corderie que le travail du chanvre (broyage, peignage)

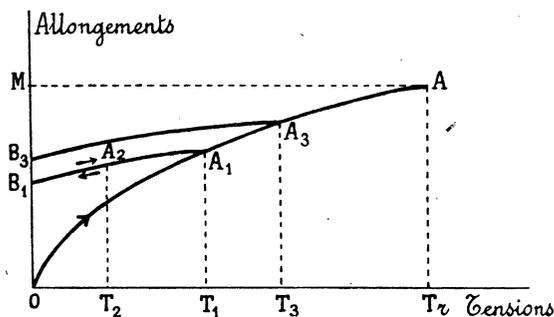


FIG. 6.

énervé les filaments. Expliquons ce terme. Soit un filament pris *directement* sur la plante, après rouissage : sa courbe de premier allongement est OA, sa tension de rupture T_r (*fig. 6*). Soumettons un autre filament, identique au premier, aux broyage et peignage : il subit des tractions répétées. Traçons les courbes d'allongement pour trois tractions successives T_1 , T_2 , T_3 .

- 1° traction : parcours OA_1B_1 ,
- 2° — : — $B_1A_2B_1$,
- 3° — : — $B_1A_1A_3B_3$.

Les allongements de rupture sont : OM pour le filament non étiré et B_3M pour le filament étiré ; le *nerf*, c'est-à-dire *l'élasticité* (au sens vulgaire) a diminué, mais la tension de rupture est restée la même.

Le *coupage au peigne* des filaments, avant filage (ils peuvent atteindre 3 m.), les énerve particulièrement : l'ouvrier en saisit un faisceau aux deux extrémités, l'engage par le milieu sur les dents du peigne et tire jusqu'à rupture.

§ 11. — Non-uniformité du filé; répartition des sections.

1° Courbes de répartition pour les poids.

a) Le *numéro métrique* indique le nombre de kilomètres de filé au kilogramme; le numéro est donc inversement proportionnel à la grosseur.

Étudions du filé de chanvre N° 3. Pour un filé uniforme tous les bouts *d'un mètre* pèseraient $\frac{1000^{\text{gr}}}{3000} = 0^{\text{gr}},33$; or chaque bout a un poids différent⁽¹⁾.

La courbe de répartition pour les poids (voir § 7) est approximativement une courbe de Gauss; le poids moyen du mètre correspond à l'axe de symétrie.

Voici les poids moyens pour quelques pelotons (150 mètres environ) :

0^{gr},320; 0^{gr},340; 0^{gr},345; 0^{gr},345; 0^{gr},355; 0^{gr},345; 0^{gr},335;

l'écart ne dépasse pas 10 % (la densité du chanvre dépend de l'état hygrométrique de l'air).

b) Construisons sur les mêmes axes les courbes de répartition pour des bouts ayant chacune des longueurs *L* suivantes :

0^m,02; 0^m,10; 1^m; 2^m; 10^m;

on porte en abscisses le quotient du poids en centigrammes par la longueur en mètres.

Les axes de symétrie se confondraient si l'on examinait dans chaque cas la même longueur *totale* de filé, ce qui est naturellement impossible (150 pesées pour 10 m.; 75.000 pour 0^m,02). Faisons glisser les courbes jusqu'à coïncidence de leurs axes de symétrie avec l'axe de symétrie $p = 34$ cg. de la courbe 10^m : c'est supposer que la loi de répartition ne dépend pas du nombre *n* de pesées, hypothèse légitime pour *n* assez grand.

Les courbes (*fig. 7*), se confondent d'autant plus rapidement avec l'axe des abscisses que *L* est plus grand; autrement dit, le *module de convergence* *k* dans l'équation $y = y_0 \exp. [-k^2(p - p_0)^2]$, croît avec *L*. D'où la conclusion de bon sens : pour constater la non-uniformité du filé, il faut peser des bouts de faible longueur.

2° Courbes de répartition pour les sections effectives.

Appelons *section effective* en un point du filé, la somme des sections des filaments par un plan normal à l'axe. Cette somme croît, non seulement avec le nombre des filaments mais aussi avec leur inclinaison sur l'axe.

(1) Il faut prélever les bouts sous tension quasi-nulle; on évite ainsi un allongement résiduel qui entraînerait un poids au mètre trop faible.

La section effective S est naturellement inférieure à la *section apparente* S' , déduite du diamètre mesuré au pied à coulisse, car les filaments ne sont pas en contact parfait. Cependant, S' diminue et tend vers S à mesure que l'on presse les filaments les uns contre les autres en tordant le filé.

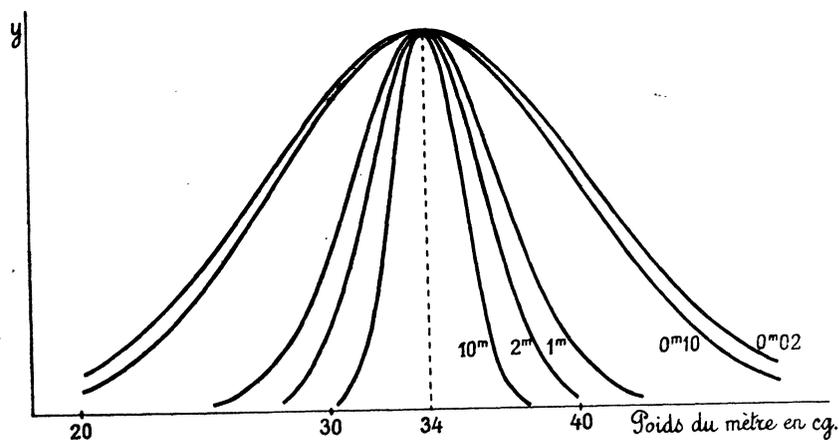


FIG. 7.

Si chaque bout était uniforme, les courbes, C_1 de répartition pour les poids et C_2 de répartition pour les sections effectives, se confondraient, puisque le poids d'un élément est proportionnel à sa section effective. Or, le bout tend vers l'uniformité lors-

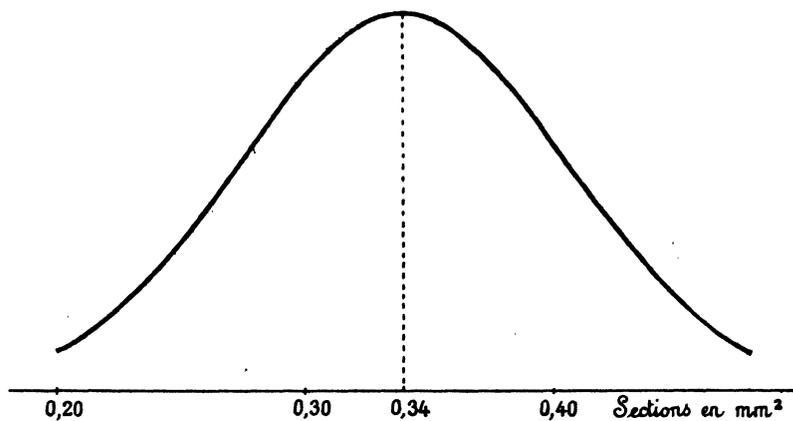


FIG. 8.

que sa longueur diminue; C_2 est donc la limite de C_1 quand L tend vers zéro. Construisons donc la courbe $k = f(L)$ et prolongeons-la vers les longueurs décroissantes : le point où elle coupe l'axe des ordonnées donne le module k_0 de la courbe C_2 tracée (fig. 8.)

La densité du chanvre est voisine de l'unité, d'où $S^{mm^2} = \frac{P^{cs}}{100}$, p représente le poids du mètre.

Le produit $\lambda_2 = k_0 S_0$ du module de convergence par la section moyenne mesure l'uniformité relative des sections; l'uniformité croît avec λ_2 , elle vaut

$$0,107 \times 0,34 = 0,036$$

par le filé ci-dessus.

Il est clair que λ_1 (§ 9) et λ_2 varient dans le même sens.

§ 12. — Section minimum s pour un bout de longueur donnée.

1° Courbes de répartition pour les sections minimums.

On détermine la section minimum d'un bout de longueur L en pesant 2^{cm} choisis dans la région la plus mince; on obtient ainsi une valeur de s par excès mais l'erreur est négligeable.

La figure 9 donne les courbes de répartition (approximativement courbes de

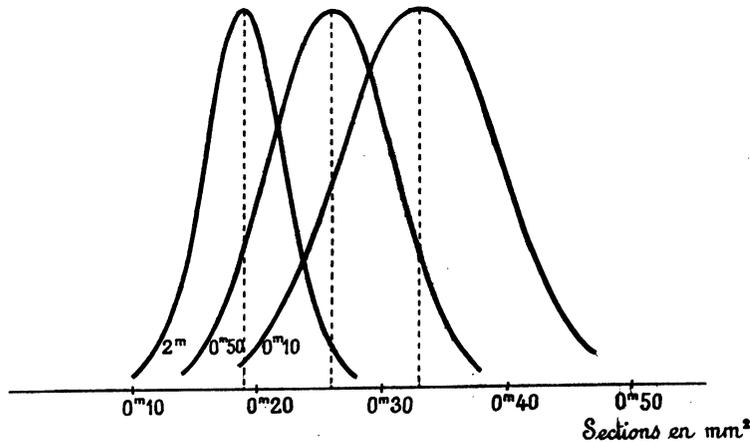


FIG. 9.

Gauss) pour les valeurs de L : 0^m, 10; 0^m, 50; 2^m; le module de convergence croît avec L , l'axe de symétrie correspond à la section minimum moyenne s_0 qui diminue quand L augmente, fig. 10 (la variation est très lente dès que L dépasse un mètre)(¹).

Le filé, tendu, casse dans sa région la plus mince; nous remarquons, dès maintenant, qu'un filé long sera moins résistant qu'un court.

(¹) Pour des numéros différents, la section minimum moyenne s_0 est proportionnelle à la section moyenne S_0 .

§ 13. — Pas des hélices-filaments.

1° Les filaments sont *approximativement* enroulés en hélices coaxiales. Détordons des bouts, quasi-uniformes, de même longueur : le nombre n de tours nécessaires

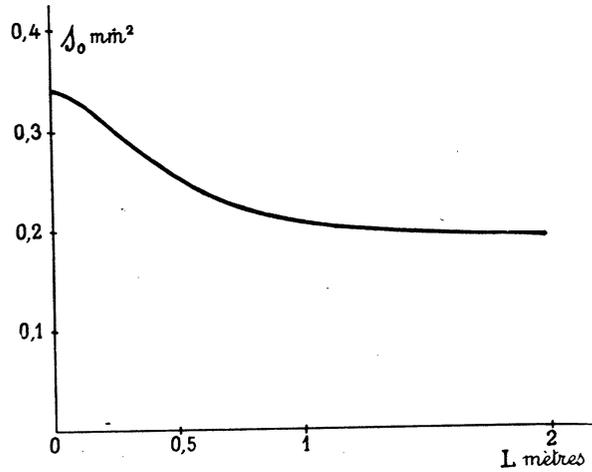


FIG. 10.

pour rectifier les hélices diminue quand la section augmente; autrement dit, le pas h croît avec S ; fig. 11.

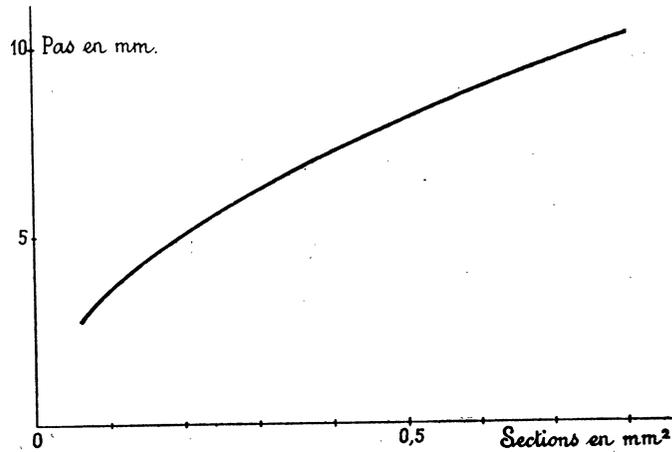


FIG. 11.

On obtient une branche de parabole d'équation :

$$h = 11,5 \sqrt{S} \quad (1)$$

h est exprimé en millimètres, S en millimètres carrés.

La formule est vérifiée pour les valeurs de S comprises entre $0^{\text{mm}^2},05$ et $0^{\text{mm}^2},8$ (du N° 10 au N° 2).

Le pas est donc, en moyenne, inversement proportionnel à la racine carrée du numéro.

2° *Remarques.*

Transformons la formule :

$$T = 1,4 \sqrt{N} \quad (2)$$

applicable aux filés de faible section (Bouasse, *Cordes et Membranes*, § 19) où T représente le nombre de spires au centimètre et N le numéro, c'est-à-dire le nombre de kilomètres pour 500 grammes de fil (ce n'est plus la définition donnée au § 11).

$$T = \frac{10}{h^{\text{mm}}}, \quad N = \frac{1}{2S^{\text{mm}^2}}, \quad \text{d'où} \quad \frac{10}{h} = 1,4 \sqrt{\frac{1}{2S}}$$

$$h = 10,1 \sqrt{S} \quad (2 \text{ bis})$$

Ce qui prouve que les filés fins (utilisés pour la fabrication du fil à coudre) sont plus tordus que le filé de chanvre étudié dans ce chapitre.

Soit, d'autre part, S' la section apparente déduite du rayon R' ; posons $S' = K^2 S$; le coefficient de compression K^2 se rapproche d'autant plus de l'unité que les filaments sont plus serrés.

La formule (1) peut s'écrire

$$h = \frac{11,5}{K} \sqrt{S'}$$

ou enfin

$$h = \frac{3,25}{K} \cdot 2\pi R' \quad (1 \text{ bis})$$

le pas est proportionnel à la circonférence du filé.

C'est ainsi qu'un Mémoire sur la fabrication des cordages (Capitaine Millasseau, *Revue d'Artillerie*, août 1887) signale que le pas d'un bon fil de caret doit égaler le double de sa circonférence; cela revient à faire $K = 1,6$ dans la formule (1 bis).

La formule (1) s'applique donc *approximativement* à des sections de filés qui dépassent beaucoup les limites données à la fin du 1° : pour le filé de numéro métrique 200, $S = 0^{\text{mm}^2},005$; pour un gros fil de caret, $S' = 7^{\text{mm}^2}$.

b) Soit θ l'angle des hélices *extérieures* avec l'axe du filé, rectifions une spire

$$\text{tg } \theta = \frac{2\pi R'}{h};$$

d'autre part,

$$2\pi R' = \frac{Kh}{3,25} \quad (1 \text{ bis})$$

d'où

$$\operatorname{tg} \theta = 0,31 K. \quad (3)$$

Les filaments extérieurs forment des hélices dont l'angle est indépendant de la section du filé (à supposer K constant).

§ 14. — Dimensions des filaments.

1^{re} Courbe de répartition pour les longueurs.

Déplaçons une grande longueur de filé en cassant *le moins possible* de filaments : on détord, les filaments glissent.

Construisons la courbe de répartition $\alpha = \varphi(l)$ des filaments en fonction de leur

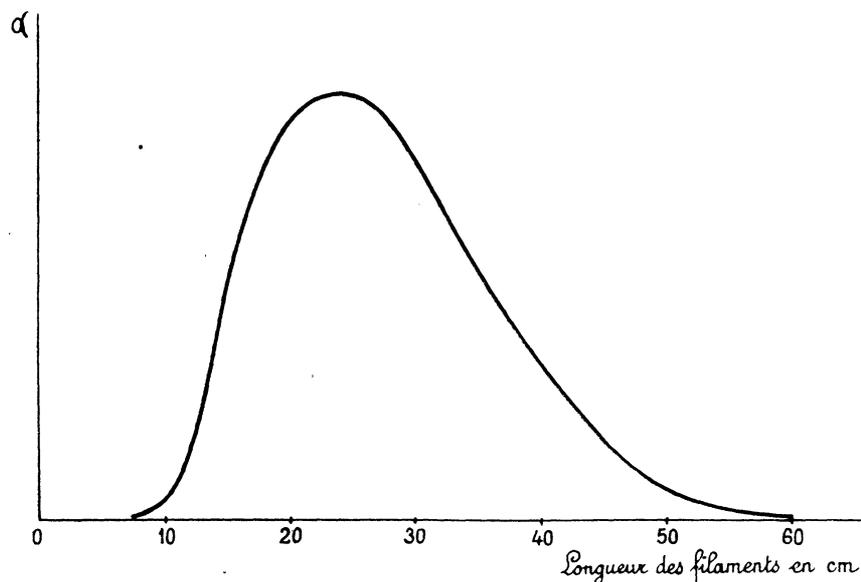


FIG. 12.

longueur l (*fig. 12*); cette courbe n'est pas symétrique. La longueur moyenne calculée par la méthode du paragraphe 8 est égale à $27^{\text{cm}},5$.

Sans doute déduirait-on de l'examen des filaments pris sur le peignon une courbe sensiblement différente car certains filaments rompent au filage.

La forme de la courbe ne dépend guère du numéro du filé, cela prouve qu'on a fabriqué toutes les grosseurs avec la même qualité de filasse.

2° Section moyenne.

La matière textile formant un manchon cylindrique autour de la tige du chanvre, le broyage et le peignage la fendent suivant des génératrices : les filaments sont donc des rubans plats à section quasi-rectangulaire. La mesure directe des sections au microscope serait pénible, procédons par pesées. 138^m,6 de filaments pèsent 0^{sr},78, le poids moyen du mètre est égal à $\frac{78^{sr}}{138,6}$, soit 0^{sr},56; la section moyenne est donc 0^{mm²},0056. Le résultat est indépendant du numéro.

§ 15. — Variations de la section effective avec le nombre des filaments.

1° Soit un filé idéal constitué par des éléments cylindriques : section s_0 , rayon r_0 ; enroulés en hélices coaxiales de même pas h .

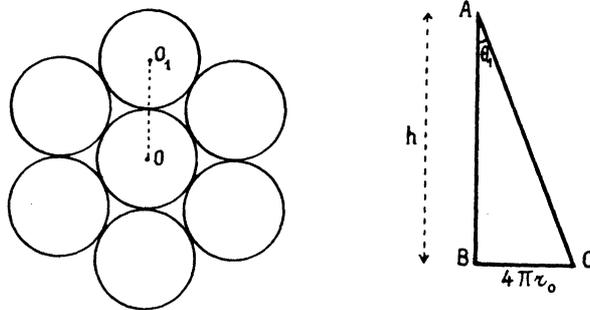


FIG. 13.

Réalisons les combinaisons suivantes :

	(1)	(1.6)	(1.6.6 × 2)	(1.6.6 × 2 6 × p)
N	1	7	19		1 + 3p(p + 1)

La figure 13, à gauche, reproduit la section du faisceau parallèle (1.6).

Après enroulement les six éléments extérieurs forment six hélices; développons une spire (fig. 13, à droite), la section s_1 normale à l'axe est une ellipse.

$$s_1 = \frac{s_0}{\cos \theta_1}, \quad \cos \theta_1 = \frac{h}{\sqrt{h^2 + 16\pi^2 r_0^2}}$$

d'où,

$$s_1 = s_0 \sqrt{1 + \frac{16\pi s_0}{h^2}}. \quad (1)$$

Plus généralement, la section s_p d'un élément appartenant à la $p^{\text{ème}}$ couronne, a pour expression,

$$s_p = s_0 \sqrt{1 + \frac{16\pi s_0 p^2}{h^2}}. \quad (1 \text{ bis})$$

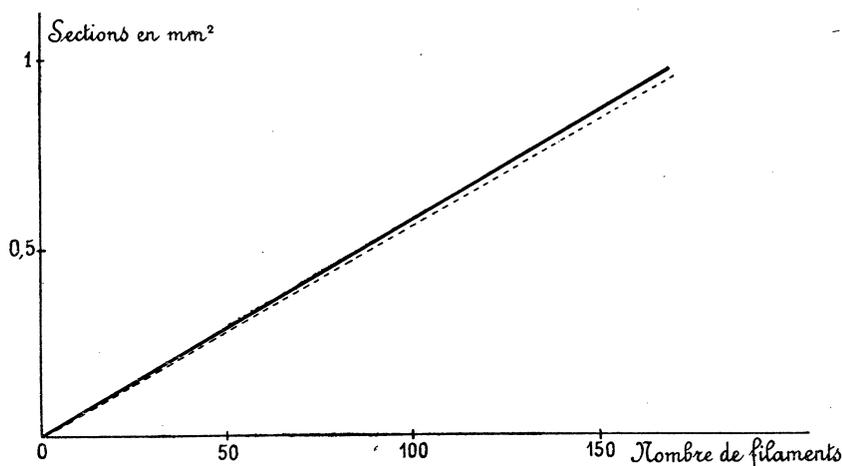


FIG. 14.

2° Les calculs précédents s'appliquent approximativement au filé réel. Soit S_1 la section du filé à sept filaments,

$$S_1 = s_0 + 6s_1 = s_0 \left(1 + 6 \sqrt{1 + \frac{16\pi s_0}{h^2}} \right).$$

Or

$$h = 11,5 \sqrt{S_1} \quad (\text{voir } \S 13). \quad (2)$$

D'où,

$$S_1 = s_0 \left(1 + 6 \sqrt{1 + \frac{16\pi s_0}{132 S_1}} \right).$$

Réolvons par approximations successives,

$$S_1 = 7,15 s_0 = 7,15 \times 0,0056 = 0,04 \text{ mm}^2.$$

Des calculs analogues donnent le tableau suivant :

N	7	19	37	61	91	127	169
S	0 ^{mm²} ,04	0 ^{mm²} ,11	0 ^{mm²} ,215	0 ^{mm²} ,35	0 ^{mm²} ,525	0 ^{mm²} ,73	0 ^{mm²} ,975

La figure 14 représente les variations de la section S avec N, c'est une quasi-droite. On a tracé en pointillé la droite relative aux sections S' des faisceaux parallèles; la différence relative $\frac{S - S'}{S}$ augmente très lentement avec N, elle n'atteint pas 3,5 % lorsque N = 169, c'est-à-dire S = 0^{mm²},975.

Comme la section des filés étudiés (du N° 2 au N° 10) ne dépasse guère 0^{mm²},8, nous pouvons écrire, sans erreur importante,

$$S^{\text{mm}^2} = 0,0056 N. \quad (3)$$

La section d'un filé est à très peu près proportionnelle au nombre des filaments.

§ 16. — Filaments-pont. Variations de leur nombre avec la longueur du bout.

Un filament fait pont entre deux points a, b, du filé distants de L, s'il joint ces points sans interruption.

Les filaments-pont sont importants car ils résistent seuls à la traction dans un bout de filé complètement détordu.

Étudiions d'abord deux cas schématiques.

1° Pour un bout idéal de longueur L dont la section contient en chaque point le même nombre N de filaments, de même longueur l, le nombre moyen de filaments-pont est donné par la formule

$$N_p = N \left(1 - \frac{L}{l} \right) \quad (1)$$

avec la condition $L \leq l$; (lorsque $L > l$ on a $N_p = 0$).

La droite AB, puis l'axe BL (fig. 15) représentent les variations de N_p avec L, pour $N = 100$ et $l = 50^{\text{cm}}$.

2° Supposons que la section contienne un même nombre N de filaments de longueurs différentes; soit l' la longueur maximum. Si $L > l'$, il n'y a pas de filaments-pont; dans le cas contraire le nombre de ces filaments croît quand L décroît et lorsque L tend vers zéro tous les filaments font pont.

La courbe $N_p = f(L)$ dépend de la loi de répartition $\alpha = \varphi(l)$ pour les longueurs des filaments.

Voici comment on détermine N_p (moyen) pour des bouts de longueur donnée, $L = 5^{\text{cm}}$ par exemple. Construisons sur les mêmes axes les deux courbes,

$$\alpha = \varphi(l). \quad (1)$$

$$N_p = \psi(l) = N \left(1 - \frac{L}{l}\right) \quad \text{pour } \begin{cases} L = 5^{\text{cm}} \\ N = 100 \end{cases} \quad (2)$$

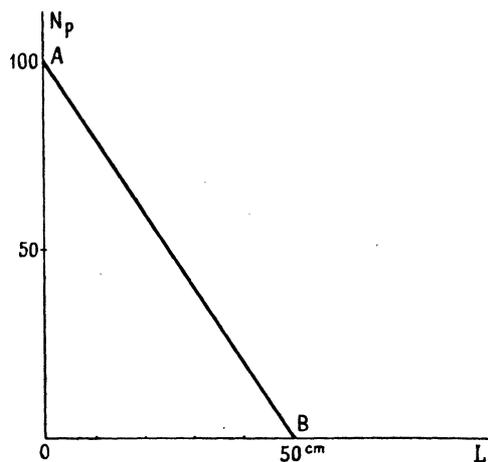


FIG. 15.

Déduisons-en la courbe

$$y = \varphi(l) \psi(l) \quad (\text{fig. 16}). \quad (3)$$

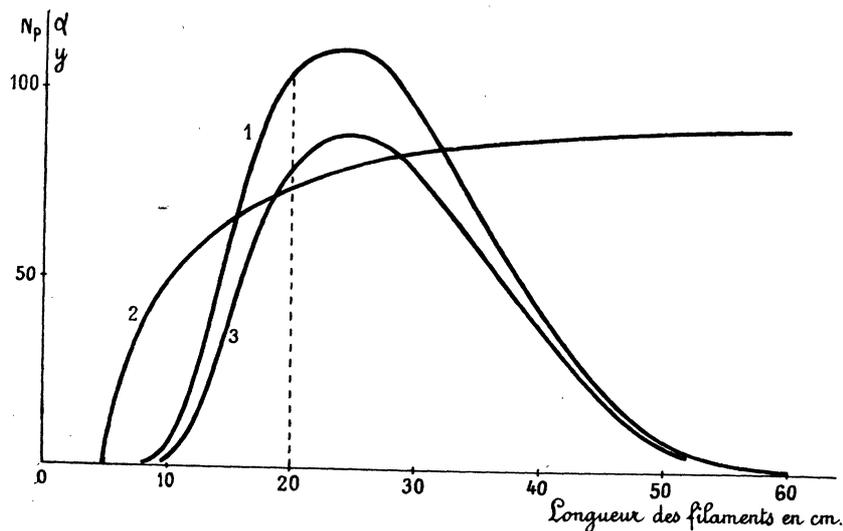


FIG. 16.

Le nombre moyen de filaments-pont est $N_p = K \frac{s_3}{s_4}$ où s_3 et s_4 sont les surfaces respectivement limitées par les courbes (3) et (1) (voir § 8); la constante K dépend

des échelles choisies pour la construction des courbes. La figure 16 réduit au centième les ordonnées de la courbe (3); ainsi pour

$$l = 20^{\text{cm}}, \quad \alpha = 5^{\text{cm}}, 2, \quad N_p = 75, \quad y = \frac{5,2 \times 75}{100} = 3^{\text{cm}}, 9;$$

la constante K est donc égale à 100.

Déterminons les surfaces par le quadrillage,

$$s_1 = 21^{\text{cm}^2}, 3, \quad s_2 = 16^{\text{cm}^2}, 7.$$

D'où

$$N_p = \frac{100 \times 16,7}{21,3} = 78,5 \text{ environ.}$$

En recommençant les constructions de courbes et les mesures de surfaces pour diverses valeurs de L (cela demande quelque patience), on obtient le tableau suivant, où N_p est donné à 0,5 près.

L^{cm}	0	1	2,5	5	10	15	20	25	30	40
N_p	100	95,5	88,5	78,5	58,5	39,5	24	12,5	6,5	1

Le nombre moyen de filaments-pont, égal au nombre total, $N = 100$, des filaments lorsque la longueur L du bout tend vers zéro, décroît quand L croît.

Tant que L est inférieur à 15^{cm}, la courbe $N_p = f(L)$, (*fig. 17*) en pointillé est une quasi-droite d'équation

$$N_p = -4,2 L^{\text{cm}} + 100.$$

3° Appliquons au filé réel, N° 3.

La section et par suite le nombre N des filaments (N est sensiblement proportionnel à S, § 15), varient le long de l'axe. Le nombre moyen N_p des filaments-pont, est évidemment proportionnel au nombre minimum moyen n_0 de filaments correspondant à la section minimum s_0 du bout; or, n_0 décroît quand L croît (cela résulte du § 12).

Traçons sur les mêmes axes (*fig. 17*), les deux courbes (1) $N_p = f_1(L)$, pour un filé idéal (voir au 2°), dont la section constante contient 61 filaments environ (c'est pour le filé N° 3, la valeur de n_0 quand L tend vers zéro); (2) $n_0 = f_2(L)$ déduite de la figure 10. Un point M de la courbe (3) $N_p = f(L)$, pour le filé réel, est tel

que $BM = BM_1 \times \frac{BM_2}{BC}$. La décroissance de N_p est donc légèrement plus rapide

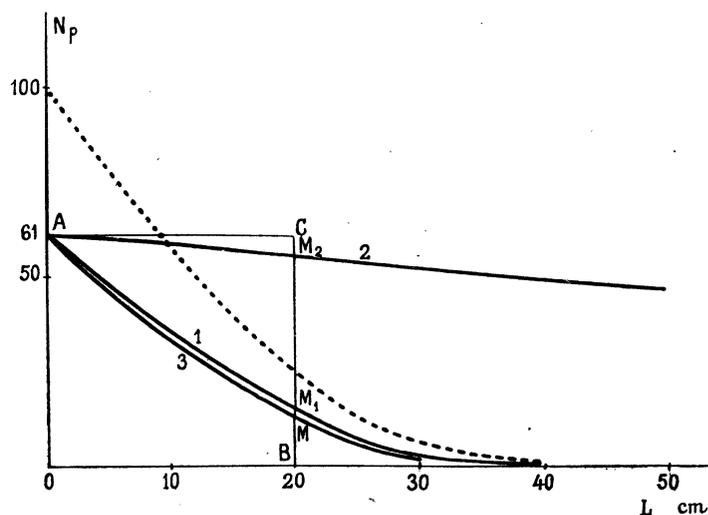


FIG. 17.

qu'au 2°; pour $L = 40\text{ cm}$ le rapport $\frac{N_p}{N}$ n'atteint pas 1 % : il n'y a pratiquement plus de filaments-pont dès que L dépasse une quarantaine de centimètres.

16 bis. — Vérification des résultats précédents.

1° Utilisons du filé numéro 3.

Fixons en O une extrémité, puis détordons en faisant tourner l'autre extrémité A (fig. 18,1).

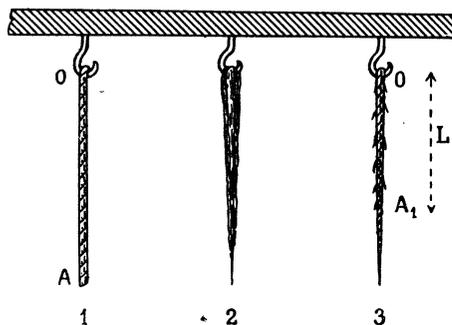


FIG. 18.

A mesure que les hélices se rectifient, le frottement, qui appliquait les filaments les uns contre les autres, diminue, de sorte, qu'en tirant avec précautions, il est pos-

sible de détacher, *sans les briser*, tous les filaments qui n'arrivent pas en O (*fig. 18,2*). Tordant à nouveau, on obtient un filé dont la section et le pas des hélices, maximums en O, diminuent à mesure qu'on s'éloigne vers A (*fig. 18,3*). En effet, seuls persistent entre le point fixe O et un point A_1 , les filaments-pont correspondant à la distance $OA_1 = L_1$; or N_p décroît quand L_1 croît.

2° Ceci posé, plusieurs méthodes de vérification sont possibles.

a) La plus directe consiste à compter le nombre de filaments en quelques points A_1 ; la moyenne pour divers bouts doit correspondre aux ordonnées de la courbe 3 (*fig. 17*).

$OA_1 = L_1$ cm	5	10	20	30	40	
N_p {	observé	48,5	31	12	2	0,5
	courbe 3	47	33	13	2,5	0,5

b) Soit p le poids du filé intact (*fig. 18,1*) et p' le poids des filaments restants (*fig. 18,2*); le rapport-moyen $\frac{p}{p'}$, est égal à $\frac{0^{sr},066}{0^{sr},040} = 1,65$ pour des bouts de 20 cm.

D'autre part, les poids p et p' sont respectivement proportionnels à la surface S du rectangle OACB et à la surface S' limitée par les droites OA, OB, BM et la courbe

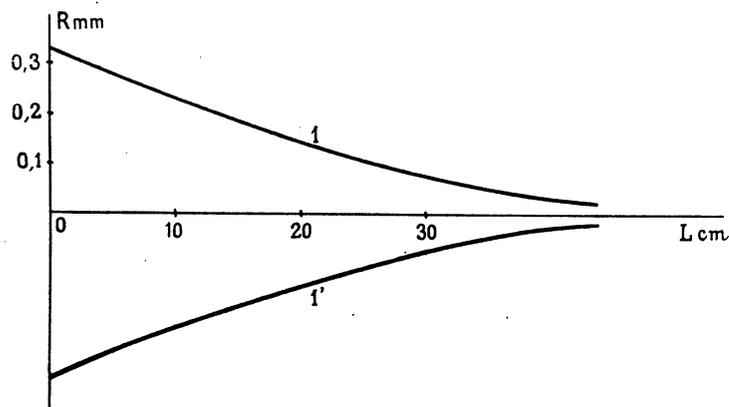


FIG. 19.

AM (*fig. 17*) (n'oublions pas la proportionnalité des poids aux sections, c'est-à-dire — § 15 au nombre des filaments).

$$\text{Or } \frac{S}{S'} = \frac{9,75}{5,65} = 1,72, \text{ nombre voisin de } 1,65 \text{ donné plus haut.}$$

c) Le profil moyen du filé *reconstitué* (*fig. 18,3*), se déduit de la courbe 3 (*fig. 17*).

Soit s^{mm^2} la section correspondant au rayon R^{mm} ; $s = \pi R^2 = 0,056 N_p$ (formule 3 du § 15).

$$R = \sqrt{\frac{0,0056 N_p}{\pi}} = 0,042 \sqrt{N_p} \dots \quad (1)$$

D'où la courbe (1) et sa symétrique (1') (*fig. 19*).

Choisissons ensuite un bout dont la section soit voisine de $0^{\text{mm}^2},34$, traitons-le comme au 1° et projetons sur un écran l'image fortement grossie du filé *reconstitué*.

Pour une orientation convenable de l'écran, l'imagé est identique au profil de la figure 19.

CHAPITRE II
TRACTION D'UN FILE OU D'UN FAISCEAU PARALLÈLE DE FILÉS

I. — Filé unique.

§ 17. — Technique expérimentale.

1° Utilisons l'appareil décrit dans l'ouvrage de Bouasse (*Cordes et Membranes*, § 37, *fig. 20*).

L'extrémité supérieure du filé est nouée au crochet O (faisons abstraction pour l'instant de la poulie M), l'extrémité inférieure A s'engage dans un serre-fils AB

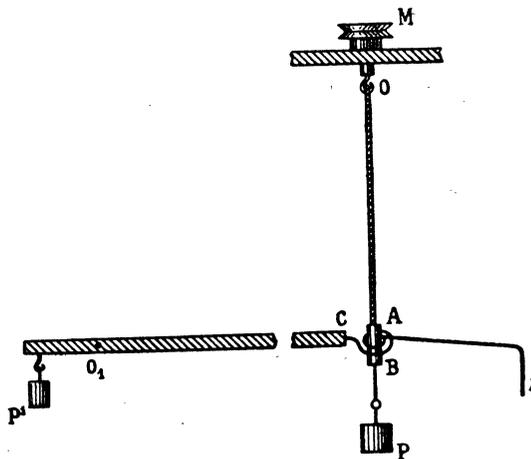


FIG. 20.

auquel est suspendu le poids P. Un ressort spiral est fixé, d'une part au serre-fils, d'autre part au bout C d'une planchette équilibrée par le poids P' et mobile autour de l'axe horizontal O₁. L'index coudé i repère les variations de longueur ΔL et le couple de torsion C. La tension T due au poids P provoque, en effet, non seulement un allongement, mais un couple dans le sens de la détorsion. Notre appareil trop imparfait ne permet pas une mesure correcte du couple.

2° Réactivité.

a) L'allongement croît lorsqu'on prolonge la tension (la variation, d'abord rapide, est *pratiquement* négligeable au bout de quelques minutes). Par suite un filé qui résiste

quelques secondes à un effort donné, rompt si ce même effort est longtemps maintenu. C'est ce qu'avait remarqué Réaumur dès 1711 : « *la corde cependant s'est rompue après avoir soutenu quelque temps un poids de 22 livres* » ou encore, « *ayant attaché un poids de 50 livres à la corde, elle se rompit un instant après* ».

b) Déchargeons le filé; les phénomènes précédents se reproduisent en sens inverse: le raccourcissement n'est pas instantané.

§ 18. — Cycles. Accommodation.

Sur 40^{cm} de filé N° 10, faisons périodiquement varier la tension entre les valeurs zéro et $T_0 = 1500^g$. La courbe de premier allongement est la quasi-parabole OA_0 .

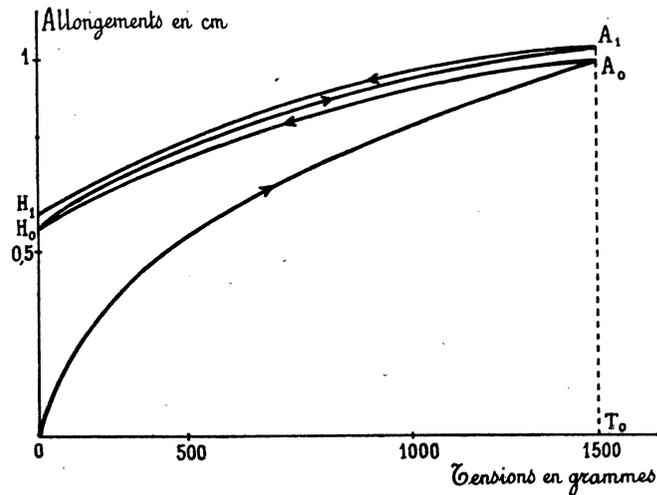


FIG. 21.

(fig. 21); on obtient ensuite les branches A_0H_0 , H_0A_1 ... de plus en plus voisines et de faible courbure, de sorte que le fil est devenu à *peu près élastique* pour les tensions inférieures à T_0 . Le cycle est *pratiquement* fermé au bout de quelques parcours : *accommodation*.

§ 19. — Courbes d'allongement.

1° a) Pour un numéro et une tension donnés, *l'allongement relatif moyen* est à peu près indépendant de la longueur du bout. En effet, les filaments solidarisés par la torsion interviennent sensiblement de la même manière. Il serait loin d'en être ainsi pour des bouts quasi-détordus : les courts qui contiennent beaucoup de filaments-pont s'allongeraient relativement moins que les autres.

La figure 22 représente les allongements pour des bouts longs de 80^{cm}; les courbes sont des paraboles.

b) A tension élémentaire égale, l'allongement ne dépend pas du numéro (nous

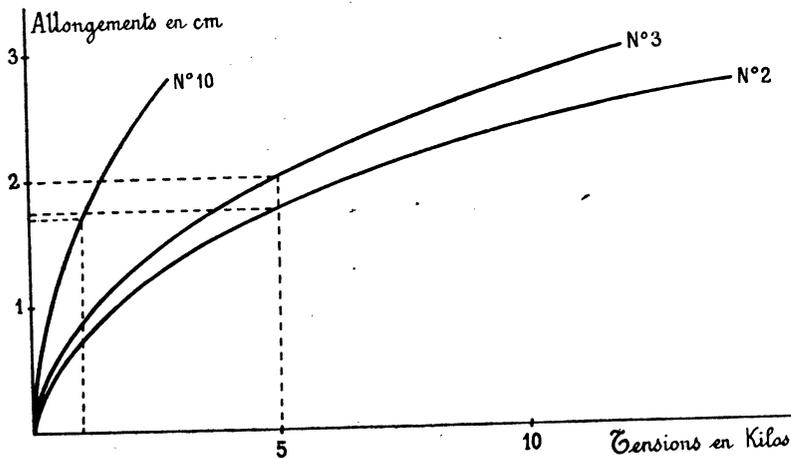


FIG. 22.

appelons tension élémentaire le quotient de la tension T par la section effective moyenne S_0).

Exemple :

Filé N° 10	$T = 1000^{\text{gr}}$,	$\Delta L = 1^{\text{cm}}, 65$;
— 2	$T = 5000^{\text{gr}}$,	$\Delta L = 1^{\text{cm}}, 75$.

D'où la relation,

$$\frac{\Delta L}{L} = a \sqrt{\frac{T^{\text{gr}}}{S_{\text{mm}^2}}} \quad \text{où} \quad a = 0,00021.$$

Soit A % l'allongement pour cent,

$$A \% = 0,021 \sqrt{\frac{T^{\text{gr}}}{S_{\text{mm}^2}}} \quad (1)$$

formule valable pour tous les numéros.

Vérifions-la sur 80^{cm} de filé N° 3, sous tension 5000^{gr}, $A \% = 0,021 \sqrt{\frac{5000}{0,34}} = 2,55$, soit un allongement de $2,55 \times \frac{80^{\text{cm}}}{100^{\text{cm}}} = 2^{\text{cm}}, 05$ pour un bout de 80^{cm}; or la figure 22 donne 2^{cm}.

2° Tensions moyennes de rupture.

a) Pour une longueur donnée, la tension moyenne de rupture T_r est à peu près proportionnelle à la section effective moyenne S_0 du filé (fig. 23, à droite); la tension élémentaire moyenne de rupture $t_r = \frac{T_r}{S_0}$ est donc indépendante du numéro⁽¹⁾.

b) Pour un numéro donné, T_r décroît quand la longueur L du bout croît (fig. 23,

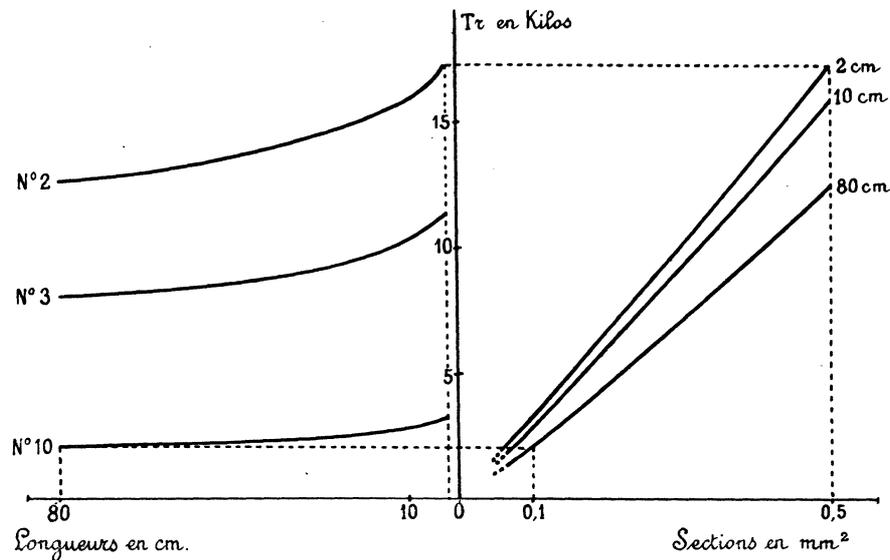


FIG. 23.

à gauche) : le fil court est plus résistant que le long. La diminution, rapide d'abord, devient lente dès que L atteint quelques dizaines de centimètres. (Voir Chapitre V, § 2, 3°.)

3° Allongements relatifs moyens de rupture $\left(\frac{\Delta L}{L}\right)_r$.

a) Pour une longueur déterminée, ils sont, ou peu s'en faut, indépendants du numéro : en effet, si la section double, T_r double (2°), l'allongement reste donc le même (1°). De fait (voir note 1) $\left(\frac{\Delta L}{L}\right)_r$ augmente un peu avec la section.

b) Pour un numéro donné $\left(\frac{\Delta L}{L}\right)_r$ décroît évidemment quand L augmente puisque T_r décroît aussi.

(1) En réalité, t_r est un peu plus faible pour le filé fin et les courbes ont une légère courbure.

II. — Faisceaux parallèles de filés.

§ 20. — Généralités.

L'allure de la courbe d'allongement d'un faisceau dépend de la manière dont la tension est appliquée.

1° *L'allongement ΔH croît progressivement.*

Une extrémité du faisceau est nouée au crochet fixe O, on déplace l'autre extrémité A d'un mouvement uniforme (le plus simple est de fixer A à l'axe horizontal xx' d'un volant que l'on fera tourner en appuyant sur la jante).

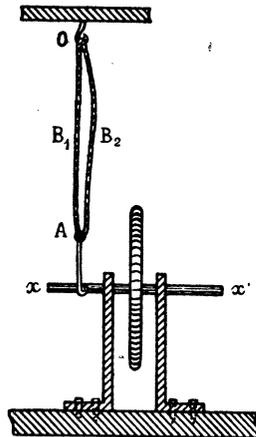


FIG. 24.

Soit deux filés seulement (*fig. 24*); étudions les tensions en fonction des déplacements ΔH de l'extrémité A.

Sous tension quasi-nulle, $OB_1A = L_1$, $OB_2A = L_2$, $L_2 - L_1 = \varepsilon$. Tournons le volant, le filé OB_2A cesse de gondoler et commence à se tendre pour un déplacement $\Delta H = \varepsilon$. Traçons, en traits mixtes, la courbe d'allongement du faisceau: l'abscisse d'un de ses points P' (*fig. 25*) est égale à la somme des abscisses (pour le même déplacement ΔH) des courbes O_1A_1 , O_2A_2 , de chacun des filés essayé seul.

Soit O_1M_1 , O_2M_2 les allongements de rupture des deux filés; T_1 , T_2 leurs tensions de rupture.

1^{re} phase : $\Delta H < O_1O_2$; le premier élément seul est tendu, courbe O_1O_0 .

2^e phase : $O_1O_2 < \Delta H \leq O_1M_1$; courbe $O_0P'A'A_1B$; pour l'allongement O_1M_1 le premier élément casse, la tension décroît brusquement de T_1 à T_2 .

3^e phase : $O_1 M_1 < \Delta H \leq O_1 M_2$; courbe BA_2 , la tension de rupture est T_2 .

On généralise pour un nombre quelconque d'éléments.

La tension n'est pas une fonction uniformément croissante de l'allongement : elle diminue brusquement à chaque rupture d'élément.

Appelons T_r la tension de rupture du faisceau (évidemment égale à la tension

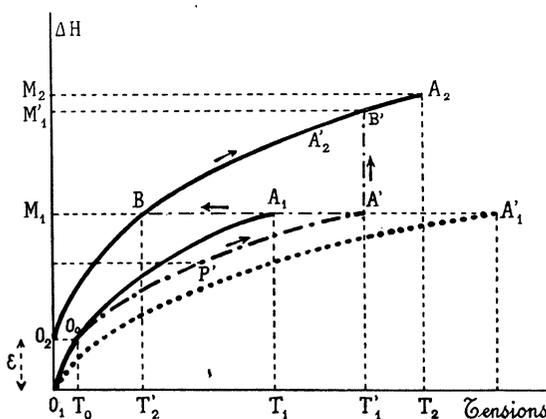


FIG. 25.

de rupture de l'élément qui a le plus grand allongement de rupture), T_{\max} la valeur maximum de la tension (la seule importante pratiquement), enfin $\sum T_i$ la somme des tensions de rupture de chaque élément pris à part.

$$T_r \leq T_{\max} < \sum T_i. \quad (1)$$

Ces trois quantités sont égales lorsque tous les éléments ont même allongement ΔH de rupture : ils cassent alors en même temps.

2^e La tension T croît progressivement.

Le faisceau pend verticalement (*fig. 24*), on augmente progressivement la tension (écoulement d'eau dans un seau).

a) Reprenons la figure 25; étudions les allongements en fonction des tensions.

1^{re} phase : $T < T_0$; courbe $O_1 O_0$, le premier élément seul est tendu.

2^e phase : $T_0 < T \leq T'_1$; pour $T = T'_1$, le premier élément casse, l'allongement croît brusquement de $O_1 M_1$ à $O_1 M'_1$, amortissons le choc : la tension conserve la valeur T'_1 . D'où le parcours $O_0 P' A' B'$.

3^e phase : $T'_1 < T \leq T_2$; courbe $B' A_2$, la tension de rupture est T_2 .

On généralise pour un nombre quelconque d'éléments.

L'allongement n'est pas une fonction uniformément croissante de la tension : il augmente brusquement à chaque rupture d'élément.

La tension de rupture T_r du faisceau n'est plus forcément égale à la tension de rupture de l'élément dont l'allongement de rupture est le plus grand. En effet, supposons le point A_2 en A'_2 , $T_r = T'_1$ supérieur à T_2 .

b) Ne gênons pas la production des chocs au moment de la rupture des éléments (fig. 26). Pour la tension T'_1 le premier élément casse, d'où une chute brusque du

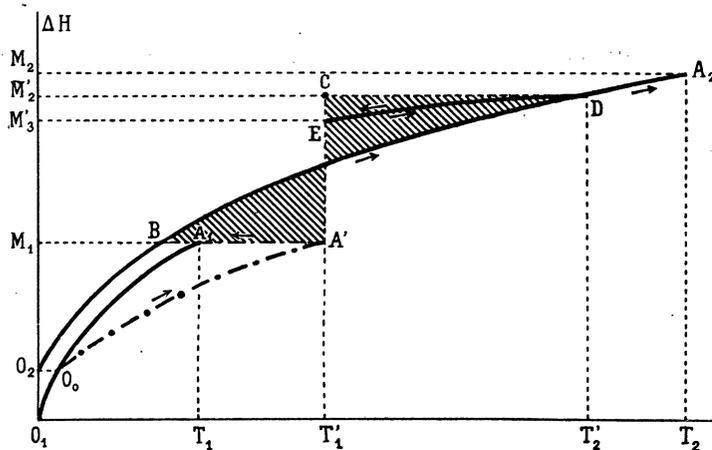


FIG. 26.

poids. La diminution d'énergie potentielle (proportionnelle à l'aire du rectangle $A'M_1M'_2C$), est égale à l'énergie absorbée par l'allongement du deuxième élément (proportionnelle à l'aire $BM_1M'_2D$). On a tracé la droite M'_2CD telle que les aires hachurées soient égales.

Au moment du choc la tension de l'élément restant, atteint la valeur maximum T'_2 , puis reprend la valeur T'_1 (on suppose un rebondissement unique).

L'allongement croît alors jusqu'à $O_1M'_2$, puis décroît jusqu'à $O_1M'_3$ (hystérésis).

Si l'on augmente ensuite la tension, le point représentatif décrit le trajet EDA_2 (approximativement ED): la tension de rupture est T_2 .

Nous supposons T'_2 inférieur à T_2 , dans le cas contraire la chute du poids provoque la rupture.

Au a) comme au b) $T_r = T_{\max}$, et ces deux quantités sont inférieures à $\sum T_1$ sauf dans le cas où tous les éléments ont même allongement de rupture.

3° Remarque.

Nous nous limiterons dans ce qui suit à l'étude du 2°, b) : chocs non amortis. C'est le cas habituel de rupture des cordes ou faisceaux de cordes.

Nous appellerons *coefficient d'efficacité* pour l'association en faisceaux parallèles, le rapport,

$$\lambda = \frac{T_r}{\sum T_i},$$

λ est toujours inférieur à l'unité.

§ 21. — Allongement et rupture d'un faisceau parallèle de filés.

1° Courbes moyennes d'allongement.

Traçons les courbes OA_1, OA_2, \dots pour 1, 2, 4, 8 filés N° 10 longs de 40 cm. (fig. 27); ce sont des quasi-paraboles (on les termine aux points de rupture moyenne). Pour une même *tension unitaire* $\frac{T}{p}$, l'allongement croît avec le nombre p des filés : courbes pointillées. Voici pourquoi : les longueurs L_1, L_2, \dots sous tension quasi-

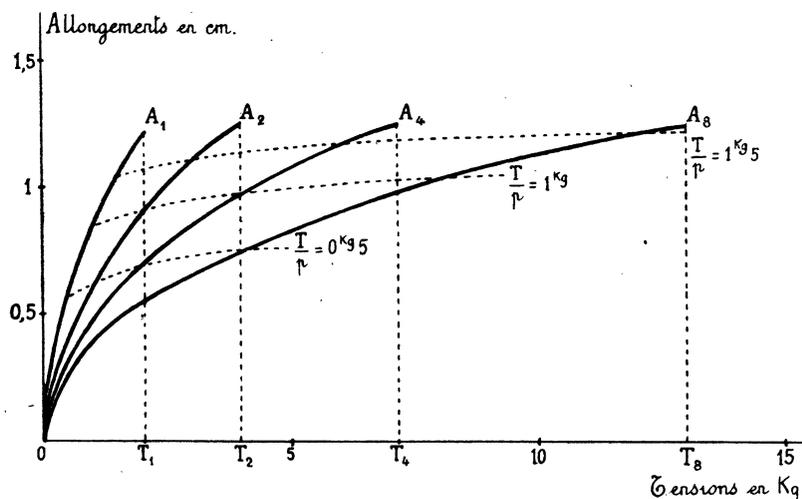


FIG. 27.

nulle, des éléments ne sont jamais égaux quelques précautions que l'on prenne; les courbes d'allongement (chaque élément pris à part) ne sont pas superposables (non-uniformité du filé). Reportons-nous à la figure 24; les courbes d'allongement sont O, O_0, P', A' pour les éléments *différents* [1], [2] et O, A' (pointillé) pour deux éléments *identiques* [1] : l'allongement, à tension égale, est plus grand dans le premier cas. Naturellement la différence croît avec le nombre p des filés (tout au moins tant que p reste faible).

2° Tensions et allongements moyens de rupture.

Les filés sont indépendants : chacun rompt dans sa région la plus mince.

a) Les tensions moyennes de rupture augmentent moins vite que le nombre des

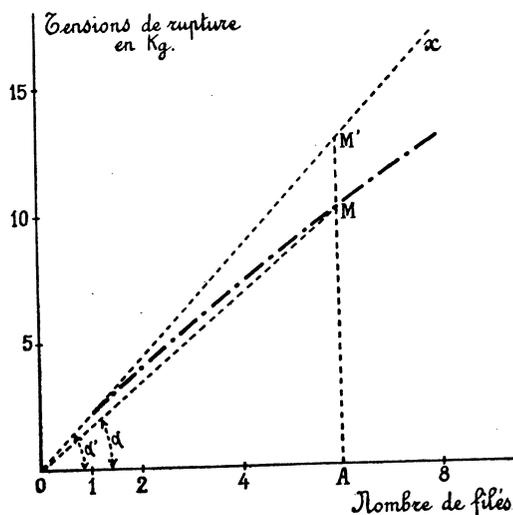


FIG. 28.

éléments (fig. 28); la droite pointillée Ox représente $\sum T_i = pT_i$ (en moyenne).

Le coefficient d'efficacité,

$$\lambda = \frac{T_r}{\sum T_i} = \frac{T_r}{pT_i} = \frac{AM}{AM'} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha'}$$

est proportionnel au coefficient angulaire de la droite OM . Toujours inférieur à l'unité, il diminue quand p augmente.

b) Les allongements moyens de rupture sont à peu près indépendants du nombre p de filés : en effet, si l'allongement, à tension unitaire égale, augmente avec p , le coefficient d'efficacité diminue.

§ 22. — Influence de l'humidité.

1° Variations de longueur.

Étudions un bout de filé N° 2, long de 40 cm., avec l'appareil de la figure 20. Pour éliminer les effets de la réactivité (§ 17), laissons toute une journée sous tension : l'index est alors immobile.

Pulvérisons de l'eau sur le filé, la variation de longueur dépend de la valeur de la tension.

a) Sous tension 50 g., le filé se raccourcit d'abord, puis s'allonge plus qu'il ne

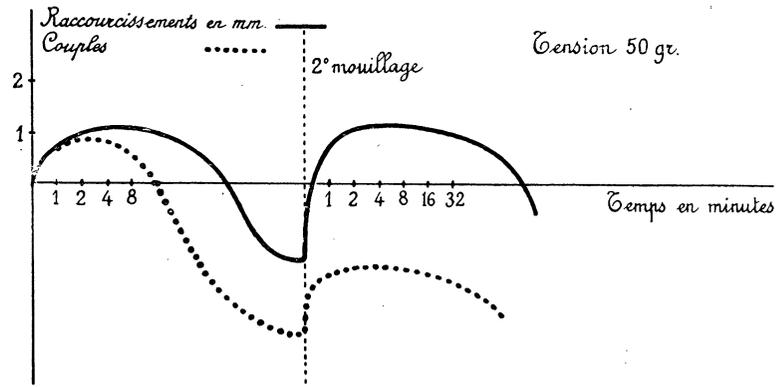


FIG. 29.

s'était raccourci; les phénomènes sont identiques si on laisse sécher le filé pendant plusieurs heures et si on le mouille à nouveau.

b) Sous tension 1000 gr., le 1^{er} mouillage allonge le filé, le 2^e le raccourcit un peu.

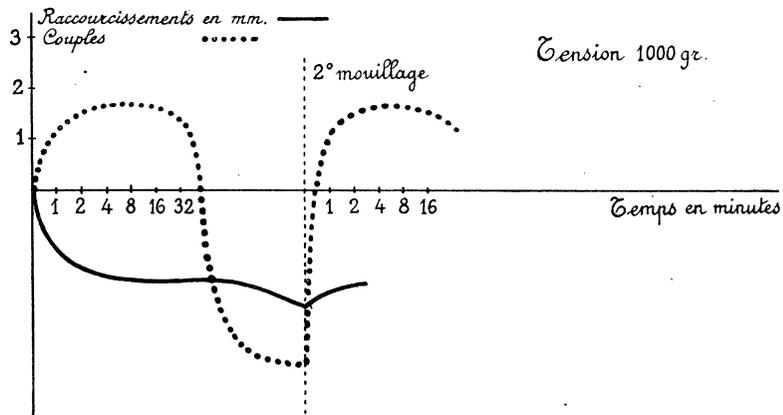


FIG. 29 bis.

Les figures 29. et 29 bis représentent, en traits pleins, les variations de longueur (remarquer l'échelle logarithmique utilisée).

2° Variations du couple.

Quelle que soit la tension, le premier ou le deuxième mouillage donnent un déplacement sinistorsum de l'index qui change bientôt de sens (fig. 29 et 29 bis), en pointillé.

CHAPITRE III
TORSION ET DÉTORSION D'UN FILÉ

I. — Variations de la longueur et du couple.

§ 23. — Technique expérimentale.

1° Utilisons l'appareil décrit au paragraphe 17 (*fig. 20*).

La poulie M donne au crochet O la rotation n tours; suivant le sens, les filaments se tordent ou se détordent.

n doit être assez petit pour éviter la rupture et pour que l'axe du filé demeure

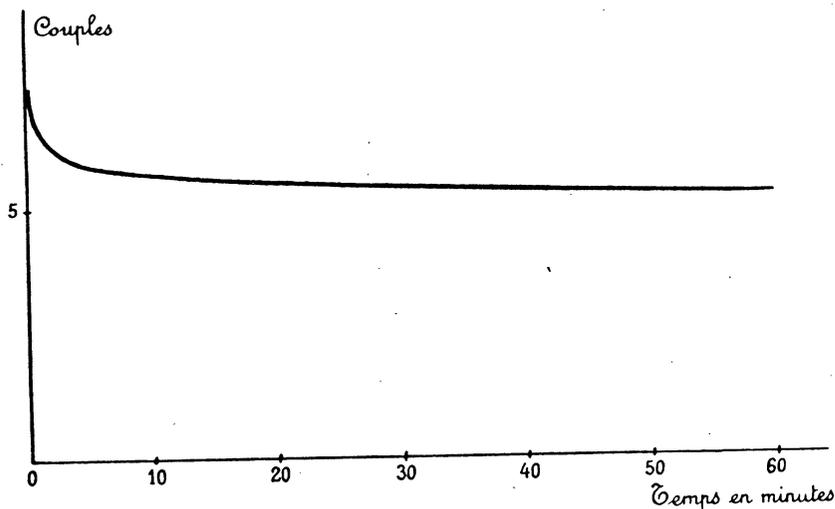


FIG. 30.

sensiblement rectiligne. On opère sous tension et à vitesse constantes : les variations de la longueur et du couple augmentent en effet avec la vitesse.

2° Les phénomènes de réactivité sont très nets, surtout pour le couple. Tordons, par exemple, de 75 tours un bout de filé N° 2, long de 40^{cm}, sous tension 1000^{gr} : le couple au moment où la rotation cesse vaut 7,5 (voir *Remarque* au 3°), il décroît jusqu'à 6,5 en une minute, 5,2 en une heure et 4,3 en 24 heures (*fig. 30*). La diminution, d'abord rapide, devient bientôt très lente.

3° *Remarques.*

a) On prend comme unité arbitraire le couple correspondant à un déplacement horizontal de 1 cm. de l'extrémité de l'index.

b) On étudie les variations du couple et de la longueur dus à la rotation (torsion ou détorsion), abstraction faite du couple, toujours faible, et de l'allongement au moment où l'on suspend le poids ($n = 0$).

§ 24. — Cycles.

Décrivons des cycles entre 0 et n tours, la rotation initiale tordant les filaments (l'index, vu du haut, tourne sinistrorsum). Les courbes d'allongement tendent rapi-

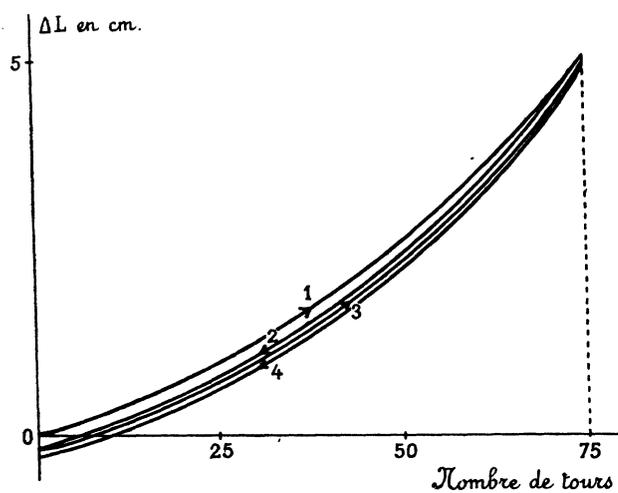


FIG. 31.

dement vers une forme limite (accommodation), l'hystérésis est faible; (fig. 31),

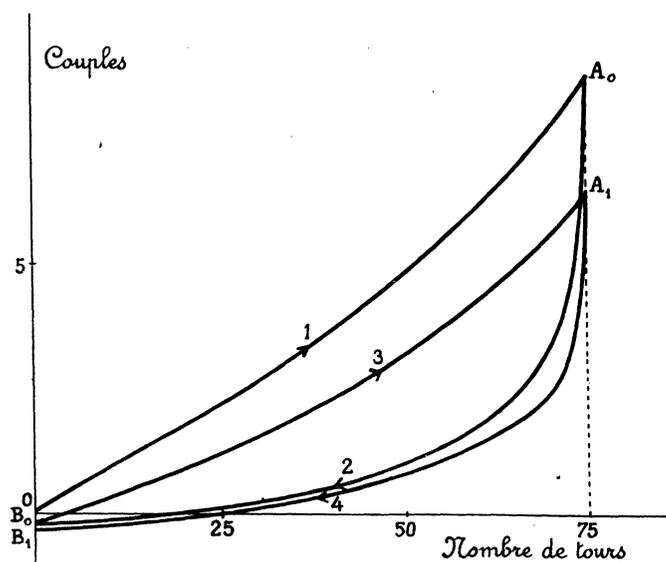


FIG. 32.

relative à 40 cm. de filé N°2 sous tension 1000 gr. Le couple maximum diminue beaucoup après chaque parcours : points A_0, A_1, \dots (*fig. 32*); le couple minimum est à peu près constant : points B_0, B_1, \dots . Par suite, les courbes 1, 3, 5, ... (couples croissants) sont nettement distinctes et les courbes 2, 4, 6, ... (couples décroissants)

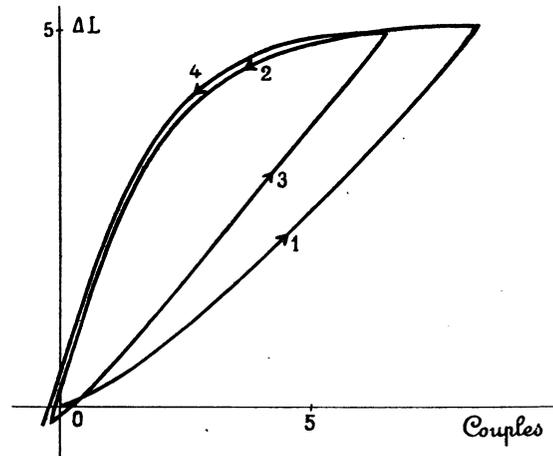


FIG. 33.

très voisines. A noter la formidable chute du couple au moment où la rotation change de sens pour $n = 75$.

La courbe $\Delta L = f(C)$ (*fig. 33*), s'obtient à partir des deux courbes précédentes (on élimine graphiquement n), elle reproduit le déplacement de l'extrémité de l'index, les branches 3, 5, ... (couples croissants) sont des quasi-droites.

§ 25. — Variations de la longueur.

Étudions les moyennes.



1° Influence de la longueur L du bout.

Pour un numéro et une tension donnés, un nombre de tours n proportionnel à L entraîne une variation de longueur ΔL sensiblement proportionnelle à L.

Filé N° 3.
Tension 500^{gr}.

L	n	ΔL	
		Torsion.	Détorsion.
20 ^{cm}	25	0 ^{cm} , 95	0 ^{cm} , 5
40 ^{cm}	50	1 ^{cm} , 85	0 ^{cm} , 9
80 ^{cm}	100	3 ^{cm} , 8	1 ^{cm} , 9

Les points correspondants A_1, A_2, A_3 (fig. 34), sont sur une droite Ox passant par l'origine; de même pour A'_1, A'_2, A'_3 sur $O'x$. De sorte qu'en portant en abscis-

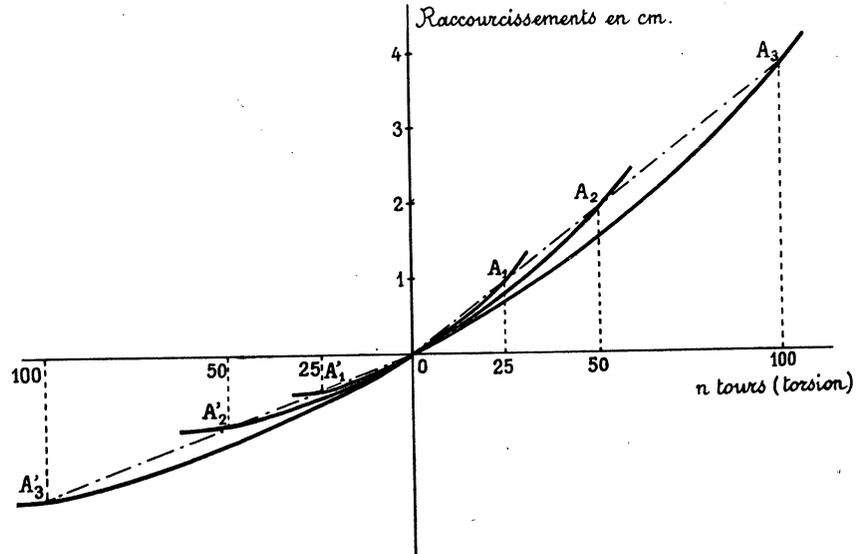


FIG. 34.

ses le rapport $\frac{n}{L}$, et en ordonnées le rapport $\frac{\Delta L}{L}$, les courbes d'allongement et raccourcissement relatifs se réduisent à une courbe unique.

2° Influence de la tension.

Étudiions 40 cm. de filé N° 3.

Quand la tension croît, le raccourcissement (pour un nombre de tours donné)

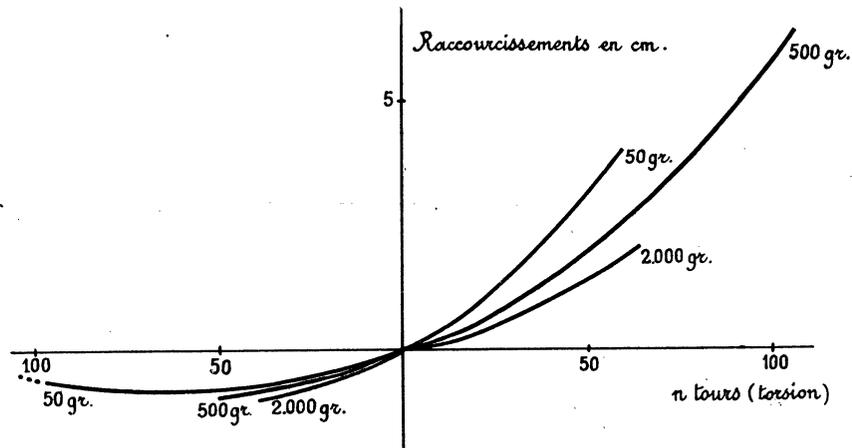


FIG. 35.

décroit; l'allongement augmente un peu (*fig. 35*). D'où les courbes en éventail; on les termine, soit à la rupture, soit à la formation de la première *coque* (§ 27).

3° Influence de la section.

Sous une même tension les variations de longueur avec le nombre de tours augmentent avec la section du filé.

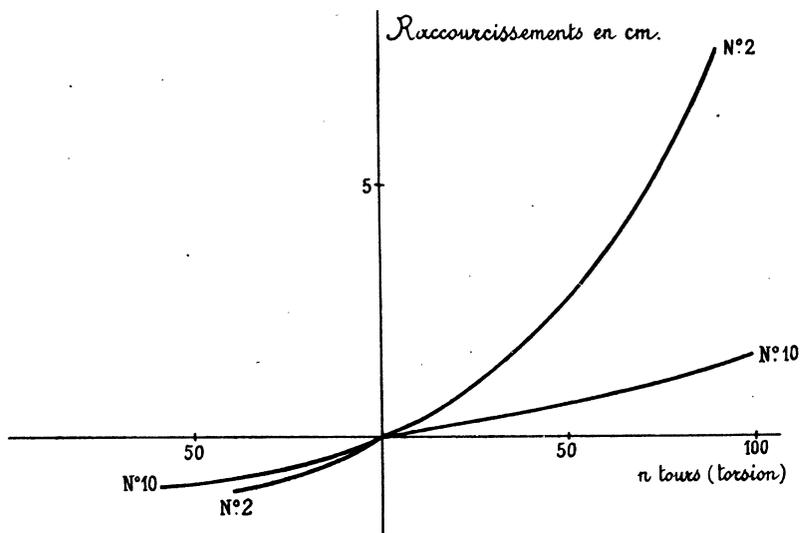


FIG. 36.

Exemple : 40^{cm}, filés N° 10 et N° 2, tension 1000 gr. (*fig. 36*).

§ 26. — Variations du couple.

1° Étudions 40 cm. de filé N° 3.

Tordons : pour un nombre de tours donné, le couple (déplacement sinistrorsum de l'index, vu du haut) augmente rapidement avec la tension (*fig. 37*, à droite).

Détordons : la variation du couple (déplacement dextrorsum de l'index) est très lente; sous la tension 50 grammes on arrive à la quasi-rectification des filaments puis à leur enroulement en sens inverse, dès lors le couple croît plus vite (*fig. 37*, à gauche).

2° Sous une même tension les variations du couple avec le nombre de tours aug-

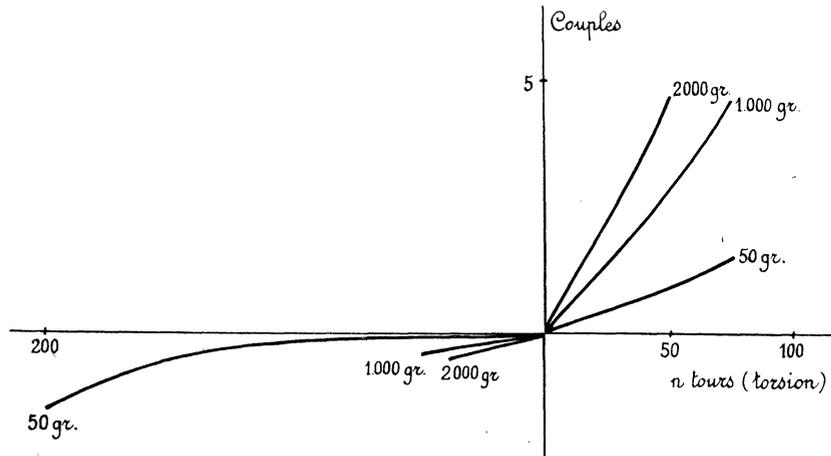


FIG. 37.

mentent beaucoup avec la section; la différence est surtout marquée lorsqu'on tord les filaments.

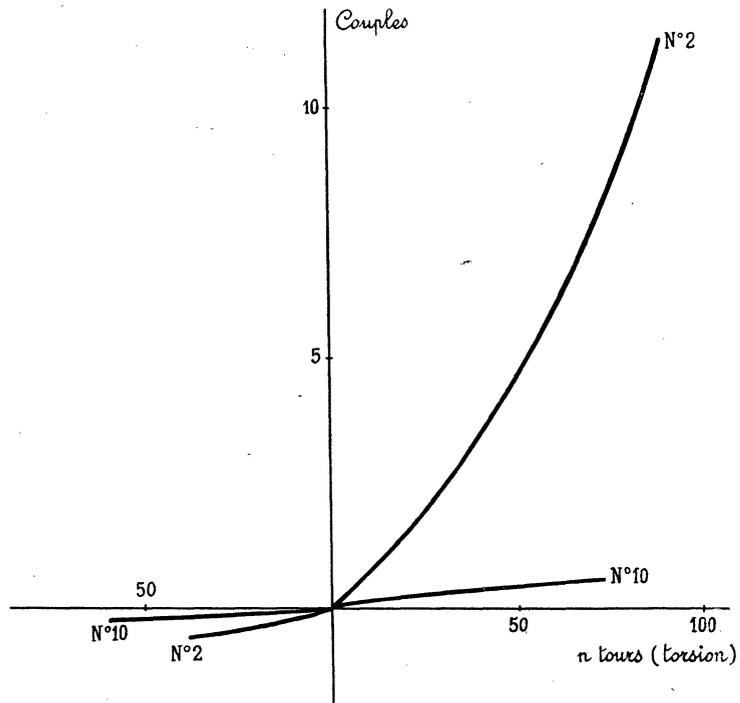


FIG. 38.

Exemple : 40^{cm}, fils N° 10 et N° 2, tension 1000 gr. (fig. 38).

II. — Tortillages et rupture.

§ 27. — Définition des tortillages.

L'extrémité supérieure du filé étant fixée au crochet O, on impose à l'extrémité inférieure qui porte le poids P (fig. 39) une rotation à vitesse constante : suivant le sens choisi le filé se tord ou se détord.

1° On tord.

Le pas des hélices-filaments diminue, le filé se raccourcit.

a) Pour une charge forte, le fil est sensiblement rectiligne au moment de la rupture.

b) Pour une charge faible, le fil tortille avant de casser. On distingue trois modes

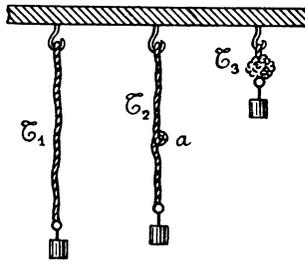


FIG. 39.

successifs de tortillage (fig. 39). Le tortillage \mathcal{T}_1 consiste en la formation d'une hélice assez régulière, à pas plus ou moins long, enroulée sur un cylindre de petit rayon (quelques millimètres).

Le tortillage \mathcal{T}_2 est la production en un point *a* d'une spire de diamètre approximativement double de celui du fil et de pas légèrement supérieur à l'épaisseur du fil : *coque*.

Dès que les coques occupent toute sa longueur, le fil donne une masse pelotonnée : tortillage \mathcal{T}_3 , puis casse.

2° On détord.

Le pas des hélices-filaments augmente, le filé s'allonge.

a) Pour une charge forte, le fil casse avant rectification des filaments, le nombre de tours à la rupture décroît quand la charge croît.

b) *Pour une charge faible*, on arrive à la quasi-rectification des hélices : les filaments forment alors un faisceau à peu près parallèle, l'allongement est maximum.

La rotation continuant, les filaments s'enroulent en sens inverse, le fil se raccourcit, tortille et casse.

c) *Pour une charge moyenne*, suivant les cas, la rupture se produit, soit avant la rectification, soit à l'enroulement en sens inverse. D'où une *région critique de détorsion*, voisine de la quasi-rectification, région qui n'existerait évidemment pas si les bouts étaient identiques.

§ 27 bis. — Probabilité des tortillages.

Laissons de côté le tortillage \mathcal{C}_1 , dont le début est peu net.

1° Influence de la longueur et de la tension.

Le filé tortille d'autant plus facilement que sa longueur et sa tension sont plus faibles. La figure 40 donne les probabilités de tortillages \mathcal{C}_2 , \mathcal{C}_3 , en fonction de la

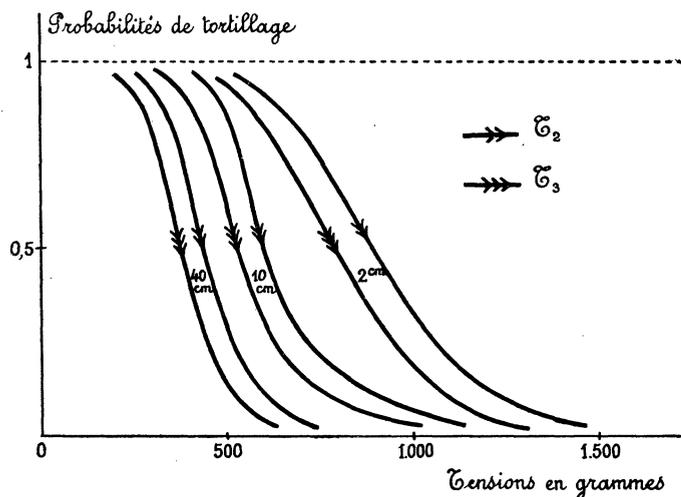


FIG. 40.

tension et de la longueur du bout pour le filé N° 3 (on tord). D'ailleurs les probabilités sont à peu près les mêmes quand on retord après rectification.

2° Influence de la section.

A longueur et tension égales, le filé mince tortille moins souvent que le gros. Voici les probabilités pour des bouts de 10 cm., sous tension 500 gr.

N°	\bar{C}_2	\bar{C}_3
3	0,88	0,65
6	0,17	0,03
8	0,05	0,01

Pour une même longueur et une même *tension élémentaire* (quotient de la tension par la section), les probabilités de tortillage sont à peu près indépendantes du numéro.

Exemple :

$$10^{\text{cm}} \left\{ \begin{array}{lll} \text{N}^{\circ} 3 & \text{Tension } 500^{\text{gr.}} & \bar{C}_2 = 0,88 \\ \text{N}^{\circ} 6 & \text{— } 250^{\text{gr.}} & \bar{C}_2 = 0,90 \end{array} \right.$$

3° Circonstances favorisant le tortillage.

La diminution et à *fortiori* la suppression de la tension provoquent le tortillage.

a) Soit \bar{C}_1 réalisé sur un bout (*fig. 41,1*); soulevons le poids de quelques milli-

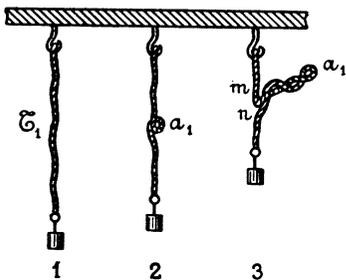


FIG. 41.

mètres (tension diminuée) aussitôt une coque se forme en a_1 , laissons retomber le poids, la coque persiste (*fig. 41,2*).

b) Soit \bar{C}_1 réalisé sur un autre bout; soulevons le poids de quelques centimètres

(tension supprimée), le filé se replie en a_1 et les deux parties a_1m , a_2m se *commettent*; appliquons de nouveau le charge : le commettage persiste en grande partie (*fig. 41,3*), on le détruit en détordant à la main.

c) Sur un troisième bout réalisons la coque a_1 , appliquons de nouveau la tension puis soulevons de quelques centimètres : le filé se replie au même point a_1 , la première coque a donc amorcé le commettage.

En définitive, *le filé tend à diminuer sa torsion* : il y arrive en donnant une hélice à long pas (tortillage \mathcal{C}_1), des coques (tortillage \mathcal{C}_2) ou en se commettant. Ces modifications entraînant un soulèvement du poids, sont naturellement gênées par la tension (voir au 1°).

4° Variations du couple au moment du tortillage.

Tordons 40 cm. de filé N° 2 sous tension 200 gr.

A 90 tours apparaît la première coque : le couple décroît très brusquement, l'index

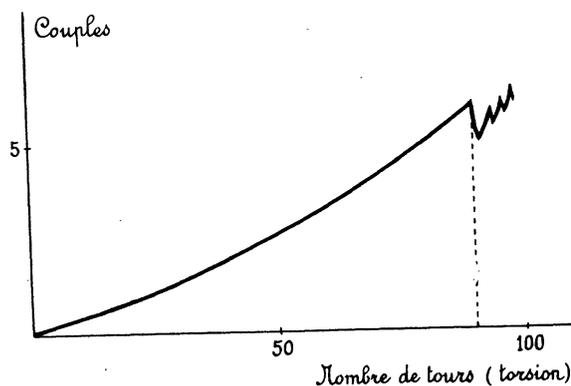


FIG. 41 bis.

oscille (on amortit les oscillations), la rotation continuant, le couple augmente, il diminue à la deuxième coque et ainsi de suite (*fig. 41 bis*).

La formation des coques entraîne donc une variation discontinue et une croissance moins rapide du couple.

§ 27 ter. — Nombre de tours n_t aux tortillages.

1° Influence de la longueur.

Pour un numéro et une tension donnés, n_t est à peu près proportionnel à L ; cependant pour les longueurs faibles (inférieures à 40^{cm} par exemple), n_t croît moins vite que L .

N° 3 Tension 500 gr. (on tord).	L^{cm}	10	40	80
	n_t (tortillage \mathcal{C}_2)	34	107	207

Rappelons (§ 27 bis, 1°) que la probabilité de tortillage décroît quand L croît.

2° Influence de la tension et de la section.

a) Pour un numéro donné, n_t augmente d'abord avec la tension, puis diminue lentement; courbes \mathcal{C}_2 , \mathcal{C}_3 (fig. 42) pour 40 cm. de filé N° 2 et N° 10 (on tord).

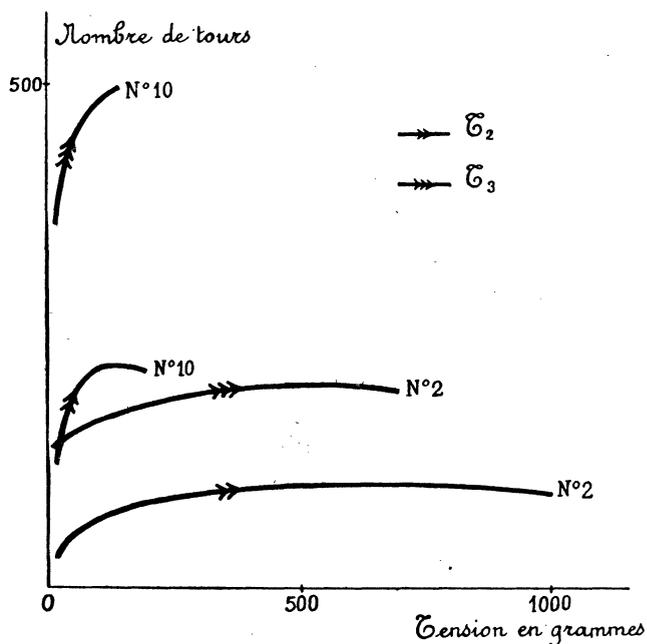


FIG. 42.

b) Pour une tension donnée, le filé gros tortille plus tôt que le fin (fig. 42). On s'explique alors le maximum des courbes puisque seuls tortillent les bouts les plus gros (pour un même numéro) lorsque la tension est grande (§ 27 bis, 2°).

§ 28. — Probabilité de rupture à la région critique.

Rappelons que pour un numéro, une longueur, une tension donnés, le filé, à la quasi-rectification des hélices-filaments, peut, suivant le bout, rompre ou résister. D'où une région critique de détorsion.

1° Influence de la longueur et de la tension.

La probabilité de rupture croît avec la longueur et la tension (*fig. 43*), filé N° 3. Dès que L dépasse une quarantaine de centimètres, la résistance du filé *détordu* est

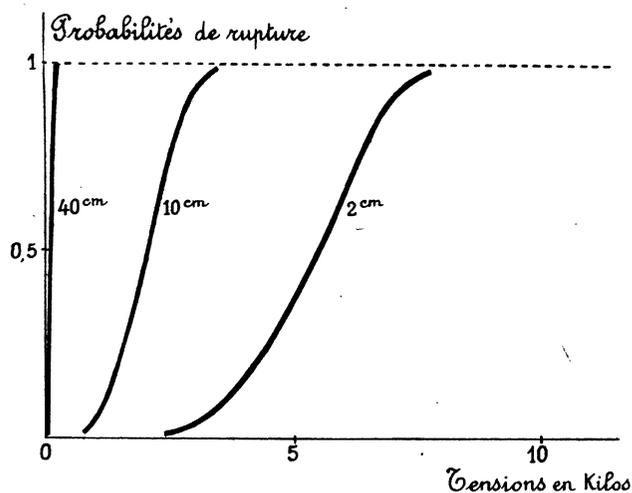


FIG. 43.

presque nulle : en effet, tous les filaments glissent sauf les filaments-pont dont le nombre est alors insignifiant (§ 16). Nous reviendrons sur le rôle des filaments-pont au chapitre V.

2° Influence de la section.

La probabilité de rupture, à longueur et tension égales, est naturellement plus grande pour le filé fin.

Pour une même longueur et une même *tension élémentaire*, la probabilité est à peu près indépendante du numéro : en effet, la charge supportée par chaque filament-pont est à peu près la même.

Exemple :

$L = 10^{\text{cm}}$	{	N° 10	Tension 500 gr.	Probabilité 0,22
		N° 2	— 2500 gr.	— 0,24

§ 29. — Nombre de tours n_r à la rupture.

1° Influence de la tension. Calcul de n_r moyen.

a) On tord. Employons les notations suivantes :

β_0 probabilité de rupture sans détorsion

β_1 — du tortillage $\bar{\tau}_2$

β_2 — — — $\bar{\tau}_3$

n_1 nombre moyen de rupture avant $\bar{\tau}_2$

n_2 — — — entre $\bar{\tau}_2$ et $\bar{\tau}_3$

n_3 — — — après $\bar{\tau}_3$.

D'où,

$$n_r = (1 - \beta_0 - \beta_1) n_1 + (\beta_1 - \beta_2) n_2 + \beta_2 n_3. \quad (1)$$

La figure 44 donne les courbes pour 40 cm. de filé N° 3; seule la courbe de rupture moyenne n_r est tracée en traits pleins (on ne dépasse pas la tension 1000 gr.).

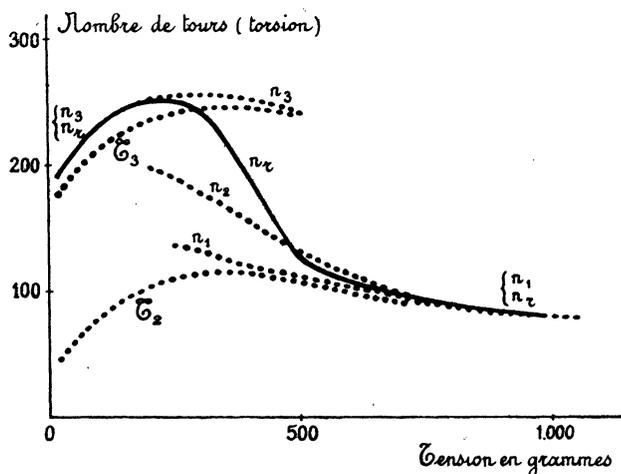


FIG. 44.

On a expliqué au paragraphe 27 *ter*, 2°, le maximum des courbes de tortillage $\bar{\tau}_2, \bar{\tau}_3$; le maximum de $\bar{\tau}_3$ entraîne le maximum de n_3 puisque la distance de ces deux courbes diminue quand la tension augmente.

n_1 et n_2 décroissent quand la tension croît. Il semble paradoxal que n_1 soit constamment supérieur à $\bar{\tau}_2$: cela tient à ce que seuls les bouts fins cassent avant $\bar{\tau}_2$, or leur n_1 est grand.

Le maximum de la courbe n_r a lieu pour une tension voisine de 225 gr. : n_r se confond avec n_3 pour les tensions inférieures à 200 gr. environ : tous les bouts rompent alors après $\tilde{\mathcal{C}}_3$; n_r se confond avec n_1 pour les tensions supérieures à 800 gr. environ : tous les bouts rompent alors avant $\tilde{\mathcal{C}}_2$.

b) *On détord* : utilisons les notations précédentes; soit, de plus,

z_0 probabilité de rupture à la région critique.
 n_0 nombre moyen de rupture —

On calcule aisément la formule,

$$n_r = (z_0 - \beta_0) n_0 + (1 - z_0) [(1 - \beta_2) n_1 + (\beta_2 - \beta_3) n_2 + \beta_3 n_3]. \quad (2)$$

n_r est obtenu par défaut : en effet les valeurs des probabilités β_2 et β_3 sont ici plus grandes qu'au a), les bouts franchissant la région critique étant les plus gros.

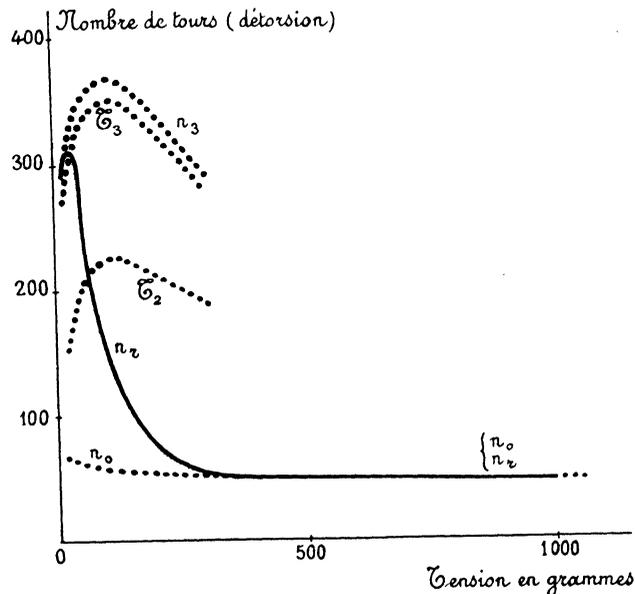


FIG. 44 bis.

La figure 44 bis est relative à 40 cm. de filé N° 3 (courbe n_r en traits pleins). Les courbes $\tilde{\mathcal{C}}_2$, $\tilde{\mathcal{C}}_3$, n_3 ne dépassent guère la tension 300 gr. (limite de franchissement de la région critique); elles ont un maximum car les bouts gros, dont les $\tilde{\mathcal{C}}_2$, $\tilde{\mathcal{C}}_3$, n_3 sont faibles, résistent plus souvent que les fins au moment de la quasi-rectification. Pour la même raison, les ruptures n_1 , n_2 ne se produisent pratiquement pas et la formule (2) se simplifie beaucoup,

$$n_r = (z_0 - \beta_0) n_0 + (1 - z_0) n_3. \quad (2 \text{ bis})$$

Pour les tensions faibles, n_0 correspond à la quasi-rectification; il s'en éloigne d'autant plus que la tension est plus grande.

La courbe n_r se confond avec n_3 pour les tensions inférieures à 30 gr. environ : aucun des bouts ne rompt alors à la région critique; n_r se confond avec n_0 pour les tensions supérieures à 300 gr. environ : tous les bouts rompent alors à la région critique.

c) *Remarque* : Soient n_3 le nombre de rupture au a), n'_3 au b), n le nombre de tours correspondant à la quasi-rectification. Si la tension n'est pas trop faible, on peut écrire approximativement,

$$n'_3 = n_3 + 2n.$$

La rotation de n tours après la quasi-rectification reconstitue donc le filé initial, au sens d'enroulement près.

2° Influence de la longueur.

a) *On tord* : Pour un numéro et une tension donnés, et lorsque L est supérieur à quelques dizaines de centimètres, les nombres $\bar{v}_2, \bar{v}_3, n_1, n_2, n_3$ sont à peu près

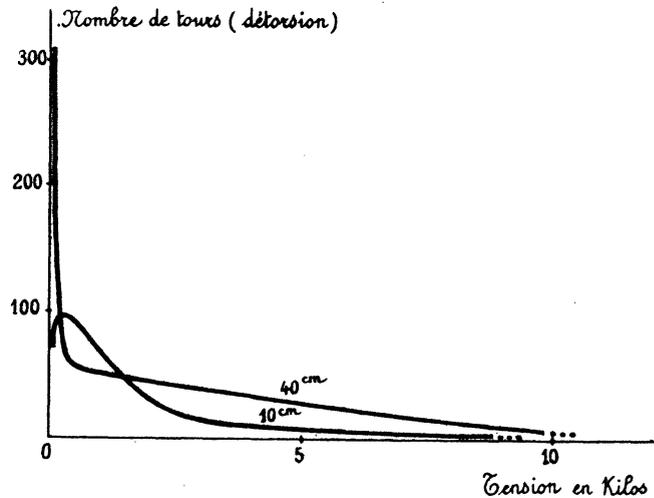


FIG. 45.

proportionnels à L . Dans ces conditions, n_r croît moins vite que L puisque les probabilités de tortillages diminuent quand L augmente.

b) *On détord* : Dès que L atteint une quarantaine de centimètres, la plupart des bouts cèdent au moment de la quasi-rectification : pour certaines valeurs de la tension, n_r peut donc être plus grand pour le fil court.

Exemple : Figure 45, 10^{cm} et 40^{cm} de filé N° 3.

3° Influence de la section.

Les figures 46 et 46 bis donnent les courbes moyennes n_p pour 40 cm. des filés N° 2 et N° 10.

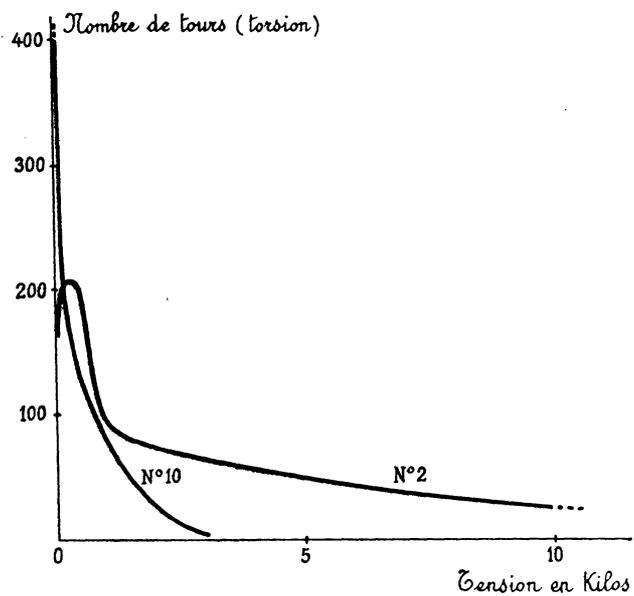


FIG. 46.

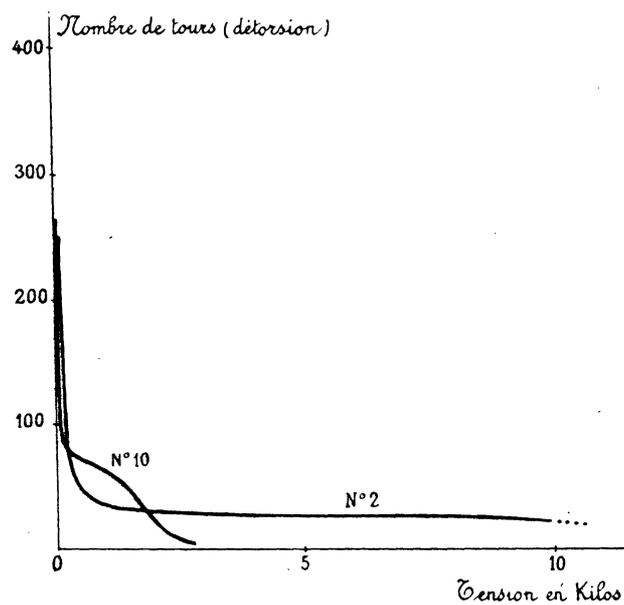


FIG. 46 bis.

§ 30. — Deux lois approchées.

1° Loi des états correspondants.

a) Soit L_0, L'_0 , les longueurs initiales de deux bouts, de numéros différents; n_0, n'_0 , les nombres de spires correspondants.

Tordons ou détordons de n, n' tours, sous tensions élémentaires égales. Les états des filés sont dits *correspondants* lorsque

$$\frac{n}{n'} = \frac{n_0 L_0}{n'_0 L'_0}. \quad (1)$$

b) Pour des états correspondants, les variations de longueur sont proportionnelles à la longueur initiale et ne dépendent sensiblement pas du numéro.

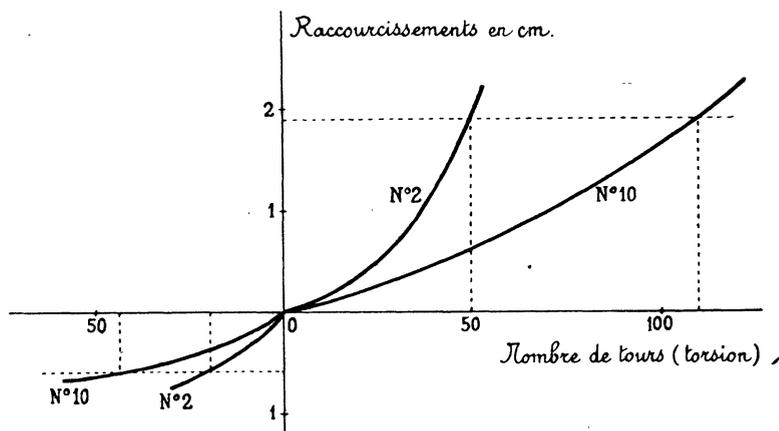


FIG. 47.

En particulier si $L_0 = L'_0$, l'égalité (1) devient $\frac{n}{n'} = \frac{n_0}{n'_0}$ et les variations de longueur sont égales.

Exemple : Bouts de filé N° 10 et N° 2, longs de 40 cm.

$$\frac{n_0}{n'_0} = \frac{112}{48} = 2,3 \quad (\text{d'après le § 13}).$$

a) les rotations $n = 110$ tours pour le filé N° 10 sous tension 1000 gr. et $n' = 50$ pour le filé N° 2 sous tension 5000 gr. raccourcissent de 1^{cm},9 (fig. 47).

$$\frac{n}{n'} = \frac{110}{50} = 2,2.$$

b) les rotations $n = 43$ tours (filé N° 10) et $n' = 20$ tours (filé N° 2) allongent de $0^{\text{cm}},6$; $\frac{n}{n'} = \frac{43}{20} = 2,15$.

2° A longueur et sous tension élémentaire égales, les nombres de tortillage et de rupture sont inversement proportionnels au pas des hélices ou, ce qui revient au même (§ 13), proportionnels à la racine carrée du numéro.

1^{er} Exemple : $L_0 = L'_0 = 40$ cm.; on tord.

N° 10	Tension 100 gr.	$\tilde{U}_2 = 216$	$\tilde{U}_3 = 485$
N° 2	— 500 gr.	$\tilde{U}'_2 = 95$	$\tilde{U}'_3 = 200$
		$\frac{\tilde{U}_2}{\tilde{U}'_2} = 2,25$;	$\frac{\tilde{U}_3}{\tilde{U}'_3} = 2,4$.

Or

$$\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = 2,23.$$

2^e Exemple : $L_0 = L'_0 = 40$ cm.

N° 10	Tension 200 gr.	$n_r = 190$	} torsion.	$n_r = 82$	} détorsion.
N° 2	— 1000 gr.	$n'_r = 90$		$n'_r = 35$	
		$\frac{n_r}{n'_r} = 2,1$ (torsion).		$\frac{n_r}{n'_r} = 2,35$ (détorsion).	

CHAPITRE IV
TORONNAGE ET COMMETTAGE DES FILÉS

I. — Toronnage.

§ 31. — Cycles entre $\pm n$ tours.

p filés de même numéro et même longueur sont disposés en faisceau parallèle; on les toronne avec l'appareil représenté figure 20. La vitesse de rotation, maintenue constante, est voisine de 25 tours-minute.

Les figures 48, 49, donnent les variations de la longueur et du couple pour un

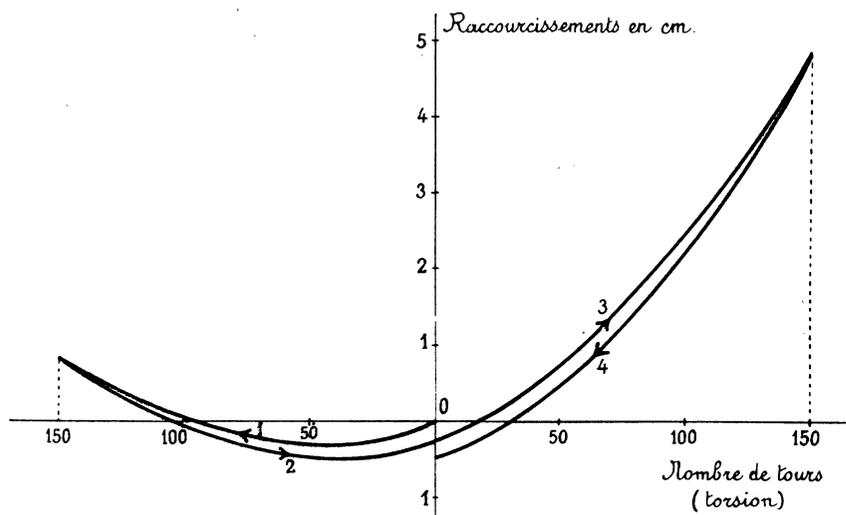


FIG. 48.

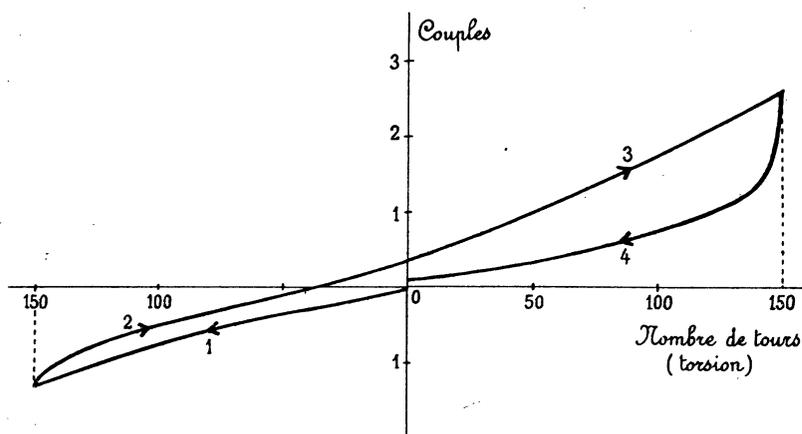


FIG. 49.

faisceau de deux filés N° 10, longs de 40^{cm}, sous tension 1000 gr., $n = 150$, lorsque la première rotation détord les filaments (l'index, vu du haut, tourne dextrorsum).

L'hystérésis est surtout importante pour le couple et lorsque la rotation tord les filaments (à droite du graphique). Comme pour le filé unique (§ 24) le couple tombe

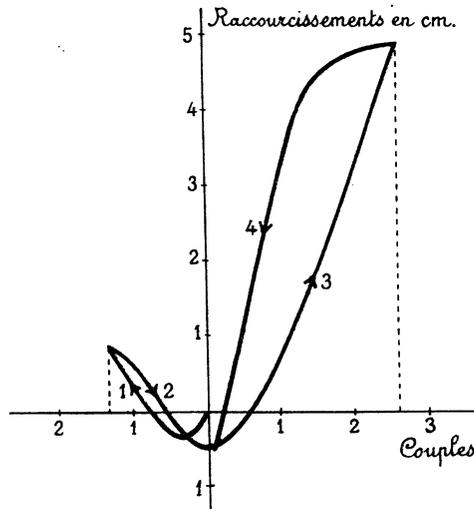


FIG. 50.

brusquement au moment où la rotation change de sens. Après quelques parcours, les courbes tendent pratiquement vers une forme limite : *accommodation*.

Des deux courbes précédentes on déduit la courbe $\Delta L = f(C)$ (fig. 50) qui reproduit la marche de l'extrémité de l'index.

A noter la dissymétrie des trois courbes.

§ 32. — Variations de la longueur et du couple.

1° Influences de la longueur et de la tension.

Elles sont les mêmes que pour le filé unique (§§ 25, 26). Le couple, en particulier, croît rapidement avec la tension.

2° Influence du nombre p de filés.

Sous une tension et pour un nombre de tours donnés, ΔL et C augmentent avec p , la variation de ΔL est quasi-linéaire, la variation de C parabolique.

Les figures 51, 52, donnent les courbes pour 1, 2, 4, 8, 16, filés sous tension 50 gr. (on limite au 2° tortillage). La dissymétrie, suivant que la rotation tord ou détord

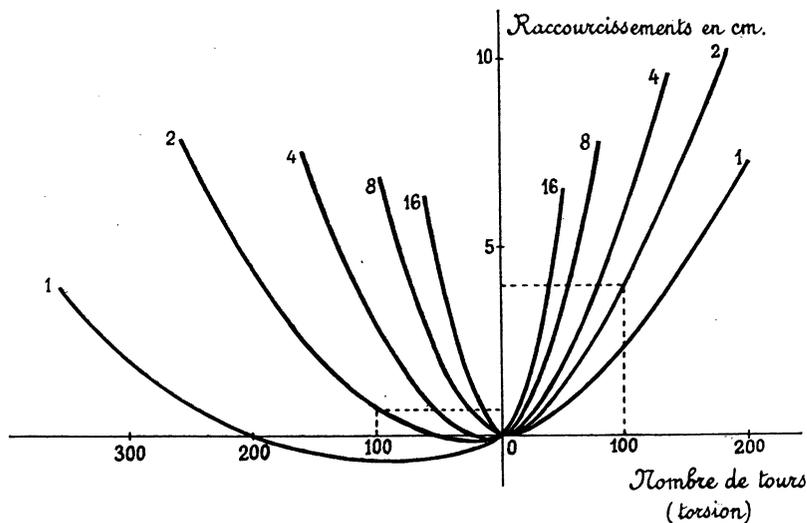


FIG. 51.

les filaments, est maximum pour un filé; elle s'atténue à mesure que p augmente. De sorte que la forme des courbes est presque indépendante du sens de rotation pour $p = 16$.

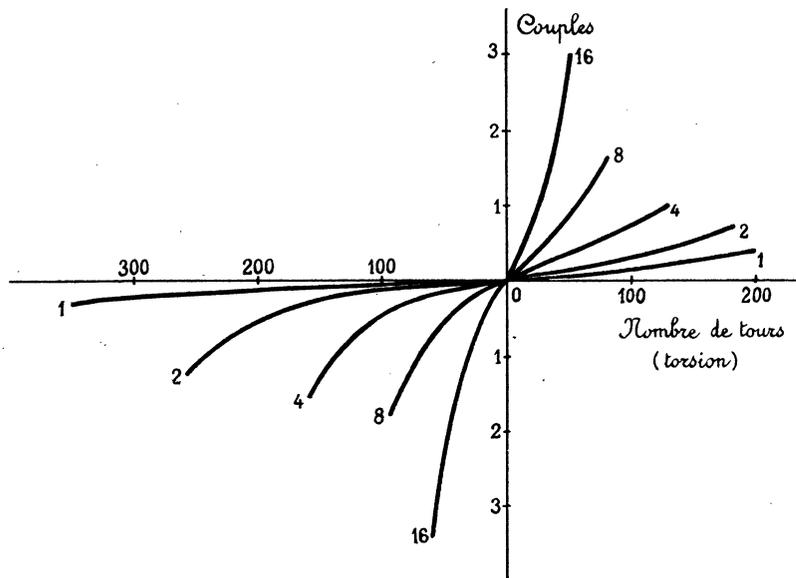


FIG. 52.

Exemple :

$$\begin{array}{l}
 4 \text{ filés } \left\{ \begin{array}{ll} \text{On détord de 50 tours} & C_1 = -0,1 \\ \text{— tord —} & C'_1 = +0,4 \end{array} \right. \\
 16 \text{ filés } \left\{ \begin{array}{ll} \text{— détord —} & C_2 = -2,5 \\ \text{— tord —} & C'_2 = +2,85 \end{array} \right. \\
 \frac{C'_1}{C_1} = -4; \quad \frac{C'_2}{C_2} = -1,15.
 \end{array}$$

D'ailleurs, pour p supérieur à quatre, les courbes (*fig. 51*, à gauche) n'ont plus de minimum : le raccourcissement dû au toronnage des filés l'emporte, dès les premiers tours, sur l'allongement dû à la détorsion des filaments.

§ 33. — Stabilité du toron.

1^o Réactivité.

Immobilisons l'extrémité supérieure A du faisceau de filés; imposons à l'extrémité inférieure B, qui soutient le poids P, une rotation de n_0 tours. Libérons ensuite le poids : B fait n tours. Déchargeons : B fait n' tours. Les rotations n et n' , d'abord rapides, continuent longtemps avec une vitesse de plus en plus faible.

La vitesse initiale (pour n et n') *imposée par freinage* est de un tour-seconde; on abandonne l'extrémité B dès que sa vitesse devient inférieure à un tour-seconde. Cette précaution est nécessaire car les rotations du système abandonné à lui-même dépendent de son moment d'inertie et de la résistance de l'air (voir § 42).

Dans ce qui suit, on donne les valeurs de n et n' au bout d'une heure.

2^o Influence de n_0 .

La figure 53, traits pleins, est relative à un toron de deux filés, N° 10, longs de 40 cm.; tension 50 gr.

La courbe $n = f(n_0)$ est une quasi-droite qui coupe l'axe des abscisses au point A ($n_0 = 28$ tours).

Pour n_0 supérieur à 28 ou inférieur à zéro, la rotation n est de sens contraire à n_0 (le toron perd une partie de la rotation imposée); c'est l'inverse pour n_0 compris entre zéro et 28.

La rotation n' , non représentée, est faible : sa valeur et parfois son sens dépendent de la durée de charge (rotations n_0 et n).

Le nombre de spires définitif est $n_1 = n_0 + n + n'$; on donne aux rotations leurs valeurs algébriques.

3° Influence de la tension de toronnage.

Pour la tension 2000 grammes, les courbes sont tracées en pointillé (fig. 53).

Le nombre de spires définitif n_1 , pour une valeur donnée de n_0 , augmente

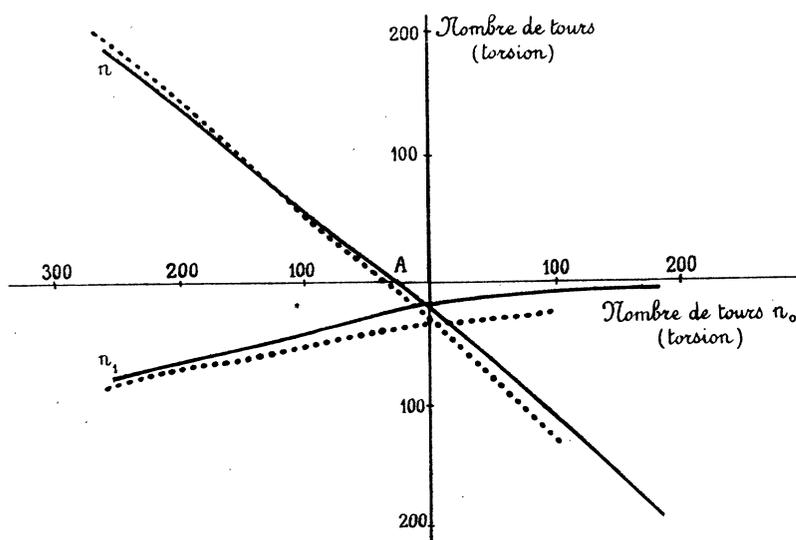


FIG. 53.

avec la tension : l'effet est maximum lorsque n_0 correspond à une torsion des filaments.

4° Conclusions.

Les torons ne sont pas d'équilibre stable puisque la rotation imposée n_0 est en grande partie détruite lorsque le poids est libéré.

Quel que soit le sens de la rotation n_0 , le nombre de spires définitif n_1 correspond toujours à une détorsion des filaments : les deux filés forment dans le toron une vis à gauche.

n_1 est maximum si l'on toronne par détorsion des filaments (méthode habituelle, § 2), sous forte tension.

§ 33 bis. — Un jouet remarquable.

Les enfants taillent au couteau une hélice en bois percée en son centre de deux trous a, b , symétriquement disposés (*fig. 54,1*). Une ficelle passe dans les trous, on noue ses extrémités au point A. L'index de la main droite est replié sur le nœud A, l'index de la main gauche sur le milieu M de la ficelle; les deux brins MaA, MbA sont alors quasi parallèles et horizontaux (*fig. 54,2*).

On fait tourner l'hélice dans le sens *dextrorsum* pour un observateur situé devant A : les brins Aa, Ab se toronnent en *vis à droite* (les hélices-filaments se

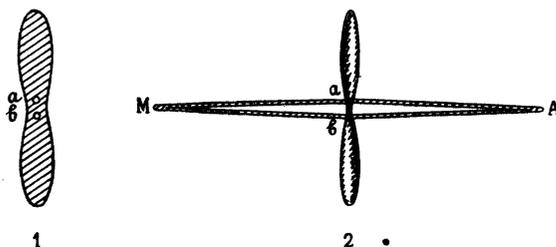


FIG. 54.

tordent) et les brins Ma, Mb , en *vis à gauche* (les hélices-filaments se détordent). L'appareil est prêt à fonctionner.

1^{er} temps : les deux mains s'écartant tirent sur les torons d'où un couple qui fait tourner l'hélice *sinistrorsum*, avec une vitesse croissante, tandis que les torons se détordent.

La distance AM augmente car l'allongement dû à la détorsion des brins Aa, Ab l'emporte sur le raccourcissement dû à la détorsion des brins Ma, Mb (se reporter à la figure 51 où l'on a repéré en pointillé les variations de longueur pour 100 tours). *Au moment où les brins sont parallèles, la distance AM est maximum, on cesse de tirer.*

2^e temps : la force vive emmagasinée par l'hélice-volant est utilisée à toronner les brins *en sens inverse* des torsions initiales; la vitesse de l'hélice décroît puis s'annule cependant que, la distance AM diminuant, les deux mains se rapprochent, *sans tirer*.

Nous voilà revenus au *1^{er} temps*, à cela près que l'hélice tournera *dextrorsum*.

La rotation de l'hélice s'inverse donc à chaque nouvelle traction; sa vitesse moyenne dépend évidemment de la valeur de la tension on arrive aisément à 100 tours-seconde et l'hélice ronfle agréablement.

Le travail fourni par l'opérateur au *1^{er} temps* sert à vaincre la résistance de l'air et les frottements intérieurs.

II. — Commettage.

§ 34. — Commettage uniforme, sans toupin.

1^{re} Technique expérimentale.

Utilisons l'appareil imaginé par Bouasse (*Cordes et Membranes*, § 23), figure 55.

La roue dentée r_3 engrenant avec les roues dentées r_1 et r_2 , les fait tourner, dans le même sens, du même nombre de tours. Le filé aOb est attaché aux plaques p . Le commettage s'effectue en deux temps.

1^{er} temps : Les roues r_1, r_2 font n_0 tours ; suivant le sens les hélices-filaments H_1 ,

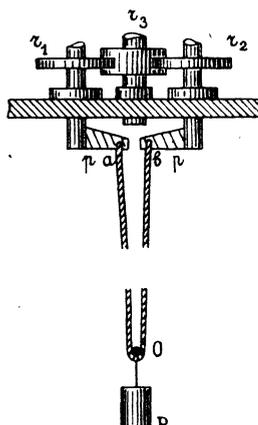


FIG. 55.

se tordent ou se détordent tandis qu'une baguette O empêche la rotation du poids tenseur P sans gêner ses déplacements verticaux.

Les hélices H_1 sont à droite : pour leur donner un supplément de tors (les tordre), les roues r_1, r_2 , vues du haut doivent tourner *sinistrorsum* ; chacun des brins Oa, Ob se raccourcit de ΔL_0 , le poids monte.

2^e temps : Quand on enlève la baguette O , le poids fait n tours (on freine) et descend de ΔL ; les hélices-filaments H_1 se détordent, simultanément les deux brins s'enroulent l'un sur l'autre : se commettent en donnant l'hélice à gauche H_2 .

On a fabriqué un bitord dont le pas est uniforme si l'on a eu soin de rapprocher les extrémités a, b , au moment du commettage.

La rotation n dépend de la longueur L des brins, du sens et du nombre de tours préalable n_0 , enfin du poids tenseur P .

Le commettage effectué, enlevons P : l'extrémité inférieure fait n' tours. Le nombre de spires définitif du bitord, seul pratiquement intéressant, est donc

$$n_1 = n + n'.$$

Tant que n_0 est supérieur à -50 , le commettage entraîne une détorsion des filaments; c'est l'inverse pour n_0 inférieur à -50 .

Pour n_0 voisin de 15 , n' est nul : le bitord déchargé conserve sa torsion.

Lorsque $n_0 = 0$, on retrouve les résultats de la figure 53.

La courbe $n_1 = n + n'$ déduite des précédentes coupe l'axe des abscisses au point A; $n_0 = -15$; le nombre de spires définitif n_1 est alors nul, la rotation n' au moment où l'on décharge détruisant le commettage n .

Pour n_0 supérieur à -15 , n_1 correspond à une détorsion des filaments; c'est l'inverse pour n_0 inférieur à -15 .

La variation totale du nombre des spires des hélices-filaments est approximativement (Bouasse, *Cordes et Membranes*, § 34) $n_2 = n_0 + n + n'$; on la représente en pointillé sur la figure 56. Elle correspond à une détorsion des filaments dès que n_0 est inférieur à 30 (opposer au toronnage).

2° Influence de la tension.

La figure 56 (traits mixtes) donne les courbes n et $n_1 = n + n'$ pour la tension 2000 gr. (1000 gr. pour chaque brin). Pour une valeur donnée de n_0 , les rotations n et n_1 augmentent avec la tension.

§ 36. — Variations de longueur ΔL_0 et ΔL .

Étudions le commettage de deux brins de filé N° 10, longs de 40 cm.

1° Influence de n_0 .

Les variations de longueur ΔL_0 (fig. 57) correspondent aux rotations préliminaires n_0 ; suivant le sens de la rotation les brins se raccourcissent ou s'allongent (tension 50 gr.). La courbe ΔL représente les variations de longueur dues au commettage, elle coupe l'axe des abscisses au point A, $n_0 = -50$: en effet, la rotation n est alors nulle (fig. 56). Tant que n_0 est supérieur à -50 , le commettage entraîne une descente du poids : l'allongement dû à la *détorsion* des hélices-filaments H_1 l'emporte sur le raccourcissement dû au commettage. Pour les valeurs de n_0 inférieures à -50 , le poids remonte pendant le commettage : la *torsion* des hélices-filaments et le commettage provoquent tous deux un raccourcissement.

La courbe $\Delta L_1 = \Delta L_0 + \Delta L$, déduite des précédentes donne la variation *totale* de longueur (rotation préliminaire, plus commettage) : c'est un raccourcissement tant que n_0 est supérieur à 12.

2° Influence de la tension.

Les variations de longueur sous tension 2000 gr. sont indiquées en traits mixtes (fig. 56). Pour un nombre de tours n_0 donné, le raccourcissement est plus faible et

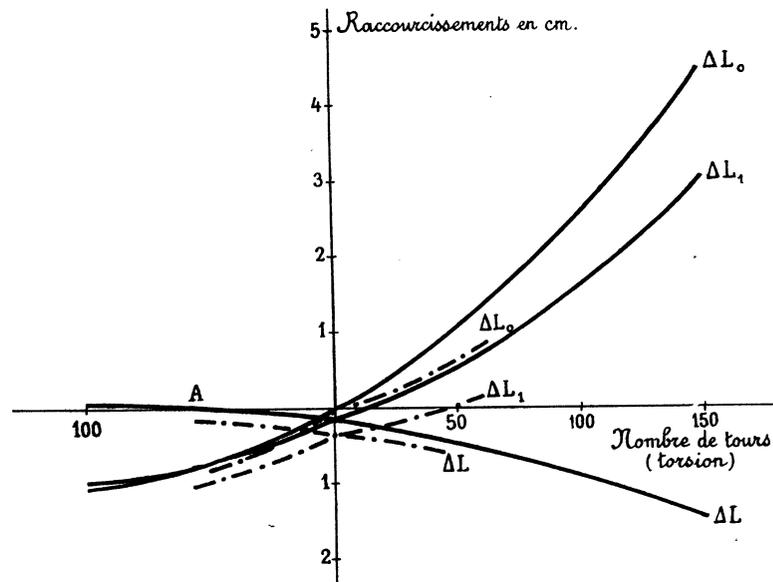


FIG. 57.

l'allongement un peu plus grand que sous tension 50 gr. (§ 25). Le commettage détordant toujours les hélices-filaments, entraîne une descente du poids. La variation totale de longueur ΔL_1 est un allongement tant que n_0 est inférieur à 50.

§ 37. — Conclusion pratique.

Pour que le nombre de spires définitif $n_1 = n + n'$ soit grand, il faut, au 1^{er} temps, *tordre fortement* les hélices-filaments (fig. 56). Mais la torsion peut alors endommager les filaments extérieurs (voir au § 41, 2°). D'où l'emploi industriel du *commettage uniforme avec loupin* dans lequel on donne aux filés, *juste* la torsion nécessaire pour leur commettage⁽¹⁾.

(1) Voir BOUASSE, *Cordes et Membranes*, paragraphes 24 et 26.

CHAPITRE V
INFLUENCE DE LA TORSION SUR LA RÉSISTANCE

I. — Problème de Réaumur.

§ 38. — Position du problème.

1^o Mémoire de Réaumur (21 février 1711).

Voici le début du Mémoire :

« On est dans le préjugé de croire, qu'une corde composée de différens fils tortillez ensemble, a une force qui surpasse la somme des forces de tous les fils qui la composent. Je veux dire, que si l'on forme une corde avec six fils, par exemple, tels que chaque fil ne puisse soutenir qu'un poids de 5 livres sans se rompre, que l'on croit communément que la corde formée de ces 6 fils pourra porter un poids de plus de 30 livres; et divers sçavants sont là-dessus d'accord avec le vulgaire,... un habile géomètre prétendit même avoir la démonstration de la proportion dans laquelle le *tortillement*, qu'on me souffre ce terme, augmente la force de la corde, au-dessus de la somme des forces de tous ses fils.

Il me paraissait au contraire, que c'était sans avoir examiné la chose d'assez près, qu'on s'était imaginé que le tortillement augmente la force des cordes, que tout bien considéré on trouverait peut-être que loing de l'augmenter, il la diminue; et que c'était là un de ces problèmes de Physique que l'on ne peut résoudre que par des expériences physiques...

1^o expérience : J'ay pris un peloton de fil blanc, tel qu'on s'en sert dans les usages ordinaires; et ayant dévidé un grand brin de ce fil, j'ay attaché à un de ses bouts, differens poids depuis une livre jusques à dix. Ce brin de fil a soutenu neuf livres et demie sans se casser et s'est rompu lorsque je lui ay eu attaché un poids de dix livres. Il était donc évident que chacune des deux parties qui me restaient après la division de ce fil, pouvaient du moins porter un poids de neuf livres et demie, puisqu'elles l'avaient déjà soutenu sans se rompre. Je pliy ensuite en deux le plus long de ces deux bouts de fil, et tortillant⁽¹⁾ les deux brins, que donnait ce fil plié, l'un

(1) Il s'agit d'un toronnage, non d'un commettage.

sur l'autre, je formay une petite corde composée de deux fils, chacun desquels pouvait porter neuf livres et demie. Par conséquent si le tortillement eut augmenté la force de la corde, par dessus la somme des forces des fils qui la composaient; cette petite corde aurait dû porter plus de dix-neuf livres; elle était très bien tortillée sans l'être pourtant trop. Il est néanmoins arrivé que cette corde s'est cassée lorsque je lui ay suspendu un poids de seize livres, et qu'elle n'a soutenu que quinze livres et demie sans se rompre. Loing que sa force fut augmentée par le tortillement, elle était diminuée d'environ un sixième ».

Les autres expériences, jusqu'à la neuvième portent sur un nombre de fils supérieur à deux. Toutes ont eu « le même succès ».

« 9^e expérience : J'ay pris une petite corde de chanvre, très bien faite par un cordier; elle était formée de trois autres petites cordes, chacune desquelles était composée de deux gros fils de chanvre⁽¹⁾. Je donne le nom de fils aux cordes qui ne sont pas faites d'autres cordes plus petites; mais qui sont composées de divers brins de chanvre ou de lin. Ayant attaché un poids de cinquante livres, à la corde dont je viens de parler, elle se rompit un instant après; comme cette corde me semblait devoir être plus forte, je suspendis ensuite divers poids au plus long des bouts qui m'était resté; il soutint soixante-douze livres et se cassa à soixante-quinze. Pour savoir si la somme des forces des trois petites cordes qui composaient celle-cy était plus grande que celle de cette corde, je la détortillay et ayant éprouvé la force de ces petites cordes par differens poids, je trouvay que l'une avait porté vingt-sept livres sans se rompre, l'autre trente-trois, la dernière trente-cinq. La somme des forces de ces trois cordes était donc du moins égale à celle qu'il faut pour soutenir un poids de quatre-vingt-quinze livres; cependant la corde qu'elles composaient s'était rompue d'abord à cinquante livres et ensuite à soixante-quinze : sa force était donc beaucoup moindre que celle de la somme des fils. »

Voici la conclusion du Mémoire :

« On peut donc sûrement conclure de toutes ces expériences, que la force d'une corde tortillée, est moindre que la somme des forces des fils qui la composent. Mais il n'est pas possible de déterminer en quelle proportion le tortillement la diminue, parce que cette diminution dépend d'un grand nombre d'irregularitez, chacune desquelles peut être combinée de plusieurs manières différentes.

Ces expériences nous apprennent du moins, que lorsqu'on pourra employer, d'une manière commode, plusieurs petites cordes, et qu'on pourra les tendre également; que ces petites cordes seront en état de produire un plus grand effet, ou de résister à un plus grand effort, que ne le ferait un câble composé de toutes ces petites cordes... »

L'expression « *et qu'on pourra les tendre également* » est vague; la tension de rup-

(1) C'était l'analogie d'un fil à coudre câblé.

ture T_r du faisceau d'éléments parallèles est maximum lorsque leur allongement de rupture est le même (§ 20); T_r est alors égale à la somme des tensions de rupture $\sum T_i$ de chaque élément.

Appelons T'_r la tension de rupture du faisceau toronné; d'après Réaumur

$$T'_r < \sum T_i. \quad (1)$$

En réalité, la résistance T'_r dépend du nombre de tours n au toronnage: pour n très faible ou très grand, la relation (1) est vérifiée mais elle ne l'est plus pour les valeurs moyennes de n (§ 40).

D'ailleurs, Réaumur *tortille* ses fils un peu au hasard: une de ses cordes dit-il « était très bien tortillée sans l'être pourtant trop ».

Mais cet habile expérimentateur n'a garde de confondre les tensions de rupture T_r et $\sum T_i$.

D'autres auteurs, dont Fontenelle furent moins avisés: « Une occasion que l'on verra dans le Mémoire de M. de Réaumur, fit agiter dans l'Académie, si une corde composée comme elle est de plusieurs cordons tortillés ensemble, de dix par exemple, a plus de force pour soutenir un poids, que n'en auraient les dix cordons non tortillés, et posés parallèlement les uns sur les autres, ou, ce qui revient au même, si chaque cordon étant capable de soutenir un poids de une livre, la corde en soutiendrait un de plus de dix » (Fontenelle, *Histoire de l'Académie*).

2° Énoncé précis du problème de Réaumur.

On étudie les variations de la tension de rupture *moyenne* T'_r , de p éléments disposés d'abord en faisceau parallèle, puis enroulés en hélices H_2 par toronnage ou commettage: le pas de l'hélice multiple H_2 décroît alors à partir de l'infini.

Nous prendrons des bouts de filé N° 10, longs de 40 cm. et nous limiterons au *toronnage* de deux brins.

Étudions d'abord la résistance d'un seul filé.

§ 39. — Résistance d'un filé.

1° Influence du nombre de tours et de la tension de torsion.

Tordons ou détordons de n tours des bouts de filé N° 10, longs de 40^{cm}, sous tension constante T_0 , sans arriver au tortillage. Augmentons ensuite la tension jusqu'à rupture (n constant).

La figure 58 donne les variations de la tension moyenne de rupture avec n pour deux valeurs extrêmes : 50 gr. et 1000 gr. de T_0 .

a) Pour $T_0 = 50$ gr., la tension maximum de rupture 2,18 kilos correspond

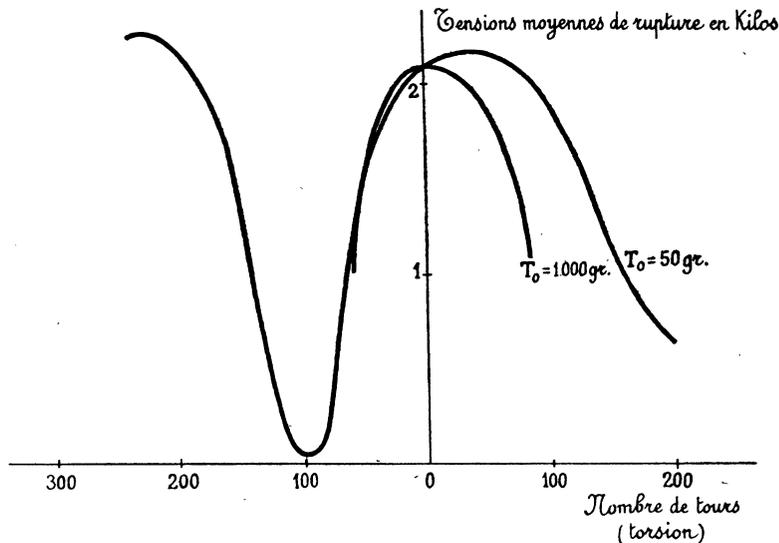


FIG. 58.

à une torsion de 40 tours environ ; l'augmentation relative de résistance à partir du filé tel qu'on le sort du peloton est faible ($\frac{1}{27}$ environ).

La détorsion affaiblit rapidement le filé dont la résistance devient insignifiante au moment de la quasi-rectification des hélices : la tension 50 gr. entraîne alors le plus souvent la rupture par glissement relatif des filaments (région critique). Cependant quelques bouts résistent, les filaments s'enroulent en sens inverse, la résistance croît, d'où une branche de courbe remontante qui présente un maximum un peu supérieur à 2,18 kilos puisque seuls les bouts les plus gros franchissent la région critique.

b) Pour $T_0 = 1000$ gr., le maximum de résistance correspond sensiblement à la torsion initiale du filé ; la rupture moyenne a lieu pour des rotations voisines de +80 (torsion) et -60 (détorsion). La région critique n'est jamais franchie car le nombre des filaments-pont ($L = 40^{\text{cm}}$) est faible.

c) Les courbes $T_0 = 50$ gr. et $T_0 = 1000$ gr., à peu près confondues lorsqu'on détord le filé, sont nettement distinctes lorsqu'on tord.

2° Influence de la longueur L du bout.

Étudions (fig. 59) la résistance, en fonction de n , pour les longueurs 2^{cm}, 10^{cm}, 40^{cm}, sous tension $T_0 = 50$ gr.

La figure 59 bis déduite de la précédente donne les variations de la résistance avec L pour deux valeurs du rapport $\frac{n}{L}$ (états correspondants); $\frac{n}{L} = 0$ (filé intact), $\frac{n}{L} = \frac{105}{40}$ (filé rectifié).

La probabilité de franchissement de la région critique augmente rapidement

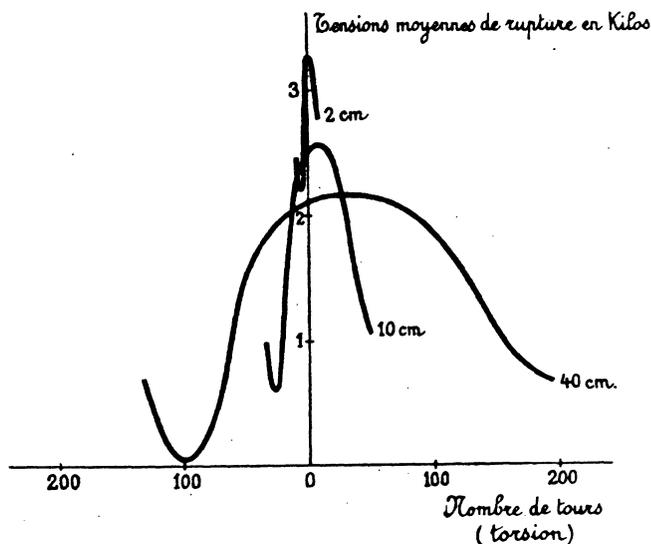


FIG. 59.

quand L diminue : à peu près nulle pour $L = 40\text{cm}$, elle est voisine de l'unité pour $L = 10\text{cm}$ (voir § 28).

La tension minimum de rupture correspond à la quasi-rectification, elle augmente très vite quand L diminue : 50 gr. environ pour $L = 40\text{cm}$, 2200 gr. pour $L = 2\text{cm}$ (courbe 1, fig. 59 bis).

L'affaiblissement relatif du filé complètement détordu est d'autant moindre que sa longueur est plus faible; désignons par a le rapport des tensions moyennes de rupture du filé intact et du filé à la rectification.

L	40 ^{cm}	10 ^{cm}	2 ^{cm}
a	$\frac{2,1}{0,05} = 42$	$\frac{2,5}{0,6} = 4,2$	$\frac{3,2}{2,2} = 1,45$.

D'ailleurs, le rapport a' des tensions maximum et minimum de rupture est très voisin de a .

3° Rôle des filaments-pont.

a) A la quasi-rectification, seuls rompent les m_f filaments-pont, les autres glissent.

La tension de rupture T_r est alors *au plus égale* à la somme $\sum t_i$ des tensions de rupture de chacun des filaments-pont rompu séparément (§ 20)⁽¹⁾.

Or, le nombre m_p diminue rapidement quand L augmente ce qui explique la décroissance simultanée de T_r . D'ailleurs, la résistance moyenne t_p d'un filament-pont est d'autant plus grande qu'il est plus court (non-uniformité), ainsi t_p croît de 50 gr. à 300 gr. environ quand L diminue de 60^{cm} à 2^{cm}. Par conséquent, les cour-

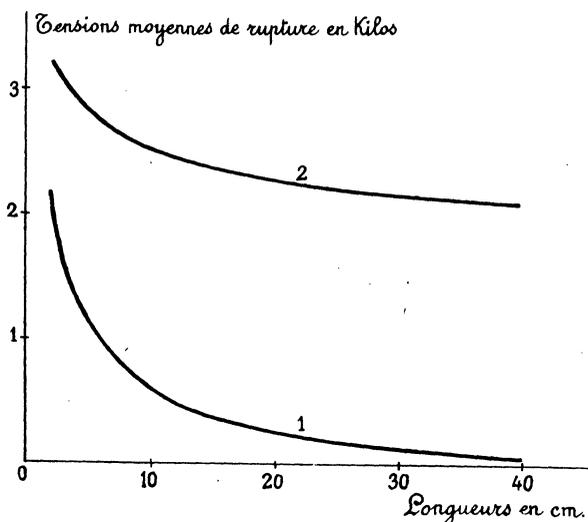


FIG. 59 bis.

bes 1 (fig. 59 bis) et 3 (fig. 17), ont même allure, à cela près que la variation est plus rapide pour la première.

b) Pour une torsion quelconque, l'importance des filaments-pont devient d'autant moindre que la torsion est plus grande. Dès qu'une forte torsion solidarise les filaments de sorte qu'ils rompent tous au même point, les filaments-pont n'interviennent guère plus efficacement que les autres. La résistance du filé est alors proportionnelle à sa section minimum; les courbes 1 (fig. 59 bis et fig. 10) sont à peu près identiques.

4° Influence de la longueur des filaments.

La résistance du filé croît avec la longueur moyenne l_0 des filaments. La variation, faible pour le filé bien tordu (si les filaments ne sont pas trop courts), devient maximum à la quasi-détorsion. A ce moment, seuls résistent les filaments-pont dont le nombre moyen, pour un bout de longueur donnée, augmente avec l_0 (§ 16).

⁽¹⁾ En réalité T_r est bien inférieur à $\sum t_i$ car les filaments intérieurs qui sont les plus courts sous tension nulle supportent presque toute la charge, cassent les premiers et entraînent la rupture des autres.

extrémités ont conservé leur grosseur puisque les filaments fixés en A, B ne peuvent glisser.

L'enroulement ayant changé de sens, les hélices-filaments forment des vis à gauche.

§ 40. — Résistance d'un toron de deux filés.

1° Influence du nombre n de tours et de la tension de toronnage T_0 .

Toronnons deux filés N° 10, longs de 40 cm., sous tension constante T_0 , sans arriver au tortillage.

Augmentons ensuite la tension jusqu'à rupture (n constant).

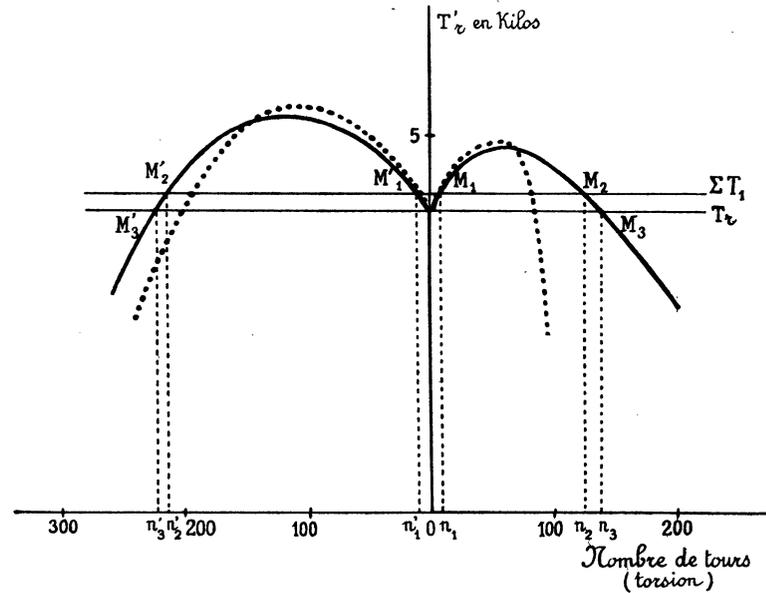


FIG. 61.

La figure 61 donne les variations de la tension moyenne de rupture T'_r avec n pour deux valeurs extrêmes 50 gr. (traits pleins) et 2500 gr. (pointillé) de T_0 . Pour n nul, les brins sont parallèles, $T'_r = T_r$ (notations du § 38).

T'_r croît ensuite avec n , quels que soient le sens de rotation et la tension, est maximum pour n voisin de +50 et -110, puis décroît. Les courbes se terminent aux tortillages \mathcal{C}_i ($n = 190$ et -260) pour $T_0 = 50$ gr. et aux ruptures ($n = 95$ et -240) pour $T_0 = 2500$ gr.

Nommons, *coefficient d'efficacité du toronnage*, le rapport b de la tension maxi-

num de rupture à la tension de rupture du faisceau parallèle; b est supérieur à l'unité.

T_0	50 gr.	2500 gr.	
b {	torsion	$\frac{4,8}{4} = 1,2$	$\frac{4,9}{4} = 1,2$
	détorsion	$\frac{5,25}{4} = 1,3$	$\frac{5,4}{4} = 1,35$

Le toronnage par détorsion des filaments donne au faisceau la résistance maximum, ce qui justifie la méthode habituelle de toronnage industriel (§ 2).

Le coefficient d'efficacité b est pratiquement indépendant de la tension T_0 pourvu qu'elle ne soit ni trop forte, ni trop faible.

2° Influence de la longueur L des bouts.

Cette influence, capitale pour un seul filé, devient ici minime : naturellement la résistance décroît avec L puisque la section minimum décroît aussi.

La résistance d'un toron est analogue à celle d'un filé dont tous les filaments feraient pont : c'est précisément ce qui arrive quand la longueur du filé tend vers zéro, le coefficient a' (§ 39) alors maximum est voisin du coefficient b .

3° Interprétation des expériences de Réaumur.

Les droites $T'_r = \sum T_1$ et $T'_r = T_r$ (notations du § 38) coupent les courbes correspondant à une tension donnée, 50 gr. par exemple, aux points M_1, M_2, M'_1, M'_2 ; A, M_3, M'_3 ; d'abscisses, n_1, n_2, n'_1, n'_2 ; $0, n_3, n'_3$. Le tableau suivant compare les valeurs de T_r, T'_r et $\sum T_1$ (on prend les rotations en valeurs absolues).

$$\left\{ \begin{array}{l} n < n_1 \\ n < n'_1 \end{array} \right. \quad T_r < T'_r < \sum T_1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n_2 < n < n_3 \\ n'_2 < n < n'_3 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n_1 < n < n_2 \\ n'_1 < n < n'_2 \end{array} \right. \quad T_r < \sum T_1 < T'_r$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n > n_3 \\ n > n'_3 \end{array} \right. \quad T'_r < T_r < \sum T_1$$

La relation de Réaumur $T'_r < \sum T_i$ n'est satisfaite que pour les valeurs de n inférieures à n_1 et n'_1 ou supérieures à n_2 et n'_2 .

Or n_1 et n'_1 ne dépassent pas 10 tours pour un faisceau de 40 cm. : le toronnage est à peine ébauché.

Réaumur en « *tortillant très bien ses fils* » $n > n_2$ ou $n > n'_2$ dépassait la région de grande résistance⁽¹⁾.

4^e Remarques.

a) *Pratiquement*, les tensions de rupture T_r et T'_r sont seules intéressantes. La résistance du faisceau toronné est toujours supérieure à celle du faisceau parallèle, sauf pour les valeurs de n plus grandes que n_3 et n'_3 , c'est-à-dire pour les fortes torsions.

b) Reportons-nous au paragraphe 33 : le nombre de spires définitif n_1 du toron correspond toujours à une détorsion des filaments (*fig. 53*). Supposons, c'est d'autant plus exact que la tension de toronnage est plus faible, que la rotation initiale n_0 n'endommage pas les filaments : la résistance du toron augmente quand n_0 diminue (n_0 est positif quand il correspond à une torsion des filaments). Ainsi, la rotation $n_0 = +150$, sous tension 50 gr. donne $n_1 = -7$, d'où $T'_r = 4,15$ kg. (*fig. 61*); la rotation $n_0 = -250$ donne $n_1 = -75$, d'où $T'_r = 5,1$ kg.

c) La résistance maximum du toron correspond à une rotation de 110 tours dans le sens de détorsion des hélices-filaments. Ces hélices sont alors à peu près rectifiées, de sorte que les deux filés toronnés ont une résistance incomparablement supérieure à celle qu'ils présenteraient disposés en faisceau parallèle. Le toronnage joue, dans ces conditions, le rôle du filage dans la fabrication du filé : les pressions radiales créent des frottements qui empêchent le glissement relatif des filaments. D'ailleurs, dès que la détorsion atteint une centaine de tours, tous les filaments rompent au même point, preuve que leur solidarisation est complète.

§ 40 bis. — Deux expériences.

1^o Expérience fondamentale de Bouasse.

Tous les filés constituant un toron font pont d'une extrémité à l'autre, mais rien n'empêche de les associer comme l'indique Bouasse au paragraphe 22 de son ouvrage *Cordes et Membranes*.

(1) Réaumur utilisait, non du filé, mais (sans doute) du fil retors. Les conclusions précédentes subsistent néanmoins.

Deux faisceaux identiques de filés, longs de 60 cm. sont superposés sur une longueur de 40 cm. (*fig. 62*). On emmêle, on tord : pour une torsion suffisante le système rompt vers les extrémités (plus minces), sans qu'il y ait glissement relatif.

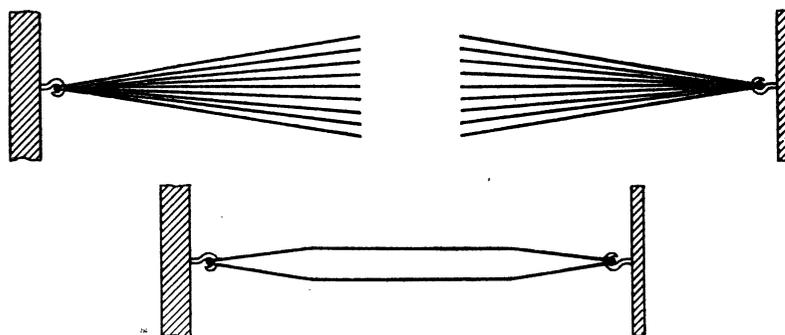


FIG. 62.

La tension de rupture est donnée, en fonction de la torsion par une courbe semblable à la courbe 40 cm. (*fig. 59*) : le système est, en effet, comparable à un bout de filé assez long pour qu'aucun filament ne fasse pont.

2° « *Le quart naval* ».

La distraction suivante est fort goûtée dans les *chambrées* de caserne.

1^{er} temps : Deux ficelles *bb'*, *cc'* (*fig. 63*) sont attachées aux bords du *quart* (c'est

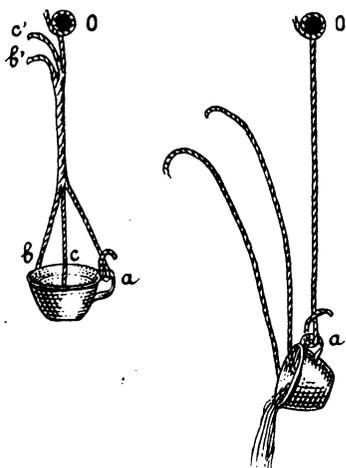


FIG. 63.

le verre incassable du soldat); une troisième ficelle est nouée, d'une part, à l'anse *a*, d'autre part au support *O* (fourreau de sabre-baïonnette).

2^e temps : On applique les trois ficelles l'une contre l'autre dans la région voisine de O, puis on les toronne sur une trentaine de centimètres en faisant tourner le quart disposé horizontalement.

3^e temps : On verse dans le quart un liquide (ce peut être de l'eau), on abandonne ensuite le système. Le quart tourne tandis que le toron se détord ; bientôt les ficelles bb' , cc' glissent, le quart suspendu par la ficelle Oa bascule et se vide.

Faut-il ajouter que cet appareil hydraulique est patiemment mis au point au-dessus de la tête d'un *bleu* naïvement assoupi.

§ 41. — Rôle du toronnage.

1^o Avantages.

a) Voici ce qu'en pense Réaumur :

« On voit bien qu'en tortillant plusieurs fils ensemble, l'on raccourcit chaque fil et que la corde gagne en grosseur ce que chaque fil perd en longueur, et si l'on regarde la corde seulement de ce côté-là, il est clair que sa force est augmentée... Il y a un autre endroit par lequel le tortillement paraît augmenter la force de la corde, il est cause que le poids qui tire la corde, tire obliquement chaque fil, de sorte qu'une partie de ce poids est employée à presser ces fils les uns contre les autres. Et étant moins tirés chacun selon leur longueur, la corde qu'ils composent pourrait être en état de résister à un effort plus grand que celui que peuvent soutenir tous les fils qui la composent, lorsqu'ils sont tirés perpendiculairement.

Ce sont là les côtés favorables par lesquels on peut envisager le tortillement ».

Ces deux raisons de Réaumur n'en font qu'une. En effet, appelons θ_1 l'angle d'un élément avec l'axe, s_0 et s_1 ses sections par un plan normal à l'axe, avant et après l'enroulement.

$$s_1 = \frac{s_0}{\cos \theta_1}.$$

D'autre part, un élément toronné ne supporte que la fraction $p \cos \theta_1$ d'une tension parallèle à l'axe. De quelque façon que l'on envisage la chose, la résistance est multipliée par $\frac{1}{\cos \theta_1}$.

b) *Solidarisation des éléments* (*) : Le toronnage créant des pressions radiales solidarise les éléments d'autant mieux que la rotation relative $\frac{n}{L}$ est plus grande : la solidarisation est complète dès que les éléments rompent au même point.

(*) On désigne par *élément*, soit le filament pour le filé, soit le filé pour le toron, etc...

Après toronnage, non seulement les *éléments-pont* mais *tous* les éléments contribuent à supporter la charge. L'avantage est capital pour le filé : que l'on compare, en effet, les tensions de rupture d'un bout de 40 cm., tordu, puis détordu (*fig. 58*) et aussi pour les torons du paragraphe précédent.

c) *Uniformisation du faisceau* : la section minimum du toron surpasse la somme

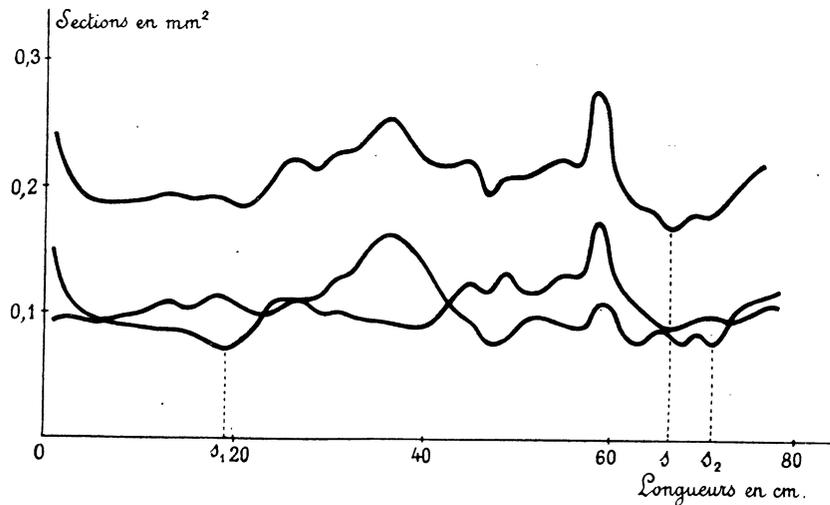


FIG. 64.

des sections minimums des éléments, sauf le cas bien improbable où les sections minimums coïncident⁽¹⁾.

Représentons (*fig. 64*) les sections, le long de l'axe, pour deux bouts de filé n° 10, longs de 80 cm.; déduisons-en les sections du faisceau parallèle (on ajoute les ordonnées).

1 ^{er} filé	Section minimum s_1	$0^{\text{mm}^2},073$
2 ^e —	— — s_2	$0^{\text{mm}^2},076$
Faisceau	— — s	$0^{\text{mm}^2},169$

$$s > s_1 + s_2. \quad (1)$$

(On pourrait retourner l'un des éléments bout pour bout, on trouve alors $s = 0^{\text{mm}^2},160$, mais la relation (1) subsiste).

La section minimum moyenne du faisceau de deux filés parallèles, déduites de graphiques analogues à celui de la figure 64, vaut $0^{\text{mm}^2},18$: elle est donc supérieure au double de la section minimum moyenne $0^{\text{mm}^2},075$ d'un seul filé.

⁽¹⁾ Cette uniformisation s'ajoute naturellement à l'augmentation de section indiquée par Réaumur.

D'ailleurs, la valeur du rapport de la section minimum moyenne du faisceau au nombre p d'éléments, croît avec p : elle a pour limite supérieure la section moyenne $0^{\text{mm}^2}, 1$ d'un seul filé.

2° Inconvénients.

a) Voici l'opinion de Réaumur :

« Mais on verra que par d'autres endroits le tortillement (c'est-à-dire le toronnage) affaiblit les cordes si l'on veut faire attention qu'afin qu'une corde eut une force égale à la somme des forces des fils qui la composent, il faudrait que le poids attaché à une de ses extrémités, n'agit contre chaque fil, qu'à proportion de la force de ce fil. Car si des fils plus faibles se trouvent aussi chargés que des fils plus forts, ou que des fils d'égale force se trouvent beaucoup plus chargés les uns que les autres, ils se casseront et tout le poids retombera sur les fils qui étaient auparavant les moins chargés...

D'ailleurs, puisqu'en tortillant les fils on les tend ; il est clair que le tortillement équivaut lui-même à un poids qui tirerait chaque fil.

... Le tortillement seul suffit quelquefois pour rompre les fils, comme on l'expérimente lorsqu'on veut les tortiller trop les uns autour des autres ».

b) Le premier argument revient à ceci : *quand on tire sur le toron, tous les éléments ne rompent pas en même temps*. En effet, d'abord, les hélices sont irrégulières, ensuite l'élasticité (au sens vulgaire du mot) n'est pas la même pour chaque élément, enfin, et c'est l'essentiel, les éléments centraux s'allongent relativement plus que les extérieurs et rompent les premiers.

Soit, en effet m spires d'hélice de longueur L , de hauteur H , enroulées sur un cylindre de rayon R .

$$L^2 = 4\pi^2 R^2 m^2 + H^2.$$

Supposons l'allongement à rayon constant, sans torsion ni détorsion

$$\begin{aligned} LdL &= HdH, \\ L^2 \frac{dL}{L} &= H^2 \frac{dH}{H}, \\ \frac{dL}{L} &= \frac{dH}{H} \cos^2 \theta. \end{aligned} \quad (1)$$

Or, l'angle θ des hélices avec l'axe, augmente avec R (on suppose les hélices de même pas).

Quant à la tension des éléments consécutive à leur enroulement en hélice, nous

l'avons suffisamment observée sur les filés, en l'exagérant jusqu'à rupture des filaments (Chapitre III). On peut écrire approximativement :

$$\frac{dL}{L} = \frac{dn}{n} \sin^2 \theta. \quad (2)$$

L'allongement relatif est maximum pour les éléments extérieurs : ils cassent les premiers.

D'ailleurs, *le filé* (non uniforme) *rompt dans la région la plus mince* qui se tord relativement plus que les autres.

Les *tortillages* (§ 27) correspondant à une diminution spontanée de la torsion, et par suite de la tension des filaments, apparaissent comme *une défense du filé contre la rupture*.

3° Remarques.

a) *Mèches et boursouffures du fil de caret* : les hélices-filaments d'un bon fil de caret doivent avoir même pas. Les mèches et les boursouffures sont deux défauts de ce fil : les filaments forment dans les *mèches* des hélices à long pas et dans les *boursouffures* des hélices à pas très court. La tension rompt d'abord les mèches, le reste cède ensuite facilement.

b) *Deux extraits d'ouvrages sur la corderie* : « L'expérience prouve qu'avec des fils fins et en nombre suffisant, on fabrique une corde plus solide qu'avec des fils plus gros mais en nombre inférieur ».

Cela tient à l'uniformisation étudiée au 1° b).

« Un commettage trop fort (c'est-à-dire un trop grand nombre de tours), outre la raideur qu'il donne au cordage, diminue sa résistance. Tel cordage qui, commis au $\frac{1}{4}$ (raccourcissement du quart) rompt pour 1800 kg., voit sa tension de rupture diminuer jusqu'à 1600 kg. s'il est commis au $\frac{1}{3}$ ».

Cela prouve que les conclusions du paragraphe 40 relatives au toronnage s'appliquent aussi au commettage : *il faut tordre modérément*.

II. — Détorsion et danger de rupture sous l'action d'un poids.

§ 42. — Influence du moment d'inertie et de la résistance de l'air.

1° Un poids suspendu à un filé se met à tourner et le filé se détord ; si le filé est à droite (c'est le cas habituel), le poids, vu du haut, tourne *sinistrorsum*. Pour un

bitord ou un merlin fabriqués par commettage de filés à droite, le poids tourne *dextrorsum*. Plus généralement, ce sont les *dernières* hélices obtenues par commettage ou toronnage qui tendent à augmenter leur pas.

Expliquons la rotation pour un filé. Une tension suivant l'axe crée des forces horizontales tangentielles dont la résultante, pour chaque section droite, se réduit à un couple C_t que nous appellerons *couple de tension*. Lorsque C_t détord, les filaments, *qui ont pris le pli*, résistent à la déformation par un *couple de réaction* C_r . Au début de la détorsion, C_t est maximum, C_r nul; à mesure que le nombre de tours n augmente, C_t décroît (il est évidemment nul quand les filaments sont rectifiés),

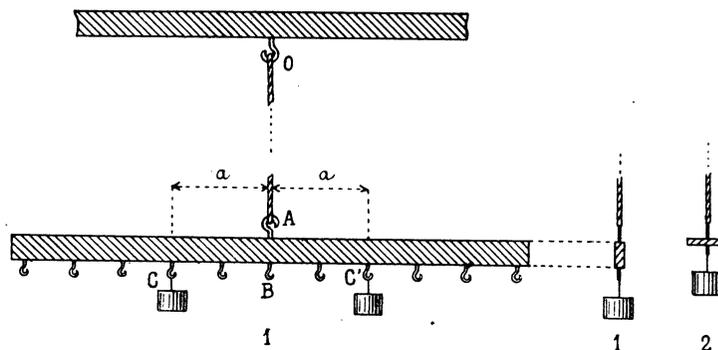


FIG. 65.

C_r croît. Le mouvement cesse quand les deux couples, de signe contraire, ont même valeur absolue.

2° Utilisons une corde de fouet à trois brins (merlin), longue de 80 cm. L'extrémité supérieure est nouée au crochet O; à l'extrémité inférieure A est suspendue une règle en bois pesant 300 gr. dans laquelle sont vissés des pitons de 10 cm. en 10 cm. (*fig. 65,1*). On accroche, soit un poids de 1000 gr. au crochet central B, soit deux poids de 500 gr. aux crochets C, C', situés l'un et l'autre à la distance a de l'axe. Le poids du système restant le même, son moment d'inertie I croît avec a ; la résistance de l'air diminue beaucoup, si, changeant les pitons de place, on fait tourner la règle à plat (*fig. 65,2*).

Portons en abscisses les temps t , en ordonnées le nombre de tours n (on abandonne le système sans vitesse initiale) pour deux valeurs extrêmes du moment d'inertie (*fig. 66*), $\frac{I_{\text{maximum}}}{I_{\text{minimum}}} = \frac{28}{3}$.

a) Pour une résistance de l'air donnée, la vitesse de détorsion (tout au moins dès le début du mouvement) est d'autant plus faible que le moment d'inertie est plus grand. Au contraire, le nombre de tours croît avec I , de sorte que les courbes correspondant aux moments d'inertie extrêmes se coupent.

b) Pour un moment d'inertie déterminé, la vitesse et le nombre de tours augmentent évidemment quand diminue la résistance de l'air.

c) Si le moment d'inertie est faible et la résistance de l'air grande, le phénomène est apériodique, le système n'oscille pas et la détorsion est minimum; dans le cas contraire, les oscillations durent plus d'une demi-heure et la détorsion est maximum.

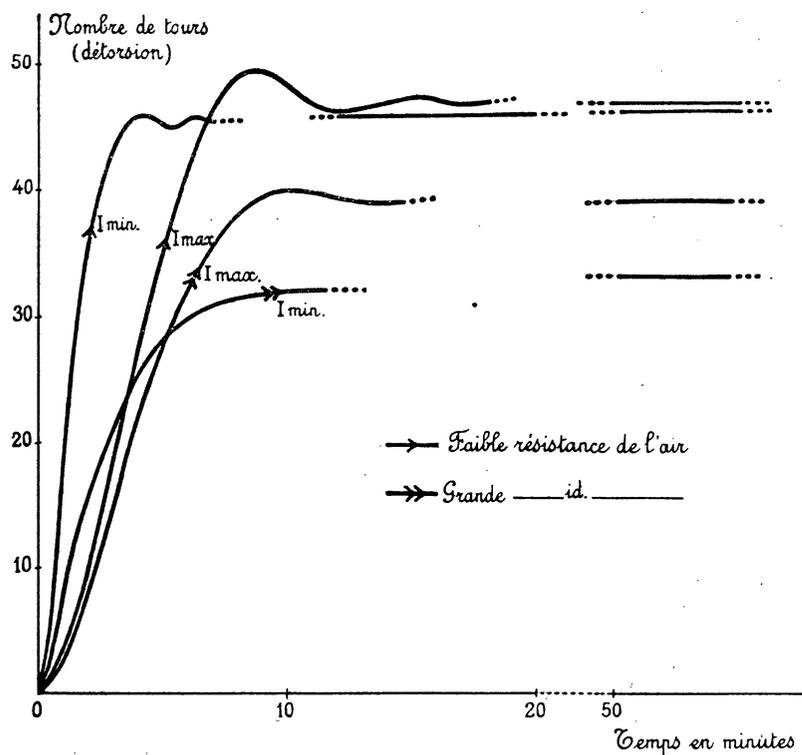


FIG. 66.

Ainsi, pour un merlin long de 80 cm. (164 spires pour chacune des hélices)

$$\frac{I \text{ max.}}{I \text{ min.}} = \frac{28}{3}, \quad \frac{S \text{ max.}}{S \text{ min.}} = 4.$$

I min. S max. 33,5 tours en une heure

I max. S min. 47 — —

(S désigne la surface offerte à l'air pendant la rotation).

3° Réactivité.

La vitesse de détorsion est très faible au bout de quelques minutes, cependant le mouvement continue pendant des heures. En effet, supposons, à un instant donné,

les deux couples C_t , C_r égaux en valeur absolue : la détorsion cesse. Mais aussitôt C_r diminue, les filaments tendant à reprendre le *nouveau pli*, d'où une détorsion.

Mais l'étude de la courbe $n = f(t)$ devient illusoire pour les grandes valeurs de t , car n augmente brusquement lorsqu'un choc ébranle le système (le passage d'un camion, même lointain, est immédiatement enregistré). D'ailleurs, l'état hygrométrique de l'air influe aussi (voir § 45).

§ 43. — Détorsion d'un filé sous l'action d'un poids constant.

Pour éliminer les influences du moment d'inertie et de la résistance de l'air, on freine la rotation de manière que la vitesse ne dépasse jamais un tour-seconde.

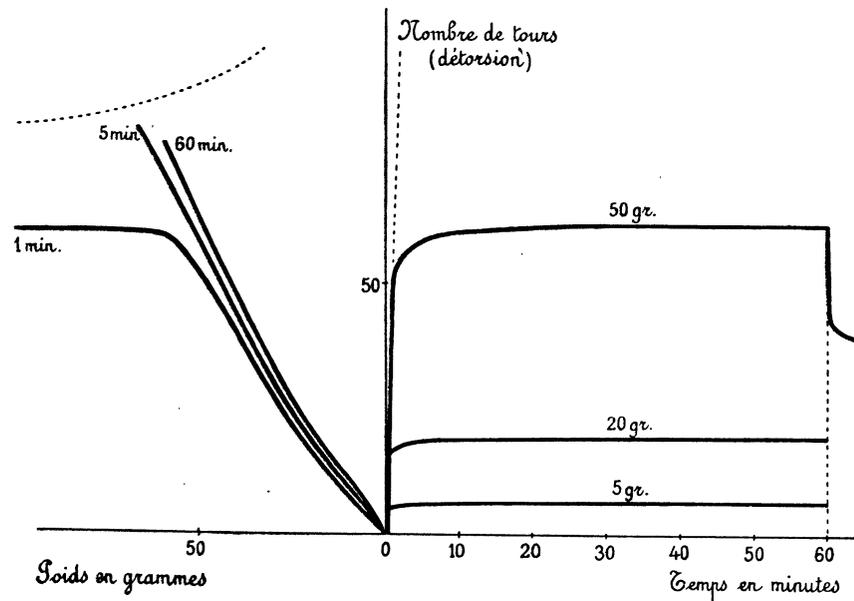


FIG. 67.

1° Toutes choses égales d'ailleurs, la détorsion n est proportionnelle à la longueur L du bout.

En effet, si le rapport $\frac{n}{L}$ est constant, la variation du pas des hélices et par suite du couple résultant $C_t - C_r$ est la même.

Études des bouts de filé N° 10, longs de 40 cm.

2° Le nombre de tours n en un temps donné (fig. 67, à droite) et la vitesse de

rotation (après la période de freinage) augmentent évidemment avec le poids P . Ainsi, de la dixième à la soixantième minute la rotation vaut 1 tour, sous tension 5 gr. et 3 tours, sous tension 50 gr.

Dès que P est assez grand : 60 gr. environ, la détorsion entraîne la rupture du filé par glissement des filaments.

3° Enlevons le poids, seul agit le couple de réaction C_r : le filé *se retord*, d'abord très vite, si l'on ne freine pas, puis lentement. On a dessiné (fig. 67) le début de la courbe de retorsion pour la tension 50 gr. (on freine).

§ 44. — Détorsions et retorsions successives sous l'effet de charges croissantes et décroissantes.

1° Suspendons un poids de 100 gr. à l'extrémité inférieure d'une corde de fouet (merlin), longue de 80 cm.; pas des hélices 0,5 cm. Après deux minutes de détorsion,

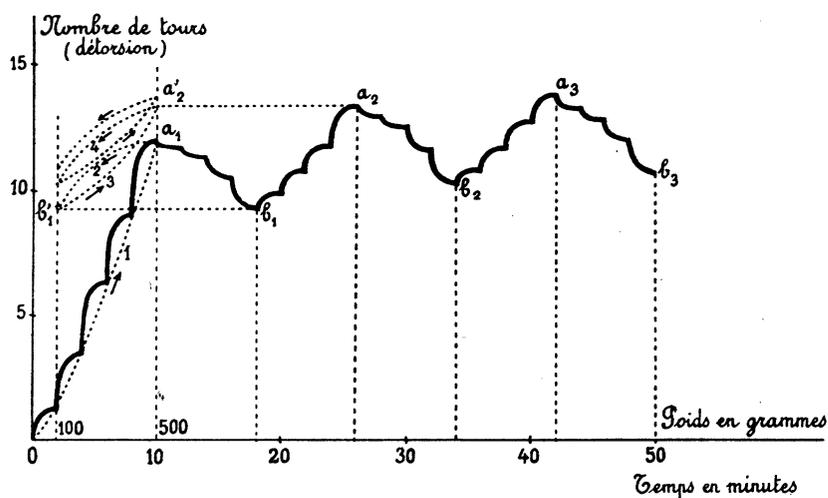


FIG. 68.

sion, ajoutons un poids de 100 gr. et ainsi de suite jusqu'à 500 gr. Déchargeons, 100 gr. par 100 gr., toutes les deux minutes, jusqu'à la tension 100 gr. Chargeons à nouveau, etc...

La figure 68 donne les rotations en fonction du temps : quand la tension augmente la corde se détord, elle se retord quand la tension diminue.

Les séries de points $a_1, a_2, \dots, b_1, b_2, \dots$, correspondent aux rotations successives

pour les tensions maximum 500 gr. et minimum 100 gr. Les valeurs maximums des ordonnées, pour chacun des parcours, augmentent de plus en plus lentement, les cycles tendent donc vers une forme limite (accommodation).

On a représenté sur les mêmes axes les variations de n avec la charge : courbes 1, 2, 3, ... pointillées.

§ 45. — Influence des variations de tension (à torsion constante).

1° Suspendons un poids de 500 gr. à l'extrémité d'une corde de fouet, la détorsion (freinée) vaut 13 tours en 15 minutes, la vitesse est alors faible. Annulons la tension en soulevant le poids de la 15^e à la 16^e minute, on constate au moment où le

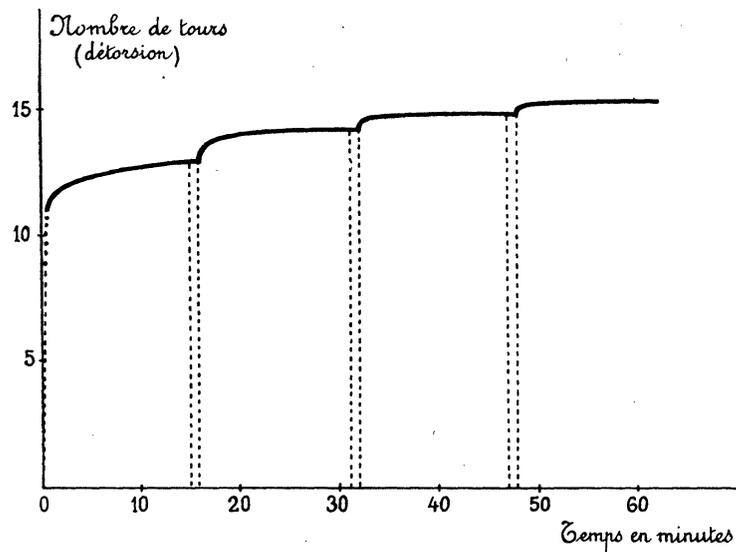


FIG. 69.

poids tend à nouveau la corde une rapide détorsion. On peut reproduire plusieurs fois le même effet, mais la rotation supplémentaire consécutive au soulèvement du poids devient de plus en plus faible (*fig. 69*).

La détorsion au bout d'une heure vaut 13,5 tours environ, sous tension constante, et 15,5 tours après trois soulèvements.

2° Sur une nouvelle corde observons la détorsion pendant 15 minutes; de la 15^e à la 16^e minute doublons la tension (on accroche un second poids de 500 gr.) en empêchant toute rotation; la détorsion s'accélère quand le poids initial 500 gr. agit

à nouveau. Le graphique a l'allure de la figure 69, à cela près qu'une augmentation de tension produit un effet moins marqué qu'une diminution.

Ce qui précède explique le rôle des chocs (§ 42, 3°) qui, modifiant la tension autour de sa valeur moyenne, augmentent la détorsion.

3° Qu'une augmentation momentanée de la tension accélère la détorsion, cela se conçoit puisque n croît avec la charge (§ 43). Mais il semble paradoxal qu'une diminution de tension produise le même effet.

Voici l'explication du phénomène.

A la 15^e minute la corde se détord très lentement, le couple résultant, sous tension 500 gr. est voisin de zéro : point A_0 (fig. 70).

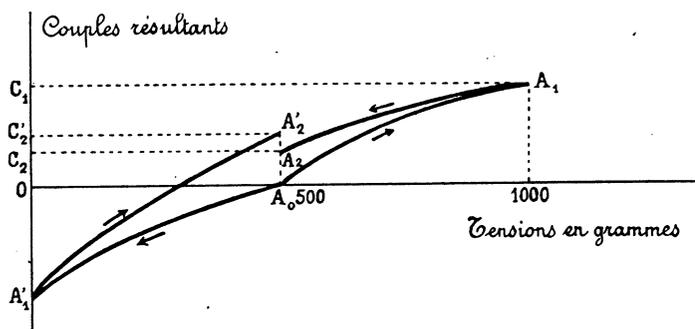


FIG. 70.

a) Portons la tension à 1000 gr. (n constant), le couple prend la valeur C_1 : parcours A_0A_1 et la corde tend à se détordre.

Revenons à la torsion 500 gr., le couple, en retard sur la tension décroît jusqu'à la valeur C_2 supérieure à zéro : parcours A_1A_2 ; ce qui explique la détorsion quand on libère le poids.

b) Une diminution momentanée de tension donne le parcours $A_0A'A'_2$: le couple C'_2 sous la charge initiale 500 gr. correspond encore à une détorsion.

§ 45 bis. — Influence des variations de torsion (à tension constante).

1° Laissons détordre pendant 15 minutes, sous tension 500 gr., soit 13 tours.

Détordons de 25 tours, revenons à la torsion initiale et libérons le poids : il tourne dans le sens de la détorsion (fig. 71, traits pleins). Le même effet peut être reproduit plusieurs fois mais la rotation, au moment où on libère le poids, devient de plus en plus faible.

2° Laissons détordre un autre bout pendant 15 minutes. *Tordons* de 25 tours, revenons à la torsion initiale; la détorsion supplémentaire (*fig. 71*, en pointillé) est très faible.

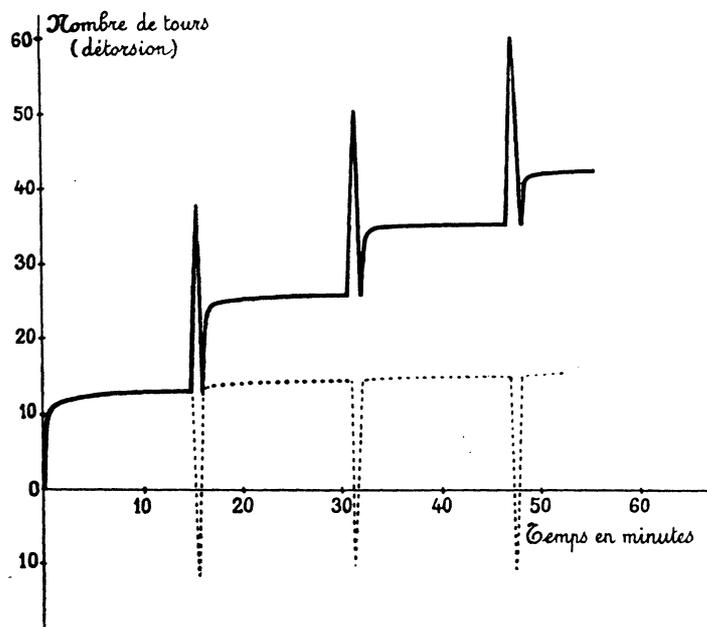


FIG. 71.

3° On expliquerait comme au paragraphe précédent les effets de *même sens* (détorsion), dus à des rotations de *sens inverse*.

§ 46. — Mouillage. Chauffage.

1° Une pulvérisation d'eau sur la corde, au moment où sa vitesse de détorsion est faible, entraîne immédiatement une détorsion rapide.

Plusieurs mouillages successifs (on donne à la corde le temps de sécher un peu) produisent des effets analogues mais d'une manière de moins en moins marquée (*fig. 72*). La détorsion, au bout de 2 heures (tension 500 gr.) passe ainsi de 14 tours, sans mouillage, à 42 tours, après trois mouillages, à demi-heure d'intervalle.

2° Chauffons la corde en la léchant avec la flamme d'un Bunsen : elle se *détord* très rapidement, puis se *retord* lentement.

La figure 73 donne les rotations pour trois chauffages successifs à demi-heure d'intervalle; la détorsion vaut 40 tours environ au bout de 2 heures.

3° Comme la corde de fouet précédente, un filé se détord aux mouillages et chauffages.

Le phénomène a même allure pour deux filés ou deux cordes de fouet commis

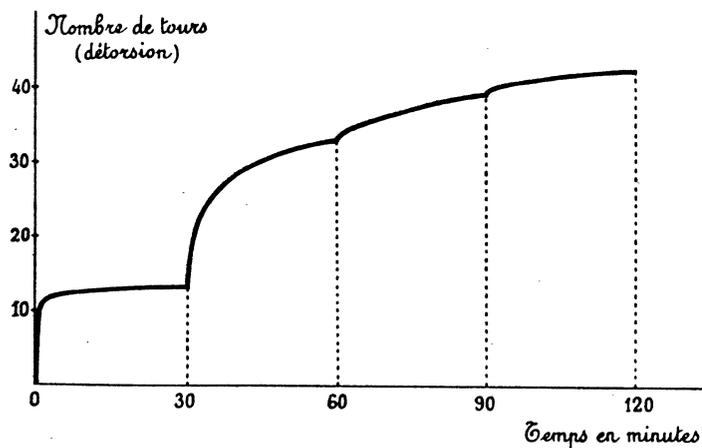


FIG. 72.

sans rotation préliminaire. Par exemple, pour deux brins de bitord, longs de 80 cm., le commettage dû à un poids de 500 gr. vaut 4,5 tours en 30 minutes; trois mouil-

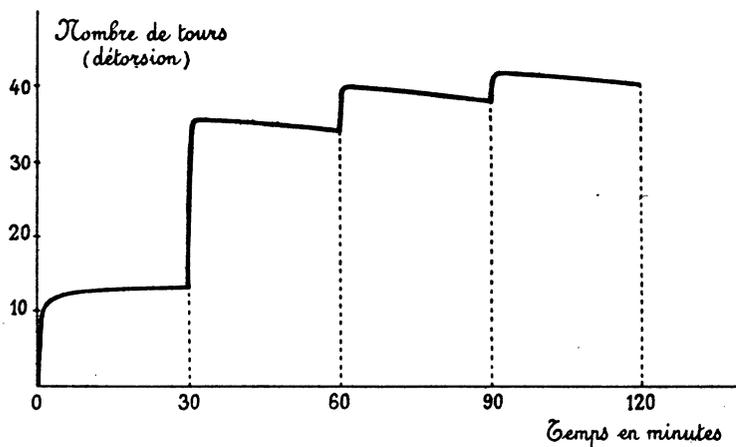


FIG. 73.

lages successifs à demi-heure d'intervalle l'augmentent de 15,5 tours et trois chauffages, de 9 tours.

4° La détorsion due aux chauffages et mouillages s'explique aisément par l'augmentation corrélatrice du couple résultant (déplacement *sinistrorsum* de l'index, vu du haut, pour le filé). Effectivement, le couple de tension C_t reste constant tandis que le couple de réaction C_r diminue.

§ 47. — Danger de rupture d'une corde qu'on laisse se détordre.

1° Cas du filé.

La résistance d'un filé a été longuement étudiée aux paragraphes 28 et 39. Dès que la longueur du bout atteint une quarantaine de centimètres, il n'y a pratiquement plus de filaments-pont et le filé quasi-rectifié cède au moindre effort.

Représentons (*fig. 67*) en pointillé, les nombres de rupture en fonction des poids; on déduit immédiatement le moment de la rupture pour une charge donnée.

<i>Exemples :</i>	Charge 50 gr.	Ne casse pas.
	— 100 gr.	Casse lorsque la vitesse de rotation, freinée, vaut un tour-seconde.

On évite facilement la rupture en suspendant le poids à deux brins de filés parallèles : il y a commettage et la résistance, loin de diminuer, augmente (§ 40).

2° Cas d'une corde.

Soit un merlin, long de 80 cm., dont la tension de rupture est voisine de 35 kilos, pour une détorsion nulle. La charge variant de 3 à 20 kilos, la détorsion de rupture varie de 153 à 77 tours. Le nombre total des spires est voisin de 160 : les trois filés forment donc un faisceau quasi-parallèle quand la corde casse sous tension 3 kilos.

Les tensions de rupture de la corde intacte, puis complètement détordue sont dans le rapport de 12 à 1 : l'affaiblissement est énorme.

Voici pourquoi : les filés constituant les cordes de fouet sont commis après une torsion préliminaire, leur résistance est à ce moment très faible (nous sommes dans la partie rapidement descendante de la courbe (*fig. 58*)). Or cette faible résistance intervient précisément lorsque la corde est complètement détordue (n'oublions pas que la détorsion de la corde tord les hélices-filaments).

A supposer la charge également répartie, chaque brin rompt pour une tension voisine de 1 kilo.

Sous des charges inférieures à 3 kilos, on peut rectifier, puis enrôler en sens inverse : il y a donc *région critique*, les courbes de probabilité de rupture ont même allure que pour un filé.

On évite la rupture en utilisant deux cordes parallèles : le décomettage des filés entraîne un commettage des merlins.

3° Rôle des chocs.

Les chocs sont doublement dangereux puisqu'ils entraînent un supplément de détorsion et qu'ils augmentent momentanément la tension.

La rupture de mainte corde de pendu est sans doute provoquée par les agitations désordonnées du patient. Aussi, nos pères avaient-ils soin de pendre *haut et court* : *court*, pour que la rudesse des secousses fût moins amortie par l'allongement de la corde et *haut* pour qu'au cas assez improbable d'une rupture, le condamné, à demi étranglé, se brisât sûrement les os au contact du sol⁽¹⁾.

⁽¹⁾ Cette interprétation n'a rien d'absolu.

RÉSUMÉ

1° INTRODUCTION.

a) La première partie de l'introduction résume les principes de la fabrication des fils et cordes par *filage*, *toronnage* et *commettage*.

b) On insiste dans la deuxième partie sur la *non-uniformité des fils* : leur forme géométrique et leurs propriétés mécaniques varient d'un point à l'autre de l'axe. D'où la nécessité des *courbes de répartition* des bouts de fil, pour les charges de rupture, par exemple. On déduit de ces courbes (approximativement courbes de Gauss) les *régularités absolue et relative de fabrication*.

2° CHAPITRE I.

Le début expose rapidement le filage du chanvre : on le complétera par la lecture des paragraphes 10 et suivants de l'ouvrage de Bouasse, *Cordes et Membranes*.

On étudie ensuite un *filé n° 3* (3.000 mètres au kilog) : courbes de répartition pour les sections (§ 11), variations de la section minimum moyenne s_0 avec la longueur L du bout (§ 12). s_0 diminue quand L augmente (*fig. 10*), *un fil long sera donc moins résistant qu'un court*.

Le pas des hélices-filaments dans un filé est proportionnel à la racine carrée de la section moyenne, qui elle-même est sensiblement proportionnelle au nombre des filaments.

Appelons *filaments-pont*, entre deux points *ab* du filé distants de L, les filaments qui joignent ces points sans interruption : il n'y a pratiquement plus de filaments-pont quand L dépasse une quarantaine de centimètres.

3° CHAPITRE II.

a) Les courbes d'allongement sont des paraboles. *La tension élémentaire moyenne de rupture* (quotient de la tension par la section) est indépendante du numéro; *l'allongement pour cent de rupture*, pour un numéro donné, décroît quand la longueur du bout augmente.

b) On indique ensuite deux façons d'appliquer une tension à un faisceau parallèle de filés par croissance progressive soit du déplacement d'une extrémité du faisceau, soit de la tension.

Définissons *coefficient d'efficacité* pour l'association en faisceaux parallèles le quotient

$$\lambda = \frac{T_r}{\Sigma T_i},$$

de la tension moyenne de rupture par la somme des tensions de rupture moyenne de chacun des p éléments. Le coefficient λ , toujours inférieur à l'unité, diminue quand p augmente (*fig. 28*).

4° CHAPITRE III.

a) On étudie les variations de la longueur et du couple consécutives aux torsions ou détorsions du filé (appareil *fig. 20*) : le couple décroît brusquement au moment où la rotation change de sens (*fig. 32*).

b) Le filé *tortille* (c'est-à-dire forme des *coques*) d'autant plus facilement que sa longueur, sa tension, son numéro, sont plus faibles (*fig. 40*).

La *région critique de détorsion* est voisine de la quasi-rectification des hélices-filaments : certains bouts rompent, d'autres s'enroulent en sens inverse. La *probabilité de rupture à la région critique* croît avec la tension et la longueur L du bout; dès que L dépasse une quarantaine de centimètres, la résistance du filé *détordu* est presque nulle (absence de filaments-pont), (*fig. 43*).

5° CHAPITRE IV.

a) On examine d'abord le *toronnage* : cycles entre $\pm n$ tours (§ 31), à noter la chute brusque du couple au moment où la rotation change de sens (*fig. 49*). La dissymétrie des courbes représentant l'allongement et le couple (torsion ou détorsion des filaments) maximum pour un filé, s'atténue quand le nombre p des filés augmente (*fig. 51* et *52*).

Les torons ne sont pas d'équilibre stable, leur nombre de spires définitif correspond toujours à une *détorsion* des hélices-filaments.

b) On décrit ensuite le *commettage uniforme sans toupin* (cas de 2 filés : *bitord*); les commettages uniforme et non uniforme avec toupin étant étudiés au paragraphe 24 de l'ouvrage de Bouasse, *Cordes et Membranes*.

La variation totale du nombre des spires des hélices-filaments peut correspondre à une *torsion* de ces hélices (opposer au toronnage).

Pour que le nombre de spires définitif du bitord soit grand, il faut imposer aux hélices-filaments une forte torsion préalable.

6° CHAPITRE V.

a) La *résistance* d'un filé ou d'un toron de filés *dépend de la torsion*.

La détorsion affaiblit rapidement le filé et d'autant plus que sa longueur L est plus grande. Pour L supérieur à une quarantaine de centimètres, il n'y a pratiquement plus de filaments-pont, et un poids minime (50 gr. par exemple) entraîne la *rupture par glissement relatif des filaments* (*fig. 58, 59*).

D'après Réaumur (mémoire du 21 février 1711), « la force d'une corde tortillée est moindre que la somme des forces des fils qui la composent ». Cette conclusion n'est exacte que pour un nombre de tours n au toronnage très faible ou très grand; pour les valeurs moyennes de n , le *tortillement* augmente la *force* de la corde (*fig. 61*).

Le rôle du toronnage est expliqué au paragraphe 41.

b) Un poids suspendu à une corde se met à tourner dans le sens de la détorsion des *dernières* hélices obtenues par commettage. La rotation dépend non seulement de la valeur du poids (*fig. 67*), mais de son moment d'inertie et de la résistance de l'air (*fig. 66*).

Le mouillage ou le chauffage de la corde entraînent immédiatement une détorsion rapide (*fig. 72 et 73*).

Pour une détorsion suffisante, la corde casse.

TABLE DU MÉMOIRE

	Pages.
INTRODUCTION. — Obtention des cordes	43
Courbes de répartition	47
CHAPITRE I ^{er} . — <i>Filage. Constitution d'un filé</i>	55
CHAPITRE II. — <i>Traction d'un filé ou d'un faisceau parallèle de filés</i>	71
Filé unique	71
Faisceaux parallèles de filés	75
CHAPITRE III. — <i>Torsion et détorsion d'un filé</i>	81
Variations de la longueur et du couple	81
Tortillages et rupture	87
CHAPITRE IV. — <i>Toronnage et commettage des filés</i>	99
Toronnage	99
Commettage	105
CHAPITRE V. — <i>Influence de la torsion sur la résistance</i>	109
Problème de Réaumur	109
Détorsion et danger de rupture sous l'action d'un poids	123
RÉSUMÉ	134
