
RECHERCHES

SUR LES

CONDUITES POSSÉDANT DES RÉSERVOIRS D'AIR⁽¹⁾

PAR M. C. CAMICHEL.

Les recherches qui vont être résumées ont eu lieu tout au début du travail sur les coups de bélier, fait en collaboration avec MM. Eydoux et Gariel⁽²⁾. Bien qu'elles soient déjà anciennes, je crois nécessaire de les publier, car elles montrent d'une façon précise les méthodes qui ont été suivies au cours de ce travail; leur but a été de préparer ces méthodes plutôt que d'étudier complètement le problème des réservoirs d'air.

Au moment où nous avons commencé nos recherches, MM. Joukowski, Allievi et de Sparre avaient donné des coups de bélier une théorie à peu près complète, mais les vérifications expérimentales manquaient. Les essais que Joukowski avait fait exécuter à Pétrograd étaient peu nombreux et ses graphiques présentaient des perturbations très grandes; des expériences plus récentes donnaient avec calcul des différences de 30 %. D'ailleurs les conduites industrielles présentaient des anomalies curieuses, qui avaient conduit à admettre une vitesse de propagation de l'onde augmentant avec la pression.

Dans les premières expériences que j'ai effectuées à l'Institut électrotechnique de Toulouse, j'ai d'abord employé une conduite de 300 millimètres de diamètre, 5 millimètres d'épaisseur et de 30 mètres de longueur. Cette conduite alimente trois turbines. En plaçant à son extrémité aval un indicateur Crosby j'ai obtenu comme graphique de fermeture brusque des courbes arrondies, comme par exemple

IE-16, (fig. 1)

très différentes de celles que la théorie permettait de prévoir.

(¹) Ce travail a été fait grâce à des subventions du Ministère des Travaux Publics, de la Société Hydrotechnique de France et de la Direction des recherches scientifiques et industrielles du Ministère de l'Instruction Publique.

(²) C. Camichel, D. Eydoux et M. Gariel, *Étude théorique et expérimentale des coups de bélier*.

La période de la conduite ainsi déterminée ne correspond nullement à la valeur $\frac{4L}{a}$, L désignant la longueur de la conduite et a la vitesse de propagation de l'onde, elle est beaucoup plus considérable. Les courbes de surpression varient d'ailleurs d'une expérience à l'autre, et se modifient profondément, quand on fait débiter la conduite entre deux essais, mais elles ne donnent jamais la période théorique.

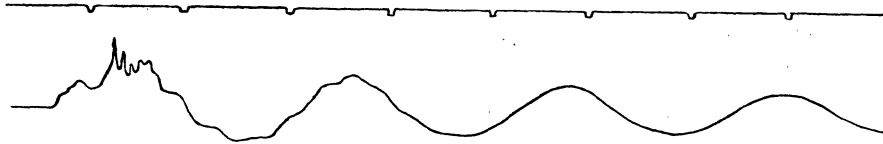


FIG. 1. — IE-16. Courbe des surpressions à l'extrémité d'une conduite possédant plusieurs poches d'air.

Comme la conduite a une portion horizontale assez longue et qu'elle possède quatre robinets vannes, il était naturel de penser que l'augmentation de période et la complexité des courbes de surpression provenaient de poches d'air situées dans la conduite.

L'étude des conduites munies de réservoirs d'air m'a montré que cette hypothèse était exacte. J'ai pu en déduire les conditions dans lesquelles il fallait se placer pour obtenir une conduite bien définie (voir Publications de l'Institut électrotechnique, t. I, p. 14).

Après avoir obtenu une conduite entièrement purgée, il m'a été possible d'introduire dans celle-ci des volumes d'air bien déterminés, en des points également bien déterminés.

En étudiant les conduites à caractéristiques variables bien purgées j'ai pu rechercher la cause de la période apparente que présentent celles-ci et l'expliquer en appliquant les formules de M. de Sparre.

Enfin, l'emploi de conduites bien définies m'a permis d'étudier les méthodes qui ont été ultérieurement employées dans diverses recherches et en particulier à Soulom :

- Méthode de la dépression brusque ;
- Analyse d'une conduite par le robinet tournant ;
- Clapet automatique, etc.

Le travail qui va suivre contient les paragraphes suivants :

Vérification expérimentale des formules de M. Rateau, relatives à une conduite munie à son extrémité aval d'une poche d'air d'un volume tel que la compressibilité de l'eau et la dilatation de l'enveloppe soient négligeables.

Extension des formules de M. Rateau au cas de n poches d'air; cas de deux poches d'air, dont l'une située à l'extrémité aval.

Calcul des grands coups de bélier dans les conduites munies d'une poche d'air à leur extrémité aval.

Application simultanée des équations de MM. Allievi et Rateau.

Équations permettant d'étudier les conduites munies de poches d'air dans le cas où le volume de celles-ci ne permet pas de négliger la dilatation de la conduite et la compressibilité de l'eau.

Enfin, quelques indications sur le remplissage des conduites, l'enregistreur de purge, le fonctionnement des ventouses employées pour l'expulsion de l'air et les accidents que celles-ci sont susceptibles de provoquer.

1. Conduite munie d'un réservoir d'air à son extrémité aval.

Formules de M. Rateau.

Rappelons la démonstration des formules de M. Rateau. Supposons que le volume de la poche d'air permette de négliger la déformation de l'enveloppe et la compressibilité de l'eau.

Soit L_1 , la longueur de la conduite (*fig. 2*), H_1 la hauteur de chute, P la pression atmosphérique, $H_1(1+z)$ la pression au temps t à l'extrémité B de la conduite; S sa section, v la vitesse de l'eau au temps t ; cette vitesse est supposée la même sur toute la longueur de la conduite, elle est comptée positivement d'amont en aval. Désignons par h la distance verticale du niveau de l'eau dans le réservoir amont et du plan passant par l'extrémité amont de la conduite.

Considérons la colonne liquide comprise entre deux sections droites de la conduite voisines de A et de B. La masse de cette colonne $\frac{\omega SL_1}{g}$. Le travail des pressions pendant le temps dt est :

$$\omega S(P+h)vdt - \omega S[H_1(1+z)+P]vdt;$$

le travail de la pesanteur est :

$$\omega S(H_1 - h)vdt.$$

On a donc :

$$\frac{L_1}{g} \frac{dv}{dt} = -H_1 z. \quad (1)$$

L'équation de continuité est :

$$-dU_1 = S v dt; \quad (2)$$

enfin en supposant les compressions et dilatations adiabatiques, on a :

$$[H_1(\tau + z) + P] U_1^\gamma = \text{constante}. \quad (3)$$

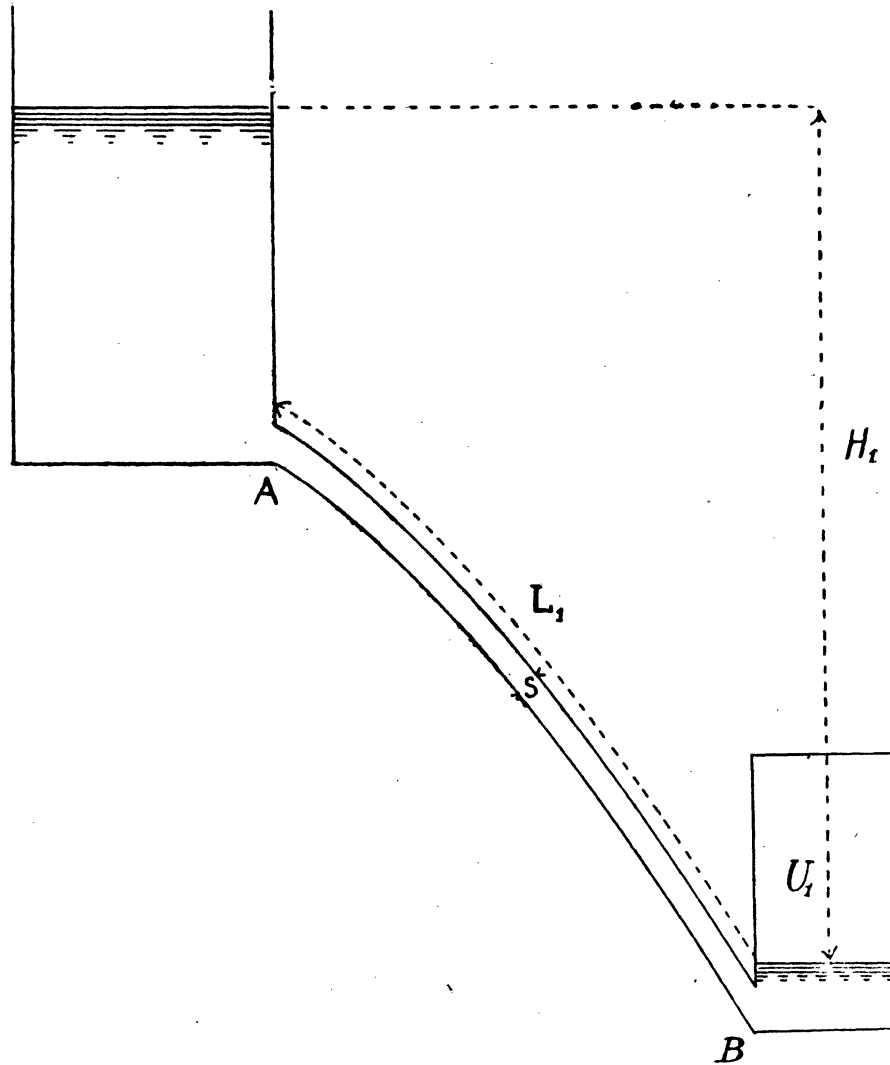


FIG. 2. — Schéma d'une conduite possédant une poche d'air à son extrémité aval.

Dans le cas où les coups de bélier sont assez faibles pour que $H_1 z$ soit négligeable vis-à-vis de $H_1 + P$, on déduit de ces équations la période T des oscillations :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L_1}{g} \frac{U_1}{S} \frac{1}{(H_1 + P)\gamma}}. \quad (4)$$

En désignant par v_0 la valeur initiale de la vitesse, on a

$$A = v_0 \frac{L_1}{g} \frac{2\pi}{T} = v_0 \sqrt{\frac{L_1}{g} \frac{S}{U_1}} \gamma (H_1 + P). \quad (5)$$

Telles sont les formules de M. Rateau⁽¹⁾; il suppose $\gamma = 1$, c'est le cas le plus fréquent dans la pratique. Si les compressions et dilatations se font lentement, si le réservoir est métallique, γ est assez voisin de 1; au contraire, quand les phénomènes sont rapides et que le réservoir est en verre, γ se rapproche de $\frac{C}{c} = 1,41$.

J'ai montré que la formule (1) donne lieu à une remarque importante. Dans l'établissement de cette formule, rien n'indique que la section inférieure se trouve en B à l'extrémité aval; la formule (1) est donc applicable en tous les points de la conduite et montre que la surpression $H_1 z$ est répartie linéairement sur la longueur de la conduite, puisque $\frac{dv}{dt}$ est constant à un instant donné d'un bout à l'autre de celle-ci.

2. Vérifications expérimentales. — Répartition linéaire des surpressions.

Dans la portion verticale de la conduite de 300, qui était nécessairement bien purgée d'air, j'ai placé trois manomètres Bourdon, qui étaient lus en même temps par divers observateurs. Les élongations de ces manomètres ont été trouvées proportionnelles à leurs distances à l'origine de la conduite. C'était une confirmation de l'hypothèse de la présence de poches d'air dans la conduite.

Cette vérification était incomplète; j'ai pensé qu'il était nécessaire de faire une étude expérimentale plus soignée des formules de M. Rateau. En effet, les quantités qui interviennent dans ces formules n'ont pas la même signification dans le calcul et dans l'application pratique qu'on peut en faire: en ce qui concerne la pression, il n'y a aucune difficulté, la pression est bien définie dans les conduites employées qui ont un faible diamètre (p. ex. 3^{cm}) vis-à-vis de la charge (p. ex. 12 m. 50 d'eau); il n'en serait pas de même si les conduites étaient très larges et soumises à des charges très faibles. En ce qui concerne la vitesse, celle qu'on détermine dans les applications pratiques est la vitesse moyenne provenant de la mesure du débit; la vitesse vraie varie, au contraire, aux divers points de la conduite; nulle à la paroi, elle augmente jusqu'au centre de la conduite. L'hypothèse de l'égalité des vitesses en tous

(1) Rateau, *Revue de Mécanique*, mai 1900.

les points de la conduite n'est donc pas conforme à la réalité. La formule de M. Rateau s'applique-t-elle à la vitesse moyenne? L'expérience seule permet de s'en assurer.

Relativement à la poche d'air en contact avec l'eau, les phénomènes ne sont pas non plus bien définis, et le concours de l'expérience est également indispensable.

La vérification par l'expérience des formules de M. Rateau a été tout à fait satisfaisante.

Je citerai le tableau suivant relatif aux périodes T :

IE-37; le graphique de l'une des expériences IE-37-7 est représenté (*fig. 3*).

N ^{os} des expériences.	Période isotherme. s	Période adiabatique. s	Période observée. s	Température ambiante.
1	0,776	0,654	0,69	2° C
2	0,745	0,626	0,642	
3	0,704	0,592	0,603	
5	0,655	0,551	0,537	
7	0,595	0,500	0,491	
8	0,556	0,468	0,451	
9	0,498	0,418	0,404	
10	0,424	0,356	0,340	
11	0,348	0,293	0,279	

La figure 4 représente le dessin des poches d'air employées.

La formule (4) montre que la période d'oscillations est proportionnelle, toutes choses égales d'ailleurs, à la racine carrée du volume d'air, ou à la racine carrée de la longueur h de la poche d'air, si celle-ci est cylindrique; on le vérifie facilement, citons les expériences IE-36, IE-37, IE-38, faites sur la même conduite IE de 33 millimètres de diamètre intérieur.

Dans la figure 5, on a porté en abscisses des quantités proportionnelles à la racine carrée de la longueur h de la poche d'air, qui était cylindrique; en ordonnées, on a marqué les valeurs correspondantes de la période T. Le courbe obtenue est une droite passant par l'origine.

Les points marqués d'une croix se rapportent à l'expérience IE-37; on voit que parmi ces points, 1, 2, 3, sont notablement en dehors de la droite, sur laquelle se placent les autres points; cela tient à la valeur du coup de bélier, qui est trop forte pour que les formules précédentes soient rigoureusement applicables; pour les points 1, 2, 3, marqués d'une croix, $H_1 z$ n'est pas négligeable vis-à-vis de $H_1 + P$ dans la formule (3); on le vérifie facilement en mesurant la valeur de la surpres-

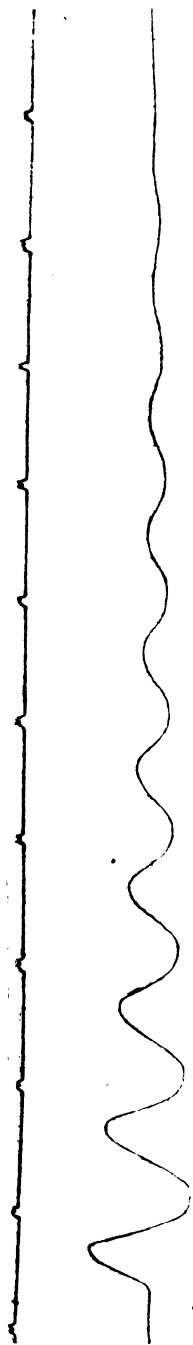


FIG. 3. — Expérience : IE 37-7. Cas d'une poche d'air située à l'extrémité aval de la conduite.
Relation entre la période et le volume de la poche d'air.

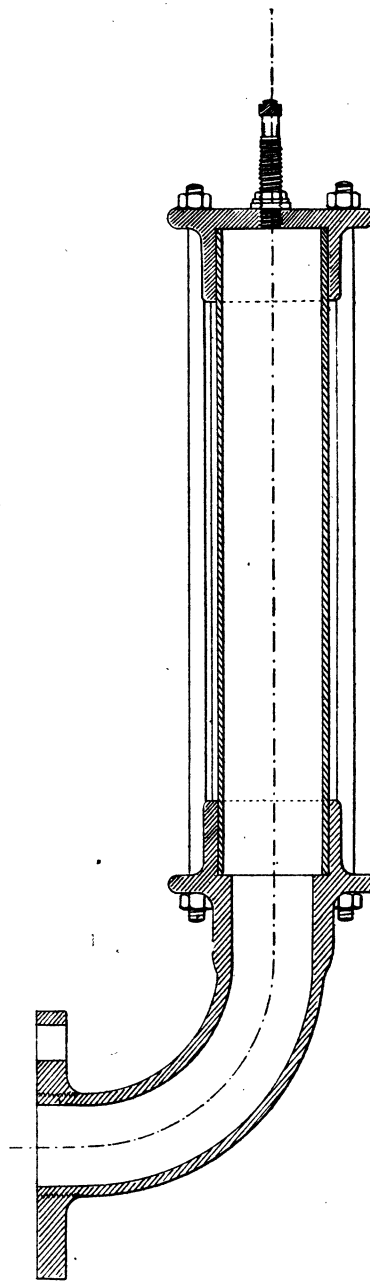


FIG. 4. — Dessin représentant une des poches d'air employées.
Echelle : 1/3.

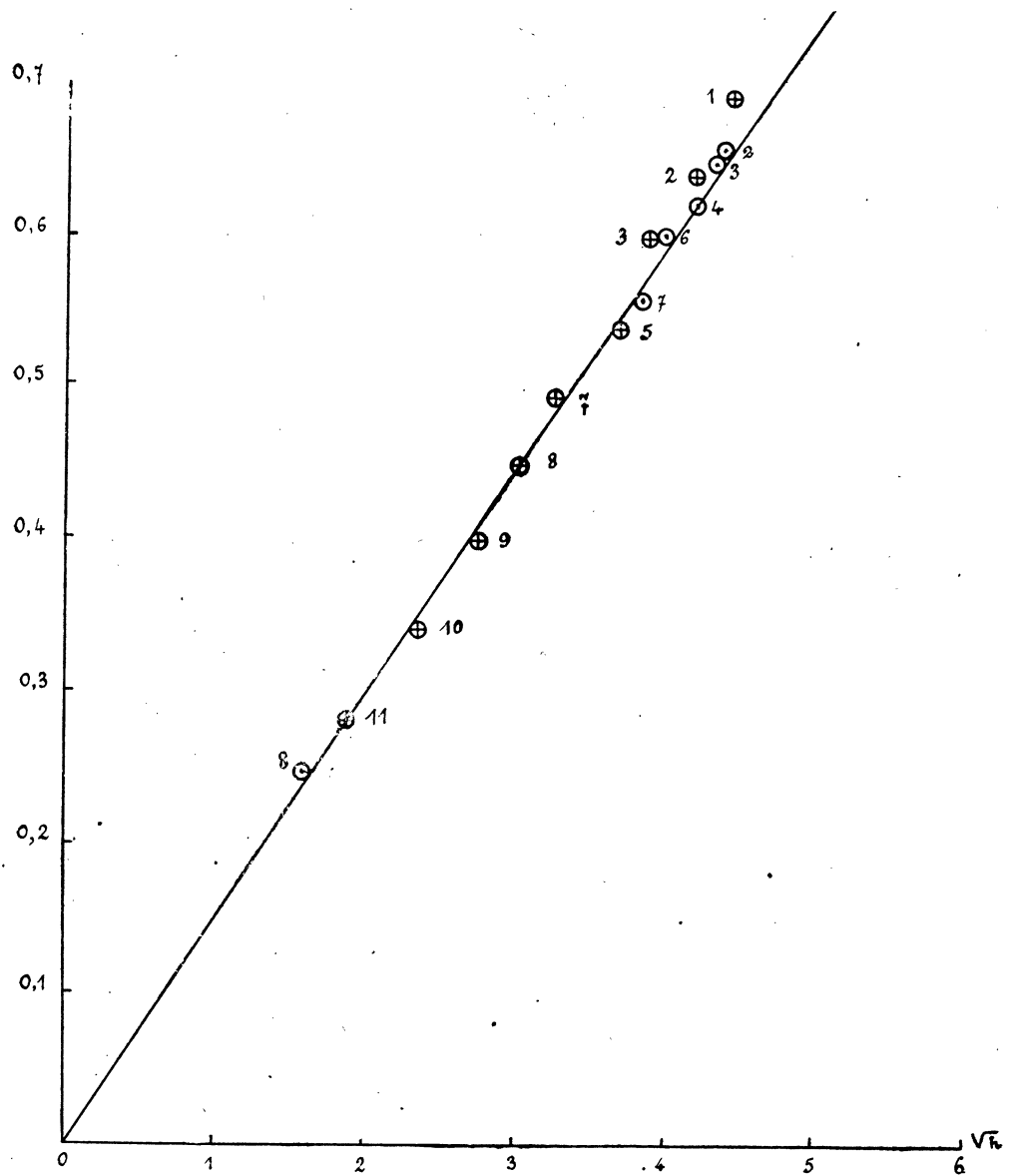


FIG. 5. — Expériences : IE-37 et 38. Vérification de la formule (4).

sion; d'ailleurs les diagrammes correspondants ont la forme caractéristique des grands coups de bélier. (Voir plus loin *fig. 14.*)

La série IE-38, pour laquelle les coups de bélier étaient plus faibles, a donné une série de valeurs satisfaisant à la formule (4) et marquées sur la figure (5) par des croix entourées de petits cercles.

Les tableaux suivants résument les expériences IE-37 et IE-38.

IE-37 (fig. 5); points marqués d'une croix.

N ^{os} :	h : cm	\sqrt{h} :	T :
1	19,7	4,44	0,689
2	{ 18,0 17,8	4,23	0,642
3	15,7	3,96	0,603
5	{ 13,7 13,6	3,69	0,537
7	{ 11,3 11,2	3,35	0,491
8	{ 9,75 9,7	3,12	0,451
9	{ 8,0 7,8	2,81	0,404
10	{ 5,8 5,7	2,40	0,340
11	{ 4,0 3,7	1,96	0,279

Les lectures de la longueur de la chambre d'air étaient faites avant et après le coup de bélier.

IE-38 (fig. 5); points entourés d'un petit cercle.

N ^{os} :	\sqrt{h} :	T :
2	4,45	0,662
3	4,43	0,655
4	4,24	0,623
5	4,21	0,630
6	4,04	0,604
7	3,87	0,558
8	1,67	0,243

La concordance des formules de M. Rateau en ce qui concerne la vitesse peut s'expliquer de la façon suivante :

Dans le régime de Poiseuille, la répartition des vitesses u dans un tube cylindrique de rayon R est représentée par une parabole

$$u = A(r_1^2 - r^2),$$

r désignant la distance du point considéré à l'axe du tube, et r_1 le rayon du tube. Le régime hydraulique, au contraire, est caractérisé par une variation beaucoup plus rapide de la vitesse au voisinage de la paroi, et une uniformisation des vitesses dans la section du tube.

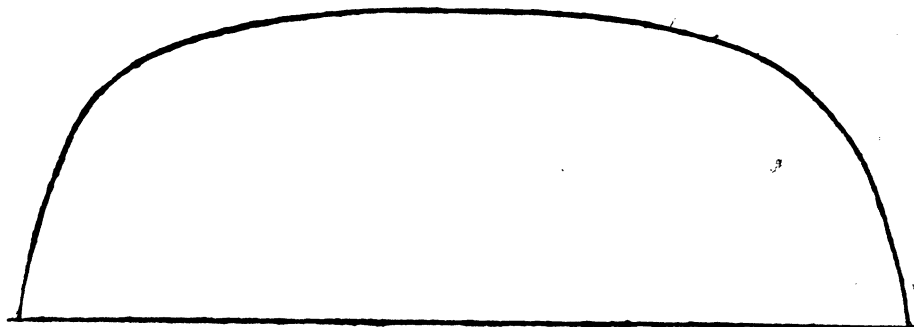


FIG. 6. — Répartition des vitesses dans le régime hydraulique.
Tube de verre de $4^{\text{cm}} \times 4^{\text{cm}}$. Vitesse maximum $0^{\text{m}},64$.

La figure 6 représente la répartition des vitesses entre deux plaques parallèles, dans le régime hydraulique; les abscisses sont les distances à l'une des parois, les ordonnées les vitesses. D'ailleurs les perturbations qui accompagnent le régime hydraulique et même le régime de Poiseuille dans les conduites usuelles ont pour effet de simplifier le phénomène en égalisant les vitesses dans la section droite de celles-ci.

Pour terminer, je citerai une expérience montrant, d'une façon plus précise que plus haut (p. 4), la répartition linéaire des surpressions. On peut remarquer que la formule (1) est vraie même si le coup de bélier $H_1 z$ n'est pas négligeable vis-à-vis de $H_1 + P$; c'est le cas de l'expérience suivante, qui a été faite sur une conduite de 105 m. 24 de longueur en fer, 5 millimètres d'épaisseur amont; au premier tiers amont la pression statique était de 10 m. 80 et à l'extrémité aval de 15 m. 95 (fig. 7; expérience : IE-134-16).

Les pressions relevées sur les deux graphiques sont indiquées dans le tableau suivant :

Extrémité aval.....	+ 7,0	— 5,0	+ 5,5	— 4,1
Premier tiers amont..	+ 2,4	— 1,7	+ 1,8	— 1,35
Rapport.....	2,92	2,94	3,05	3,02

Le rapport des pressions a été pris égal au rapport des ordonnées correspondantes; les deux manomètres employés dans cette expérience donnaient très sensiblement les mêmes déviations, sous l'influence des mêmes pressions; on a d'ailleurs procédé dans chaque cas à une vérification de ces appareils; par exemple sous l'influence de la pression de 15 m. 95 d'eau la déviation du manomètre placé à l'extrémité de la conduite était 23 mm. 7; le manomètre placé au premier tiers, sous

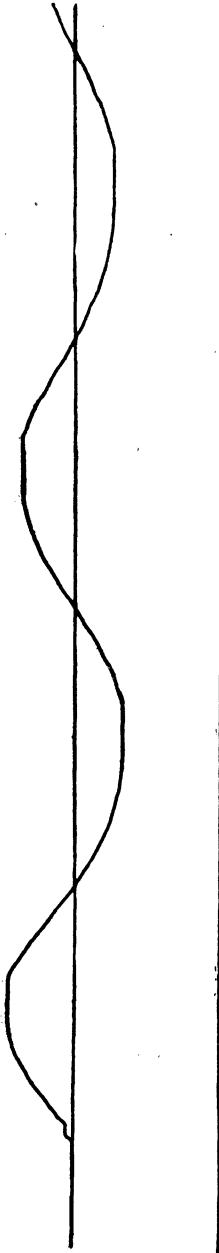


FIG. 7. — Répartition linéaire des surpressions; graphique de l'extrémité aval; expérience : IE-134-16.

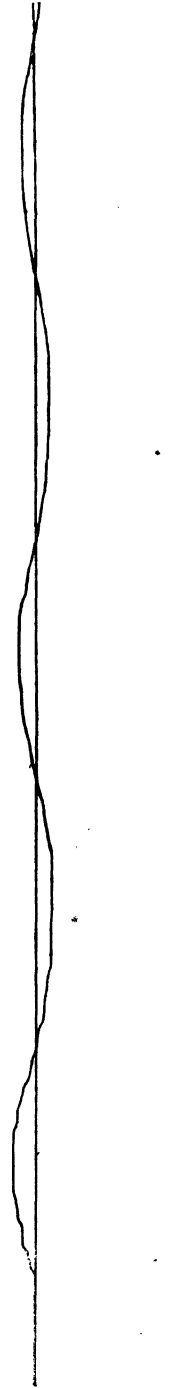


FIG. 7. — Répartition linéaire des surpressions; graphique du 1^{er} tiers amont; expérience : IE-134-16.

l'influence de la pression de 10 m. 80, donnait une déviation de 16 mm. 0. On avait :

$$\frac{23,7}{16,0} = 1,481, \quad \frac{15,95}{10,8} = 1,476.$$

On pourrait citer beaucoup d'autres expériences analogues mettant en évidence cette répartition linéaire, qui présente un grand intérêt au point de vue technique.

3. Fermetures lentes.

Les équations sont faciles à écrire, en désignant par σ la surface par laquelle l'eau s'écoule, multipliée par le coefficient de contraction supposé constant, on a les équations suivantes :

$$\frac{L_1}{g} \frac{dv}{dt} = -Hz,$$

avec les relations :

$$Svdt = -dU_1 + \sigma dt \sqrt{2gH(1+z)},$$

$$U[H(1+z) + P]^{\frac{4}{3}} = \text{Cte.}$$

On prendra le plus généralement une loi de fermeture linéaire :

$$\sigma = \lambda + \mu t.$$

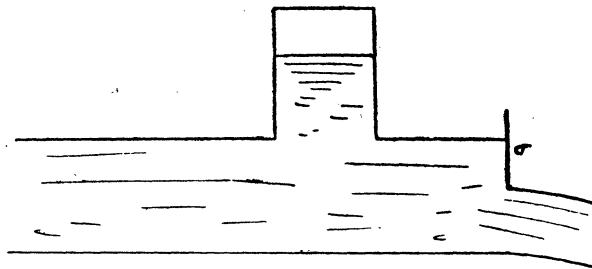


FIG. 8. — Schéma de l'extrémité aval d'une conduite munie d'une poche d'air.

4. Conduite possédant deux poches d'air.

Prenons une conduite possédant deux poches d'air, dont l'une est située à l'extrémité aval.

Les notations sont indiquées dans la figure 9 : A est le réservoir de mise en charge; les deux poches d'air sont en C et D.

Les équations reliant les volumes : U_1 et U_2 des deux poches aux pressions correspondantes $H_1(1 + z_1)$, $H_2(1 + z_2)$ sont :

$$U_1^\gamma [H_1(1 + z_1) + P] = \text{Cte},$$

$$U_2^\gamma [H_2(1 + z_2) + P] = \text{Cte}.$$

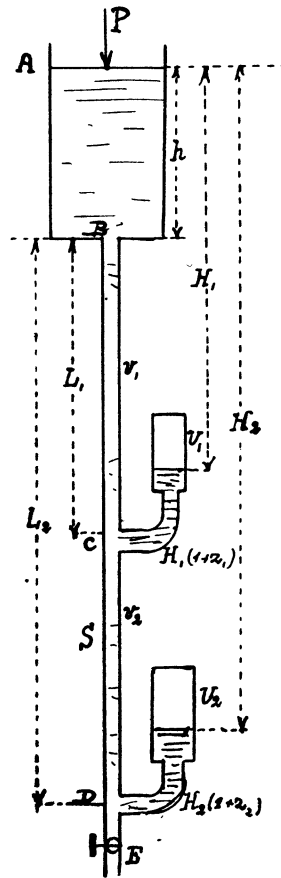


FIG. 9. — Conduite munie de deux poches d'air. (Figure défectueuse; les longueurs H_1 et H_2 sont les distances verticales du niveau A et des plans horizontaux passant par C et D.)

d'où :

$$dU_1 = \frac{-U_1 H_1}{\gamma [H_1(1 + z_1) + P]} dz_1, \quad (6)$$

$$dU_2 = -\frac{U_2 H_2}{\gamma [H_2(1 + z_2) + P]} dz_2, \quad (7)$$

Les équations de continuité sont, en désignant par v_1 la vitesse dans le premier tronçon et par v_2 la vitesse dans le second tronçon :

$$\begin{cases} Sv_1 dt = Sv_2 dt - dU_1, \\ Sv_2 dt = -dU_2, \end{cases}$$

d'où l'on déduit :

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= v_2 + a \frac{dz_1}{dt}, \\ v_2 &= b \frac{dz_2}{dt}; \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= v_2 + a \frac{dz_1}{dt}, \\ v_2 &= b \frac{dz_2}{dt}; \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

en posant :

$$\begin{cases} a = \frac{U_1 H_1}{S\gamma(H_1 + P)}, \\ b = \frac{U_2 H_2}{S\gamma(H_2 + P)} \end{cases}$$

et négligeant $H_1 z_1$ vis-à-vis de $H_1 + P$, et $H_2 z_2$ vis-à-vis de $H_2 + P$.

L'équation des forces vives appliquée à la portion BC de conduite nous donne :

$$\frac{L_1}{g} Sv_1 dv_1 = (P + h) Sv_1 dt - [H_1(1 + z_1) + P] Sv_1 dt + Sv_1 dt (H_1 - h)$$

ou :

$$\frac{L_1}{g} \frac{dv_1}{dt} = -H_1 z_1. \quad (10)$$

Cette équation est applicable, quelle que soit la position point C qui limite à sa partie inférieure la colonne liquide sur le premier tronçon de la conduite; il en résulte, comme précédemment, que la surpression se répartit linéairement le long de ce premier tronçon.

Considérons le tronçon CD, dans lequel la vitesse est v_2 ; on obtient de même :

$$\frac{L_2 - L_1}{g} Sv_2 dv_2 = [H_1(1 + z_1) + P] Sv_2 dt - [H_2(1 + z_2) + P] Sv_2 dt + (H_2 - H_1) Sv_2 dt$$

ou :

$$\frac{L_2 - L_1}{g} \frac{dv_2}{dt} = -H_2 z_2 + H_1 z_1. \quad (11)$$

Même remarque que pour le premier tronçon; cette équation montre que la surpression se répartit linéairement le long de ce deuxième tronçon. La répartition des surpressions se fait comme celle des potentiels dans des conducteurs homogènes et de section constante placés en série et traversés par le même courant.

En éliminant z_1 , v_1 et v_2 entre les équations (8), (9), (10) et (11), on obtient :

$$L_1(L_2 - L_1)ab \frac{d^4 z_2}{dt^4} + g[H_2 L_1 a + H_1 L_2 b] \frac{d^2 z_2}{dt^2} + g^2 H_1 H_2 z_2 = 0, \quad (12)$$

équation qui ne change pas quand on permute les deux tronçons; l'équation en z_1 sera identique à la précédente.

J'ai calculé les périodes données par cette équation, dans le cas particulier suivant :

$$L_1 = 6^m,60, \quad L_2 = 12^m,76, \quad S = \pi \times \frac{0,033^2}{4}.$$

$$H_1 = 7^m,50, \quad H_2 = 13^m,66,$$

J'ai obtenu les valeurs suivantes pour les deux périodes T_1 et T_2 :

Courbes représentatives des périodes d'une conduite munie de deux poches d'air.

	U_1 cm	T_1	T_2
$U_2 = 250 \text{ cm}$	245	0,312	0,811
	195	0,296	0,776
	145	0,265	0,750
	95	0,224	0,719
	57	0,178	0,698
$U_2 = 195 \text{ cm}$	245	0,303	0,751
	195	0,284	0,716
	145	0,257	0,681
	95	0,219	0,639
	57	0,176	0,612
$U_2 = 145 \text{ cm}$	245	0,281	0,696
	195	0,267	0,659
	145	0,245	0,617
	95	0,212	0,579
	57	0,173	0,551
$U_2 = 95 \text{ cm}$	245	0,246	0,647
	195	0,237	0,601
	145	0,223	0,549
	95	0,198	0,500
	57	0,166	0,463
$U_2 = 55 \text{ cm}$	245	0,200	0,606
	195	0,196	0,552
	145	0,188	0,493
	95	0,174	0,436
	57	0,152	0,383

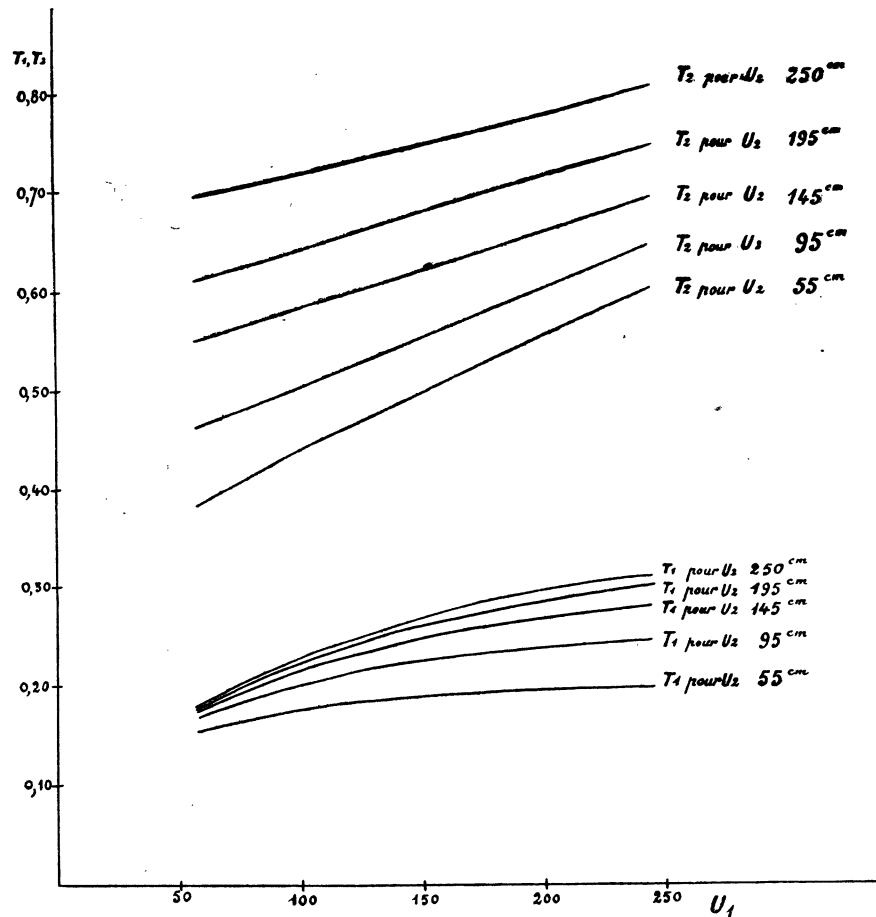


FIG. 10. — Périodes dans une conduite munie de deux poches d'air.

5. Expériences sur une conduite comprenant deux poches d'air.

Expériences : IE-49-5, IE-49-4 (fig. 11 et fig. 12).

En employant deux poches d'air, on obtient des graphiques mettant en évidence deux périodes dont les valeurs concordent avec les formules des équations indiquées plus haut.

Voici quelques chiffres :

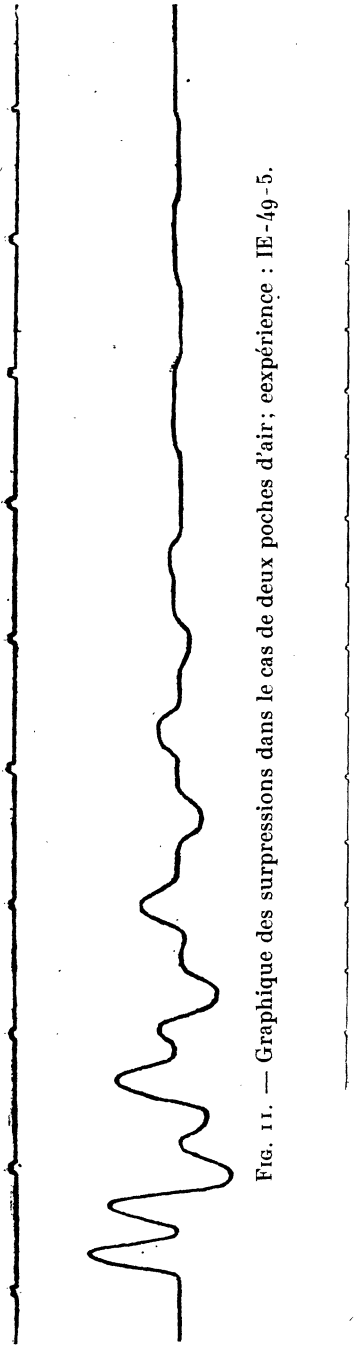


FIG. 11. — Graphique des surpressions dans le cas de deux poches d'air; expérience : IE-49-5.

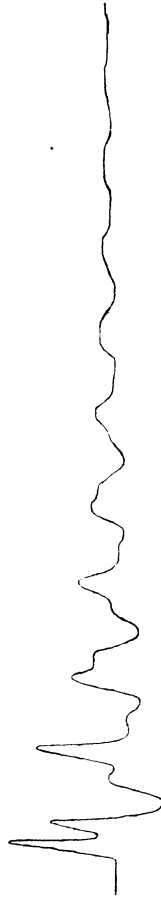


FIG. 12. — Graphique des surpressions dans le cas de deux poches d'air; expérience : IE-49-4.



FIG. 13. — Augmentation de la période apparente d'une conduite sous l'influence d'une poche d'air située à l'extrémité aval; expérience US-P_s-46-22.

Les deux périodes observées étaient :

Pour l'expérience IE-49-5 :

$$\begin{aligned} T_1 &= 0^s,63, \\ T_2 &= 0^s,228. \end{aligned}$$

Le calcul donnait :

$$\begin{aligned} T_1 &= 0^s,619, \\ T_2 &= 0^s,210. \end{aligned}$$

Pour l'expérience IE-49-4 :

$$\begin{aligned} T_1 &= 0^s,658, \\ T_2 &= 0^s,265. \end{aligned}$$

Le calcul donnait :

$$\begin{aligned} T_1 &= 0^s,682, \\ T_2 &= 0^s,246. \end{aligned}$$

Remarque. — Pour déterminer expérimentalement les diverses périodes d'une conduite, on peut munir celle-ci, à son extrémité, d'un petit robinet qui est entraîné par un moteur dont on fait varier lentement la vitesse; les diverses résonances sont alors mises en évidence avec la plus grande netteté, comme pour les conduites purgées d'air (voir *fig. 74*, tome I); les petites périodes s'amortissent plus rapidement et disparaissent au bout d'un certain temps.

6. Augmentation de la période apparente d'une conduite sous l'influence d'une poche d'air située à l'extrémité aval.

Je citerai un seul exemple de ce fait. Dans l'expérience : US-P₃-46-22, l'alternateur actionné par la turbine alimentée par la conduite P₃ ⁽¹⁾ était en réparation; il était donc impossible de charger la turbine et de purger la conduite, le graphique de fermeture (*fig. 13*) donnait une période apparente de 1^s,76, bien supérieure à la période (apparente) 1^s,36 qui correspond à la conduite entièrement purgée (tome I, p. 242).

7. Atténuation des coups de bélier par les réservoirs d'air ⁽²⁾.

On peut réduire les coups de bélier dans une conduite au moyen d'un réservoir d'air placé à l'extrémité inférieure de celle-ci.

Prenons par exemple une conduite dans laquelle

$$a = 1250, \quad L_1 = 500 \text{ m.}, \quad H_1 = 190 \text{ m.}$$

⁽¹⁾ Recherches faites en collaboration avec M. Eydoux, à l'Usine de Soulom.

⁽²⁾ Camichel et Eydoux, *Revue générale des Sciences*, 15 nov. 1917.

Prenons un réservoir ayant comme section seize fois la section de la conduite et comme longueur 4 mètres; le rapport des coups de bélier qui se produisent, toutes choses égales d'ailleurs, quand le réservoir d'air existe et quand il est supprimé est évidemment :

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{g}{a} \sqrt{\frac{L_1 S}{g U_1} (H_1 + P)} = \frac{1}{10}$$

en prenant $P = 10$.

En reliant ce réservoir d'air à la conduite par une tubulure établie dans des conditions que M. de Sparre (*) a indiquées, on peut réduire de moitié le volume de ce réservoir d'air tout en obtenant la même réduction du coup de bélier.

L'emploi des réservoirs a en outre, pour la protection des conduites, l'avantage de donner une répartition linéaire des pressions, ce qui est particulièrement avantageux dans le cas où les fermetures sont très rapides. Dans ce cas, le coup de bélier se transmet intégralement jusqu'au sommet de la conduite; les réservoirs d'air permettront donc de protéger les parties hautes des conduites.

L'emploi des réservoirs d'air évite toute perte d'eau.

Les réservoirs d'air ont divers inconvénients, parmi lesquels il convient de citer la nécessité de renouveler l'air qui se dissout rapidement sous des pressions élevées. En outre, les oscillations dont nous venons de parler sont un obstacle au réglage des turbines; elles exposent à de dangereuses résonances et produisent parfois le phénomène connu sous le nom de pompage. Les variations de pression rythmiques qui prennent naissance ainsi sont très nuisibles pour les conduites.

8. Calcul des grands coups de bélier dans les conduites munies d'un réservoir d'air à leur extrémité aval (*).

L'approximation faite page 5 et consistant à négliger la surpression H_2 vis-à-vis de $H_1 + P$ est souvent tout à fait inadmissible; c'est le cas des grands coups de bélier qui se produisent dans les presses à obus munies de réservoirs d'air. On peut dans ce cas faire le calcul de la façon suivante :

Prenons une conduite munie à sa partie inférieure d'un réservoir d'air, de volume suffisant pour qu'on puisse négliger la compressibilité de l'eau et la variation de volume de la conduite. Étudions le cas d'une fermeture de très courte durée.

(*) De Sparre, *Houille blanche*, octobre 1911.

(*) C. Camichel, *Revue générale de l'Électricité*, mai 1917.

En désignant par :

L la longueur de la conduite en mètres;

S la section de la conduite en mètres carrés;

v la vitesse de l'eau en mètres par seconde;

H la pression statique en mètres d'eau à l'extrémité de la conduite;

$\gamma = H(1 + z) + P$ la pression en mètres d'eau, au temps t , à l'extrémité aval de la conduite;

P la pression atmosphérique en mètres d'eau;

U le volume de l'air en mètres cubes à la pression γ ;

U_0 le volume initial à la pression $\gamma_0 = H + P$;

γ le rapport des chaleurs spécifiques des gaz C et c.

On a les équations suivantes, en supposant que l'air se comprime adiabatiquement :

$$\frac{L}{g} \frac{dv}{dt} = -Hz, \quad (13) \quad \frac{dU}{dt} = -Sv, \quad (14)$$

$$U = Ay^{-\frac{1}{\gamma}}, \quad (15) \quad \gamma = H(1 + z) + P. \quad (16)$$

L'élimination de z , U, v entre les quatre équations précédentes donne :

$$My^{-\frac{1}{\gamma}-2} \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 - Ny^{-\frac{1}{\gamma}-1} \frac{d^2y}{dt^2} + \gamma_0 - \gamma = 0. \quad (17)$$

En posant :

$$\left(\frac{dy}{dt} \right)^2 = u,$$

on obtient :

$$\frac{du}{dy} = \frac{2M}{Ny} u + 2 \frac{\gamma_0 - \gamma}{N} y^{\frac{1}{\gamma}+1}.$$

d'où l'on déduit :

$$\left(\frac{dy}{dt} \right)^2 = -2,820 \frac{\gamma_0}{N} y^{2,71} - \frac{6,877}{N} y^{3,71} + Cy^{3,42} = F(y), \quad (18)$$

avec

$$\left. \begin{aligned} \frac{v_0^2 S^2 \gamma^2 \gamma_0^{3,42}}{A^2} &= \left(\frac{dy}{dt} \right)_0^2, \\ N &= \frac{LA}{Sg\gamma}, \quad M = N_{\cdot 1,71}, \quad \gamma_0 = H + P, \\ A &= U_0 [H + P]^{\frac{1}{\gamma}}. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

En écrivant que : $\frac{dy}{dt} = 0$, l'équation permet de déterminer le maximum et le minimum de pression.

Cette équation admet deux racines qui résolvent la question. En outre, en remplaçant y par y_0 dans la relation (18), on obtient le coefficient angulaire de la tangente à l'origine à la courbe de surpression. En prenant la dérivée du second membre de l'équation (18) et en égalant à zéro, on obtient l'ordonnée du point d'inflexion de la même courbe. Enfin on construit cette courbe par points par le procédé suivant :

Appelons $F(y)$ le second membre de l'équation (18), on a :

$$t = \int_{y_0}^y \frac{dy}{\sqrt{F(y)}}$$

qui donne le temps t par une planimétrie.

En appelant y_m la pression maximum et y_n la pression minimum, la période T sera donnée par la formule :

$$T = 2 \int_{y_n}^{y_m} \frac{dy}{\sqrt{F(y)}}$$

La courbe représentant $\frac{1}{\sqrt{F(y)}}$ ayant des branches asymptotiques pour $y = y_m$ et $y = y_n$, on se contente de faire la planimétrie entre les limites $y_m + \epsilon$ et $y_n - \epsilon$; ϵ étant très petit.

On peut ensuite faire le même calcul en prenant une compression isotherme. Nous appellerons A' la nouvelle constante :

$$\left\{ \begin{array}{l} A' = U_0 y_0, \\ N = \frac{LA'}{Sg}, \end{array} \right.$$

on obtient facilement l'équation suivante :

$$\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = \left(-\frac{2y_0}{N} \cdot \frac{1}{y} - \frac{2}{N} Ly + C'\right) y^4 = F(y) \quad (20)$$

et

$$C' = \frac{v_0^2 S^2}{A'^2} + \frac{2}{N} (1 + Ly_0).$$

La question se résout de la même façon pour la valeur maximum et minimum de la pression, pour la construction par points de la courbe de surpression et pour la détermination a priori de la période.

Quand H_z est faible vis-à-vis de y_0 , les formules précédentes se simplifient; on a, dans le cas d'une compression adiabatique :

$$\frac{2,82}{N} [y^{-0,71} - y_0^{-0,71}] + \frac{6,877}{N} [y^{0,29} - y_0^{0,29}] = \frac{v_0^2 S^2 \gamma^2}{A'^2}$$

En développant en série et négligeant les termes à partir du troisième ordre, on obtient la formule de Rateau :

$$Hz = v_0 \sqrt{\frac{L}{g} \frac{S}{U_0} \gamma \gamma_0};$$

de même, dans le cas des compressions isothermes, on peut écrire :

$$\frac{2}{N} L \left(1 + \frac{Hz}{\gamma_0} \right) + \frac{2}{N} \left(\frac{\gamma_0}{Hz + \gamma_0} - 1 \right) = \frac{v_0^2 S^2}{A^2},$$

qui donne, toujours avec les mêmes approximations, la même formule de M. Rateau avec $\gamma = 1$.

EXPÉRIENCES IE-139-4 ET IE-139-2. — L'expérience vérifie d'une façon très satisfaisante les formules précédentes. Les expériences ont porté, en particulier, sur une conduite dans laquelle on a :

$$\begin{aligned} L &= 18,36 \text{ m}, & S &= 50 \text{ cm}^2, & H &= 15,5 \text{ m} \\ T &= 1^\circ \text{C}, & P &= 735 \text{ mm de Hg}. \end{aligned}$$

Quand les coups de bélier sont petits, la courbe de surpression est de forme sinusoïdale. Au contraire, quand les coups de bélier deviennent considérables, c'est-à-dire lorsque Hz n'est plus négligeable vis-à-vis de γ_0 , les courbes obtenues, comme le montrent les figures 14 et 15, ont des portions positives beaucoup plus pointues que les portions négatives, c'est-à-dire situées au-dessous de la ligne de pression statique; la surpression et la dépression deviennent donc très inégales. L'équation rend compte complètement de cette forme; exemple : expérience IE-139-4. La fonction $F(\gamma)$ est réelle pour les valeurs de γ comprises entre 18,2 m et 37,2 m dans le cas de la compression adiabatique, et entre les valeurs 19,3 m et 35,2 m dans le cas de la compression isotherme. On trouve les résultats suivants :

	Adiabatique calculée par l'équation.	Observation.	Isotherme calculée par l'équation.
Maximum de γ : $\gamma_M = 37,2$ m		36,75 m	35,2 m
Minimum de γ : $\gamma_m = 18,2$ m		19,15 m	19,3 m

Pour cette expérience, la valeur de v_0 est : 0,224 m et $U_0 = 490 \text{ cm}^3$ à la pression de 735 mm de mercure.

Le graphique des surpressions est représenté figure 14.

On voit donc que la compression est comprise entre une isotherme et une adiabatique; avec des réservoirs d'air à parois métalliques et des périodes assez longues, elle se rapproche davantage de l'isotherme que de l'adiabatique.

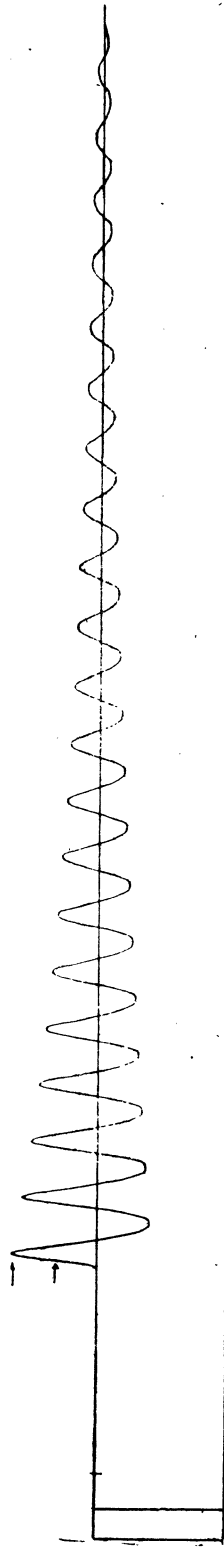


FIG. 14. — Courbe des surpressions dans le cas de coups de bélier considérables dans une conduite ayant un réservoir d'air à son extrémité aval; expériences : IE-139-4.

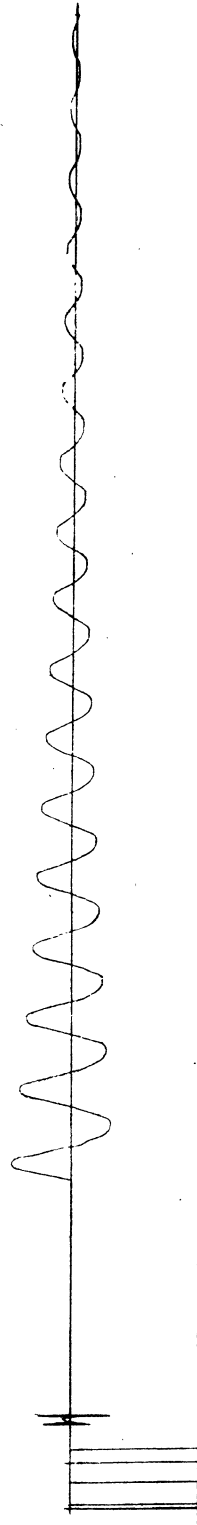


FIG. 15. — Expérience : IE-139-2, analogue à la précédente.

Autre exemple de la même série : Expérience IE-139-2 (*fig. 15*), $v_0 = 0,190$ m, $U_0 = 720$ cm³ à la pression de 735 mm de mercure.

	Adiabatique.	Observation.	Isotherme.
Maximum de y : $y_m = 35,5$ m		32,75 m	31,75 m
Minimum de y : $y_m = 18,8$ m		20,67 m	20,9 m

La courbe représentant les surpressions obtenues est reproduite figure 15.

On trouve, pour l'expérience IE-139-4 :

Période isotherme : 0,278 s ;

Période adiabatique : 0,330 s ;

La période observée est : 0,300 s.

Pour déterminer la surpression maximum y_m produite par une fermeture instantanée du distributeur dans une conduite munie d'un réservoir d'air à son extrémité aval, on fera donc usage des équations (18) et (20); l'équation (18) donnera une limite supérieure et l'équation (20) une limite inférieure de la surpression cherchée.

Remarque. — Les phénomènes de résonance produits par le fonctionnement d'un clapet automatique (*fig. 19*) dans une conduite munie d'une poche d'air donnent des courbes de surpressions analogues aux précédentes. On remarquera sur la figure 16 : 1° le coup de bélier produit dans la conduite purgée d'air, en fermant à la main le clapet et le maintenant fermé; 2° le coup de bélier produit dans les mêmes conditions, quand on crée dans la conduite une poche d'air de 378 cm³ (mesurée à la pression de 10 m. d'eau), et enfin le phénomène de résonance obtenu en abandonnant le clapet à lui-même (expérience : IE-123-3). La figure 17 donne un autre exemple de phénomène de résonance (expérience : IE-123-7).

On trouvera dans un important mémoire de M. A. Foch (¹), qui paraîtra prochainement, l'étude de ces phénomènes de résonances.

Le dispositif employé pour les phénomènes de résonance ressemble au bélier ordinaire; il en diffère néanmoins par la présence de la soupape S et du tube T qui communique avec le réservoir supérieur B.

Il en résulte un fonctionnement tout à fait différent : quand la soupape S est fermée, la conduite peut être considérée comme une conduite entièrement purgée

(¹) A. Foch, *C. R. Académie des Sciences*, t. 169, p. 687 (1919).

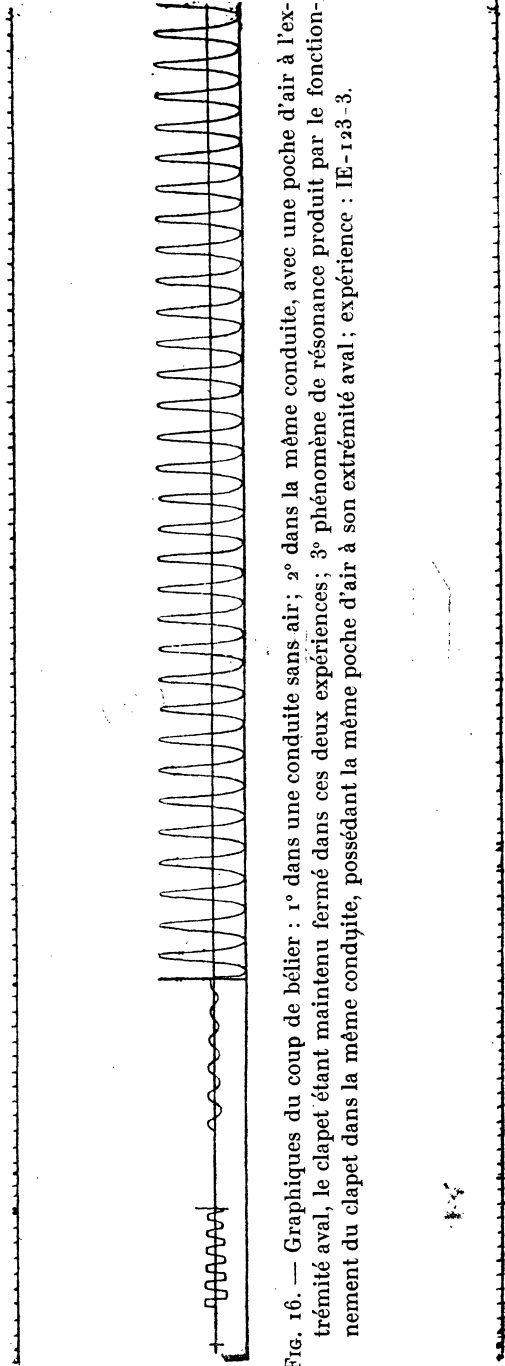


Fig. 16. — Graphiques du coup de bélier : 1° dans une conduite sans air; 2° dans la même conduite, avec une poche d'air à l'extrémité aval, le clapet étant maintenu fermé dans ces deux expériences; 3° phénomène de résonance produit par le fonctionnement du clapet dans la même conduite, possédant la même poche d'air à son extrémité aval; expérience : IE-123-3.



Fig. 17. — Analogue à la précédente; expérience : IE-123-7.

munie d'un clapet automatique; quand la soupape S est ouverte, l'ensemble est assimilable à une conduite munie d'un clapet automatique et d'un réservoir d'air dans lequel la pression varie peu à cause de sa communication permanente avec le bassin supérieur B.

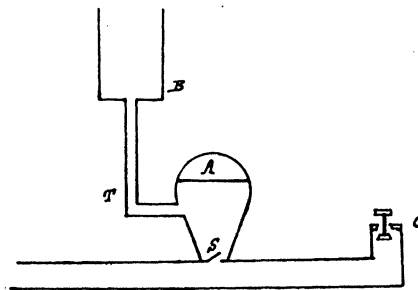


FIG. 18. — Schéma d'un bélier hydraulique.

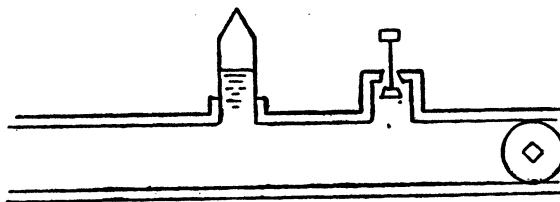


FIG. 19. — Phénomènes de résonance : Clapet automatique dans une conduite possédant une poche d'air à son extrémité aval.

9. Application simultanée des équations de MM. Allievi et Rateau.

Au début des recherches en collaboration avec M. Eydoux, j'ai songé à appliquer simultanément les équations d'Allievi et de Rateau au phénomène de l'oscillation en masse.

Considérons une poche d'air située à l'extrémité d'une conduite de longueur l ; a désignant la vitesse de propagation de l'onde, y_0 la pression initiale à l'extrémité aval, considérons des intervalles de temps égaux à $\frac{2l}{a}$; soient y_k et v_k la pression et la vitesse à l'extrémité de la conduite à la fin du k^e intervalle. Les équations d'Allievi sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} y_k = y_0 + F_k - F_{k-1}, \\ v_k = v_0 - \frac{g}{a}(F_k + F_{k-1}), \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} y_{k+1} = y_0 + F_{k+1} - F_k, \\ v_{k+1} = v_0 - \frac{g}{a}(F_{k+1} + F_k). \end{array} \right.$$

d'où, en éliminant F_{k-1} , F_k et F_{k+1} entre ces quatre équations :

$$v_{k+1} = v_k - \frac{a}{g}(y_k + y_{k+1} - 2y_0). \quad (21)$$

Prenons un graphique de surpression IE-106-3. Partons d'un point pour lequel la vitesse est connue, par exemple d'un point correspondant au maximum d'élongation (point d'abscisse 4, 5 dans la figure 20 et numéroté 1 dans la figure 21); la formule précédente permet de calculer de proche en proche les valeurs de la vitesse v . D'autre part, la formule de Rateau

$$y - y_0 = - \frac{l}{g} \frac{dv}{dt}$$

permet en chaque point de déterminer la direction de la tangente. La figure 21 montre que les tangentes ainsi obtenues se placent très bien sur la courbe des vitesses.

M. Eydoux a utilisé un procédé de calcul analogue dans l'étude du fonctionnement des accumulateurs hydrauliques.

Conduite de 80^{mm} de diamètre intérieur; longueur : $l = 115^m,75$; volume d'air : 1050^{cm}.

k	$y_k - y_0 :$	$v_k :$	$\frac{dv}{dt}$ calc. :	$\frac{dv}{dt}$ obs. :
1	- 3 m. 11	0	+ 0,272	+ 0,280
2	- 1 m. 73	+ 0,0388	+ 0,151	+ 0,155
3	+ 1 m. 94	+ 0,0371	- 0,170	- 0,180
4	+ 3 m. 33	- 0,0050	- 0,291	- 0,290
5	+ 1 m. 39	- 0,0427	- 0,121	- 0,120
6	- 1 m. 73	- 0,0399	+ 0,151	+ 0,150
7	- 2 m. 42	- 0,0066	+ 0,212	+ 0,198
8	- 1 m. 59	+ 0,0255	+ 0,139	+ 0,140
9	+ 1 m. 53	+ 0,0261	- 0,133	- 0,130
10	+ 2 m. 63	- 0,0072	- 0,230	- 0,228

Je citerai un autre exemple :

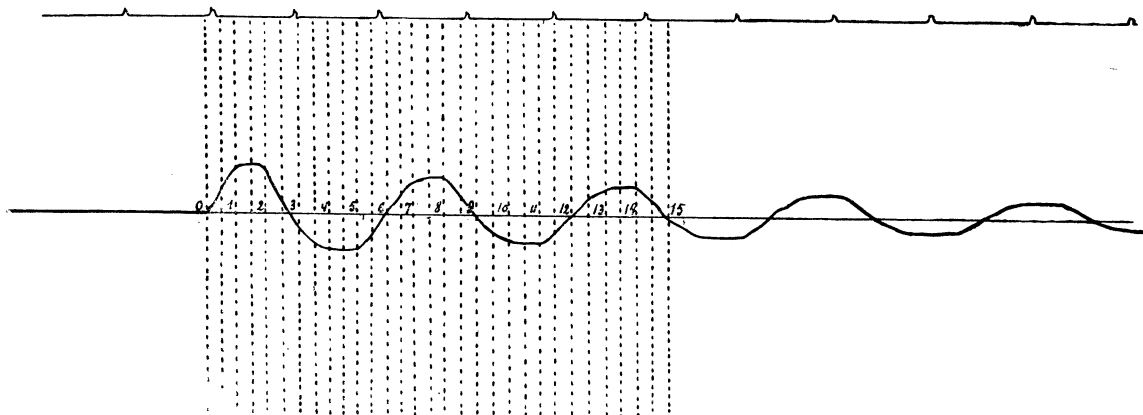


FIG. 20. — Courbe des surpressions qui a servi aux constructions indiquées figure 21.

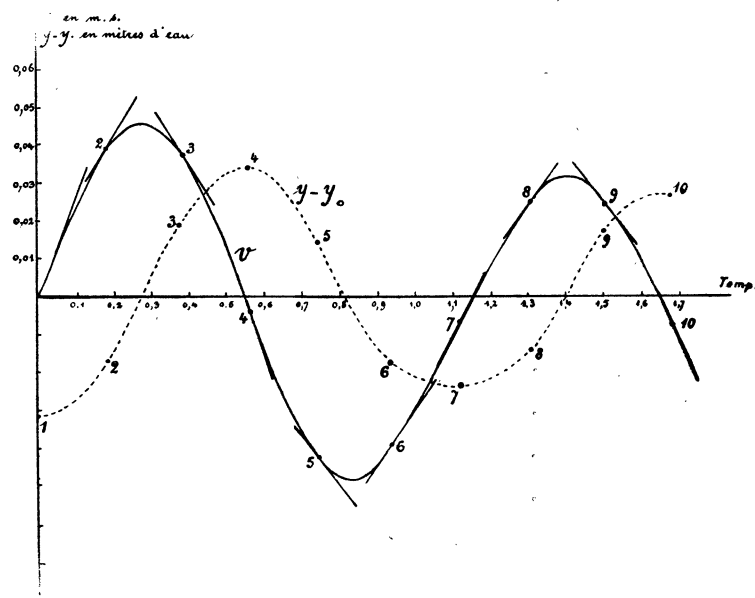


FIG. 21. — Application simultanée des formules de MM. Allievi et Rateau.

Expérience : IE-129-5. Volume d'air 2670^{cm} (fig. 22).

POINT	TEMPS en SECONDES	SURPRESSIONS en MÈTRES	VITESSES en MÈTRES	$\frac{dv}{dt}$
-2	-0,324	0,0	+ 0,576	0
-1	-0,162	+ 16,35	+ 0,450	- 1,524
0	0,00	+ 42,20	0	- 3,94
1	0,162	+ 17,08	- 0,456	- 1,59
2	0,324	- 2,68	- 0,567	+ 0,25
3	0,486	- 9,02	- 0,477	+ 0,842
4	0,648	- 11,71	- 0,316	+ 1,09
5	0,811	- 12,98	- 0,127	+ 1,18
6	0,972	- 12,98	+ 0,072	+ 1,18
7	1,133	- 11,47	+ 0,260	+ 1,07
8	1,296	- 8,29	+ 0,412	+ 0,773
9	1,457	- 1,71	+ 0,489	+ 0,159
10	1,620	+ 13,42	+ 0,399	- 1,25
12	1,785	+ 30,25	+ 0,063	- 2,82
12	1,95	+ 17,08	- 0,301	- 1,595

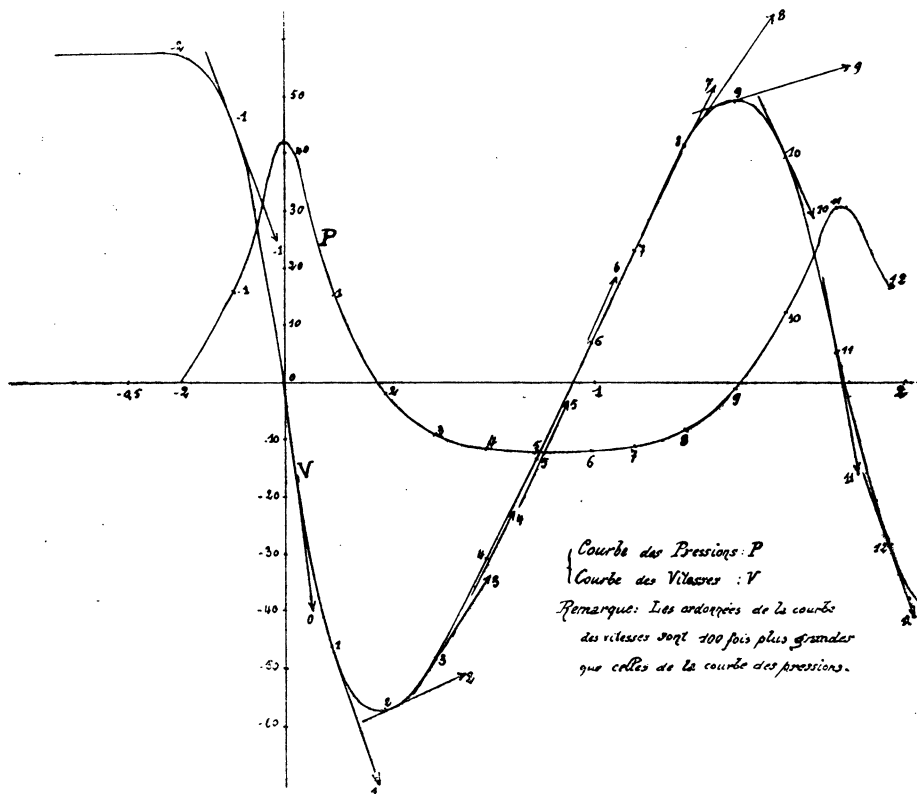


FIG. 22. — Application simultanée des formules de MM. Allievi et Rateau. On voit que les tangentes calculées se placent très bien sur la courbe des vitesses.

10. Équations dans le cas des petites poches d'air.

Pour calculer les surpressions dans le cas de petites poches d'air, il est nécessaire de tenir compte de la compressibilité de l'eau et de la déformation de l'enveloppe.

Supposons que la conduite possède une petite poche d'air à son extrémité aval. Les équations sont les suivantes :

$$\left. \begin{aligned} y &= y_0 + F_1, \\ v &= v_0 - \frac{g}{a} F_1, \end{aligned} \right\} \text{ pour } t < \frac{2l}{a}. \quad (22)$$

$$U y^{\frac{1}{\gamma}} = \alpha, \quad (23)$$

et enfin :

$$S v dt = - dU, \quad (24)$$

on en déduit :

$$v = \frac{1}{S \gamma} \alpha y^{-\frac{1}{\gamma}-1} \frac{dy}{dt}, \quad (25)$$

où l'on remplace v par sa valeur tirée des premières équations, il vient :

$$v_0 - \frac{g}{a} (y - y_0) = \frac{1}{S \gamma} \alpha y^{-\frac{1}{\gamma}-1} \frac{dy}{dt},$$

d'où l'on tire :

$$t = \int_{y_0}^{y_1} \frac{dy}{\frac{S \gamma}{\alpha} \left[v_0 - \frac{g}{a} (y - y_0) \right] y^{\frac{1}{\gamma}+1}}, \quad (26)$$

formule qui permet de calculer t en fonction de y et de construire la première portion de la couche de surpression pour :

$$0 < t < \frac{2l}{a}.$$

Pour le deuxième intervalle :

$$\frac{2l}{a} < t < \frac{4l}{a},$$

on procède de même; appelons Y_1 la valeur de y pour $t = \frac{2l}{a}$, nous avons :

$$\left. \begin{aligned} y &= y_0 + F_2 - F_1, \\ v &= v_0 - \frac{g}{a}(F_2 + F_1), \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

d'où :

$$v - v_0 = -\frac{g}{a}(y - y_0 + 2F_1),$$

F_1 est connu.

On obtient, comme précédemment en remplaçant v par sa valeur dans :

$$\frac{\alpha}{S_1} y^{-\frac{1}{\gamma}-1} \frac{dy}{dt} = v_0 - \frac{g}{a}(y - y_0 + 2F_1),$$

les variables sont séparées; on calculera la courbe de surpression correspondant au deuxième intervalle par la formule :

$$t = \int_{Y_1}^{Y_2} \frac{dy}{\left[v_0 - \frac{g}{a}(y - y_0 + 2F_1) \right] \frac{S_1}{\alpha} y^{\frac{1}{\gamma}+1}}. \quad (28)$$

et ainsi de suite.

Connaissant les valeurs des fonctions F pour les divers intervalles, on pourra calculer la répartition des pressions le long de la conduite.

Dans le travail auquel j'ai déjà fait allusion, M. Foch a fait l'étude complète des conduites munies de petites poches d'air et a mis en évidence des résultats d'un très grand intérêt.

11. Applications diverses.

Remplissage des conduites.

Dans les conduites de basse chute, il se produit parfois, au moment du remplissage, des oscillations en masse susceptibles de provoquer des pressions élevées; ces oscillations peuvent provenir du déplacement des grandes bulles existant dans la conduite.

D'une façon générale, il convient de faire arriver l'eau avec le maximum de lenteur compatible avec les conditions de l'installation et d'attendre que la purge de la conduite soit complète pour mettre en marche les turbines, la présence de bulles d'air étant susceptible de provoquer des phénomènes de résonance dangereux.

La vidange d'une poche d'air peut provoquer des pressions élevées ; l'expérience suivante le montre : on ouvre le robinet d'une poche d'air située à l'extrémité aval de la conduite de 80 millimètres (*fig. 23*) ; l'écoulement de l'air produit dans la conduite un coup de bélier d'ouverture qui s'amortit rapidement. La vitesse de l'eau dans la conduite a une valeur sensiblement constante v_0 . Au moment où l'air est complètement évacué, la vitesse de l'eau dans la conduite décroît brusquement jusqu'à une valeur très faible ; tout se passe comme dans le cas d'une fermeture de très courte durée. La surpression est très sensiblement égale à $\frac{av_0}{g}$, elle peut dépasser beaucoup la pression statique.

Un accident de ce genre peut se produire quand un réservoir d'air branché sur une conduite en charge est fêlé par accident.

Clapet automatique enregistreur de purge.

On peut se rendre compte de l'état d'une conduite par l'examen des diagrammes de fermeture, par la méthode de la dépression brusque, etc., comme je l'ai indiqué, mais il est plus simple dans la pratique d'employer un clapet automatique (*fig. 24*) susceptible de donner, par son fonctionnement, que des variations de pression très réduites ; on y arrive facilement en munissant le clapet à sa partie inférieure d'une masse assez lourde pour qu'il s'ouvre dès que la pression devient légèrement inférieure à la pression statique. Un tachymètre actionné par le mouvement alternatif du clapet indique directement l'état de la conduite. La période de la conduite entièrement purgée est calculée *a priori*, ou bien déterminée par l'expérience. La figure 25 indique le graphique des variations de pression indiquées par l'appareil.

Emploi des ventouses pour la purge des conduites.

On emploie souvent pour éliminer les bulles d'air qui se produisent dans les conduites des appareils appelés ventouses. La figure 26 représente le schéma d'une ventouse de la maison d'Aubrives de Villerupt. Le fonctionnement de ces appareils est très simple : quand une bulle entraînée par le mouvement de l'eau dans la conduite arrive en regard de la cloche A, l'air monte vers la partie supérieure de cette cloche et remplit la chambre H. Le clapet B tombe et démasque l'orifice C. L'air sous pression est évacué par la tubulure D, ce qui provoque un mouvement ascendant de l'eau dans la cloche A et une certaine vitesse v_0 dans la conduite.

Au moment où l'eau arrive au sommet de la cloche A, sa vitesse varie dans un intervalle de temps très court dans un rapport sensiblement égal au rapport des

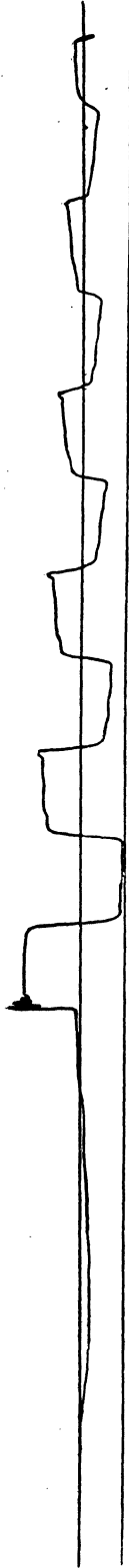


Fig. 23. — Surpression produite par la vidange d'une poche d'air; on voit que la surpression dépasse la pression statique; expérience : IE-162-6.

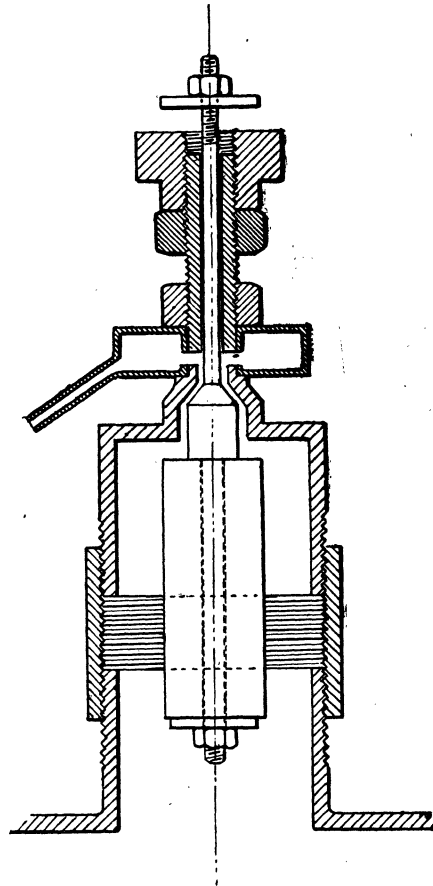


Fig. 24. — Clapet automatique enregistreur de purge.

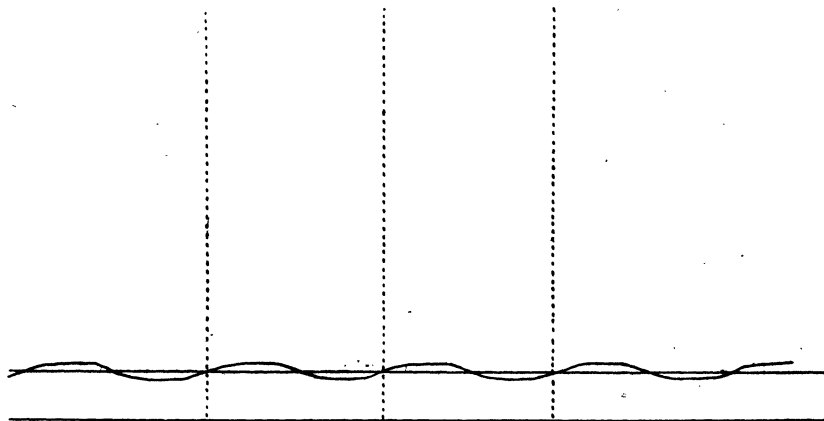


Fig. 25. — Diagramme des variations de pression provoquées par l'enregistreur de purge; expérience : IE-160-1.

surfaces de la section de la cloche A et de la section de la tubulure E; pour les dimensions indiquées sur la figure 26 ce rapport est égal à $\frac{1}{100}$, les pertes de charge sont négligées. De pareilles variations de vitesse provoquent des surpressions élevées susceptibles d'entraîner des ruptures de la conduite.

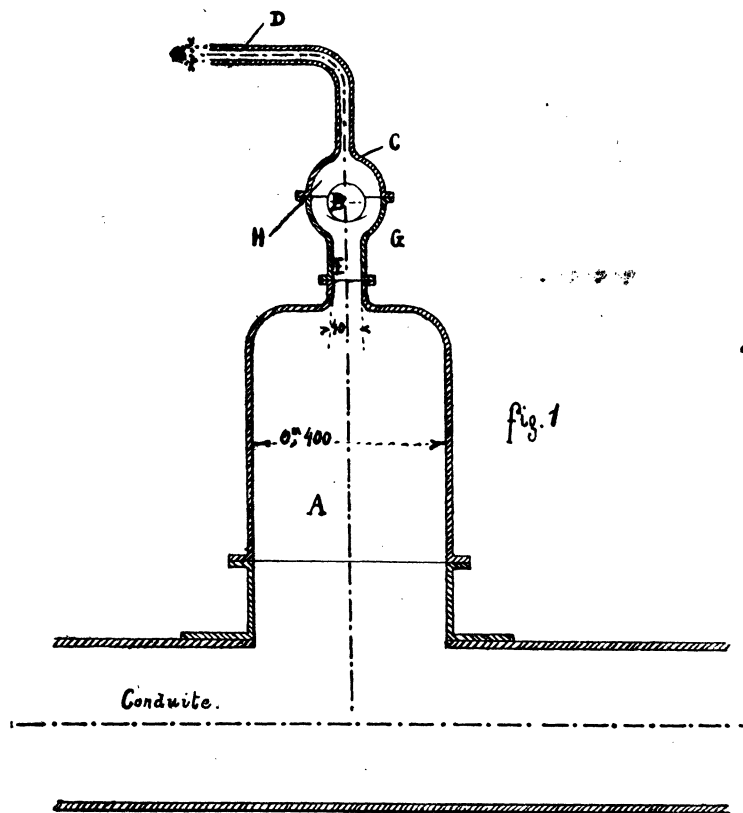


FIG. 26. — Ventouse.

Dans une étude faite en collaboration avec M. l'ingénieur Espagnol, nous avons atténué très notablement ces surpressions, en ajoutant au bas de la tubulure E un tube percé de trous, comme le montre la figure 27 : la diminution de la vitesse de l'eau se produit d'une façon progressive, car les trous par lesquels l'air peut sortir sont fermés à mesure que l'eau monte dans la cloche. La loi de variation de la vitesse de l'eau dans la conduite peut être modifiée à volonté en changeant le progresser et la disposition des trous percés dans le tube. *Tout se passe donc comme si la conduite était munie d'un distributeur dont la vitesse de fermeture est variable à volonté.*

Un autre procédé susceptible d'améliorer le fonctionnement des ventouses et d'éviter les ruptures de conduites consiste à subdiviser celles-ci en divers tronçons en les munissant, aux points les plus élevés, de chambre d'eau ou de cheminées d'équilibre de grand diamètre. On réduit ainsi l'énergie accumulée dans la masse d'eau en mouvement au moment de la sortie de l'air⁽¹⁾.

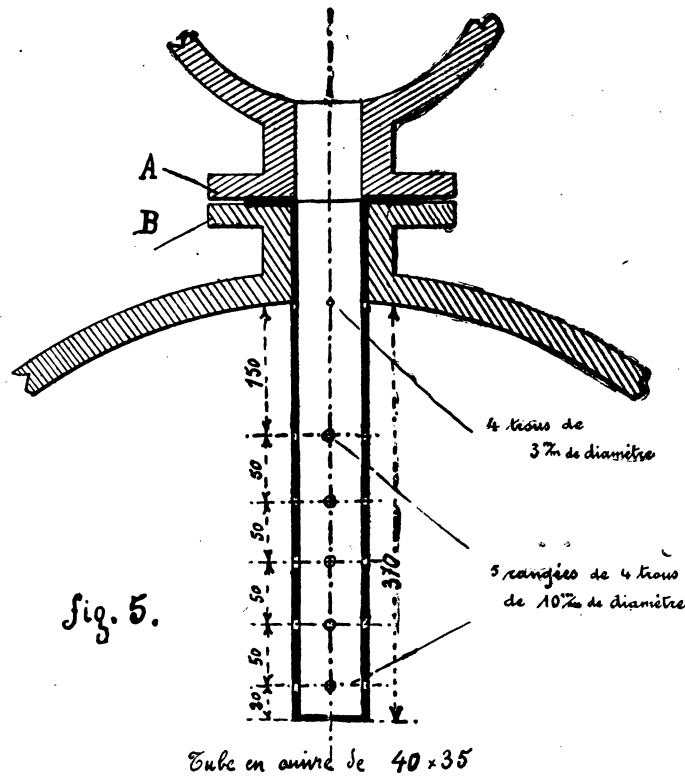


FIG. 27. — Ventouse munie d'un tube destiné à l'atténuation des coups de bélier.

A cet égard, on peut dire qu'une grosse bulle située dans une conduite est susceptible de protéger celle-ci en faisant l'office de chambre d'eau et produisant un véritable sectionnement de la conduite. A condition que le volume de cette bulle soit assez considérable, la pression y reste sensiblement constante et les réflexions s'y produisent avec changement de signe comme sur une chambre d'eau; les surpressions n'atteignent pas les portions de la conduite situées au delà.

(¹) Pour l'étude des cheminées d'équilibre, consulter le Mémoire de M. D. Eydoux, *Les mouvements de l'eau et les coups de bélier dans les cheminées d'équilibre* (1919).

12. Remarque sur l'emploi des indicateurs; influence du tube de communication reliant le manomètre à la conduite.

En vue de l'emploi des indicateurs et du choix du tube mettant la conduite en communication avec celui-ci, on peut faire la remarque suivante ⁽¹⁾ :

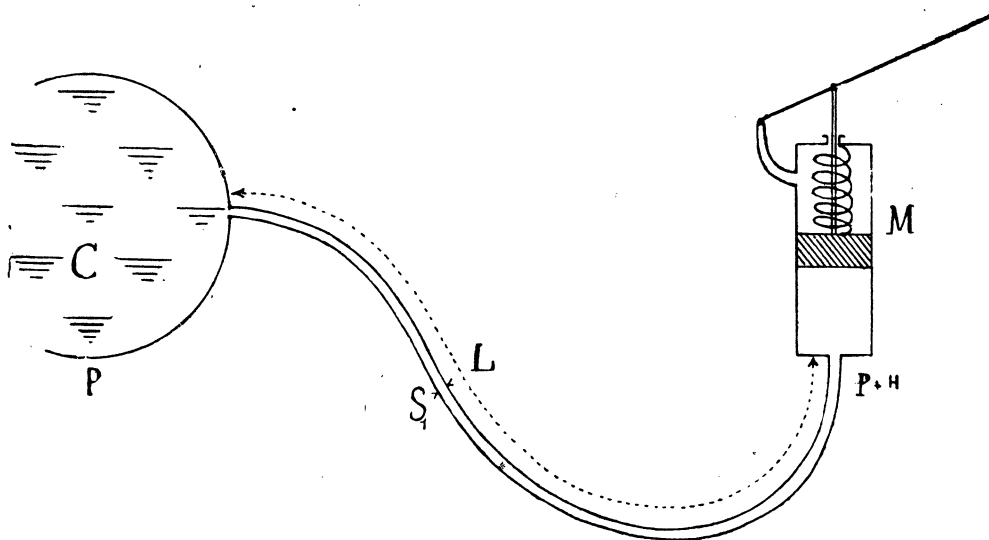


FIG. 28. — Schéma d'une conduite munie d'un indicateur.

Considérons un manomètre M , branché sur une conduite C par l'intermédiaire d'un tube de longueur L et de section S_1 . Le manomètre, quel qu'il soit, indicateur, manomètres genre Bourdon, plaque métallique mince analogue à celles employées dans les baromètres anéroïdes, enregistre les variations de pression, par une déformation, qui provoque dans le tube de communication un mouvement en masse de l'eau. Soit $\gamma + H$ la pression en M , la pression au temps t sera $H(1 + z) + \gamma$, γ la pression dans la conduite C au point où se trouve le tube de communication.

⁽¹⁾ Tous les systèmes élastiques sont évidemment susceptibles de provoquer des oscillations dans les conduites et, si leur importance est assez grande, des oscillations en masse. Dans les conduites étudiées, j'ai évité d'employer des joints élastiques. Dans une conduite de 100 mètres de long à joints de caoutchouc installée à l'usine à gaz de Toulouse, la fermeture du robinet située à l'extrémité aval provoquait des déplacements de l'extrémité atteignant 25 centimètres d'amplitude. La conduite de 80 millimètres de l'Institut électrotechnique était formée de tronçons réunis entre eux par des raccords à vis sans interposition de joints de caoutchouc.

Le théorème des forces vives donne, en désignant par v la vitesse de l'eau dans le tube,

$$HS_1 v dt + [yS_1 - (y + H(1 + z))S_1] v dt = \frac{LS_1}{g} v dv$$

ou

$$\frac{L}{g} \frac{dv}{dt} = - Hz. \quad (29)$$

La variation de pression Hdz entraîne, par suite du déplacement du piston de l'indicateur, une variation de volume qui lui est proportionnelle; en appelant k le rapport de proportionnalité, on a :

$$S_1 v dt = k H dz,$$

d'où :

$$\frac{L}{g} \frac{k}{S_1} H \frac{d^2 z}{dt^2} = - Hz.$$

La période τ de l'oscillation en masse qui va prendre naissance sera :

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g} \frac{k}{S_1}}, \quad \text{posons :} \quad Hz = A \sin \frac{2\pi t}{\tau}. \quad (30)$$

En désignant par v_0 la valeur de la vitesse v à l'époque zéro, où Hdz est nul, on a :

$$v_0 = \frac{k}{S_1} A \frac{2\pi}{\tau},$$

d'où :

$$A = v_0 \frac{S_1}{k} \frac{\tau}{2\pi} = v_0 \frac{L}{g} \frac{2\pi}{\tau} = v_0 \sqrt{\frac{L}{g} \frac{S_1}{k}}, \quad (31)$$

On pourra employer l'une ou l'autre de ces formules. Donnons un exemple :

Prenons un indicateur à ressort extérieur (fig. 3 du tome I) donnant une déviation du style de 60 millimètres pour une augmentation de pression de 1 atmosphère; le piston de cet indicateur a 2 centimètres de diamètre. Quand le style se déplace de 6 centimètres, le piston se déplace de 1 centimètre seulement. On a :

$$\begin{aligned} \pi \times 10^{-4} \times 10^{-2} &= k \times 10, \\ k &= \pi \times 10^{-7}. \end{aligned}$$

Voici une expérience IE-138-9 (fig. 29) :

$L = 15$ m. 3, $d = 11$ mm diamètre du tube de communication.

$H = 4$ m. 70, v_0 correspond à un débit de 1350 cm³ en 80^s.

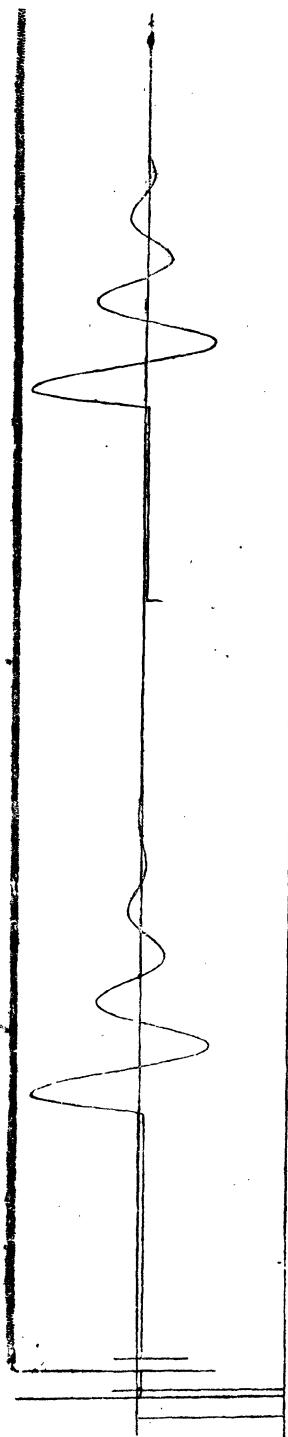


FIG. 29. — Influence du tube de communication placé entre le manomètre et la conduite; expérience : IE-r38-8 et 9.

Nous avons :

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{15,3 \times \pi \times 10^{-7}}{9,81 \times \pi \times \frac{1,1}{4} \times 10^{-4}}} = 0,45,$$

on trouve 0,46.

v_0 est donné par la formule :

$$v_0 \times \pi \times \frac{1,1}{4} \times 10^{-4} = \frac{1350}{80} \times 10^{-6},$$

d'où $v_0 = 0 \text{ m. } 18$

et

$$A \text{ calc.} = \frac{1350}{80} \times \frac{4 \times 10^{-2}}{1,1} \times \frac{2 \times 15,3}{9,81 \times 0,45} = 3 \text{ m. } 85.$$

Comme sur le diagramme : IE-138-9, 27 mm. 2 correspondent à 4 m. 7 de pression, et que la surpression A est mesurée par 21 m. 5, on a :

$$A \text{ obs.} = \frac{4,7 \times 21,5}{27,2} = 3 \text{ m. } 71;$$

on a exagéré, à dessein, les perturbations dans les expériences précédentes.

MATIÈRES CONTENUES DANS CE MÉMOIRE

	Pages.
1. Conduite munie d'un réservoir d'air à son extrémité aval. Formules de M. Rateau.	223
2. Vérifications expérimentales; répartition linéaire des surpressions.	225
3. Fermetures lentes.	232
4. Conduite possédant deux poches d'air.	232
5. Expériences sur une conduite possédant deux poches d'air.	236
6. Augmentation de la période apparente d'une conduite sous l'influence d'une poche d'air située à l'extrémité aval.	238
7. Atténuation des coups de bélier par les réservoirs d'air.	238
8. Calcul des grands coups de bélier dans les conduites munies d'un réservoir d'air à leur extrémité aval; phénomènes de résonance.	239
9. Application simultanée des équations de MM. Allievi et Rateau.	246
10. Équations dans le cas de petites poches d'air.	250
11. Applications diverses; remplissage des conduites; clapet automatique enregistreur de purge; emploi des ventouses pour la purge des conduites.	251
12. Remarque sur l'emploi des indicateurs; influence du tube de communication reliant le manomètre à la conduite.	256