

# ÉTUDE THÉORIQUE ET EXPÉRIMENTALE DES COUPS DE BÉLIER

(Suite.)

## CHAPITRE IX

### Conduites à caractéristiques multiples (suite).

**SOMMAIRE :** Division de la conduite  $C_1$  en deux tronçons. — Fermetures lentes; calcul du coup de bélier au distributeur. — Expériences : US- $C_1$ -56-4; US- $C_1$ -56-1; US- $C_1$ -56-7; US- $C_1$ -56-8; US- $C_1$ -54-7; US- $C_1$ -52-8; US- $C_1$ -55-2; US- $C_1$ -55-1. — Subdivision en trois tronçons; fermetures lentes; calcul du coup de bélier au distributeur. — Subdivision de la conduite  $C_1$  en trois tronçons. — Expériences : US- $C_1$ -56-7; US- $C_1$ -55-2; US- $C_1$ -55-1. — Ouvertures lentes; expérience US- $C_1$ -52-14. — Répartition du coup de bélier dans l'hypothèse de la division de la conduite en deux tronçons. — Subdivision de  $C_1$  en deux tronçons; calcul du diagramme des pressions au poste de Pau. — Courbe de la fonction  $F(t)$ ; expérience US- $C_1$ -56-4. — Courbe de la fonction  $f(t)$ .

#### 90. Division de la conduite $C_1$ en deux tronçons.

Dans la réalité, la conduite est divisée en treize tronçons d'épaisseurs variant de 7 à 22 mm. A la jonction de chaque tronçon avec le suivant la vitesse  $a$  varie brusquement; elle est de 1215 dans le tronçon de 22 mm. d'épaisseur et de 962 dans celui de 7 mm. (Voir tableau, chapitre VII.)

Afin d'arriver à une solution facile du problème, M. de Sparre a envisagé le cas où la conduite pourrait être supposée formée de deux tronçons tels que la durée de propagation du coup de bélier soit la même dans les deux, en sorte que, si on appelle

$l$  la longueur du tronçon inférieur,  
 $a$  la vitesse dans ce tronçon,  
 $l'$  la longueur du tronçon supérieur,  
 $a'$  la vitesse dans ce tronçon, on ait :

$$\frac{l}{a} = \frac{l'}{a'}$$

La première question qui se pose est la détermination des longueurs  $l$  et  $l'$ .

Voici comment on peut procéder pratiquement à ce sectionnement fictif de la conduite : On trace une courbe des vitesses  $a$  en fonction du temps mis par l'onde pour aller du distributeur au point considéré. Soit  $T$  le temps total mis par l'onde pour aller du distributeur à la chambre d'eau. On prend sur la courbe le point d'abscisse  $\frac{T}{2}$ ; il divise la courbe en deux parties. On détermine alors les valeurs de  $l$  et  $l'$  pour chacune de ces deux parties. Ces longueurs  $l$  et  $l'$  sont données par la somme des produits des différents intervalles de temps compris dans chacune des deux parties par les valeurs correspondantes de  $a$ . Connaissant  $l$  et  $l'$  et étant donné que nous avons  $\frac{l}{a} = \frac{l'}{a'} = \frac{T}{2}$ , on déduit  $a$  et  $a'$  par les relations suivantes :

$$a = \frac{l}{\frac{T}{2}} \quad \text{et} \quad a' = \frac{l'}{\frac{T}{2}}.$$

On opérerait de même pour diviser la conduite en 3 . . . . 4 . . . . .  $n$  tronçons; il suffirait pour cela de diviser la ligne des abscisses en 3 . . . 4 . . .  $n$  parties égales.

Ceci posé, on fera comme suit le calcul des coups de bélier au voisinage du distributeur.

### 91. Fermetures lentes. — Subdivision de la conduite en deux tronçons. Calcul du coup de bélier au distributeur.

On divise le temps en périodes  $\frac{2l}{a}$ . On a alors :

1° Pour la première période, telle que  $t \leq \frac{2l}{a}$  :

$$\xi_1 = \frac{a}{g} \frac{v_0 - v_1}{1 + \frac{av_1}{2g\gamma_0}} \quad (72)$$

$v_0$  vitesse initiale dans la conduite en met./sec.;

$v_1$  vitesse dans la conduite pour l'ouverture existant au temps  $t$  en met./sec., où

l'on fait le calcul et pour la pression statique;

$\gamma_0$  charge statique en mètres d'eau;

$g = 9,81$ .

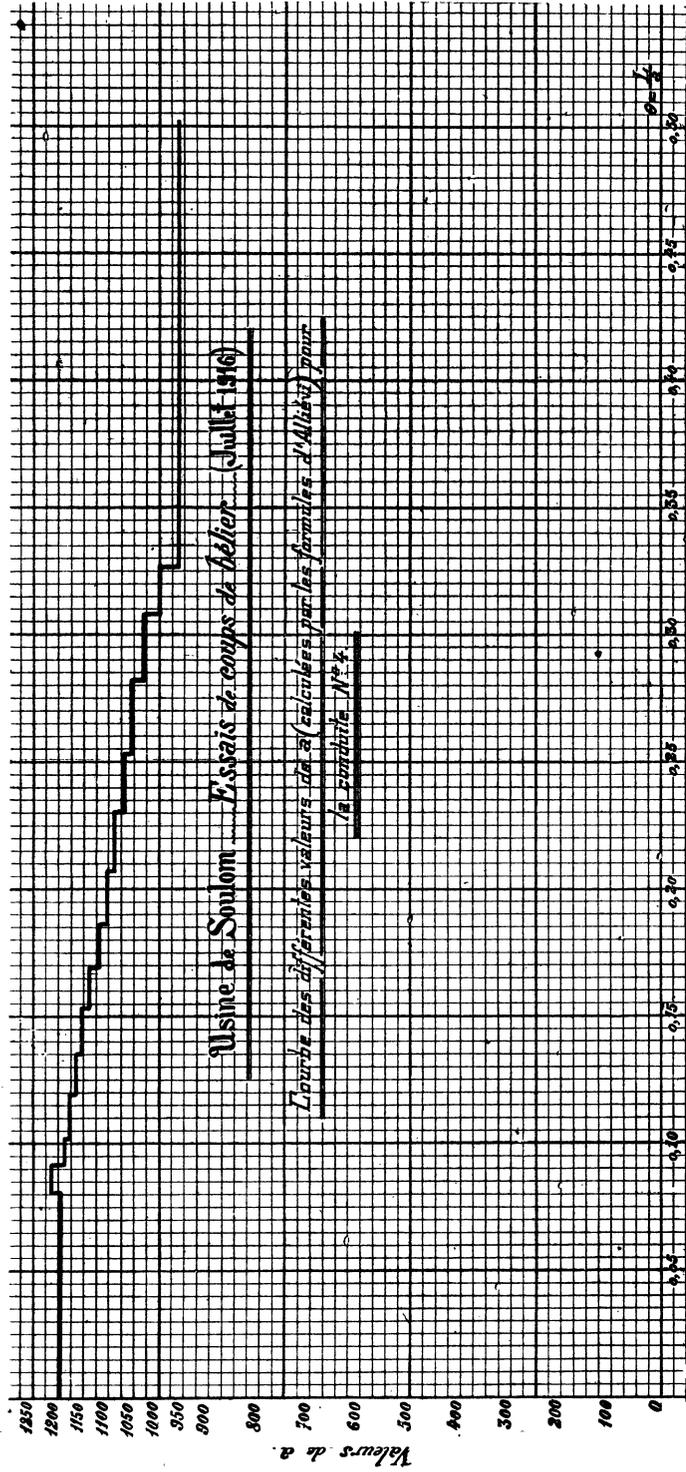


FIG. 161. — Détermination des vitesses à adopter pour la division de la conduite en deux ou trois tronçons.



2° *Seconde période.* —  $\frac{2l}{a} < t \leq \frac{4l}{a}$ .

$$\xi_2 = \frac{a}{g} \frac{v_0 - v_2}{1 + \frac{av_2}{2g\gamma_0}} - 2 \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \frac{\xi_1}{1 + \frac{av_2}{2g\gamma_0}}; \quad (108)$$

$v_0$  vitesse initiale dans la conduite en met./sec.;

$v_2$  vitesse dans la conduite pour l'ouverture existant à l'instant de la deuxième période que l'on considère et pour la pression statique;

$$\alpha = \frac{a'}{a};$$

$\xi_1$  valeur du coup de bélier  $\frac{2l}{a}$  avant l'instant considéré.

3° *Troisième période.* —  $\frac{4l}{a} < t \leq \frac{6l}{a}$ .

$$\xi_3 = \frac{a}{g} \frac{v_1 - v_3}{1 + \frac{av_3}{2g\gamma_0}} - 2 \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \frac{\xi_2}{1 + \frac{av_3}{2g\gamma_0}} - \frac{1 - \frac{av_1}{2g\gamma_0}}{1 + \frac{av_3}{2g\gamma_0}} \xi_1; \quad (109)$$

$v_3$  vitesse dans la conduite pour l'ouverture existant à l'instant  $t$  de la troisième période que l'on considère et pour la pression statique;

$v_1$  vitesse dans la conduite pour l'ouverture réalisée un temps  $\frac{4l}{a}$  avant l'instant considéré et pour la pression statique;

$\xi_2$  coup de bélier à l'instant  $\frac{2l}{a}$  avant l'instant considéré;

$\xi_1$  coup de bélier à l'instant  $\frac{4l}{a}$  avant l'instant considéré.

4° D'une façon générale,  $n^{\text{me}}$  période :

$(n - 1) \frac{2l}{a} < t \leq n \frac{2l}{a}$ .

$$\xi_n = \frac{a}{g} \frac{v_{n-2} - v_n}{1 + \frac{av_n}{2g\gamma_0}} - 2 \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \frac{\xi_{n-1}}{1 + \frac{av_n}{2g\gamma_0}} - \frac{1 - \frac{av_{n-2}}{2g\gamma_0}}{1 + \frac{av_n}{2g\gamma_0}} \xi_{n-2}; \quad (110)$$

$v_n$  vitesse dans la conduite pour l'ouverture existant à l'instant  $t$  de la  $n^{\text{me}}$  période que l'on considère et pour la pression statique;

$v_{n-2}$  vitesse dans la conduite pour l'ouverture existant au temps  $\frac{4l}{a}$  avant l'instant considéré et pour la pression statique.

Cette formule est générale et peut s'employer soit pendant le mouvement de fermeture de la vanne, soit lorsque la vanne est arrêtée. Mais, dans ce dernier cas, les formules se simplifient.

Supposons que la vanne soit arrêtée au cours de la  $(p - 1)^{\text{me}}$  période; le calcul du coup de bélier pendant la  $p^{\text{me}}$  période se fera d'après la formule ci-dessus et ne présentera aucune particularité. Pour le calcul de la  $(p + 1)^{\text{me}}$  période, on pourra remarquer que l'on a, puisque la vanne est déjà arrêtée au commencement de la première période :  $v_{p+1} = v_p$ .

On aura donc :

$$\zeta_{p-1} = \frac{a}{g} \frac{v_{p-1} - v_p}{1 + \frac{av_p}{2gY_0}} - 2 \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \frac{\zeta_p}{1 + \frac{av_p}{2gY_0}} - \frac{1 - \frac{av_{p-1}}{2gY_0}}{1 + \frac{av_p}{2gY_0}} \zeta_{p-1}, \quad (73)$$

puis, pour une période  $n$  quelconque au delà de la  $(p + 1)^{\text{me}}$  :

$$\zeta_n = -2 \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \frac{\zeta_{n-1}}{1 + \frac{av_p}{2gY_0}} - \frac{1 - \frac{av_p}{2gY_0}}{1 + \frac{av_p}{2gY_0}} \zeta_{n-2}. \quad (111)$$

Les formules ci-dessus permettent donc, dans tous les cas, de trouver le coup de bélier au distributeur à l'instant quelconque.

Nous avons appliqué les formules ci-dessus à trois des diagrammes figurés ci-dessus, soit :

US-C<sub>1</sub>-56-4 (*fig. 162*);

US-C<sub>1</sub>-56-1 (*fig. 163*);

US-C<sub>1</sub>-56-7 (*fig. 164*);

US-C<sub>1</sub>-56-8 (*fig. 164 bis*).

Voici, à titre d'exemple, la série des calculs relatifs au diagramme 56-4.

La première détermination à faire est celle des vitesses  $a$  et  $a'$ , à adopter. On trouve ci-contre la courbe représentant la variation de  $a$  le long de la conduite. Cette courbe est composée d'une série de marches correspondant aux divers tronçons (*fig. 161*).

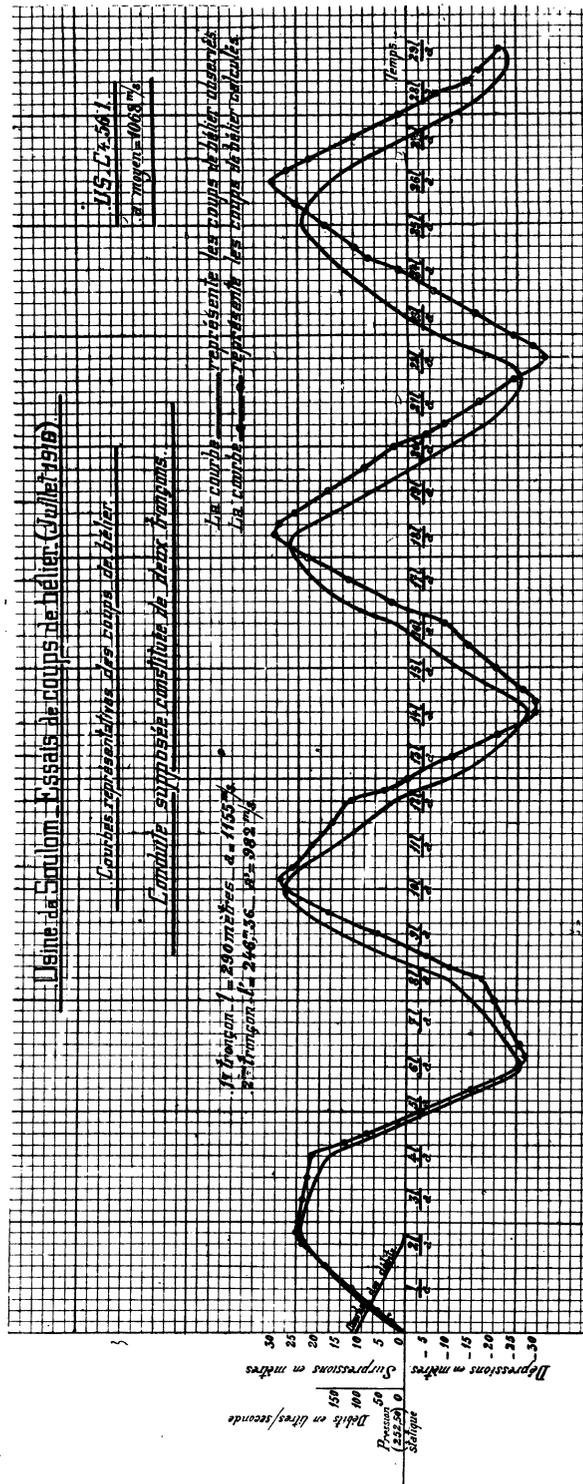


Fig. 163.

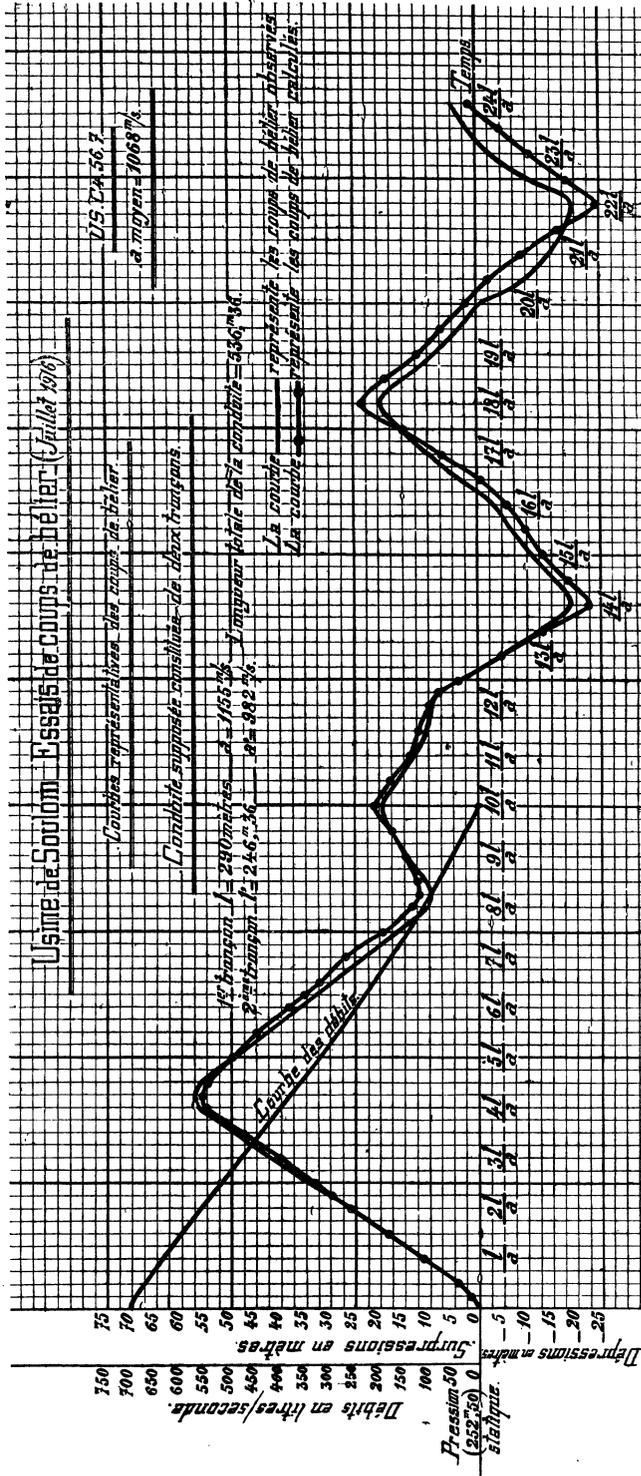


Fig. 164.

Nous avons pour cette division procédé comme indiqué ci-dessus et avons trouvé ainsi :

$$\begin{aligned} a &= 1155 \text{ met./sec.} \\ a' &= 982 \text{ met./sec.} \\ l &= 290 \text{ m. } 00. \\ l' &= 246 \text{ m. } 36. \end{aligned}$$

$a$  et  $a'$  étant ainsi déterminés, voici les calculs de 56-4 :

92. Calcul en deux tronçons du graphique US-C<sub>3</sub>-56-4 (fig. 162).

Longueur de la conduite = 536 m. 36.

Ouverture du régulateur = 58.

Débit = 565 litres.

Diamètre intérieur de la conduite = 0 m. 810.

Section libre de la conduite = 0 m<sup>2</sup> 515.

$a$  moyen = 1.068 m/s.

$$1^{\text{er}} \text{ tronçon : } l = 290 \text{ mètres, } a = 1.155 \text{ m/s, } \frac{l}{a} = 0^{\text{h}}, 251.$$

$$2^{\text{e}} \text{ tronçon : } l' = 246 \text{ m. } 36, a' = 982 \text{ m/s, } \frac{l'}{a'} = 0^{\text{h}}, 251.$$

$$1^{\text{er}} \text{ PÉRIODE : } t \leq \frac{2l}{a}.$$

Le coup de bélier  $\xi_1$  est donné par la formule :

$$\xi_1 = \frac{a}{g} \times \frac{v_0 - v_1}{1 + \frac{av_1}{2gy_0}},$$

$$\frac{a}{g} = \frac{1.155}{9.81} = 117,7,$$

$$v_0 = \frac{565}{51,5} = 1 \text{ m. } 097,$$

$$2gy_0 = 2 \times 9,81 \times 252,50 = 4.950.$$

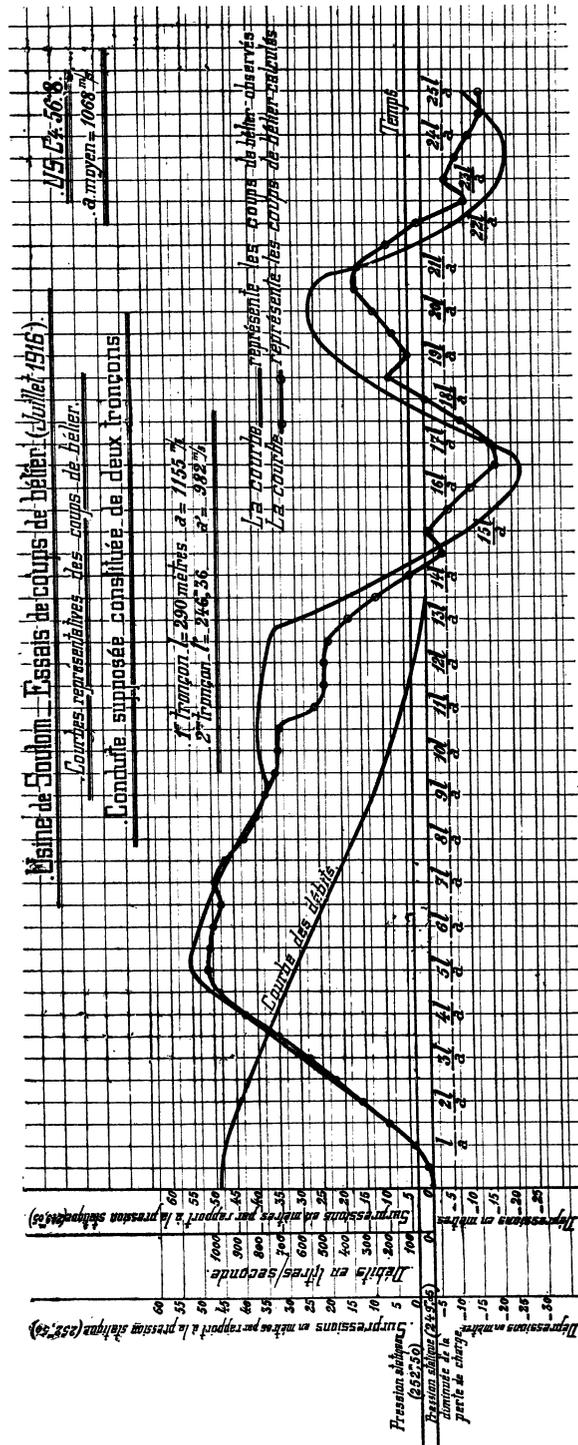


FIG. 164 bis.

Le diagramme US-C, -50-8 a été étudié par la méthode consistant à supposer la conduite constituée d'un seul tronçon d'épaisseur constante (voir fig. 104, p. 168). Nous avions alors tenu compte de la perte de charge en chaque point, en retranchant de la pression calculée, la perte de charge correspondant à l'ouverture réalisée en ce point. Nous avons employé la même méthode en partant du calcul en deux tronçons et les résultats sont donnés ci-après (fig. 165, p. 273). Au contraire, dans la figure 164 bis, nous avons fait le calcul à partir de la pression statique diminuée de la perte de charge initiale. Comme on le voit, étant donné qu'il s'agit d'une fermeture relativement longue, ce second mode de calcul rend moins exactement compte du phénomène, en particulier en ce qui concerne le maximum de la surpression (voir à ce sujet le chapitre IV).

Si l'on fait le calcul, en partant comme nous l'avons indiqué au chapitre IV de la pression statique diminuée de la perte de charge initiale, on remarquera que pour cette fermeture très lente qui dure  $\frac{14l}{a}$ , les deux courbes de pression observées et calculées, coïncident sensiblement au début de la fermeture; elles se séparent ensuite l'une de l'autre, la courbe calculée se plaçant au-dessous de la courbe observée. Ce résultat est tout à fait conforme à celui que nous avons obtenu chapitre IV (voir fig. 54, 56 et 59), qui correspond à une fermeture très lente.

$$1^{\text{er}} \text{ point : } \frac{1}{3} \frac{l}{a}$$

$$\text{Ouverture} = 57,25$$

$$\text{Débit} = 557 \text{ l. } 5$$

$$v_1 = 1,081$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{1,097 - 1,081}{1 + \frac{1,155 \times 1,081}{4,950}}$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{0,016}{1,253}$$

$$\xi = 117,7 \times 0,0127 = \underline{1 \text{ m. } 50}$$

$$2^{\text{e}} \text{ point : } \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\text{Ouverture} = 56,5$$

$$\text{Débit} = 548 \text{ litres}$$

$$v_1 = 1,062$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{1,097 - 1,062}{1 + \frac{1,155 \times 1,062}{4,950}} = 117,7 \times \frac{0,035}{1,248}$$

$$\xi = 117,7 \times 0,028 = \underline{3 \text{ m. } 30}$$

$$3^{\text{e}} \text{ point : } \frac{2}{3} \frac{l}{a}$$

$$\text{Ouverture} = 55,25$$

$$\text{Débit} = 535 \text{ litres}$$

$$v_1 = 1,037$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{1,097 - 1,037}{1 + \frac{1,155 \times 1,037}{4,950}} = 117,7 \times \frac{0,06}{1,243}$$

$$\xi = 117,7 \times 0,0482 = \underline{5 \text{ m. } 70}$$

$$4^{\text{e}} \text{ point : } \frac{l}{a}$$

$$\text{Ouverture} = 52,5$$

$$\text{Débit} = 507 \text{ litres}$$

$$v_1 = 0,985$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{1,097 - 0,985}{1 + \frac{1,155 \times 0,985}{4,950}} = 117,7 \times \frac{0,112}{1,23}$$

$$\xi = 117,7 \times 0,0915 = \underline{10 \text{ m. } 70}$$

$$5^{\circ} \text{ point : } \frac{l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\text{Ouverture} = 48$$

$$\text{Débit} = 457,5$$

$$v_1 = 0,89$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{1,097 - 0,89}{1 + \frac{1,155 \times 0,89}{4,950}} = 117,7 \times \frac{0,207}{1,208}$$

$$\xi = 117,7 \times 0,172 = \underline{20 \text{ m. } 20}$$

$$6^{\circ} \text{ point : } \frac{2l}{a}$$

$$\text{Ouverture} = 43,5$$

$$\text{Débit} = 408 \text{ litres}$$

$$v_1 = 0,795$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{1,097 - 0,795}{1 + \frac{1,155 \times 0,795}{4,950}} = 117,7 \times \frac{0,302}{1,185}$$

$$\xi = 117,7 \times 0,254 = \underline{30 \text{ m. } 00}$$

$$2^{\circ} \text{ PÉRIODE : } \frac{2l}{a} < t \leq \frac{4l}{a}.$$

Le coup de bélier  $\xi_2$  est donné par la formule :

$$\xi_2 = \frac{a}{g} \times \frac{v_0 - v_2}{1 + \frac{av_2}{2gy_0}} - 2 \times \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \times \frac{\xi_1}{1 + \frac{av_2}{2gy_0}},$$

$$\alpha = \frac{a'}{a} = \frac{982}{1,155} = 0,85,$$

$$2 \times \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} = 2 \times \frac{1 - 0,85}{1 + 0,85} = 2 \times \frac{0,15}{1,85} = 2 \times 0,081 = 0,162.$$

$$7^{\circ} \text{ point : } \frac{2l}{a} + \frac{1}{3} \frac{l}{a}$$

$$\text{Ouverture} = 40,5$$

$$\text{Débit} = 377,5$$

$$v_2 = 0,733$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{1,097 - 0,733}{1 + \frac{1,155 \times 0,733}{4,950}} - 0,162 \times \frac{1,50}{1 + \frac{1,155 \times 0,733}{4,950}}$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{0,364}{1,171} - 0,162 \times \frac{1,5}{1,171} = 117,7 \times 0,31 - 0,162 \times 1,28$$

$$\xi = 36,5 - 0,16 = \underline{36 \text{ m. } 34}$$

$$8^{\circ} \text{ point : } \frac{2l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\text{Ouverture} = 39$$

$$\text{Débit} = 362,5$$

$$v_2 = 0,704$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{1,097 - 0,704}{1 + \frac{1,155 \times 0,704}{4,950}} - 0,162 \times \frac{3,30}{1 + \frac{1,155 \times 0,704}{4,950}}$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{0,393}{1,164} - 0,162 \times \frac{3,30}{1,164} = 117,7 \times 0,336 - 0,162 \times 2,84$$

$$\xi = 39,5 - 0,46 = \underline{39 \text{ m. } 04}$$

$$9^{\circ} \text{ point : } \frac{2l}{a} + \frac{2}{3} \frac{l}{a}$$

$$\text{Ouverture} = 37,3$$

$$\text{Débit} = 345 \text{ litres}$$

$$v_2 = 0,67$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{1,097 - 0,67}{1 + \frac{1,155 \times 0,67}{4,950}} - 0,162 \times \frac{5,70}{1 + \frac{1,155 \times 0,67}{4,950}}$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{0,427}{1,157} - 0,162 \times \frac{5,70}{1,157} = 117,7 \times 0,37 - 0,162 \times 4,92$$

$$\xi = 43,5 - 0,8 = \underline{42 \text{ m. } 70}$$

$$10^{\circ} \text{ point : } \frac{3l}{a}$$

$$\begin{aligned} \text{Ouverture} &= 34,75 \\ \text{Débit} &= 317 \text{ litres} \\ v_2 &= 0,615 \end{aligned}$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{1,097 - 0,615}{1 + \frac{1,155 \times 0,615}{4,950}} - 0,162 \times \frac{10,70}{1 + \frac{1,155 \times 0,615}{4,950}}$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{0,482}{1,144} - 0,162 \times \frac{10,70}{1,144} = 117,7 \times 0,42 - 0,162 \times 9,4$$

$$\xi = 49,5 - 1,5 = \underline{48 \text{ m. } 00}$$

$$11^{\circ} \text{ point : } \frac{3l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\begin{aligned} \text{Ouverture} &= 30,5 \\ \text{Débit} &= 276 \text{ litres} \\ v_2 &= 0,536 \end{aligned}$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{1,097 - 0,536}{1 + \frac{1,155 \times 0,536}{4,950}} - 0,162 \times \frac{20,20}{1 + \frac{1,155 \times 0,536}{4,950}}$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{0,561}{1,125} - 0,162 \times \frac{20,20}{1,125} = 117,7 \times 0,498 - 0,162 \times 17,9$$

$$\xi = 58,6 - 2,9 = \underline{55 \text{ m. } 70}$$

$$12^{\circ} \text{ point : } \frac{4l}{a}$$

$$\begin{aligned} \text{Ouverture} &= 26,5 \\ \text{Débit} &= 240 \text{ litres} \\ v_2 &= 0,466 \end{aligned}$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{1,097 - 0,466}{1 + \frac{1,155 \times 0,466}{4,950}} - 0,162 \times \frac{30,00}{1 + \frac{1,155 \times 0,466}{4,950}}$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{0,631}{1,109} - 0,162 \times \frac{30}{1,109} = 117,7 \times 0,569 - 0,162 \times 27,1$$

$$\xi = 66,8 - 4,4 = \underline{62 \text{ m. } 40}$$

3<sup>e</sup> PÉRIODE :  $\frac{4l}{a} < t \leq \frac{6l}{a}$ .

Le coup de bélier  $\xi_3$  est donné par la formule :

$$\xi_3 = \frac{a}{g} \times \frac{v_1 - v_3}{1 + \frac{av_3}{2gy_0}} - 2 \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \times \frac{\xi_2}{1 + \frac{av_3}{2gy_0}} - \frac{1 - \frac{av_1}{2gy_0}}{1 + \frac{av_3}{2gy_0}} \times \xi_1.$$

13<sup>e</sup> point :  $\frac{4l}{a} + \frac{1}{3} \frac{l}{a}$

Ouverture = 24

$v_1 = 1,081$

Débit = 215 litres

$v_3 = 0,418$

$$\xi = 117,7 \times \frac{1,081 - 0,418}{1 + \frac{1,155 \times 0,418}{4,950}} - 0,162 \times \frac{36,34}{1 + \frac{1,155 \times 0,418}{4,950}} - \frac{1 - \frac{1,155 \times 1,081}{4,950}}{1 + \frac{1,155 \times 0,418}{4,950}} \times 1,50$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{0,663}{1,098} - 0,162 \times \frac{36,34}{1,098} - \frac{0,747}{1,098} \times 1,50$$

$$\xi = 177,7 \times 0,603 - 0,162 \times 33,1 - 0,68 \times 1,5$$

$$\xi = 71,00 - 5,36 - 1,04 = \underline{64 \text{ m. } 60}$$

14<sup>e</sup> point :  $\frac{4l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$

Ouverture = 22,6

$v_1 = 1,062$

Débit = 202 litres

$v_3 = 0,392$

$$\xi = 117,7 \times \frac{1,062 - 0,392}{1 + \frac{1,155 \times 0,392}{4,950}} - 0,162 \times \frac{39,04}{1 + \frac{1,155 \times 0,392}{4,950}} - \frac{1 - \frac{1,155 \times 1,062}{4,950}}{1 + \frac{1,155 \times 0,392}{4,950}} \times 3,30$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{0,67}{1,092} - 0,162 \times \frac{39,04}{1,092} - \frac{0,752}{1,092} \times 3,30$$

$$\xi = 117,7 \times 0,612 - 0,162 \times 35,8 - 0,69 \times 3,30$$

$$\xi = 72 - 5,85 - 2,28 = \underline{63 \text{ m. } 90}$$

$$15^{\circ} \text{ point : } \frac{4l}{a} + \frac{2}{3} \frac{l}{a}$$

Ouverture = 21,5

$$v_1 = 1,037$$

Débit = 190 litres

$$v_3 = 0,37$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{1,037 - 0,37}{1 + \frac{1,155 \times 0,37}{4,950}} - 0,162 \times \frac{42,70}{1 + \frac{1,155 \times 0,37}{4,950}} - \frac{1 - \frac{1,155 \times 1,037}{4,950}}{1 + \frac{1,155 \times 0,37}{4,950}} \times 5,70$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{0,667}{1,086} - 0,162 \times \frac{42,70}{1,086} - \frac{0,757}{1,086} \times 5,70$$

$$\xi = 117,7 \times 0,612 - 0,162 \times 39,30 - 0,695 \times 5,7$$

$$\xi = 72,00 - 6,4 - 3,9 = \underline{61 \text{ m. } 70}$$

$$16^{\circ} \text{ point : } \frac{5l}{a}$$

Ouverture = 19,25

$$v_1 = 0,985$$

Débit = 172 l. 50

$$v_3 = 0,334$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{0,985 - 0,334}{1 + \frac{1,155 \times 0,334}{4,950}} - 0,162 \times \frac{48}{1 + \frac{1,155 \times 0,334}{4,950}} - \frac{1 - \frac{1,155 \times 0,985}{4,950}}{1 + \frac{1,155 \times 0,334}{4,950}} \times 10,70$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{0,651}{1,078} - 0,162 \times \frac{48}{1,078} - \frac{0,77}{1,078} \times 10,70$$

$$\xi = 117,7 \times 0,603 - 0,162 \times 44,6 - 0,715 \times 10,70$$

$$\xi = 71,00 - 7,2 - 7,6 = \underline{56 \text{ m. } 20}$$

$$17^{\circ} \text{ point : } \frac{5l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

Ouverture = 15,5

$$v_1 = 0,89$$

Débit = 136 litres

$$v_3 = 0,265$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{0,89 - 0,265}{1 + \frac{1,155 \times 0,265}{4,950}} - 0,162 \times \frac{55,70}{1 + \frac{1,155 \times 0,265}{4,950}} - \frac{1 - \frac{1,155 \times 0,89}{4,950}}{1 + \frac{1,155 \times 0,265}{4,950}} \times 20,20$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{0,625}{1,0595} - 0,162 \times \frac{55,70}{1,0595} - \frac{0,792}{1,0595} \times 20,20$$

$$\xi = 117,7 \times 0,59 - 0,162 \times 53,5 - 0,746 \times 20,20$$

$$\xi = 69,5 - 8,7 - 15 = \underline{45 \text{ m. } 80}$$

$$18^{\circ} \text{ point : } \frac{6l}{a}$$

$$\text{Ouverture} = 11,75$$

$$v_1 = 0,795$$

$$\text{Débit} = 104 \text{ litres}$$

$$v_3 = 0,202$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{0,795 - 0,202}{1 + \frac{1,155 \times 0,202}{4,950}} - 0,162 \times \frac{62,40}{1 + \frac{1,155 \times 0,202}{4,950}} - \frac{1 - \frac{1,155 \times 0,795}{4,950}}{1 + \frac{1,155 \times 0,202}{4,950}} \times 30$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{0,593}{1,047} - 0,162 \times \frac{62,40}{1,047} - \frac{0,815}{1,047} \times 30$$

$$\xi = 117,7 \times 0,566 - 0,162 \times 59,5 - 0,78 \times 30$$

$$\xi = 66,6 - 9,7 - 23,4 = \underline{33 \text{ m. } 50}$$

$$4^{\circ} \text{ PÉRIODE : } \frac{6l}{a} < t \leq \frac{8l}{a}$$

$$19^{\circ} \text{ point : } \frac{6l}{a} + \frac{1}{3} \frac{l}{a}$$

$$\text{Ouverture} = 9,6$$

$$v_2 = 0,733$$

$$\text{Débit} = 85 \text{ litres}$$

$$v_4 = 0,165$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{0,733 - 0,165}{1 + \frac{1,155 \times 0,165}{4,950}} - 0,162 \times \frac{64,60}{1 + \frac{1,155 \times 0,165}{4,950}} - \frac{1 - \frac{1,155 \times 0,733}{4,950}}{1 + \frac{1,155 \times 0,165}{4,950}} \times 36,34$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{0,568}{1,038} - 0,162 \times \frac{64,60}{1,038} - \frac{0,829}{1,038} \times 36,34$$

$$\xi = 117,7 \times 0,547 - 0,162 \times 62,4 - 0,8 \times 36,34$$

$$\xi = 64,5 - 10,1 - 29 = \underline{25 \text{ m. } 40}$$

$$20^{\circ} \text{ point : } \frac{6l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

Ouverture = 8,5

$$v_2 = 0,704$$

Débit = 75 litres

$$v_4 = 0,145$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{0,704 - 0,145}{1 + \frac{1,155 \times 0,145}{4,950}} - 0,162 \times \frac{63,90}{1 + \frac{1,155 \times 0,145}{4,950}} - \frac{1 - \frac{1,155 \times 0,704}{4,950}}{1 + \frac{1,155 \times 0,145}{4,950}} \times 39,04$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{0,559}{1,034} - 0,162 \times \frac{63,90}{1,034} - \frac{0,836}{1,034} \times 39,04$$

$$\xi = 117,7 \times 0,54 - 0,162 \times 61,6 - 0,806 \times 39,04$$

$$\xi = 63,7 - 10 - 31,5 = \underline{22 \text{ m. } 20}$$

$$21^{\circ} \text{ point : } \frac{6l}{a} + \frac{2}{3} \frac{l}{a}$$

Ouverture = 7,5

$$v_2 = 0,67$$

Débit = 65 litres

$$v_4 = 0,126$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{0,67 - 0,126}{1 + \frac{1,155 \times 0,126}{4,950}} - 0,162 \times \frac{61,70}{1 + \frac{1,155 \times 0,126}{4,950}} - \frac{1 - \frac{1,155 \times 0,67}{4,950}}{1 + \frac{1,155 \times 0,126}{4,950}} \times 42,70$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{0,544}{1,029} - 0,162 \times \frac{61,7}{1,029} - \frac{0,843}{1,029} \times 42,70$$

$$\xi = 117,7 \times 0,529 - 0,162 \times 59,9 - 0,819 \times 42,70$$

$$\xi = 62,3 - 9,7 - 34,6 = \underline{18 \text{ m. } 00}$$

$$22^{\circ} \text{ point : } \frac{7l}{a}$$

Ouverture = 5,25

$$v_2 = 0,615$$

Débit = 45 litres

$$v_4 = 0,0875$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{0,615 - 0,0875}{1 + \frac{1,155 \times 0,0875}{4,950}} - 0,162 \times \frac{56,20}{1 + \frac{1,155 \times 0,0875}{4,950}} - \frac{1 - \frac{1,155 \times 0,615}{4,950}}{1 + \frac{1,155 \times 0,0875}{4,950}} \times 48$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{0,5275}{1,0204} - 0,162 \times \frac{56,20}{1,02} - \frac{0,856}{1,02} \times 48$$

$$\xi = 117,7 \times 0,516 - 0,162 \times 55,1 - 0,84 \times 48$$

$$\xi = 60,7 - 8,95 - 40,25 = \underline{11 \text{ m. } 50}$$

$$23^{\text{e}} \text{ point : } \frac{7l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

Ouverture = 2,5

$$v_2 = 0,536$$

Débit = 22 l. 5

$$v_1 = 0,044$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{0,536 - 0,044}{1 + \frac{1,155 \times 0,044}{4,950}} - 0,162 \times \frac{45,80}{1 + \frac{1,155 \times 0,044}{4,950}} - \frac{1 - \frac{1,155 \times 0,536}{4,950}}{1 + \frac{1,155 \times 0,044}{4,950}} \times 55,7$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{0,492}{1,0102} - 0,162 \times \frac{45,8}{1,01} - \frac{0,875}{1,01} \times 55,7$$

$$\xi = 117,7 \times 0,487 - 0,162 \times 45,3 - 0,866 \times 55,7$$

$$\xi = 57,4 - 7,35 - 48,25 = \underline{1 \text{ m. } 80}$$

$$24^{\text{e}} \text{ point : } \frac{8l}{a}$$

Ouverture = 0,5

$$v_2 = 0,466$$

Débit = 5 litres

$$v_1 = 0,0097$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{0,466 - 0,0097}{1 + \frac{1,155 \times 0,0097}{4,950}} - 0,162 \times \frac{33,50}{1 + \frac{1,155 \times 0,0097}{4,950}} - \frac{1 - \frac{1,155 \times 0,466}{4,950}}{1 + \frac{1,155 \times 0,0097}{4,950}} \times 62,40$$

$$\xi = 117,7 \times \frac{0,4563}{1,002} - 0,162 \times \frac{33,50}{1,002} - \frac{0,891}{1,002} \times 62,40$$

$$\xi = 117,7 \times 0,454 - 0,162 \times 33,4 - 0,89 \times 62,40$$

$$\xi = 53,5 - 5,4 - 55,5 = \underline{-7 \text{ m. } 40}$$

$$5^{\circ} \text{ PÉRIODE : } \frac{8l}{a} < t \leq \frac{10l}{a}.$$

$$25^{\circ} \text{ point : } \frac{8l}{a} + \frac{1}{3} \frac{l}{a}$$

$$\text{Ouverture} = 0.$$

$$v_3 = 0,418$$

$$\xi = 117,7 \times 0,418 - 0,162 \times 25,40 - \left(1 - \frac{1,155 \times 0,418}{4,950}\right) 64,60$$

$$\xi = 117,7 \times 0,418 - 0,162 \times 25,40 - 0,902 \times 64,60$$

$$\xi = 49,3 - 4,1 - 58,2 = \underline{\underline{-13 \text{ m. } 00}}$$

$$26^{\circ} \text{ point : } \frac{8l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$v_3 = 0,392$$

$$\xi = 117,7 \times 0,392 - 0,162 \times 22,20 - 0,908 \times 63,90$$

$$\xi = 46 - 3,6 - 58 = \underline{\underline{-15 \text{ m. } 60}}$$

$$27^{\circ} \text{ point : } \frac{8l}{a} + \frac{2}{3} \frac{l}{a}$$

$$v_3 = 0,37$$

$$\xi = 117,7 \times 0,37 - 0,162 \times 18 - 0,914 \times 61,7$$

$$\xi = 43,5 - 2,9 - 56,6 = \underline{\underline{-16 \text{ m. } 00}}$$

$$28^{\circ} \text{ point : } \frac{9l}{a}$$

$$v_3 = 0,334$$

$$\xi = 117,7 \times 0,334 - 0,162 \times 11,50 - 0,922 \times 56,20$$

$$\xi = 39,3 - 1,9 - 51,7 = \underline{\underline{-14 \text{ m. } 30}}$$

$$29^{\circ} \text{ point : } \frac{9l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$v_3 = 0,265$$

$$\xi = 117,7 \times 0,265 - 0,162 \times 1,80 - 0,941 \times 45,80$$

$$\xi = 31,2 - 0,3 - 43 = \underline{\underline{-12 \text{ m. } 10}}$$

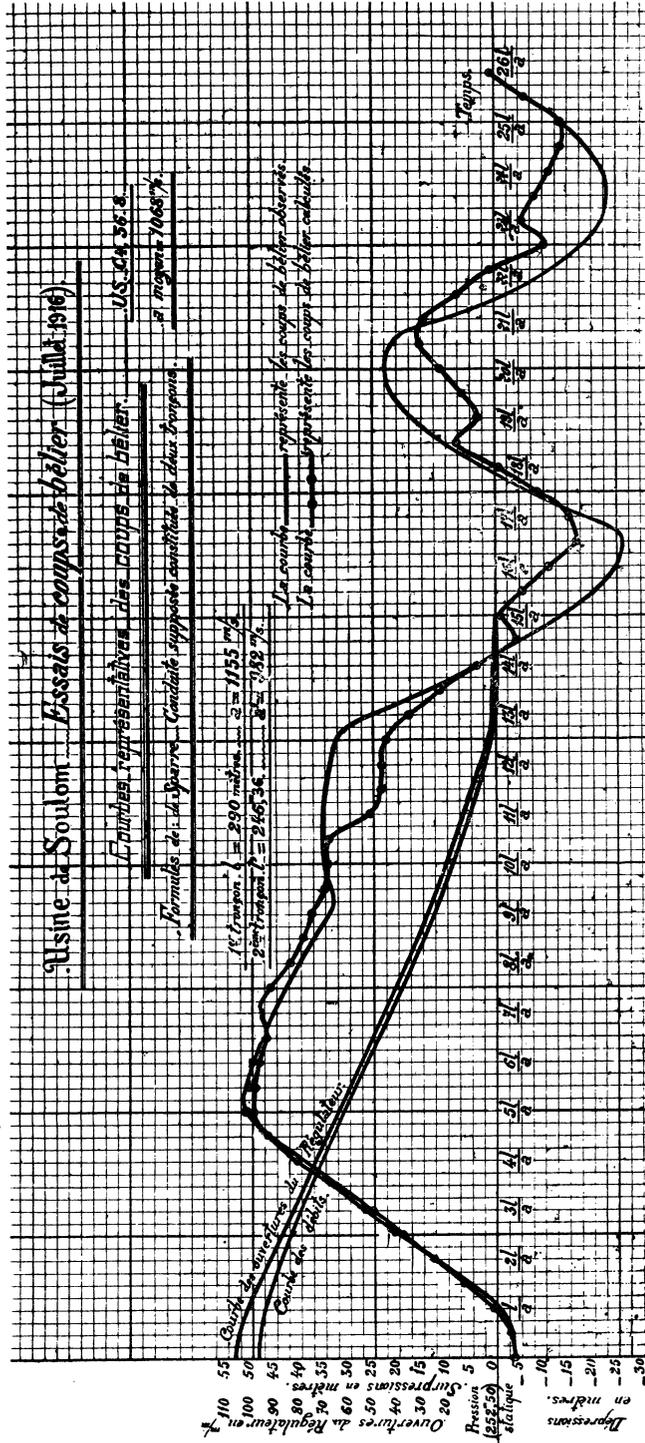


Fig. 165. (Voir fig. 164 bis.)

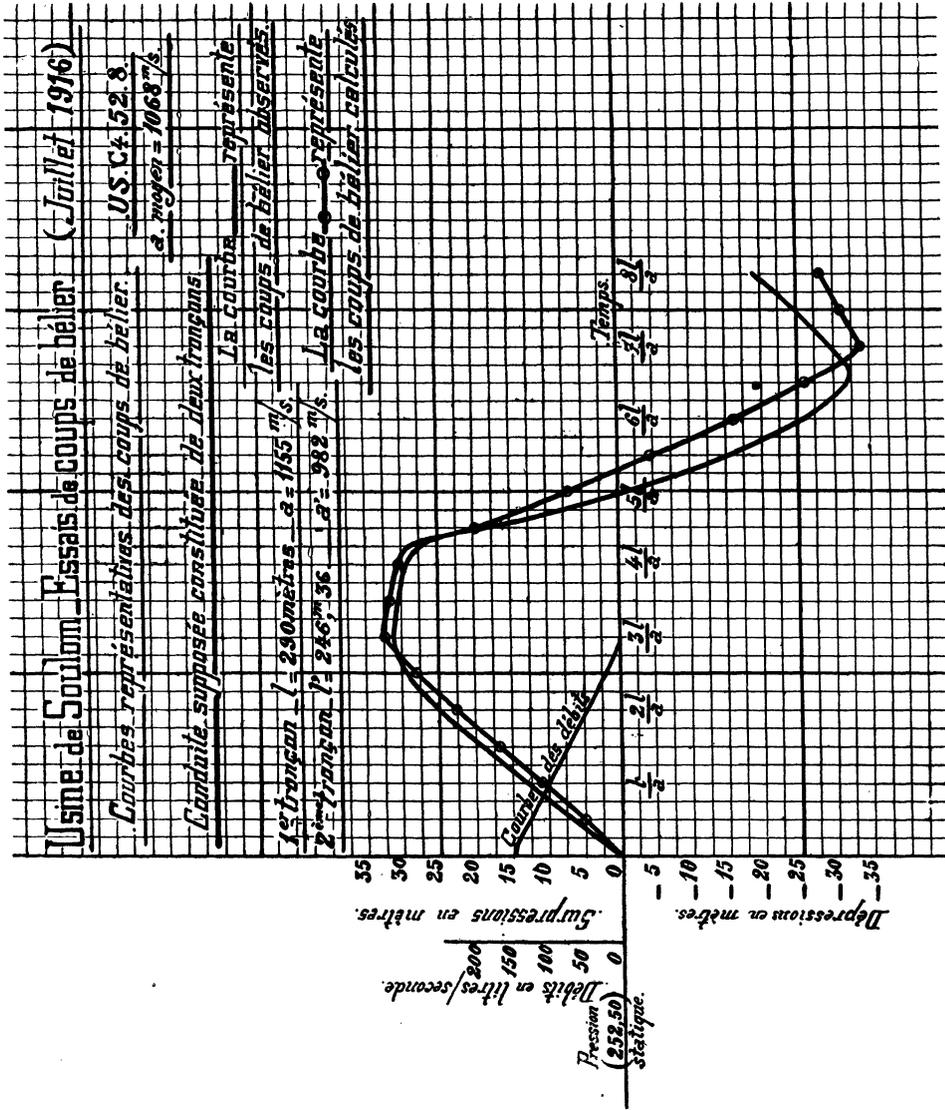


Fig. 166.

$$30^{\circ} \text{ point : } \frac{10l}{a}$$

$$v_3 = 0,202$$

$$\xi = 117,7 \times 0,202 - 0,162 \times -7,40 - 0,953 \times 33,5$$

$$\xi = 23,8 + 1,2 - 32 = \underline{-7 \text{ m. } 00}$$

$$6^{\circ} \text{ PÉRIODE : } \frac{10l}{a} < l \leq \frac{12l}{a}$$

$$31^{\circ} \text{ point : } \frac{10l}{a} + \frac{1}{3} \frac{l}{a}$$

$$v_4 = 0,165$$

$$\xi = 117,7 \times 0,165 - 0,162 \times -13 - 0,962 \times 25,40$$

$$\xi = 19,4 + 2,1 - 24,4 = \underline{-2 \text{ m. } 90}$$

$$32^{\circ} \text{ point : } \frac{10l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$v_4 = 0,145$$

$$\xi = 117,7 \times 0,145 - 0,162 \times -15,60 - 0,966 \times 22,20$$

$$\xi = 17,1 + 2,5 - 21,4 = \underline{-1 \text{ m. } 80}$$

$$33^{\circ} \text{ point : } \frac{10l}{a} + \frac{2}{3} \frac{l}{a}$$

$$v_4 = 0,126$$

$$\xi = 117,7 \times 0,126 - 0,162 \times -16 - 0,971 \times 18$$

$$\xi = 14,8 + 2,6 - 17,4 = \underline{0 \text{ m. } 00}$$

$$34^{\circ} \text{ point : } \frac{11l}{a}$$

$$v_4 = 0,0875$$

$$\xi = 117,7 \times 0,0875 - 0,162 \times -14,30 - 0,98 \times 11,50$$

$$\xi = 10,25 + 2,32 - 11,27 = \underline{1 \text{ m. } 30}$$

$$35^{\circ} \text{ point : } \frac{11l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$v_4 = 0,044$$

$$\xi = 117,7 \times 0,044 - 0,162 \times -12,10 - 0,99 \times 1,80$$

$$\xi = 5,15 + 1,95 - 1,8 = \underline{5 \text{ m. } 30}$$

$$36^{\circ} \text{ point : } \frac{12l}{a}$$

— — —

$$v_4 = 0,0097$$

$$\xi = 117,7 \times 0,0097 - 0,162 \times -7 - 1 \times -7,40$$

$$\xi = 1,14 + 1,13 + 7,4 = \underline{9 \text{ m. } 67}$$

$$7^{\circ} \text{ PÉRIODE : } \frac{12l}{a} < t \leq \frac{14l}{a}$$

$$37^{\circ} \text{ point : } \frac{12l}{a} + \frac{1}{3} \frac{l}{a}$$

$$v_5 = 0$$

$$\xi = -(0,162 \times -2,90) - (-13)$$

$$\xi = 0,47 + 13 = \underline{13 \text{ m. } 47}$$

$$38^{\circ} \text{ point : } \frac{12l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\xi = -(0,162 \times -1,8) - (-15,60)$$

$$\xi = 0,3 + 15,6 = \underline{15 \text{ m. } 90}$$

$$39^{\circ} \text{ point : } \frac{12l}{a} + \frac{2}{3} \frac{l}{a}$$

$$\xi = -(0,162 \times 0,0) - (-16)$$

$$\xi = \underline{16 \text{ m. } 00}$$

$$40^{\circ} \text{ point : } \frac{13l}{a}$$

$$\xi = -(0,162 \times 1,3) - (-14,3)$$

$$\xi = -0,2 + 14,3 = \underline{14 \text{ m. } 10}$$

$$41^{\circ} \text{ point : } \frac{13l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\xi = -(0,162 \times 5,3) - (-12,10)$$

$$\xi = -0,85 + 12,10 = \underline{11 \text{ m. } 25}$$

$$42^{\circ} \text{ point : } \frac{14l}{a}$$

$$\xi = -(0,162 \times 9,67) - (-7) = -1,55 + 7,00 = \underline{5 \text{ m. } 45}$$

$$8^{\circ} \text{ PÉRIODE : } \frac{16l}{a} < t \leq \frac{16l}{a}$$

$$43^{\circ} \text{ point : } \frac{14l}{a} + \frac{1}{3} \frac{l}{a}$$

$$\xi = -(0,162 \times 13,47) - (-2,90) = -2,18 + 2,90 = \underline{0 \text{ m. } 72}$$

$$44^{\circ} \text{ point : } \frac{14l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\xi = -(0,162 \times 15,9) - (-1,8) = -2,58 + 1,8 = \underline{-0 \text{ m. } 78}$$

$$45^{\circ} \text{ point : } \frac{14l}{a} + \frac{2}{3} \frac{l}{a}$$

$$\xi = -(0,162 \times 16) - 0 = \underline{-2 \text{ m. } 60}$$

$$46^{\circ} \text{ point : } \frac{15l}{a}$$

$$\xi = -(0,162 \times 14,10) - 1,30 = -2,3 - 1,3 = \underline{-3 \text{ m. } 60}$$

$$47^{\circ} \text{ point : } \frac{15l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\xi = -(0,162 \times 11,25) - 5,30 = -1,85 - 5,30 = \underline{-7 \text{ m. } 15}$$

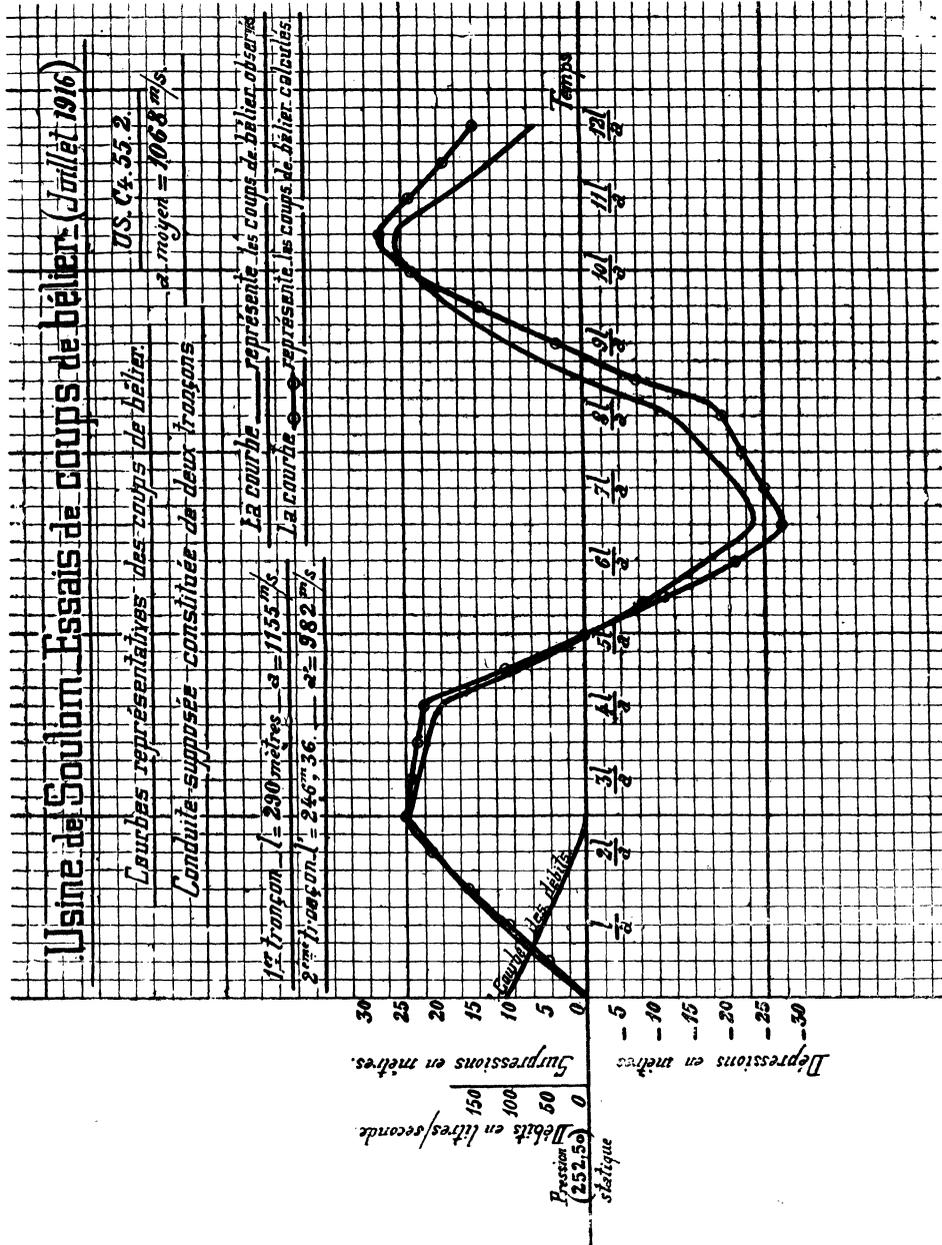


Fig. 167.

$$48^{\circ} \text{ point : } \frac{16l}{a}$$

$$\xi = -(0,162 \times 5,45) - 9,67 = -0,88 - 9,67 = \underline{-10 \text{ m. } 55}$$

$$9^{\circ} \text{ PÉRIODE : } \frac{16l}{a} < t \leq \frac{18l}{a}$$

$$49^{\circ} \text{ point : } \frac{16l}{a} + \frac{1}{3} \frac{l}{a}$$

$$\xi = -(0,162 \times 0,72) - 13,47 = -0,13 - 13,47 = \underline{-13 \text{ m. } 60}$$

$$50^{\circ} \text{ point : } \frac{16l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\xi = -(0,162 \times 0,78) - 15,90 = -0,15 - 15,90 = \underline{-16 \text{ m. } 05}$$

$$51^{\circ} \text{ point : } \frac{16l}{a} + \frac{2}{3} \frac{l}{a}$$

$$\xi = -(0,162 \times -2,60) - 16 = 0,42 - 16 = \underline{-15 \text{ m. } 58}$$

$$52^{\circ} \text{ point : } \frac{17l}{a}$$

$$\xi = -(0,162 \times -3,60) - 14,10 = 0,58 - 14,10 = \underline{-13 \text{ m. } 52}$$

$$53^{\circ} \text{ point : } \frac{17l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\xi = -(0,162 \times -7,15) - 11,25 = 1,15 - 11,25 = \underline{-10 \text{ m. } 10}$$

$$54^{\circ} \text{ point : } \frac{18l}{a}$$

$$\xi = -(0,162 \times -10,55) - 5,45 = 1,7 - 5,45 = \underline{-3 \text{ m. } 75}$$

$$10^{\circ} \text{ PÉRIODE : } \frac{18l}{a} < t \leq \frac{20l}{a}.$$

$$55^{\circ} \text{ point : } \frac{18l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\xi = -(0,162 \times -13,6) - 0,72 = 2,20 - 0,72 = \underline{1 \text{ m. } 48}$$

$$56^{\circ} \text{ point : } \frac{18l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\xi = -(0,162 \times -16,05) + 0,78 = 2,60 + 0,78 = \underline{3 \text{ m. } 38}$$

$$57^{\circ} \text{ point : } \frac{18l}{a} + \frac{2}{3} \frac{l}{a}$$

$$\xi = -(0,162 \times -15,58) - (-2,60) = 2,52 + 2,60 = \underline{5 \text{ m. } 12}$$

$$58^{\circ} \text{ point : } \frac{19l}{a}$$

$$\xi = -(0,162 \times -13,52) - (-3,60) = 2,20 + 3,60 = \underline{5 \text{ m. } 80}$$

$$59^{\circ} \text{ point : } \frac{19l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\xi = -(0,162 \times -10,10) - (-7,15) = 1,64 + 7,15 = \underline{8 \text{ m. } 79}$$

$$60^{\circ} \text{ point : } \frac{20l}{a}$$

$$\xi = -(0,162 \times -3,75) - (-10,55) = 0,60 + 10,55 = \underline{11 \text{ m. } 15}$$

Le graphique US-56-4 (*fig. 162*) résume le calcul ci-dessus. Les points calculés sont entourés d'un petit cercle; la courbe tracée est celle observée; on voit que les points calculés encadrent tellement bien la courbe observée jusqu'à la fermeture complète qu'il serait pour ainsi dire impossible de réunir ces points par une courbe distincte de celle relevée.

D'autre part, pour les périodes suivant la fermeture complète, *la courbe calculée en divisant la conduite en deux tronçons se rapproche beaucoup plus de la réalité que celle calculée en supposant une seule épaisseur moyenne pour la conduite.*

93. Tableau relatif au calcul en deux tronçons des coups de bélier au distributeur dans la conduite C<sub>4</sub> de Souлом.

| NUMÉROS<br>des<br>FIGURES | NUMÉROS<br>des<br>GRAPHIQUES | $\frac{2l}{a}$ |      | $\frac{4l}{a}$ |      | $\frac{6l}{a}$ |       | $\frac{8l}{a}$ |       | $\frac{10l}{a}$ |      | $\frac{12l}{a}$ |      | $\frac{14l}{a}$ |       | $\frac{16l}{a}$ |       | $\frac{18l}{a}$ |      | $\frac{20l}{a}$ |      | $\frac{22l}{a}$ |       | $\frac{24l}{a}$ |       | $\frac{26l}{a}$ |      |      |
|---------------------------|------------------------------|----------------|------|----------------|------|----------------|-------|----------------|-------|-----------------|------|-----------------|------|-----------------|-------|-----------------|-------|-----------------|------|-----------------|------|-----------------|-------|-----------------|-------|-----------------|------|------|
|                           |                              | OBS.           | CAL. | OBS.           | CAL. | OBS.           | CAL.  | OBS.           | CAL.  | OBS.            | CAL. | OBS.            | CAL. | OBS.            | CAL.  | OBS.            | CAL.  | OBS.            | CAL. | OBS.            | CAL. | OBS.            | CAL.  | OBS.            | CAL.  | OBS.            | CAL. |      |
| Fig. 165                  | US-C <sub>1</sub> -56-8      | 13,0           | 13,0 | 40,0           | 41,0 | 50,0           | 48,5  | 40,0           | 42,5  | 35,5            | 35,0 | 33,3            | 23,5 | 3,5             | 3,5   | 3,5             | -25,0 | -11,0           | 3,0  | -0,5            | 22,5 | 11,0            | -12,0 | 1,0             | -22,5 | -12,0           |      |      |
| Fig. 105                  | US-C <sub>1</sub> -56-7      | 26,5           | 26,5 | 56,5           | 55,0 | 36,5           | 38,5  | 10,0           | 13,5  | 19,5            | 21,0 | 8,5             | 10,0 | -19,5           | -22,5 | -2,5            | -6,0  | 19,5            | 23,0 | 0,5             | -0,5 | -0,5            | -19,5 | -24,5           | 5,0   | 1,5             | 15,0 | 24,0 |
| Fig. 107                  | US-C <sub>1</sub> -54-7      | 27,5           | 25,0 | 56,5           | 55,0 | 32,5           | 33,5  | -4,5           | 0,5   | 3,0             | 7,0  | 9,5             | 11,5 | -6,0            | -9,0  | -8,5            | -10,5 | 7,0             | 11,0 | 7,0             | 8,0  | -8,0            | -12,5 | -8,0            | -4,5  | -6,0            | 7,5  | 14,0 |
| Fig. 162                  | US-C <sub>1</sub> -56-4      | 29,0           | 30,0 | 61,0           | 62,4 | 33,5           | 33,5  | -12,0          | -7,4  | -4,5            | -7,0 | 18,0            | 9,7  | 0,5             | 5,5   | -19,0           | -10,5 | 2,0             | -3,8 | 17,0            | 11,2 | -5,0            | 1,5   | -16,0           | -11,5 | 10,0            | 0,0  |      |
| Fig. 166                  | US-C <sub>1</sub> -52-8      | 25,0           | 22,5 | 29,5           | 30,5 | -25,0          | -16,0 | -19,0          | -28,0 |                 |      |                 |      |                 |       |                 |       |                 |      |                 |      |                 |       |                 |       |                 |      |      |
| Fig. 167                  | US-C <sub>1</sub> -55-2      | 21,5           | 21,5 | 21,0           | 22,5 | -16,2          | -21,0 | -12,0          | -19,5 | 23,5            | 23,5 | 7,5             | 15,0 |                 |       |                 |       |                 |      |                 |      |                 |       |                 |       |                 |      |      |
| Fig. 168                  | US-C <sub>1</sub> -56-1      | 22,5           | 23,5 | 17,5           | 21,5 | -26,0          | -25,0 | -10,0          | -17,0 | 27,5            | 27,5 | 3,0             | 13,0 | -27,0           | -28,5 | 4,0             | -8,0  | 25,5            | 30,0 | -9,5            | 3,0  | -20,5           | -31,5 | 15,0            | 2,5   | 16,0            | 30,0 |      |
| Fig. 169                  | US-C <sub>1</sub> -55-1      | 20,5           | 20,5 | 15,5           | 17,0 | -22,5          | -23,5 | -10,0          | -13,0 | 23,0            | 25,5 | 2,0             | 9,0  | -24,5           | -27,0 | 3,0             | -5,0  | 22,0            | 27,5 | 23,0            | 27,5 |                 |       |                 |       |                 |      |      |

94. Comparaison des résultats obtenus par les formules de MM. Michaud, Allievi De Sparre (subdivision en 1 et 2 tronçons).

Le lecteur se rendra compte des résultats obtenus par les divers procédés de calcul, en consultant le tableau suivant :

| NUMÉROS<br>des<br>GRAPHIQUES          |       | DURÉE<br>de<br>FERMETURE<br>en<br>secondes. | DÉBIT<br>INITIAL | VITESSE<br>INITIALE<br>dans la<br>conduite.              | CALCULÉES             |                     |                           |                       |                     |                      |                                  |                     |                                      |                     |
|---------------------------------------|-------|---|------------------|--|-----------------------|---------------------|---------------------------|-----------------------|---------------------|----------------------|----------------------------------|---------------------|--------------------------------------|---------------------|
|                                       |       |   |                  |  | OBSERVÉES             |                     | DÉBITS SUPPOSÉS LINÉAIRES |                       |                     |                      | FORMULES d'ALLIEVI<br>1 tronçon. |                     | FORMULES de DE SPARRE<br>2 tronçons. |                     |
|                                       |       |   |                  |  | EN VALEUR<br>absolue. | En % de<br>252 m 50 | FORMULE DE MICHAUD        | EN VALEUR<br>absolue. | En % de<br>252 m 50 | FORMULE de DE SPARRE | EN VALEUR<br>absolue.            | En % de<br>252 m 50 | EN VALEUR<br>absolue.                | En % de<br>252 m 50 |
|                                       |       |   |                  |  | m                     | m                   | m                         | m                     | m                   | m                    | m                                | m                   | m                                    | m                   |
| US-C <sub>1</sub> -56-8               | 3,37  | 980   | 1,90             | 52,00  | 20,60                 | 61,90               | 24,50                     | 48,00                 | 19,00               | 50,70                | 20,10                            | 49,80               | 19,70                                |                     |
| US-C <sub>1</sub> -56-7               | 2,50  | 703   | 1,365            | 57,00  | 22,60                 | 59,50               | 23,60                     | 50,60                 | 20,00               | 56,70                | 22,40                            | 55,90               | 22,10                                |                     |
| US-C <sub>1</sub> -55-4               | 2,50  | 622   | 1,205            | 60,00  | 23,70                 | 53,00               | 21,00                     | 45,90                 | 18,20               | 62,00                | 24,50                            |                     |                                      |                     |
| US-C <sub>1</sub> -54-7               | 2,50  | 585   | 1,132            | 58,00  | 23,00                 | 49,70               | 19,65                     | 43,50                 | 17,20               | 56,50                | 22,35                            | 55,90               | 22,10                                |                     |
| US-C <sub>1</sub> -56-4               | 2,00  | 565   | 1,097            | 63,50  | 25,15                 | 60,20               | 23,80                     | 54,00                 | 21,40               | 64,82                | 25,60                            | 64,60               | 25,50                                |                     |
| US-C <sub>1</sub> -55-3               | 1,50  | 295   | 0,574            | 49,00  | 19,40                 | 42,00               | 16,60                     | 40,40                 | 16,00               | 47,30                | 18,70                            |                     |                                      |                     |
| US-C <sub>1</sub> -54-5               | 1,46  | 420   | 0,816            | 65,50  | 25,90                 | 61,50               | 24,35                     | 58,30                 | 23,10               | 61,80                | 24,45                            |                     |                                      |                     |
| US-C <sub>1</sub> -54-1               | 1,125 | 212   | 0,412            | 39,00  | 15,45                 | 40,20               | 15,90                     | 39,80                 | 15,75               | 40,60                | 16,10                            |                     |                                      |                     |
| US-C <sub>1</sub> -52-9               | 1,00  | 212   | 0,412            | 40,25  | 15,90                 | 44,80               | 17,75                     | 44,80                 | 17,75               | 44,80                | 17,75                            |                     |                                      |                     |
| US-C <sub>1</sub> -52-8               | 0,75  | 150   | 0,292            | 31,50  | 12,50                 | 32,00               | 12,65                     | 32,00                 | 12,65               | 32,00                | 12,65                            | 32,50               | 12,85                                |                     |
| US-C <sub>1</sub> -55 <sup>2</sup> -2 | 0,63  | 115   | 0,223            | { 1 <sup>re</sup> onde. 25,<br>2 <sup>e</sup> onde. 26,  | 9,90<br>10,30         | 24,30               | 9,65                      | 24,30                 | 9,65                | 24,30                | 9,65                             | 25,30               | 10,00                                |                     |
| US-C <sub>1</sub> -56-1               | 0,565 | 110   | 0,214            | { 1 <sup>re</sup> onde. 24,<br>2 <sup>e</sup> onde. 28,  | 9,55<br>11,10         | 23,30               | 9,25                      | 23,30                 | 9,25                | 23,30                | 9,25                             | 24,65               | 9,80                                 |                     |
| US-C <sub>1</sub> -55-1               | 0,50  | 90  | 0,175            | { 1 <sup>re</sup> onde. 20,5<br>2 <sup>e</sup> onde. 23, | 8,15<br>9,15          | 19,10               | 7,60                      | 19,10                 | 7,60                | 19,10                | 7,60                             | 20,60               | 8,20                                 |                     |

REMARQUE. — Voir au sujet du tableau de la page 281, les considérations du chapitre x concernant les formules de Michaud et de de Sparre donnant les maxima et minima.

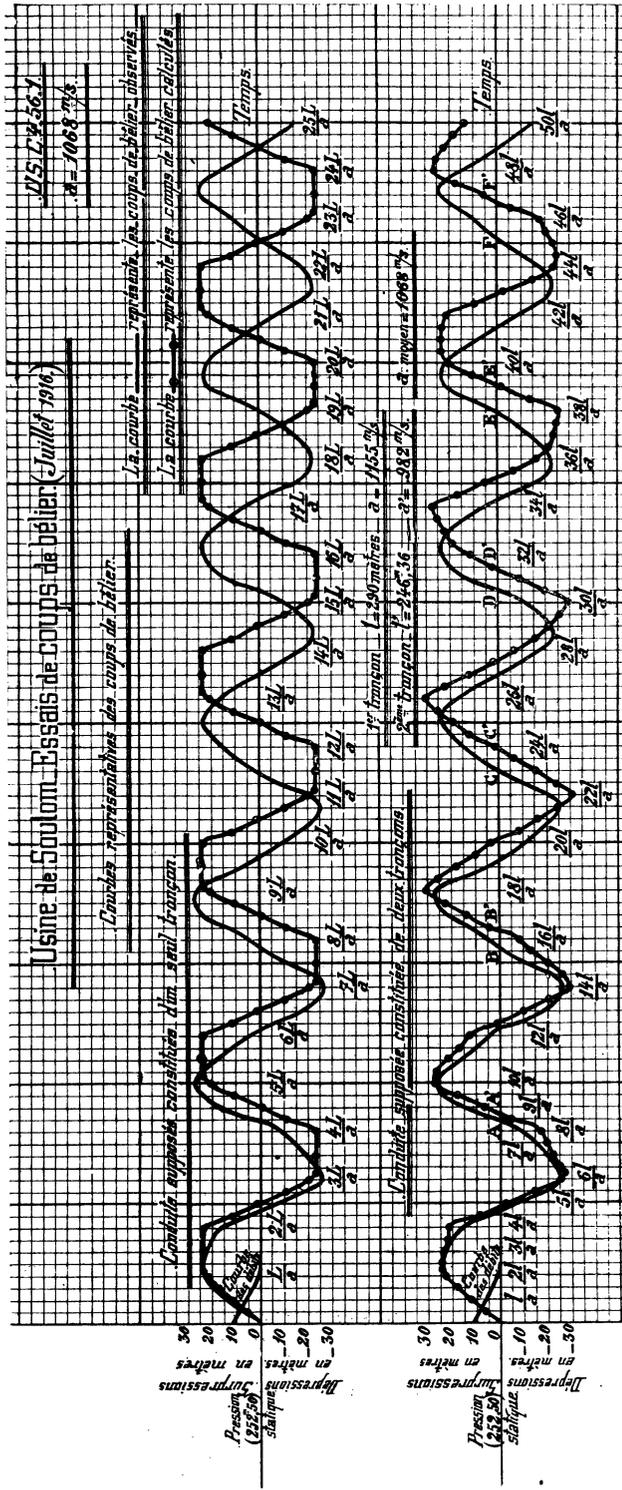


FIG. 168.

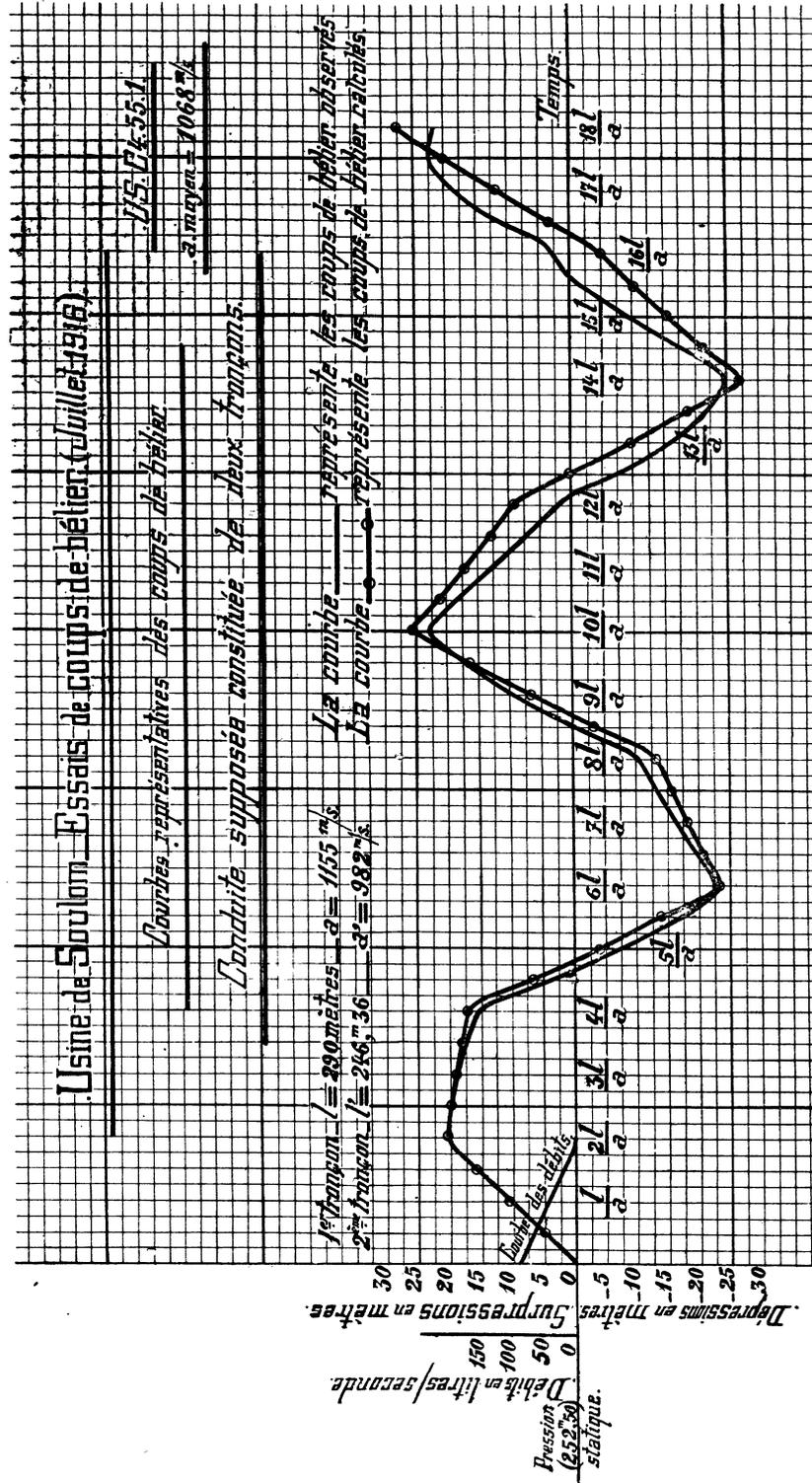


Fig. 169.

**95. Subdivision en trois tronçons. — Fermetures lentes. — Calcul du coup de bélier au distributeur.**

Abordons maintenant la subdivision en trois tronçons.

*Conduite supposée constituée de trois tronçons pour lesquels la durée de propagation*

*est la même, c'est-à-dire que l'on a :  $\frac{l}{a} = \frac{l'}{a'} = \frac{l''}{a''}$ .*

1<sup>re</sup> PÉRIODE :  $t \leq \frac{2l}{a}$ .

En posant :

$\xi_{(t)}$  = coup de bélier à l'instant considéré.

$v_0$  = vitesse initiale dans la conduite.

$v_{(t)}$  = vitesse à l'instant considéré.

$\lambda_0 = \frac{v_0}{v_0} = 1$ .

$\lambda_{(t)} = \frac{v_{(t)}}{v_0}$ .

$\rho = \frac{av_0}{2gy_0}$ .

$y_0$  = pression statique au distributeur.

Le coup de bélier  $\xi_{(t)}$  est donné par la formule :

$$\xi_{(t)} = 2\rho y_0 \times \frac{\lambda_0 - \lambda_{(t)}}{1 + \rho\lambda_{(t)}}; \quad (79)$$

en posant  $\xi_{(t)} = \xi_1$  et  $v_{(t)} = v_1$ ,

la formule peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \xi_1 &= 2 \times \frac{av_0}{2gy_0} \times y_0 \times \frac{1 - \frac{v_1}{v_0}}{1 + \frac{av_0}{2gy_0} \times \frac{v_1}{v_0}} \\ &= \frac{av_0}{g} \times \frac{v_0 - v_1}{1 + \frac{av_1}{2gy_0}}, \end{aligned}$$

d'où

$$\xi_1 = \frac{a}{g} \times \frac{v_0 - v_1}{1 + \frac{av_1}{2gy_0}}$$

$$2^{\circ} \text{ PÉRIODE : } \frac{2l}{a} < t \leq \frac{4l}{a}.$$

En posant :

$$\theta = \frac{2l}{a} = \frac{2l'}{a'} = \frac{2l''}{a''}$$

$d, d', d''$ . diamètres intérieurs de la conduite.

$$\alpha = \frac{a'd^2}{ad'^2} \quad \beta = \frac{a''d'^2}{a'd''^2}$$

$$u = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha}.$$

Le coup de bélier  $\xi_{(t)}$  est donné par :

$$\xi_{(t)} = 2\varphi\gamma_0 \times \frac{\lambda_0 - \lambda(t) - u[\lambda_0 - \lambda(t - \theta)]}{1 + \rho\lambda(t)} - \xi_{(t-\theta)} u \frac{1 - \rho\lambda(t - \theta)}{1 + \rho\lambda(t)}; \quad (80)$$

en posant

$$\begin{aligned} \xi_{(t)} &= \xi_2, & \xi_{(t-\theta)} &= \xi_1, \\ v_{(t)} &= v_2, & v_{(t-\theta)} &= v_1, \end{aligned}$$

nous avons :

$$\begin{aligned} \xi_2 &= 2 \times \frac{av_0}{2g\gamma_0} \times \gamma_0 \times \frac{1 - \frac{v_2}{v_0} - u \left[ 1 - \frac{v_1}{v_0} \right]}{1 + \frac{av_0}{2g\gamma_0} \times \frac{v_2}{v_0}} - \xi_1 u \times \frac{1 - \frac{av_0}{2g\gamma_0} \times \frac{v_1}{v_0}}{1 + \frac{av_0}{2g\gamma_0} \times \frac{v_2}{v_0}} \\ \xi_2 &= \frac{av_0}{g} \times \frac{\frac{v_0 - v_2}{v_0} - \frac{u(v_0 - v_1)}{v_0}}{1 + \frac{av_2}{2g\gamma_0}} - u\xi_1 \times \frac{1 - \frac{av_1}{2g\gamma_0}}{1 + \frac{av_2}{2g\gamma_0}} \\ \xi_2 &= \frac{av_0}{g} \times \frac{v_0 - v_2 - u(v_0 - v_1)}{1 + \frac{av_2}{2g\gamma_0}} - u\xi_1 \times \frac{1 - \frac{av_1}{2g\gamma_0}}{1 + \frac{av_2}{2g\gamma_0}} \\ \xi_2 &= \frac{a}{g} \times \frac{v_0 - v_2 - u(v_0 - v_1)}{1 + \frac{av_2}{2g\gamma_0}} - u\xi_1 \times \frac{1 - \frac{av_1}{2g\gamma_0}}{1 + \frac{av_2}{2g\gamma_0}}. \quad (112) \end{aligned}$$

$$3^{\circ} \text{ PÉRIODE : } \frac{4l}{a} < t \leq \frac{6l}{a}.$$

En posant

$$v = \frac{1 - \beta}{1 + \beta},$$

le coup de bélier  $\xi_{(t)}$  est donné par :

$$\begin{aligned} \xi_{(t)} = & \frac{2\rho\gamma_0}{1 + \rho\lambda(t)} \left[ \frac{4\lambda_0\alpha\beta}{(1 + \alpha)(1 + \beta)} - \lambda(t) + \frac{2u\beta}{1 - \beta} \lambda(t - \theta) + v\lambda(t - 2\theta) \right] \\ & - \frac{2u\xi(t - \theta)}{1 + \rho\lambda(t)} \left[ \frac{1}{1 + \beta} - \frac{\rho\beta}{1 + \beta} \lambda(t - \theta) \right] - v \frac{\xi(t - 2\theta)}{1 + \rho\lambda(t)} [1 - \rho\lambda(t - 2\theta)]; \end{aligned}$$

en posant

$$\begin{aligned} \xi_{(t)} = \xi_3, \quad \xi_{(t-\theta)} = \xi_2, \quad \xi_{(t-2\theta)} = \xi_1, \\ v_{(t)} = v_3, \quad v_{(t-\theta)} = v_2, \quad v_{(t-2\theta)} = v_1, \end{aligned}$$

nous avons :

$$\begin{aligned} \xi_3 = & \frac{2 \times \frac{av_0}{2g\gamma_0} \times \gamma_0}{1 + \frac{av_0}{2g\gamma_0} \times \frac{v_3}{v_0}} \left[ \frac{4 \times \frac{v_0}{v_0} \alpha\beta}{(1 + \alpha)(1 + \beta)} - \frac{v_3}{v_0} + \frac{2u\beta}{1 + \beta} \times \frac{v_2}{v_0} + v \frac{v_1}{v_0} \right] \\ & - \frac{2u\xi_2}{1 + \frac{av_0}{2g\gamma_0} \times \frac{v_3}{v_0}} \left[ \frac{1}{1 + \beta} - \frac{\frac{av_0}{2g\gamma_0} \beta}{1 + \beta} \times \frac{v_2}{v_0} \right] - v \frac{\xi_1}{1 + \frac{av_0}{2g\gamma_0} \times \frac{v_3}{v_0}} \left( 1 - \frac{av_0}{2g\gamma_0} \times \frac{v_1}{v_0} \right) \\ \xi_3 = & \frac{\frac{av_0}{g}}{1 + \frac{av_3}{2g\gamma_0}} \left[ \frac{1}{v_0} \times \frac{4v_0\alpha\beta}{(1 + \alpha)(1 + \beta)} - \frac{1}{v_0} v_3 + \frac{1}{v_0} \times \frac{2u\beta v_2}{1 + \beta} + \frac{1}{v_0} v v_1 \right] \\ & - \frac{2u\xi_2}{1 + \frac{av_3}{2g\gamma_0}} \left( \frac{1}{1 + \beta} - \frac{a\beta v_2}{2g\gamma_0(1 + \beta)} \right) - v\xi_1 \times \frac{1 - \frac{av_1}{2g\gamma_0}}{1 + \frac{av_3}{2g\gamma_0}} \\ \xi_3 = & \frac{\frac{a}{g}}{1 + \frac{av_3}{2g\gamma_0}} \left( \frac{4v_0\alpha\beta}{(1 + \alpha)(1 + \beta)} - v_3 + \frac{2u\beta v_2}{1 + \beta} + v v_1 \right) \quad (i13) \\ & - \frac{2u\xi_2}{1 + \frac{av_3}{2g\gamma_0}} \left( \frac{1}{1 + \beta} - \frac{a\beta v_2}{2g\gamma_0(1 + \beta)} \right) - v\xi_1 \times \frac{1 - \frac{av_1}{2g\gamma_0}}{1 + \frac{av_3}{2g\gamma_0}}. \end{aligned}$$

$$4^{\text{e}} \text{ PÉRIODE : } \frac{6l}{a} < t \leq \frac{8l}{a}$$

Le coup de bélier  $\xi_{(t)}$  est donné par :

$$\xi_{(t)} = \left. \begin{aligned} & \frac{2\rho\gamma_0}{1+\rho\lambda(t)} \left\{ \lambda(t-3\theta) - \lambda(t) - \left[ 1 - \frac{4\alpha}{(1+\alpha)(1+\beta)} \right] [\lambda(t-2\theta) - \lambda(t-\theta)] \right\} \\ & - \frac{1-\rho\lambda(t-3\theta)}{1+\rho\lambda(t)} \xi(t-3\theta) - \left[ \frac{4}{(1+\alpha)(1+\beta)} - 1 \right] \frac{\xi(t-\theta) + \xi(t-2\theta)}{1+\rho\lambda(t)} \\ & - \rho \left[ 1 - \frac{4\beta}{(1+\alpha)(1+\beta)} \right] \frac{\xi(t-\theta)\lambda(t-\theta) - \xi(t-2\theta)\lambda(t-2\theta)}{1+\rho\lambda(t)} \end{aligned} \right\} \quad (82)$$

en posant

$$\begin{aligned} \xi_{(t)} &= \xi_1 & \xi_{(t-\theta)} &= \xi_2 & \xi_{(t-2\theta)} &= \xi_3 & \xi_{(t-3\theta)} &= \xi_4 \\ v_{(t)} &= v_1 & v_{(t-\theta)} &= v_2 & v_{(t-2\theta)} &= v_3 & v_{(t-3\theta)} &= v_4 \end{aligned}$$

nous avons :

$$\begin{aligned} \xi_1 &= \frac{2 \times \frac{av_0}{2g\gamma_0} \times \gamma_0}{1 + \frac{av_0}{2g\gamma_0} \times \frac{v_1}{v_0}} \left\{ \frac{v_1}{v_0} - \frac{v_1}{v_0} - \left[ 1 - \frac{4\alpha}{(1+\alpha)(1+\beta)} \right] \left[ \frac{v_2}{v_0} - \frac{v_3}{v_0} \right] \right\} - \frac{1 - \frac{av_0}{2g\gamma_0} \times \frac{v_1}{v_0}}{1 + \frac{av_0}{2g\gamma_0} \times \frac{v_1}{v_0}} \times \xi_4 \\ & - \left( \frac{4}{(1+\alpha)(1+\beta)} - 1 \right) \frac{\xi_3 + \xi_2}{1 + \frac{av_0}{2g\gamma_0} \times \frac{v_1}{v_0}} - \frac{av_0}{2g\gamma_0} \left( 1 - \frac{4\beta}{(1+\alpha)(1+\beta)} \right) \frac{\xi_3 \frac{v_3}{v_0} - \xi_2 \frac{v_2}{v_0}}{1 + \frac{av_0}{2g\gamma_0} \times \frac{v_1}{v_0}} \\ \xi_1 &= \frac{\frac{av_0}{g}}{1 + \frac{av_1}{2g\gamma_0}} \left[ \frac{v_1 - v_1}{v_0} - \left( \frac{v_2 - v_3}{v_0} \right) \left( 1 - \frac{4\alpha}{(1+\alpha)(1+\beta)} \right) \right] - \frac{1 - \frac{av_1}{2g\gamma_0}}{1 + \frac{av_1}{2g\gamma_0}} \xi_4 \\ & - \frac{\xi_3 + \xi_2}{1 + \frac{av_1}{2g\gamma_0}} \left( \frac{4}{(1+\alpha)(1+\beta)} - 1 \right) - \frac{av_0}{2g\gamma_0} \left( 1 - \frac{4\beta}{(1+\alpha)(1+\beta)} \right) \frac{\xi_3 \frac{v_3}{v_0} - \xi_2 \frac{v_2}{v_0}}{1 + \frac{av_1}{2g\gamma_0}} \\ \xi_1 &= \frac{\frac{av_0}{g}}{1 + \frac{av_1}{2g\gamma_0}} \times \frac{1}{v_0} \left[ (v_1 - v_1) - (v_2 - v_3) \left( 1 - \frac{4\alpha}{(1+\alpha)(1+\beta)} \right) \right] - \xi_4 \times \frac{1 - \frac{av_1}{2g\gamma_0}}{1 + \frac{av_1}{2g\gamma_0}} \\ & - \frac{\xi_3 + \xi_2}{1 + \frac{av_1}{2g\gamma_0}} \left( \frac{4}{(1+\alpha)(1+\beta)} - 1 \right) - \frac{av_0}{2g\gamma_0} \times \frac{1}{v_0} \left( \frac{\xi_3 v_3 - \xi_2 v_2}{1 + \frac{av_1}{2g\gamma_0}} \right) \left( \frac{1 - 4\beta}{(1+\alpha)(1+\beta)} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v_1 = & \frac{\frac{a}{g}}{1 + \frac{av_1}{2gy_0}} \left[ (v_1 - v_1) - (v_2 - v_3) \left( 1 - \frac{4\alpha}{(1+\alpha)(1+\beta)} \right) \right] - \xi_1 \times \frac{1 - \frac{av_1}{2gy_0}}{1 + \frac{av_1}{2gy_0}} \\
 & - \frac{\xi_3 + \xi_2}{1 + \frac{av_1}{2gy_0}} \left( \frac{4}{(1+\alpha)(1+\beta)} - 1 \right) - \frac{a}{2gy_0} \left( \frac{\xi_1 v_3 - \xi_2 v_2}{1 + \frac{av_1}{2gy_0}} \right) \left( 1 - \frac{4\beta}{(1+\alpha)(1+\beta)} \right). \quad (114)
 \end{aligned}$$

96. Subdivision de la conduite  $C_s$  en trois tronçons pour lesquels la durée de propagation est la même.

$$1^{\text{er}} \text{ tronçon : } \frac{l}{a} = \frac{0,502}{3} = 0'',1673.$$

$$2^{\text{e}} \text{ tronçon : } \frac{l'}{a'} = \frac{0,502}{3} = 0'',1673.$$

$$3^{\text{e}} \text{ tronçon : } \frac{l''}{a''} = \frac{0,502}{3} = 0'',1673.$$

Détermination des longueurs  $l$ ,  $l'$  et  $l''$  et des vitesses de propagation  $a$ ,  $a'$  et  $a''$ .

$$1^{\text{er}} \text{ tronçon : } l = 197,92 \quad a = \frac{197,92}{0,1673} = 1.183 \text{ m/s.}$$

$$2^{\text{e}} \text{ tronçon : } l' = 177,34 \quad a' = \frac{177,34}{0,1673} = 1.060 \text{ m/s.}$$

$$3^{\text{e}} \text{ tronçon : } l'' = 161,10 \quad a'' = \frac{161,10}{0,1673} = 962 \text{ m/s.}$$

Détermination des constantes.

$$\frac{a}{g} = \frac{1.183}{9,81} = 120,60$$

$$2gy_0 = 2 \times 9,81 \times 252,50 = 4.950$$

$$\alpha = \frac{1.060}{1.183} = 0,896 \quad \beta = \frac{962}{1.060} = 0,907$$

$$u = \frac{1 - 0,896}{1 + 0,896} = \frac{0,104}{1,896} = 0,0548$$

$$v = \frac{1 - 0,907}{1 + 0,907} = \frac{0,093}{1,907} = 0,0487$$

$$(1 + \alpha)(1 + \beta) = 1,896 \times 1,907 = 3,615$$

$$\alpha\beta = 0,896 \times 0,907 = 0,815.$$

97. Expérience US-C<sub>4</sub>-56-7 (fig. 105).

Conduite supposée constituée de trois tronçons, tels que  $\frac{l}{a} = \frac{l'}{a'} = \frac{l''}{a''}$ .

|                |                            |                           |
|----------------|----------------------------|---------------------------|
|                | Débit initial = 703 litres | $v_0 = 1 \text{ m. } 365$ |
| $l = 197,92$   | $a = 1.183$                |                           |
| $l' = 177,34$  | $a' = 1.060$               |                           |
| $l'' = 161,10$ | $a'' = 962$                |                           |

$$1^{\text{re}} \text{ PÉRIODE : } t \leq \frac{2l}{a}$$

$$1^{\text{er}} \text{ point : } \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\text{Débit} = 690 \text{ l.} \quad v_1 = 1,340$$

$$\xi = 120,6 \times \frac{1,365 - 1,340}{1 + \frac{1,183 \times 1,34}{4,950}} = 120,6 \times \frac{0,025}{1,32}$$

$$\xi = 120,6 \times 0,019 = \underline{2 \text{ m. } 30}$$

$$2^{\text{e}} \text{ point : } \frac{l}{a}$$

$$\text{Débit} = 665 \text{ l.} \quad v_1 = 1,290$$

$$\xi = 120,6 \times \frac{1,365 - 1,290}{1 + \frac{1,183 \times 1,29}{4,950}} = 120,6 \times \frac{0,075}{1,31}$$

$$\xi = 120,6 \times 0,057 = \underline{6 \text{ m. } 90}$$

$$3^{\text{e}} \text{ point : } \frac{l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\text{Débit} = 640 \text{ l.} \quad v_1 = 1,240$$

$$\xi = 120,6 \times \frac{1,365 - 1,240}{1 + \frac{1,183 \times 1,24}{4,950}} = 120,6 \times \frac{0,125}{1,30}$$

$$\xi = 120,6 \times 0,096 = \underline{11 \text{ m. } 60}$$

$$4^{\circ} \text{ point : } \frac{2l}{a}$$

$$\text{Débit} = 615 \text{ l.} \quad v_1 = 1,19$$

$$\xi = 120,6 \times \frac{1,365 - 1,190}{1 + \frac{1,183 \times 1,19}{4,950}} = 120,6 \times \frac{0,175}{1,285}$$

$$\xi = 120,6 \times 0,1365 = \underline{16 \text{ m. } 40}$$

*Conduite supposée constituée de trois tronçons.*

$$2^{\circ} \text{ PÉRIODE : } \frac{2l}{a} < l \leq \frac{4l}{a}$$

$$5^{\circ} \text{ point : } \frac{2l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\text{Débit} = 590 \text{ l.} \quad v_2 = 1,145 \quad v_1 = 1,340$$

$$\xi = 120,6 \times \frac{1,365 - 1,145 - 0,0548 (1,365 - 1,34)}{1 + \frac{1,183 \times 1,145}{4,950}} - 0,0548 \times 2,30 \times \frac{1 - 0,32}{1,275}$$

$$\xi = 120,6 \times \frac{0,22 - 0,0013}{1,275} - 0,125 \times \frac{0,68}{1,275} = 120,6 \times \frac{0,2187}{1,275} - 0,125 \times 0,53$$

$$\xi = 20,70 - 0,07 = \underline{20 \text{ m. } 63}$$

$$6^{\circ} \text{ point : } \frac{3l}{a}$$

$$\text{Débit} = 562 \text{ l.} \quad v_2 = 1,09 \quad v_1 = 1,290$$

$$\xi = 120,6 \times \frac{1,365 - 1,09 - 0,0548 (1,365 - 1,29)}{1 + \frac{1,183 \times 1,09}{4,950}} - 0,0548 \times 6,90 \times \frac{1 - 0,31}{1,262}$$

$$\xi = 120,6 \times \frac{0,275 - 0,0041}{1,262} - 0,378 \times \frac{0,69}{1,262} = 120,6 \times \frac{0,2709}{1,262} - 0,378 \times 0,548$$

$$\xi = 25,90 - 0,20 = \underline{25 \text{ m. } 70}$$

$$7^{\circ} \text{ point : } \frac{3l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\text{Débit} = 537 \text{ l. } \quad v_2 = 1,04 \quad v_1 = 1,240$$

$$\xi = 120,6 \times \frac{1,365 - 1,04 - 0,0548(1,365 - 1,24)}{1 + \frac{1,183 \times 1,04}{4,950}} - 0,0548 \times 11,60 \times \frac{1 - 0,3}{1,25}$$

$$\xi = 120,6 \times \frac{0,325 - 0,0068}{1,25} - 0,64 \times \frac{0,7}{1,25} = 120,6 \times \frac{0,3182}{1,25} - 0,64 \times 0,56$$

$$\xi = 30,80 - 0,35 = \underline{30 \text{ m. } 45}$$

$$8^{\circ} \text{ point : } \frac{4l}{a}$$

$$\text{Débit} = 510 \text{ l. } \quad v_2 = 0,99 \quad v_1 = 1,19$$

$$\xi = 120,6 \times \frac{1,365 - 0,99 - 0,0548(1,365 - 1,19)}{1 + \frac{1,183 \times 0,99}{4,950}} - 0,0548 \times 16,40 \times \frac{1 - 0,285}{1,238}$$

$$\xi = 120,6 \times \frac{0,375 - 0,0096}{1,238} - 0,90 \times \frac{0,715}{1,238} = 120,6 \times \frac{0,3654}{1,238} - 0,90 \times 0,58$$

$$\xi = 35,80 - 0,50 = \underline{35 \text{ m. } 30}$$

$$3^{\circ} \text{ PÉRIODE : } \frac{2l}{a} < t \leq \frac{4l}{a}$$

$$9^{\circ} \text{ point : } \frac{4l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\text{Débit} = 481 \text{ l. } \quad v_3 = 0,935 \quad v_2 = 1,145 \quad v_1 = 1,340$$

$$\begin{aligned} \xi = & \frac{120,6}{1 + \frac{1,183 \times 0,935}{4,950}} \left( \frac{4 \times 1,365 \times 0,815}{3,615} - 0,935 + \frac{2 \times 0,0548 \times 0,907 \times 1,145}{1,907} \right. \\ & \left. + 0,0487 \times 1,145 \right) - \frac{2 \times 0,0548 \times 20,63}{1,222} \left( \frac{1}{1,907} - \frac{1,183 \times 0,907 \times 1,145}{4,950(1,907)} \right) \\ & - 0,0487 \times 2,30 \times \frac{0,68}{1,222} \end{aligned}$$

$$\xi = \frac{120,6}{1,222} [(0,902 \times 1,365) - 0,935 + (0,0525 \times 1,145) + 0,056] \\ - 0,09 \times 20,63 (0,525 - 0,114 \times 1,145) - 0,112 \times 0,555$$

$$\xi = 99 (1,23 - 0,935 + 0,06 + 0,056) - 1,85 (0,525 - 0,131) - 0,062$$

$$\xi = 99 \times 0,411 - 1,85 \times 0,394 - 0,062$$

$$\xi = 40,80 - (0,738 + 0,062) = 40,80 - 0,80 = \underline{40 \text{ m. } 00}$$

$$10^{\circ} \text{ point : } \frac{5l}{a}$$

$$\text{Débit} = 454 \text{ l. } \quad v_3 = 0,88 \quad v_2 = 1,09 \quad v_1 = 1,29$$

$$\xi = \frac{120,6}{1 + \frac{1,183 \times 0,88}{4,950}} (1,23 - 0,88 + 0,0525 \times 1,09 + 0,0487 \times 1,09) - 0,09 \times 25,70 \\ (0,525 - 0,114 \times 1,09) - 0,0487 \times 6,90 \times \frac{0,69}{1,213}$$

$$\xi = 99,6 (1,23 - 0,88 + 0,057 + 0,053) - 2,30 (0,525 - 0,124) - 0,335 \times 0,57$$

$$\xi = 99,6 \times 0,45 - 2,30 \times 0,401 - 0,335 \times 0,57$$

$$\xi = 45,80 - (0,92 + 0,18) = 45,80 - 1,10 = \underline{44 \text{ m. } 70}$$

$$11^{\circ} \text{ point : } \frac{5l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\text{Débit} = 425 \text{ l. } \quad v_3 = 825 \quad v_2 = 1,04 \quad v_1 = 1,240$$

$$\xi = \frac{120,6}{1 + \frac{1,183 \times 0,835}{4,950}} (1,23 - 0,825 + 0,0525 \times 1,04 + 0,0487 \times 1,04) \\ - 0,09 \times 30,45 (0,525 - 0,114 \times 1,04) - 0,0487 \times 11,60 \times \frac{0,70}{1,20}$$

$$\xi = 100,20 (1,23 - 0,825 + 0,055 + 0,050) - 2,74 (0,525 - 0,119) - 0,565 \times 0,582$$

$$\xi = 100,20 \times 0,51 - 2,74 \times 0,406 - 0,565 \times 0,582$$

$$\xi = 51,30 - (1,10 + 0,30) = 51,30 - 1,40 = \underline{49 \text{ m. } 90}$$

$$12^{\circ} \text{ point : } \frac{6l}{a}$$

$$\text{Débit} = 400 \text{ l. } \quad v_3 = 0,778 \quad v_2 = 0,99 \quad v_1 = 1,19$$

$$\xi = \frac{120,6}{1 + \frac{1,183 \times 0,778}{4,950}} (1,23 - 0,778 + 0,0525 \times 0,99 + 0,0487 \times 0,99) \\ - 0,09 \times 35,30 (0,525 - 0,114 \times 0,99) - 0,0487 \times 16,40 \times \frac{0,715}{1,186}$$

$$\xi = 101,8(1,23 - 0,778 + 0,052 + 0,0482) + 3,18(0,525 - 0,113) - 0,80 \times 0,603$$

$$\xi = 101,8 \times 0,552 - 3,18 \times 0,412 - 0,80 \times 0,603$$

$$\xi = 56,20 - (1,30 + 0,48) = 56,20 - 1,80 = \underline{54 \text{ m. } 40}$$

$$4^{\circ} \text{ PÉRIODE : } \frac{6l}{a} < l \leq \frac{8l}{a}$$

$$13^{\circ} \text{ point : } \frac{6l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\text{Débit} = 375 \text{ l. } v_1 = 0,725 \quad v_2 = 0,935 \quad v_3 = 1,145 \quad v_4 = 1,340$$

$$\xi = \frac{120,6}{1 + \frac{1,183 \times 0,725}{4,950}} \left[ (1,34 - 0,725) - (1,145 - 0,935) \left( 1 - \frac{4 \times 0,896}{3,615} \right) \right] - 2,30$$

$$\times \frac{0,68}{1,174} - \frac{40 + 20,63}{1,174} \left( \frac{4}{3,615} - 1 \right) - \frac{1,183}{4,950} \left( \frac{40 \times 0,935 - 20,63 \times 1,145}{1,174} \right) \left( 1 - \frac{4 \times 0,907}{3,615} \right)$$

$$\xi = \frac{120,6}{1,174} [0,615 - 0,21 \times 0,007] - 2,30 \times 0,578 - \frac{60,63}{1,174} \times 0,105 - 0,24 \times \frac{37,40 - 23,7}{1,174} \times -0,003$$

$$\xi = 102,5(0,615 - 0,0015) - 1,33 - 51,5 \times 0,105 - 0,24 \times \frac{13,70}{1,174} \times -0,003$$

$$\xi = 102,5 \times 0,6135 - 1,33 - 5,40 + 0,007 \times 11,70$$

$$\xi = 63,00 - 6,73 + 0,08 = 63,08 - 6,73 = \underline{56 \text{ m. } 35}$$

$$14^{\circ} \text{ point : } \frac{7l}{a}$$

$$\text{Débit} = 350 \text{ l. } v_1 = 0,68 \quad v_2 = 0,88 \quad v_3 = 1,09 \quad v_4 = 1,29$$

$$\xi = \frac{120,6}{1 + \frac{1,183 \times 0,68}{4,950}} [(1,29 - 0,68) - (1,09 - 0,88) 0,007] - 6,90 \times \frac{0,69}{1,163}$$

$$- \frac{44,70 + 25,70}{1,163} \times 0,105 + 0,007 \times \frac{43,70 \times 0,89 - 25,70 \times 1,09}{1,163}$$

$$\xi = 103,5(0,61 - 0,0014) - 4,10 - 6,25 + 0,007 \times \frac{38,80 - 28,20}{1,163}$$

$$\xi = 103,5 \times 0,6086 - 4,10 - 6,25 + 0,007 \times 9,15$$

$$\xi = 63,00 - 10,35 + 0,05 = 63,05 - 10,35 = \underline{52 \text{ m. } 70}$$

$$15^{\circ} \text{ point : } \frac{7l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\text{Débit} = 325 \text{ l. } v_1 = 0,63 \quad v_2 = 0,825 \quad v_3 = 1,04 \quad v_4 = 1,240$$

$$\begin{aligned} \xi = \frac{120,6}{1,151} [(1,24 - 0,63) - (1,04 - 0,825) 0,007] - 11,60 \times \frac{0,7}{1,151} - \frac{49,90 + 30,45}{1,151} \times 0,105 \\ + 0,007 \times \frac{48,70 \times 0,835 - 30,45 \times 1,04}{1,151} \end{aligned}$$

$$\xi = 104,5 (0,61 - 0,0014) - 7,05 - 7,25 + 0,007 \times \frac{40,70 - 31,4}{1,151}$$

$$\xi = 104,5 \times 0,6086 - 14,30 + 0,007 \times 8,1$$

$$\xi = 63,55 - 14,30 + 0,05 = 63,60 - 14,30 = \underline{49 \text{ m. } 30}$$

$$16^{\circ} \text{ point : } \frac{8l}{a}$$

$$\text{Débit} = 300 \text{ l. } v_1 = 0,584 \quad v_2 = 0,778 \quad v_3 = 0,99 \quad v_4 = 1,19$$

$$\begin{aligned} \xi = \frac{120,6}{1,140} [(1,19 - 0,584) - (0,99 - 0,778) 0,007] - 16,40 \times \frac{0,715}{1,140} - \frac{54,40 + 35,30}{1,140} \times 0,105 \\ + 0,007 \times \frac{54,80 \times 0,778 - 35,30 \times 0,99}{1,140} \end{aligned}$$

$$\xi = 105,5 (0,606 - 0,0015) - 10,40 - 8,35 + 0,007 \times \frac{42,20 - 35}{1,128}$$

$$\xi = 105,5 \times 0,6045 - 18,75 + 0,007 \times 6,40$$

$$\xi = 63,80 - 18,75 + 0,05 = 63,85 - 18,75 = \underline{45 \text{ m. } 10}$$

$$5^{\circ} \text{ PÉRIODE : } \frac{8l}{a} < t \leq \frac{10l}{a}$$

$$17^{\circ} \text{ point : } \frac{8l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\text{Débit} = 272 \text{ l. } v_1 = 0,538 \quad v_2 = 0,725 \quad v_3 = 0,935 \quad v_4 = 1,145$$

$$\begin{aligned} \xi = \frac{120,6}{1,129} [(1,145 - 0,538) - (0,935 - 0,725) 0,007] - \frac{20,63}{1,129} \times \frac{0,725}{1,129} - \frac{56,35 + 40}{1,129} \\ \times 0,105 + 0,007 \times \frac{56,35 \times 0,725 - 40 \times 0,935}{1,129} \end{aligned}$$

$$\xi = 106,5(0,607 - 0,0015) - 13,40 - 9,05 + 0,007 \times \frac{40,8 - 37,4}{1,117}$$

$$\xi = 106,5 \times 0,6095 - 22,45 + 0,007 \times 3$$

$$\xi = 64,48 - 22,45 + 0,02 = 64,50 - 22,45 = \underline{42 \text{ m. } 05}$$

$$18^\circ \text{ point : } \frac{9l}{a}$$

$$\text{Débit} = 252 \text{ l. } v_3 = 0,490 \quad v_4 = 0,68 \quad v_5 = 0,88 \quad v_6 = 1,09$$

$$\xi = \frac{120,6}{1,116} [(1,09 - 0,490) - (0,88 - 0,68) 0,007] - 25,70 \times \frac{0,738}{1,116} - \frac{52,70 + 44,70}{1,116}$$

$$\times 0,105 + 0,007 \times \frac{52,70 \times 0,68 - 44,70 \times 0,89}{1,116}$$

$$\xi = 108(0,605 - 0,0014) - 16,90 - 9,25 + 0,007 \times \frac{35,80 - 38,80}{1,116}$$

$$\xi = 108 \times 0,5986 - 25,95 + 0,007 \times -2,70$$

$$\xi = 64,50 - 25,95 = \underline{38 \text{ m. } 55}$$

$$19^\circ \text{ point : } \frac{9l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\text{Débit} = 227 \text{ l. } v_3 = 0,441 \quad v_4 = 0,63 \quad v_5 = 0,825 \quad v_6 = 1,04$$

$$\xi = \frac{120,6}{1,105} [(1,04 - 0,441) - (0,825 - 0,63) 0,007] - 30,45 \times \frac{0,75}{1,105} - \frac{49,30 + 49,9}{1,105}$$

$$\times 0,105 + 0,007 \times \frac{49,30 \times 0,63 - 49,9 \times 0,825}{1,105}$$

$$\xi = 109(0,599 - 0,0014) - 20,65 - 9,45 + 0,007 \times \frac{31 - 41}{1,105}$$

$$\xi = 109 \times 0,5976 - 30,10 + 0,007 \times -9,05$$

$$\xi = 65,15 - 30,15 = \underline{35 \text{ m. } 00}$$

$$20^\circ \text{ point : } \frac{10l}{a}$$

$$\text{Débit} = 203 \text{ l. } v_3 = 0,395 \quad v_4 = 0,584 \quad v_5 = 0,778 \quad v_6 = 0,99$$

$$\xi = \frac{120,6}{1,095} [(0,99 - 0,395) - (0,778 - 0,584) 0,007] - 35,30 \times \frac{0,762}{1,095} - \frac{45,10 + 54,40}{1,095}$$

$$\times 0,105 + 0,007 \times \frac{45,10 \times 0,584 - 54,40 \times 0,778}{1,095}$$

$$\xi = 110(0,595 - 0,0014) - 24,60 - 9,55 + 0,007 \times \frac{26,30 - 42,30}{1,095}$$

$$\xi = 110 \times 0,5936 - 34,15 + 0,007 \times -14,60$$

$$\xi = 65,20 - (34,15 + 0,1) = 65,20 - 34,25 = \underline{30 \text{ m. } 95}$$

$$6^{\circ} \text{ PÉRIODE : } \frac{10l}{a} < t \leq \frac{12l}{a}$$

$$21^{\circ} \text{ point : } \frac{10l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\text{Débit} = 180 \text{ l. } v_0 = 0,35 \quad v_1 = 0,538 \quad v_2 = 0,725 \quad v_3 = 0,935$$

$$\xi = \frac{120,6}{1,084} [(0,935 - 0,35) - (0,725 - 0,538) 0,007] - 40 \times \frac{0,778}{1,084} - \frac{42,05 + 56,35}{1,084}$$

$$\times 0,105 + 0,007 \times \frac{42,05 \times 0,538 - 56,35 \times 0,725}{1,084}$$

$$\xi = 111(0,585 - 0,0013) - 28,80 - 9,50 + 0,007 \times \frac{22,60 - 40,60}{1,084}$$

$$\xi = 111 \times 0,5837 - 38,30 + 0,007 \times -16,60$$

$$\xi = 64,60 - 38,30 - 0,1 = 64,60 - 38,40 = \underline{26 \text{ m. } 20}$$

$$22^{\circ} \text{ point : } \frac{11l}{a}$$

$$\text{Débit} = 155 \text{ l. } v_0 = 0,302 \quad v_1 = 0,49 \quad v_2 = 0,68 \quad v_3 = 0,88$$

$$\xi = \frac{120,6}{1,072} [(0,88 - 0,302) - (0,68 - 0,49) 0,007] - 44,7 \times \frac{0,787}{1,072} - \frac{38,55 + 52,70}{1,072}$$

$$\times 0,105 + 0,007 \times \frac{38,55 \times 0,49 - 52,70 \times 0,68}{1,072}$$

$$\xi = 112,2(0,578 - 0,0013) - 32,80 - 8,95 + 0,007 \times \frac{18,80 - 35,80}{1,072}$$

$$\xi = 112,2 \times 0,5767 - 41,75 + 0,007 \times -15,80$$

$$\xi = 64,60 - 41,75 - 0,10 = 64,60 - 41,85 = \underline{22 \text{ m. } 75}$$

$$23^{\circ} \text{ point : } \frac{11l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\text{Débit} = 132 \text{ l. } v_e = 0,256 \quad v_s = 0,441 \quad v_i = 0,63 \quad v_3 = 0,825$$

$$\xi = \frac{120,6}{1,061} [(0,825 - 0,256) - (0,63 - 0,441) 0,007] - 49,90 \times \frac{0,80}{1,061} - \frac{35 + 49,30}{1,061}$$

$$\times 0,105 + 0,007 \times \frac{35 \times 0,441 - 49,30 \times 0,63}{1,061}$$

$$\xi = 113,5 (0,569 - 0,0013) - 37,70 - 8,35 + 0,007 \times \frac{15,40 - 31}{1,061}$$

$$\xi = 113,5 \times 0,5677 - 46,05 + 0,007 \times -14,70$$

$$\xi = 64,50 - 46,15 = \underline{18 \text{ m. } 35}$$

$$24^{\circ} \text{ point : } \frac{12l}{a}$$

$$\text{Débit} = 113 \text{ l. } v_e = 0,22 \quad v_s = 0,395 \quad v_i = 0,584 \quad v_3 = 0,778$$

$$\xi = \frac{120,6}{1,053} [(0,778 - 0,22) - (0,584 - 0,395) 0,007] - 54,40 \times \frac{0,814}{1,053} - \frac{30,95 + 45,10}{1,053}$$

$$\times 0,105 + 0,007 \times \frac{30,95 \times 0,395 - 45,10 \times 0,584}{1,053}$$

$$\xi = 114,3 (0,558 - 0,0013) - 42 - 7,60 + 0,007 \times \frac{12,20 - 13,20}{1,053}$$

$$\xi = 114,3 \times 0,5567 - 49,6 + 0,007 \times -13,30$$

$$\xi = 63,40 - 49,70 = \underline{13 \text{ m. } 70}$$

$$7^{\circ} \text{ PÉRIODE : } \frac{12l}{a} < t \leq \frac{14l}{a}$$

$$25^{\circ} \text{ point : } \frac{12l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\text{Débit} = 92 \text{ l. } v_e = 0,179 \quad v_s = 0,35 \quad v_3 = 0,538 \quad v_4 = 0,725$$

$$\xi = \frac{120,6}{1,043} [(0,725 - 0,179) - (0,538 - 0,35) 0,007] - 56,35 \times \frac{0,826}{1,043} - \frac{26,20 + 42,05}{1,043}$$

$$\times 0,105 + 0,007 \times \frac{26,20 \times 0,35 - 42,05 \times 0,538}{1,043}$$

$$\xi = 115,5(0,546 - 0,0013) - 44,50 - 6,90 + 0,007 \times \frac{9,25 - 22,65}{1,043}$$

$$\xi = 115,5 \times 0,5447 - 51,40 + 0,007 \times -12,90$$

$$\xi = 62,80 - 51,50 = \underline{11 \text{ m. } 30}$$

$$26^{\circ} \text{ point : } \frac{13l}{a}$$

$$\text{Débit} = 70 \text{ l. } v_7 = 0,14 \quad v_6 = 0,302 \quad v_5 = 0,49 \quad v_4 = 0,68$$

$$\xi = \frac{120,6}{1,034} [(0,68 - 0,14) - (0,49 - 0,302) 0,007] - 52,70 \times \frac{0,837}{1,034} - \frac{22,75 + 38,55}{1,034}$$

$$\times 0,105 + 0,007 \times \frac{22,75 \times 0,302 - 38,55 \times 0,49}{1,034}$$

$$\xi = 116,5(0,54 - 0,0013) - 42,50 - 6,20 + 0,007 \times \frac{6,90 - 18,90}{1,034}$$

$$\xi = 116,5 \times 0,5387 - 48,70 + 0,007 \times -11,60$$

$$\xi = 62,80 - 48,80 = \underline{14 \text{ m. } 00}$$

$$27^{\circ} \text{ point : } \frac{13l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\text{Débit} = 51,5 \quad v_7 = 0,1 \quad v_6 = 0,256 \quad v_5 = 0,441 \quad v_4 = 0,63$$

$$\xi = \frac{120,6}{1,024} [(0,63 - 0,1) - (0,441 - 0,256) 0,007] - 49,3 \times \frac{0,849}{1,024} - \frac{18,35 + 35}{1,024}$$

$$\times 0,105 + 0,007 \times \frac{18,35 \times 0,256 - 35 \times 0,441}{1,024}$$

$$\xi = 117,8(0,53 - 0,0013) - 40,80 - 5,50 + 0,007 \times \frac{4,65 - 15,40}{1,024}$$

$$\xi = 117,8 \times 0,5287 - 46,30 + 0,007 \times -10,80$$

$$\xi = 62,10 - 46,40 = \underline{15 \text{ m. } 70}$$

$$28^{\circ} \text{ point : } \frac{14l}{a}$$

$$\text{Débit} = 33 \text{ l. } v_7 = 0,064 \quad v_6 = 0,22 \quad v_5 = 0,395 \quad v_4 = 0,584$$

$$\xi = \frac{120,6}{1,015} [(0,584 - 0,064) - (0,395 - 0,22) 0,007] - 45,10 \times \frac{0,86}{1,015} - \frac{13,70 + 30,95}{1,015}$$

$$\times 0,105 + 0,007 \times \frac{13,70 \times 0,22 - 30,95 \times 0,395}{1,015}$$

$$\xi = 119(0,52 - 0,0013) - 38,20 - 4,60 + 0,007 \times \frac{3 - 12,20}{1,015}$$

$$\xi = 119 \times 0,5187 - 42,80 + 0,007 \times -9,05$$

$$\xi = 61,60 - 42,85 = \underline{18 \text{ m. } 75}$$

$$8^{\circ} \text{ PÉRIODE : } \frac{14l}{a} < t \leq \frac{16l}{a}$$

$$29^{\circ} \text{ point : } \frac{14l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\text{Débit} = 15 \text{ l. } v_6 = 0,029 \quad v_7 = 0,179 \quad v_8 = 0,35 \quad v_9 = 0,538$$

$$\xi = \frac{120,6}{1,007} [(0,538 - 0,029) - (0,35 - 0,179) 0,007] - 42,05 \times \frac{0,871}{1,007} - \frac{11,30 + 26,20}{1,007} \\ \times 0,105 + 0,007 \times \frac{11,30 \times 0,179 - 26,20 \times 0,35}{1,007}$$

$$\xi = 120(0,509 - 0,0013) - 36,5 - 3,9 + 0,007 \times \frac{2 - 9,20}{1,007}$$

$$\xi = 120 \times 0,5077 - 40,4 + 0,007 \times -7,1$$

$$\xi = 61,00 - 40,45 = \underline{19 \text{ m. } 55}$$

$$30^{\circ} \text{ point : } \frac{15l}{a}$$

$$\text{Débit} = 0 \quad v_6 = 0 \quad v_7 = 0,14 \quad v_8 = 0,302 \quad v_9 = 0,49$$

$$\xi = 120,6 [0,49 - (0,302 - 0,14) 0,007] - 38,55 \times 0,884 - (14 + 22,75) 0,105 \\ + 0,007 (14 \times 0,14 - 22,75 \times 0,302)$$

$$\xi = 120,6(0,49 - 0,0012) - 34,00 - 3,80 + 0,007(1,95 - 6,85)$$

$$\xi = 110,6 \times 0,4887 - 37,80 + 0,007 \times -5,1$$

$$\xi = 59,00 - 37,80 = \underline{21 \text{ m. } 20}$$

$$31^{\circ} \text{ point : } \frac{15l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$v_7 = 0,1 \quad v_8 = 0,256 \quad v_9 = 0,441$$

$$\xi = 120,6 [0,441 - (0,216 - 0,1) 0,007] - 35 \times 0,895 - (15,70 + 18,35) 0,105 \\ + 0,007 (15,7 \times 0,1 - 18,35 \times 0,256)$$

$$\xi = 120,6(0,441 - 0,0012) - 31,40 - 3,5 + 0,007 \times (1,57 - 4,70)$$

$$\xi = 120,6 \times 0,44 - 34,90 + 0,007 \times -3,1$$

$$\xi = 53,00 - 34,90 = \underline{18 \text{ m. } 10}$$

$$32^{\circ} \text{ point : } \frac{16l}{a}$$

$$v_7 = 0,064 \quad v_6 = 0,22 \quad v_5 = 0,395$$

$$\xi = 120,6 [0,395 - (0,22 - 0,064) 0,007] - 30,95 \times 0,905 - (18,75 + 13,70) 0,105 \\ + 0,007 (18,75 \times 0,064 - 13,70 \times 0,22)$$

$$\xi = 120,6 (0,395 - 0,001) - 27,9 - 3,40 + 0,007 (1,20 - 3)$$

$$\xi = 120,6 \times 0,394 - 31,30 + 0,007 \times -1,80$$

$$\xi = 47,50 - 31,30 = \underline{16 \text{ m. } 20}$$

$$9^{\circ} \text{ PÉRIODE : } \frac{16l}{a} < t \leq \frac{18l}{a}$$

$$33^{\circ} \text{ point : } \frac{16l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$v_8 = 0,029 \quad v_7 = 0,179 \quad v_6 = 0,35$$

$$\xi = 120,6 [0,35 - (0,179 - 0,029) 0,007] - 26,2 \times 0,916 - (19,55 + 11,30) 0,105 \\ + 0,007 (19,55 \times 0,029 - 11,30 \times 0,179)$$

$$\xi = 120,6 (0,35 - 0,001) - 24 - 3,20 + 0,007 (0,5 - 2)$$

$$\xi = 120,6 \times 0,349 - 27,20 + 0,007 \times -1,5$$

$$\xi = 42 - 27,20 = \underline{14 \text{ m. } 80}$$

$$34^{\circ} \text{ point : } \frac{17l}{a}$$

$$v_8 = 0 \quad v_7 = 0,14 \quad v_6 = 0,302$$

$$\xi = 120,6 [0,302 - 0,14 \times 0,007] - 22,75 \times 0,928 - (21,20 + 14) 0,105 + 0,007 \\ (-14 \times 0,14)$$

$$\xi = 120,6 \times 0,301 - 21 - 3,7 + 0,007 \times -1,96$$

$$\xi = 36,20 - 24,70 = \underline{11 \text{ m. } 50}$$

$$35^{\circ} \text{ point : } \frac{17l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$v_7 = 0,1 \quad v_6 = 0,256$$

$$\xi = 120,6 (0,256 - 0,1 \times 0,007) - 18,35 \times 0,939 - (18,10 + 15,7) 0,105 + 0,007 \\ (-15,7 \times 0,1)$$

$$\xi = 120,6 \times 0,2553 - 17,2 - 3,55 + 0,007 \times -1,57$$

$$\xi = 30,85 - 20,75 = \underline{10 \text{ m. } 10}$$

$$36^\circ \text{ point : } \frac{18l}{a}$$

$$v_7 = 0,064 \quad v_6 = 0,22$$

$$\xi = 120,6(0,22 - 0,064 \times 0,007) - 13,70 \times 0,947 - (16,20 + 18,75) 0,105 + 0,007 \\ (-18,75 \times 0,064)$$

$$\xi = 120,6 \times 0,22 - 13,00 - 3,70, + 0,007 \times -1,2$$

$$\xi = 26,60 - 16,70 = \underline{9 \text{ m. } 90}$$

$$10^\circ \text{ PÉRIODE : } \frac{18l}{a} < t \leq \frac{20l}{a}$$

$$37^\circ \text{ point : } \frac{18l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$v_3 = 0,029 \quad v_7 = 0,179$$

$$\xi = 120,6 \times 0,179 - 11,30 \times 0,957 - (14,80 + 19,55) 0,105$$

$$\xi = 21,6 - (10,80 + 3,60) = 21,60 - 14,40 = \underline{7 \text{ m. } 20}$$

$$38^\circ \text{ point : } \frac{19l}{a}$$

$$v_7 = 0,14$$

$$\xi = 120,6 \times 0,14 - 14 \times 0,966 - (11,50 + 21,20) 0,105$$

$$\xi = 16,90 - (13,50 + 3,40) = 16,90 - 16,90 = \underline{0 \text{ m. } 00}$$

$$39^\circ \text{ point : } \frac{19l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$v_7 = 0,1$$

$$\xi = 120,6 \times 0,1 - 15,70 \times 0,976 - (10,10 + 18,10) 0,105$$

$$\xi = 12,10 - (15,30 + 2,90) = 12,10 - 18,20 = \underline{-6 \text{ m. } 10}$$

$$40^\circ \text{ point : } \frac{20l}{a}$$

$$v_7 = 0,064$$

$$\xi = 120,6 \times 0,064 - 18,75 \times 0,985 - (9,90 + 16,2) 0,105 = 7,70 - (18,50 + 2,60) \\ = \underline{-13 \text{ m. } 40}$$

$$11^{\circ} \text{ PÉRIODE : } \frac{20l}{a} < t \leq \frac{22l}{a}.$$

$$41^{\circ} \text{ point : } \frac{20l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$v_s = 0,029$$

$$\xi = 120,6 \times 0,029 - 19,55 \times 0,993 - (7,20 + 14,80) 0,105$$

$$\xi = 3,5 - (19,50 + 2,30) = 3,5 - 21,80 = \underline{\underline{-18 \text{ m. } 30}}$$

$$42^{\circ} \text{ point : } \frac{21l}{a}$$

$$\xi = -21,20 - (0,00 + 11,50) 0,105 = -21,20 - 1,20 = \underline{\underline{-22 \text{ m. } 40}}$$

$$43^{\circ} \text{ point : } \frac{21l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\xi = -18,10 - (-6,10 + 10,1) 0,105 = -18,10 - 0,5 = \underline{\underline{-18 \text{ m. } 60}}$$

$$44^{\circ} \text{ point : } \frac{22l}{a}$$

$$\xi = -16,20 - (-13,40 + 9,9) 0,105 = -16,20 + 0,4 = \underline{\underline{-15 \text{ m. } 80}}$$

$$12^{\circ} \text{ PÉRIODE : } \frac{22l}{a} < t \leq \frac{24l}{a}.$$

$$45^{\circ} \text{ point : } \frac{22l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\xi = -14,80 - (-18,30 + 7,20) 0,105 = -14,80 + 1,15 = \underline{\underline{-13 \text{ m. } 65}}$$

$$46^{\circ} \text{ point : } \frac{23l}{a}$$

$$\xi = -11,50 - (-22,40 + 0) 0,105 = -11,50 + 2,35 = \underline{\underline{-9 \text{ m. } 15}}$$

$$47^{\circ} \text{ point : } \frac{23l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\xi = -10,10 - (-18,60 - 6,10) 0,105 = -10,10 + 2,60 = \underline{\underline{-7 \text{ m. } 50}}$$

$$48^{\circ} \text{ point : } \frac{24l}{a}$$

$$\xi = -9,90 - (-15,80 - 13,40) 0,105 = -9,90 + 3,10 = \underline{-6 \text{ m. } 80}$$

$$13^{\circ} \text{ PÉRIODE : } \frac{24l}{a} < t \leq \frac{26l}{a}.$$

$$49^{\circ} \text{ point : } \frac{24l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\xi = -7,20 - (-13,65 - 18,30) 0,105 = -7,20 + 3,35 = \underline{-3 \text{ m. } 85}$$

$$50^{\circ} \text{ point : } \frac{25l}{a}$$

$$\xi = -0,00 - (-9,15 - 22,40) 0,105 = -0,00 + 3,30 = \underline{3 \text{ m. } 30}$$

$$51^{\circ} \text{ point : } \frac{25l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\xi = 6,10 - (-7,50 - 18,60) 0,105 = 6,10 + 2,75 = \underline{8 \text{ m. } 85}$$

$$52^{\circ} \text{ point : } \frac{26l}{a}$$

$$\xi = 13,40 - (-6,80 - 15,80) 0,105 = 13,40 + 2,40 = \underline{15 \text{ m. } 80}$$

$$14^{\circ} \text{ PÉRIODE : } \frac{26l}{a} < t \leq \frac{28l}{a}.$$

$$53^{\circ} \text{ point : } \frac{26l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\xi = 18,30 - (-3,85 - 13,65) 0,105 = 18,30 + 1,85 = \underline{20 \text{ m. } 15}$$

$$54^{\circ} \text{ point : } \frac{27l}{a}$$

$$\xi = 22,40 - (3,30 - 9,15) 0,105 = 22,40 + 0,60 = \underline{23 \text{ m. } 00}$$

$$55^{\circ} \text{ point : } \frac{27l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\xi = 18,60 - (8,85 - 7,50) 0,105 = 18,60 - 0,15 = \underline{18 \text{ m. } 45}$$

$$56^{\circ} \text{ point : } \frac{28l}{a}$$

$$\xi = 15,80 - (15,80 - 6,80) 0,105 = 15,80 - 0,95 = \underline{14 \text{ m. } 85}$$

$$15^{\circ} \text{ PÉRIODE : } \frac{28l}{a} < t \leq \frac{30l}{a}$$

$$57^{\circ} \text{ point : } \frac{28l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\xi = 13,65 - (20,15 - 3,85) 0,105 = 13,65 - 1,70 = \underline{11 \text{ m. } 95}$$

$$58^{\circ} \text{ point : } \frac{29l}{a}$$

$$\xi = 9,15 - (23 + 3,30) 0,105 = 9,15 - 2,75 = \underline{6 \text{ m. } 40}$$

$$59^{\circ} \text{ point : } \frac{29l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$\xi = 7,50 - (18,45 + 8,85) 0,105 = 7,50 - 2,90 = \underline{4 \text{ m. } 60}$$

$$60^{\circ} \text{ point : } \frac{30l}{a}$$

$$\xi = 6,80 - (14,85 + 15,80) 0,105 = 6,80 - 3,20 = \underline{3 \text{ m. } 60}$$

$$61^{\circ} \text{ point : } \frac{31l}{a}$$

$$\xi = -3,30 - (6,40 + 23,00) 0,105 = -3,30 - 3,10 = \underline{-6 \text{ m. } 40}$$

$$62^{\circ} \text{ point : } \frac{32l}{a}$$

$$\xi = -15,80 - (3,60 + 14,85) 0,105 = -15,80 - 1,80 = \underline{-17 \text{ m. } 60}$$

$$63^{\circ} \text{ point : } \frac{33l}{a}$$

$$\xi = -23,00 - (-6,40 + 6,40) 0,105 = -23,00 - 0,00 = \underline{-23 \text{ m. } 00}$$

$$64^{\circ} \text{ point : } \frac{34l}{a}$$

$$\xi = -14,85 - (-17,60 + 3,6) 0,105 = -14,85 + 1,40 = \underline{-13 \text{ m. } 45}$$

$$65^{\circ} \text{ point : } \frac{35l}{a}$$

$$\xi = -6,40 - (-23,00 - 6,4) 0,105 = -6,40 + 3,10 = \underline{-3 \text{ m. } 30}$$

$$66^{\circ} \text{ point : } \frac{36l}{a}$$

$$\xi = -3,60 - (-13,45 - 17,6) 0,105 = -3,60 + 3,25 = \underline{-0 \text{ m. } 35}$$

$$67^{\circ} \text{ point : } \frac{37l}{a}$$

$$\xi = 6,40 - (-3,30 - 23,00) 0,105 = 6,40 + 2,65 = \underline{9 \text{ m. } 05}$$

$$68^{\circ} \text{ point : } \frac{38l}{a}$$

$$\xi = 17,60 - (-0,35 - 13,45) 0,105 = 17,60 + 1,45 = \underline{19 \text{ m. } 05}$$

$$69^{\circ} \text{ point : } \frac{39l}{a}$$

$$\xi = 23 - (9,05 - 3,30) 0,105 = 23 - 0,60 = \underline{22 \text{ m. } 40}$$

$$70^{\circ} \text{ point : } \frac{40l}{a}$$

$$\xi = 13,45 - (19,05 - 0,35) 0,105 = 13,45 - 2,00 = \underline{11 \text{ m. } 45}$$

$$71^{\circ} \text{ point : } \frac{41l}{a}$$

$$\xi = 3,30 - (22,40 + 9,05) 0,105 = 3,30 - 3,30 = \underline{0 \text{ m. } 00}$$

$$72^{\circ} \text{ point : } \frac{42l}{a}$$

$$\xi = 0,35 - (11,45 + 19,05) 0,105 = 0,35 - 3,20 = \underline{-2 \text{ m. } 85}$$

$$73^{\circ} \text{ point : } \frac{43l}{a}$$

$$\xi = -9,05 - (0,00 + 22,40) 0,105 = -9,05 - 2,35 = \underline{-11 \text{ m. } 40}$$

$$74^{\circ} \text{ point : } \frac{44l}{a}$$

$$\xi = -19,05 - (-2,85 + 11,45) 0,105 = -19,05 - 0,9 = \underline{-19 \text{ m. } 95}$$

$$75^{\circ} \text{ point : } \frac{45l}{a}$$

$$\xi = -22,40 - (-11,40 + 0) 0,105 = -22,40 + 1,2 = \underline{-21 \text{ m. } 20}$$

$$76^{\circ} \text{ point : } \frac{46l}{a}$$

$$\xi = -11,45 - (-19,95 - 2,85) 0,105 = -11,45 + 2,4 = \underline{-9 \text{ m. } 05}$$

$$77^{\circ} \text{ point : } \frac{47l}{a}$$

$$\xi = -0,00 - (-21,20 - 11,4) 0,105 = -0,00 + 3,5 = \underline{3 \text{ m. } 50}$$

$$78^{\circ} \text{ point : } \frac{48l}{a}$$

$$\xi = 2,85 - (-9,05 - 19,95) 0,105 = 2,85 + 3,05 = \underline{5 \text{ m. } 90}$$

$$79^{\circ} \text{ point : } \frac{49l}{a}$$

$$\xi = 11,40 - (3,50 - 21,20) 0,105 = 11,40 + 1,85 = \underline{13 \text{ m. } 25}$$

$$80^{\circ} \text{ point : } \frac{50l}{a}$$

$$\xi = 19,95 - (5,90 - 9,05) 0,105 = 19,95 + 0,30 = \underline{20 \text{ m. } 25}$$

$$81^\circ \text{ point : } \frac{51l}{a}$$

$$\xi = 21,20 - (13,25 + 3,50) 0,105 = 21,20 - 1,75 = \underline{19 \text{ m. } 45}$$

$$82^\circ \text{ point : } \frac{52l}{a}$$

$$\xi = 9,05 - (20,25 + 5,9) 0,105 = 9,05 - 2,75 = \underline{6 \text{ m. } 30}$$

$$83^\circ \text{ point : } \frac{53l}{a}$$

$$\xi = -3,50 - (19,45 + 13,25) 0,105 = -3,50 - 3,40 = \underline{-6 \text{ m. } 90}$$

$$84^\circ \text{ point : } \frac{54l}{a}$$

$$\xi = -5,90 - (6,30 + 20,25) 0,105 = -5,9 - 2,80 = \underline{-8 \text{ m. } 70}$$

$$85^\circ \text{ point : } \frac{55l}{a}$$

$$\xi = -13,25 - (-6,90 + 19,45) 0,105 = -13,25 - 1,35 = \underline{-14 \text{ m. } 60}$$

$$86^\circ \text{ point : } \frac{56l}{a}$$

$$\xi = -20,25 - (-8,70 + 6,30) 0,105 = -20,25 + 0,25 = \underline{-20 \text{ m. } 00}$$

$$87^\circ \text{ point : } \frac{57l}{a}$$

$$\xi = -19,45 - (-14,6 - 6,9) 0,105 = -19,45 + 2,25 = \underline{-17 \text{ m. } 20}$$

$$88^\circ \text{ point : } \frac{58l}{a}$$

$$\xi = -6,30 - (-20 - 8,7) 0,105 = -6,30 + 3 = \underline{-3 \text{ m. } 30}$$

$$89^\circ \text{ point : } \frac{59l}{a}$$

$$\xi = 6,9 - (-17,20 - 14,6) 0,105 = 6,9 + 3,3 = \underline{10 \text{ m. } 20}$$

$$90^{\circ} \text{ point : } \frac{60l}{a}$$

$$\xi = 8,7 - (-3,30 - 20) 0,105 = 8,7 + 2,45 = \underline{11 \text{ m. } 15}$$

$$91^{\circ} \text{ point : } \frac{61l}{a}$$

$$\xi = 14,6 - (10,20 - 17,20) 0,105 = 14,6 + 0,7 = \underline{15 \text{ m. } 30}$$

$$92^{\circ} \text{ point : } \frac{62l}{a}$$

$$\xi = 20 - (11,15 - 3,30) 0,105 = 20 - 0,80 = \underline{19 \text{ m. } 20}$$

$$93^{\circ} \text{ point : } \frac{63l}{a}$$

$$\xi = 17,20 - (15,30 + 10,2) 0,105 = 17,20 - 2,70 = \underline{14 \text{ m. } 50}$$

$$94^{\circ} \text{ point : } \frac{64l}{a}$$

$$\xi = 3,30 - (19,20 + 11,15) 0,105 = 3,30 - 3,20 = \underline{0 \text{ m. } 10}$$

$$95^{\circ} \text{ point : } \frac{65l}{a}$$

$$\xi = -10,20 - (14,50 + 15,30) 0,105 = -10,2 - 3,10 = \underline{-13 \text{ m. } 30}$$

$$96^{\circ} \text{ point : } \frac{66l}{a}$$

$$\xi = -11,15 - (6,10 + 19,20) 0,105 = -11,15 - 2 = \underline{-13 \text{ m. } 15}$$

$$97^{\circ} \text{ point : } \frac{67l}{a}$$

$$\xi = -15,3 - (-13,30 + 14,50) 0,105 = -15,30 - 0,1 = \underline{-15 \text{ m. } 40}$$

$$98^{\circ} \text{ point : } \frac{68l}{a}$$

$$\xi = -19,2 - (-13,15 + 0,1) 0,105 = -19,2 + 1,35 = \underline{-17 \text{ m. } 85}$$

$$99^{\circ} \text{ point : } \frac{69l}{a}$$

$$\xi = -14,5 - (-15,40 - 13,30) 0,105 = -14,5 + 3 = \underline{-11 \text{ m. } 50}$$

$$100^{\circ} \text{ point : } \frac{70l}{a}$$

$$\xi = -0,10 - (-17,85 - 13,15) 0,105 = -0,10 + 3,30 = \underline{3 \text{ m. } 20}$$

$$101^{\circ} \text{ point : } \frac{71l}{a}$$

$$\xi = 13,30 - (-11,50 - 15,4) 0,105 = 13,30 + 2,80 = \underline{16 \text{ m. } 10}$$

$$102^{\circ} \text{ point : } \frac{72l}{a}$$

$$\xi = 13,15 - (3,20 - 17,85) 0,105 = 13,15 + 1,50 = \underline{14 \text{ m. } 65}$$

$$103^{\circ} \text{ point : } \frac{73l}{a}$$

$$\xi = 15,40 - (16,10 - 11,50) 0,105 = 15,40 - 0,5 = \underline{14 \text{ m. } 90}$$

$$104^{\circ} \text{ point : } \frac{74l}{a}$$

$$\xi = 17,85 - (14,65 + 3,2) 0,105 = 17,85 - 1,9 = \underline{15 \text{ m. } 95}$$

$$105^{\circ} \text{ point : } \frac{75l}{a}$$

$$\xi = 11,50 - (14,90 + 16,1) 0,105 = 11,50 - 3,25 = \underline{8 \text{ m. } 25}$$

$$106^{\circ} \text{ point : } \frac{76l}{a}$$

$$\xi = -3,20 - (15,95 + 14,65) 0,105 = -3,20 - 3,20 = \underline{-6 \text{ m. } 40}$$

$$107^{\circ} \text{ point : } \frac{77l}{a}$$

$$\xi = -16,10 - (8,25 + 14,9) 0,105 = -16,10 - 2,40 = \underline{-18 \text{ m. } 50}$$

$$108^{\circ} \text{ point : } \frac{78l}{a}$$

$$\xi = -14,65 - (-6,4 + 15,95) 0,105 = -14,65 - 0,95 = \underline{-15 \text{ m. } 60}$$

$$109^{\circ} \text{ point : } \frac{79l}{a}$$

$$\xi = -14,90 - (-18,5 + 8,25) 0,105 = -14,90 + 1,00 = \underline{-13 \text{ m. } 90}$$

$$110^{\circ} \text{ point : } \frac{80l}{a}$$

$$\xi = -15,95 - (-15,6 - 6,4) 0,105 = -15,95 + 2,35 = \underline{-13 \text{ m. } 60}$$

$$111^{\circ} \text{ point : } \frac{81l}{a}$$

$$\xi = -8,25 - (-13,9 - 18,5) 0,105 = -8,25 + 3,40 = \underline{-4 \text{ m. } 85}$$

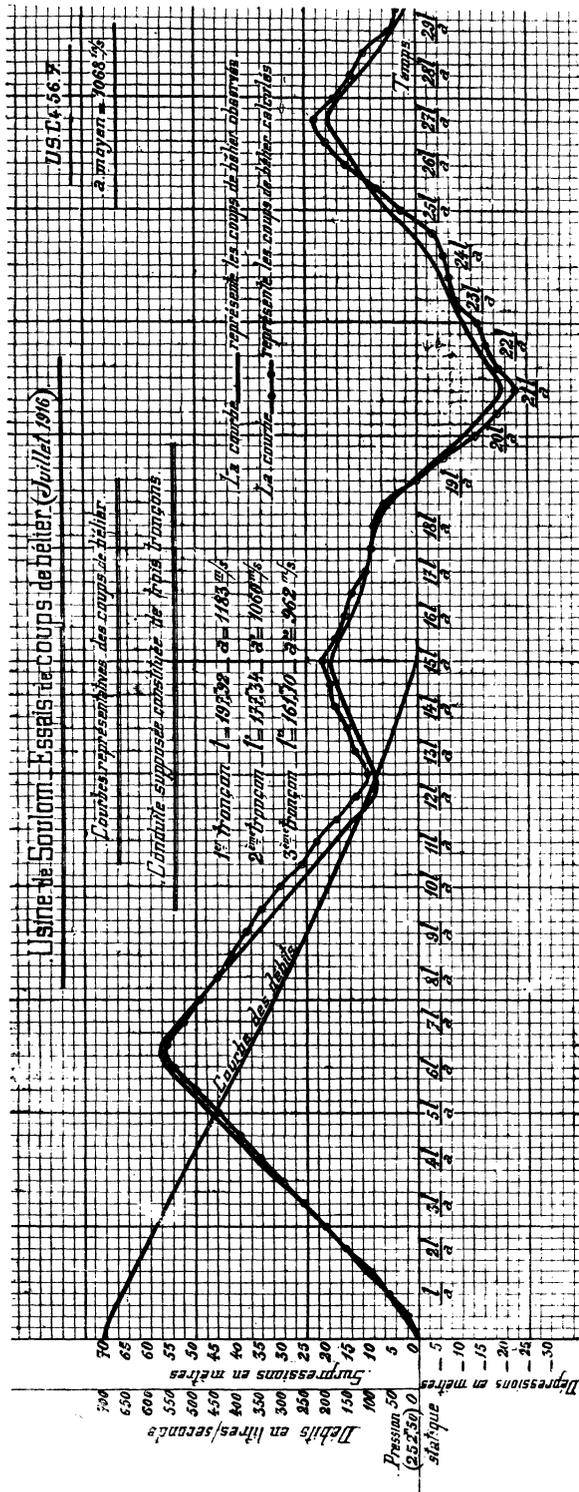


FIG. 170.



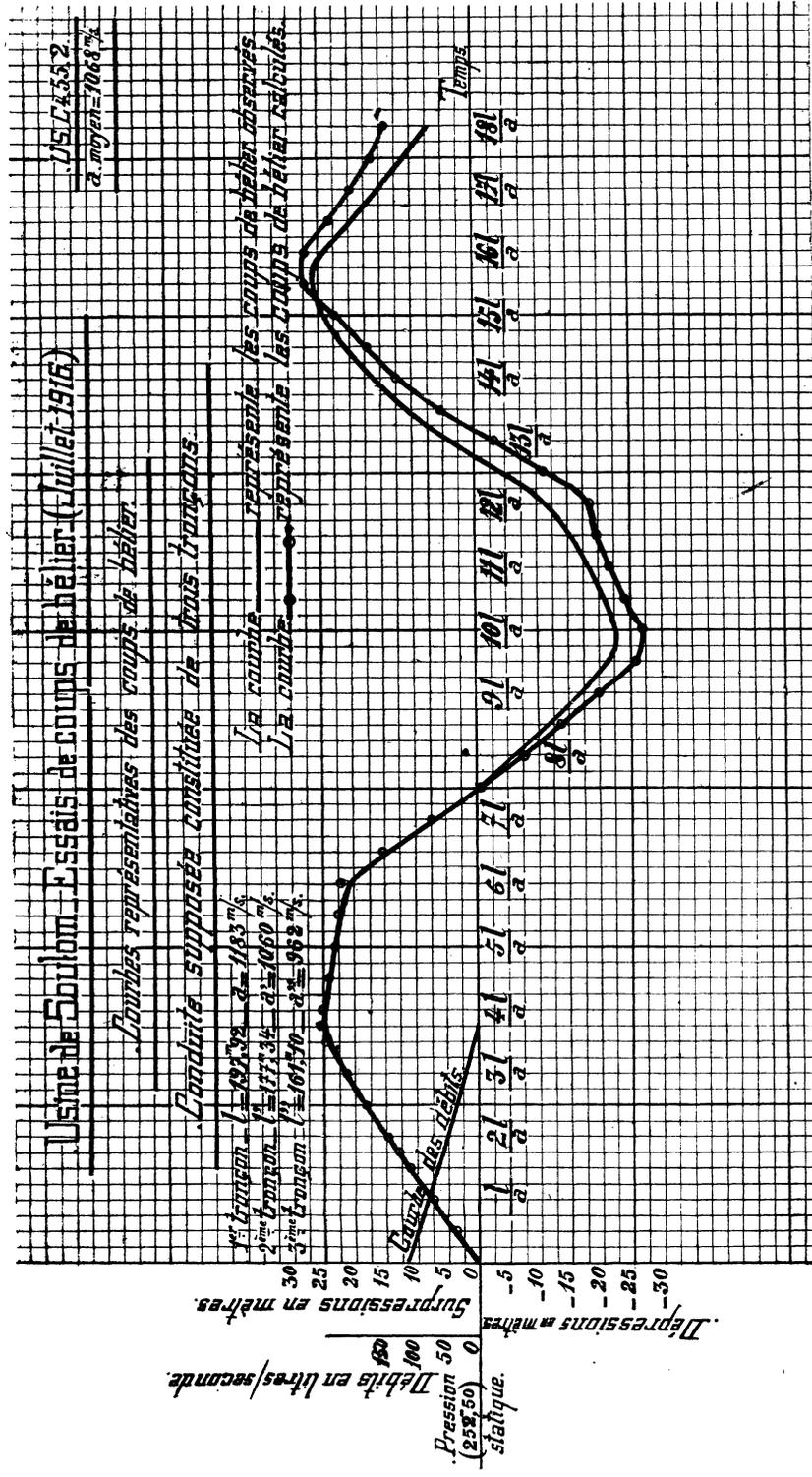


Fig. 171.

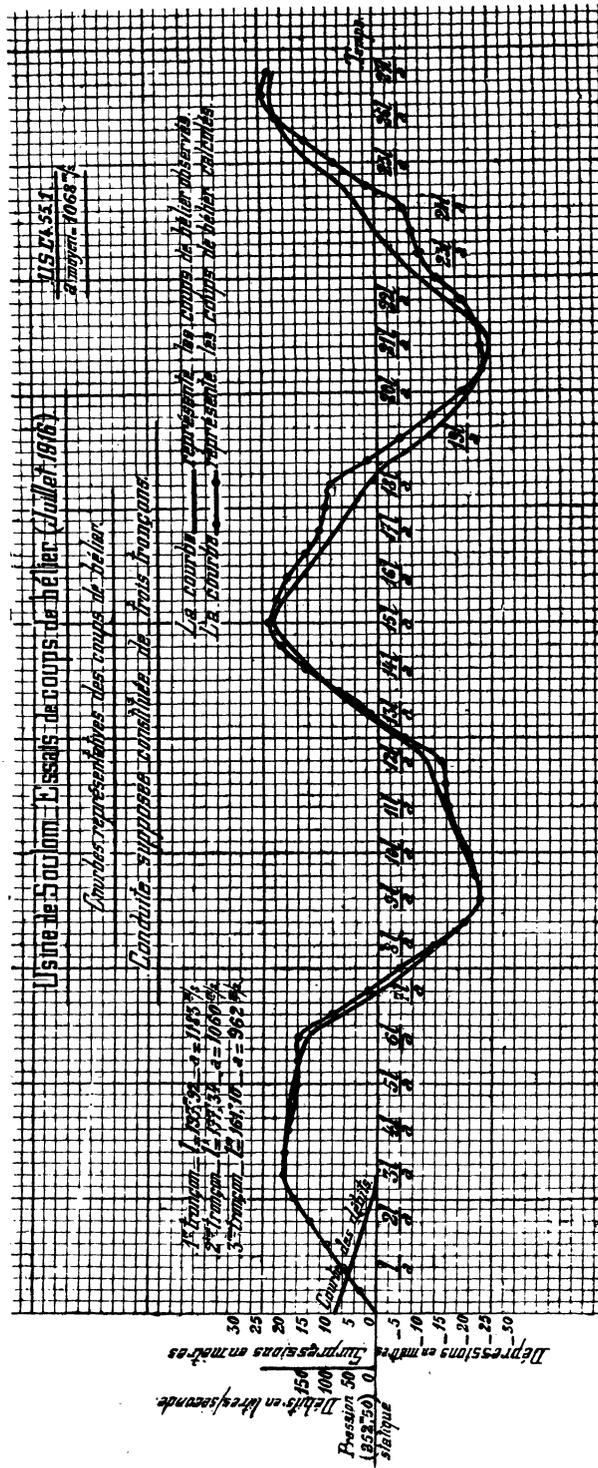


FIG. 172.

**99. Calcul des coups de bélier d'ouverture dans la conduite C<sub>1</sub> supposée divisée en deux tronçons.**

Le calcul se fait par les mêmes formules que pour les fermetures. La figure 173, expérience US-C<sub>1</sub>-52-14, indique les résultats obtenus et leur accord avec l'observation.

**100. Répartition du coup de bélier dans l'hypothèse de la division de la conduite en deux tronçons.**

Nous avons calculé le diagramme US-C<sub>1</sub>-56-4 en supposant la conduite divisée en deux tronçons tels que :

$$\frac{l}{a} = \frac{l'}{a'}$$

comme ci-dessus. Voici comment, dans cette hypothèse, doit s'effectuer le calcul du coup de bélier dans une section située à une distance  $x$  du distributeur. Il faut revenir dans ce cas aux formules générales d'Allievi. On sait que d'après celles-ci on a, pour un point quelconque du tronçon inférieur :

$$y = y_0 + F\left(t - \frac{x}{a}\right) - f\left(t + \frac{x}{a}\right), \quad (64)$$

$F$  et  $f$  étant deux fonctions qui, dans le cas de la conduite en deux tronçons, ont, d'après M. de Sparre, les valeurs suivantes :

$$\left. \begin{aligned} F(t) &= \frac{a}{2g}(v_0 - v) + \frac{1}{2}\xi \left(1 - \frac{av}{2gy_0}\right) \\ f(t) &= \frac{a}{2g}(v_0 - v) - \frac{1}{2}\xi \left(1 + \frac{av}{2gy_0}\right) \end{aligned} \right\} \quad (67)$$

$v_0$  étant la vitesse initiale dans la conduite ;

$v$  étant la vitesse dans la conduite à l'instant  $t$  considéré ;

$\xi$  étant le coup de bélier au distributeur à l'instant  $t$  considéré.

Après avoir calculé, par la méthode indiquée précédemment, les coups de bélier au distributeur, on en déduit les courbes représentant  $F(t)$  et  $f(t)$  en fonction de  $t$  par les formules (67). Ces deux courbes tracées, l'équation (64) fait connaître le coup

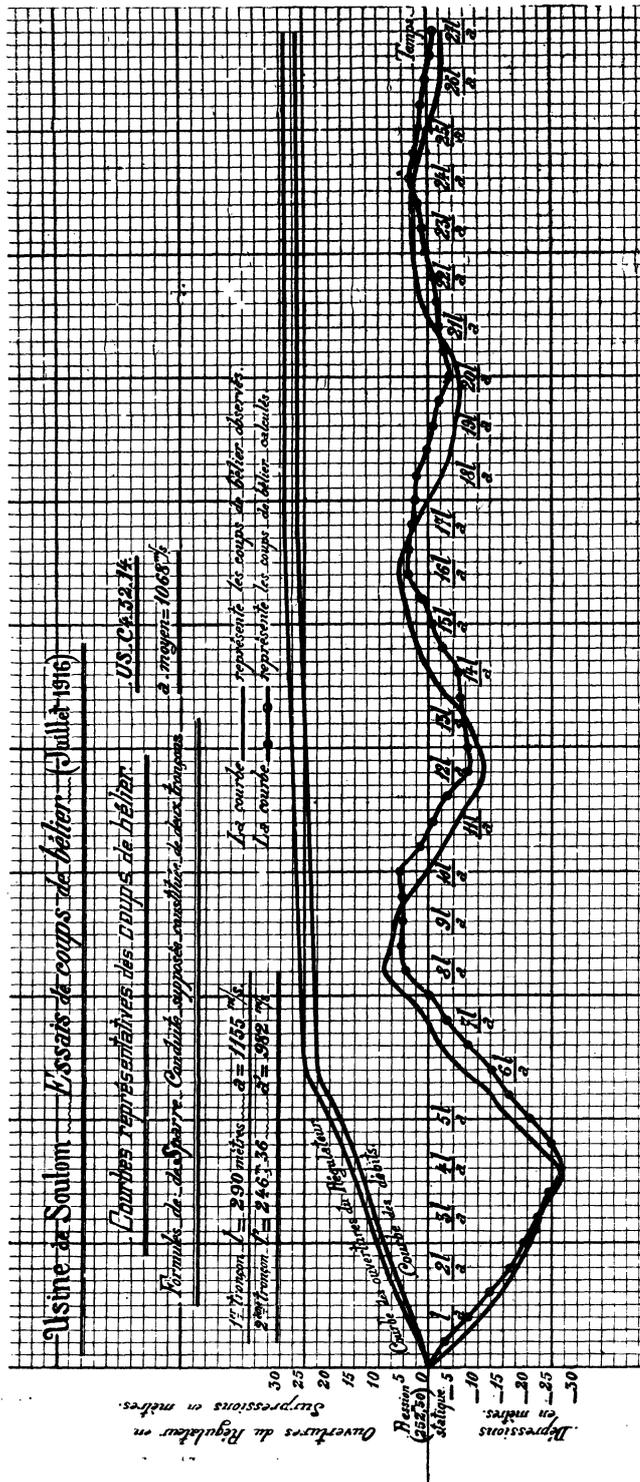


Fig. 173. — Calcul du coup de bélier d'ouverture en supposant la conduite divisée en deux tronçons.

de béliet  $y - y_0$  à un instant  $t$  quelconque dans une section du tronçon inférieur distante de  $x$  du distributeur.

De même on aura, pour un point quelconque du tronçon supérieur :

$$y' = y_0 + F' \left( t - \frac{x'}{a'} \right) - f' \left( t + \frac{x'}{a'} \right).$$

On calculera alors  $F'$  et  $f'$  à l'aide des fonctions  $F(t)$  et  $f(t)$  calculées pour le premier tronçon, en se servant des formules suivantes :

$$F'(t) = \frac{1 + \alpha}{2} F \left( t - \frac{\theta}{2} \right) - \frac{1 - \alpha}{2} f \left( t + \frac{\theta}{2} \right) \quad (70)$$

où

$$\alpha = \frac{a'}{a} \quad \theta = \frac{2l'}{a'} = \frac{2l}{a}. \quad (71)$$

On tracera la courbe  $F'(t)$  en fonction de  $t$ , puis on déduira  $f'(t)$  par la relation :

$$f'(t) = F' \left( t - \frac{2l}{a} \right). \quad (69)$$

On tracera  $f'(t)$  en fonction de  $t$  courbe qui n'est autre que la courbe  $F'(t)$  décalée de  $\frac{2l}{a}$ , et on en déduira  $y - y_0$ , valeur du coup de béliet au point  $x$  en se servant de la formule.

Nous avons appliqué ce calcul à l'étude du coup de béliet à 290 m. 00 du distributeur, diagramme US-C<sub>4</sub>-56-4 (*fig. 174*), que nous avons déjà traité plus haut par le calcul en un tronçon. Voici la suite des opérations relatives à cette seconde méthode.

#### 101. Subdivision de C<sub>4</sub> en deux tronçons. Calcul des pressions au Poste de Pau. Expérience US-C<sub>4</sub>-56-4 (*fig. 174*): Courbe de la fonction $F(t)$ .

$F(t)$  est donnée par la formule :

$$F(t) = \frac{a}{2g} (v_0 - v) + \frac{1}{2} \xi \left( 1 - \frac{av}{2gy_0} \right)$$

$$a = 1.155 \text{ m./s.} \quad \frac{a}{2g} = \frac{1.155}{2 \times 9.81} = 58,85 \quad v_0 = 1 \text{ m. 097}$$

$$2gy_0 = 2 \times 9,81 \times 252,50 = 4.950.$$

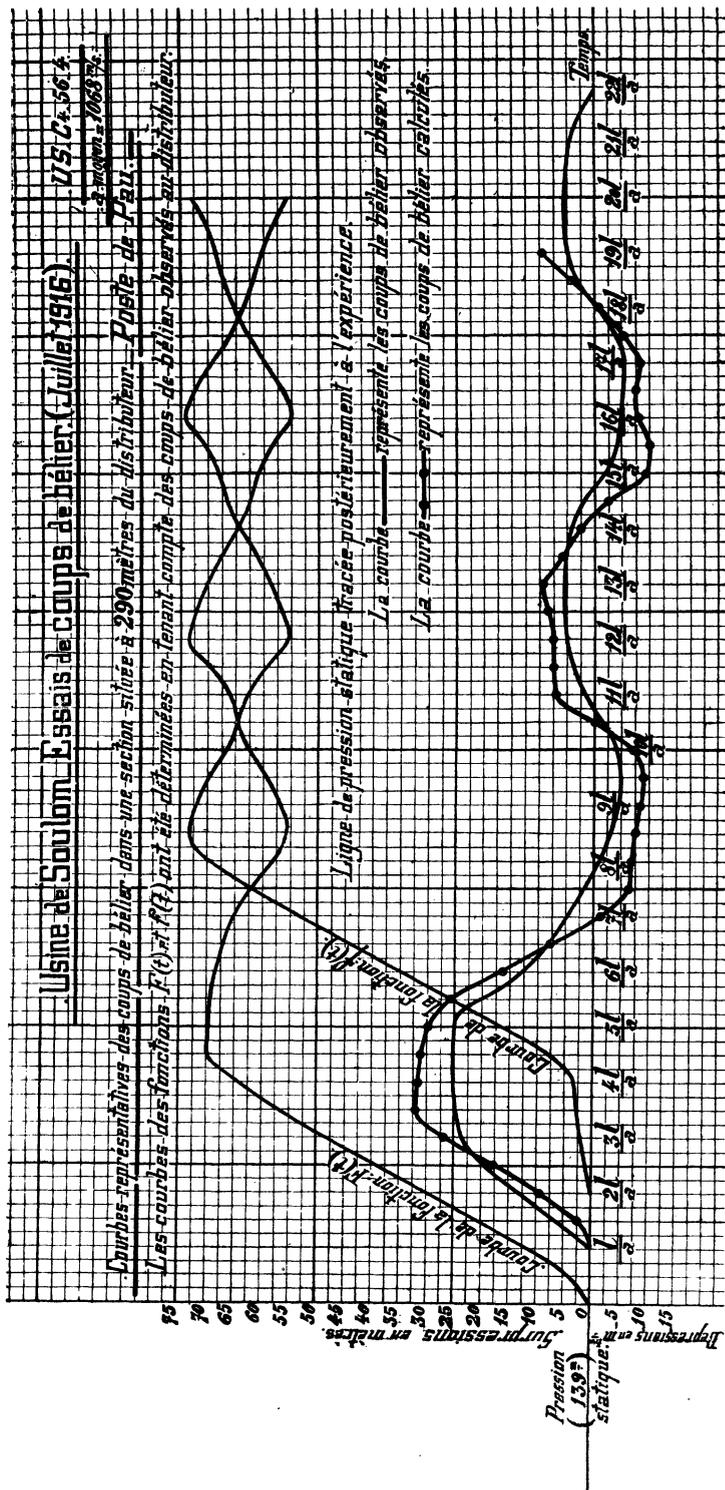


FIG. 174.

$$1^{\text{er}} \text{ point : } \frac{1}{3} \frac{l}{a}$$

$$F(t) = 58,85(1,097 - 1,081) + \frac{1}{2} \times 1,50 \times 0,747 = 58,85 \times 0,016 \\ + 0,75 \times 0,747$$

$$F(t) = 0,94 + 0,56 = \underline{1 \text{ m. } 50}$$

$$2^{\text{e}} \text{ point : } \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$F(t) = 58,85 \times 0,035 + \frac{1}{2} \times 3,30 \times 0,752$$

$$F(t) = 2,05 + 1,25 = \underline{3 \text{ m. } 30}$$

$$3^{\text{e}} \text{ point : } \frac{2}{3} \frac{l}{a}$$

$$F(t) = 58,85 \times 0,06 + \frac{1}{2} \times 5,70 \times 0,757$$

$$F(t) = 3,52 + 2,18 = \underline{5 \text{ m. } 70}$$

$$4^{\text{e}} \text{ point : } \frac{l}{a}$$

$$F(t) = 58,85 \times 0,112 + \frac{1}{2} \times 10,70 \times 0,77$$

$$F(t) = 6,60 + 4,10 = \underline{10 \text{ m. } 70}$$

$$5^{\text{e}} \text{ point : } \frac{l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$F(t) = 58,85 \times 0,207 + \frac{1}{2} \times 20,20 \times 0,792$$

$$F(t) = 12,15 + 8,00 = \underline{20 \text{ m. } 15}$$

$$6^{\text{e}} \text{ point : } \frac{2l}{a}$$

$$F(t) = 58,85 \times 0,302 + \frac{1}{2} \times 30 \times 0,815$$

$$F(t) = 17,70 + 12,20 = \underline{29 \text{ m. } 90}$$

$$7^{\circ} \text{ point : } \frac{2l}{a} + \frac{1}{3} \frac{l}{a}$$

$$F(t) = 58,85 \times 0,364 + \frac{1}{2} \times 36,34 \times 0,829$$

$$F(t) = 21,30 + 15,00 = \underline{36 \text{ m. } 30}$$

$$8^{\circ} \text{ point : } \frac{2l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$F(t) = 58,85 \times 0,393 + \frac{1}{2} \times 39,04 \times 0,836$$

$$F(t) = 23,10 + 16,30 = \underline{39 \text{ m. } 40}$$

$$9^{\circ} \text{ point : } \frac{2l}{a} + \frac{2}{3} \frac{l}{a}$$

$$F(t) = 58,85 \times 0,427 + \frac{1}{2} \times 42,70 \times 0,843 = 25,00 + 17,90 = \underline{42 \text{ m. } 90}$$

$$10^{\circ} \text{ point : } \frac{3l}{a}$$

$$F(t) = 58,85 \times 0,482 + \frac{1}{2} \times 48,00 \times 0,856 = 28,30 + 20,50 = \underline{48 \text{ m. } 80}$$

$$11^{\circ} \text{ point : } \frac{3l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$F(t) = 58,85 \times 0,561 + \frac{1}{2} \times 55,70 \times 0,875 = 33,00 + 24,30 = \underline{57 \text{ m. } 30}$$

$$12^{\circ} \text{ point : } \frac{4l}{a}$$

$$F(t) = 58,85 \times 0,631 + \frac{1}{2} \times 62,40 \times 0,891 = 37,00 + 27,80 = \underline{64 \text{ m. } 80}$$

$$13^{\circ} \text{ point : } \frac{4l}{a} + \frac{1}{3} \frac{l}{a}$$

$$F(t) = 58,85 \times 0,679 + \frac{1}{2} \times 64,60 \times 0,902 = 39,80 + 29,10 = \underline{68 \text{ m. } 90}$$

$$14^{\circ} \text{ point : } \frac{4l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$F(t) = 58,85 \times 0,705 + \frac{1}{2} \times 63,90 \times 0,908 = 41,30 + 29,00 = \underline{70 \text{ m. } 30}$$

$$15^\circ \text{ point : } \frac{4l}{a} + \frac{2}{3} \frac{l}{a}$$

$$F(l) = 58,85 \times 0,727 + \frac{1}{2} \times 61,70 \times 0,914 = 42,50 + 28,20 = \underline{70 \text{ m. } 70}$$

$$16^\circ \text{ point : } \frac{5l}{a}$$

$$F(l) = 58,85 \times 0,763 + \frac{1}{2} \times 56,20 \times 0,922 = 44,80 + 25,90 = \underline{70 \text{ m. } 70}$$

$$17^\circ \text{ point : } \frac{5l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$F(l) = 58,85 \times 0,832 + \frac{1}{2} \times 45,80 \times 0,941 = 48,70 + 21,60 = \underline{70 \text{ m. } 30}$$

$$18^\circ \text{ point : } \frac{6l}{a}$$

$$F(l) = 58,85 \times 0,895 + \frac{1}{2} \times 33,50 \times 0,953 = 52,50 + 15,90 = \underline{68 \text{ m. } 40}$$

$$19^\circ \text{ point : } \frac{6l}{a} + \frac{1}{3} \frac{l}{a}$$

$$F(l) = 58,85 \times 0,932 + \frac{1}{2} \times 25,40 \times 0,962 = 54,70 + 12,20 = \underline{66 \text{ m. } 90}$$

$$20^\circ \text{ point : } \frac{6l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$F(l) = 58,85 \times 0,952 + \frac{1}{2} \times 22,20 \times 0,966 = 55,80 + 10,70 = \underline{66 \text{ m. } 50}$$

$$21^\circ \text{ point : } \frac{6l}{a} + \frac{2}{3} \frac{l}{a}$$

$$F(l) = 58,85 \times 0,971 + \frac{1}{2} \times 18,00 \times 0,971 = 57,00 + 8,70 = \underline{65 \text{ m. } 70}$$

$$22^\circ \text{ point : } \frac{7l}{a}$$

$$F(l) = 58,85 \times 1,01 + \frac{1}{2} \times 11,50 \times 0,98 = 59,50 + 5,60 = \underline{65 \text{ m. } 10}$$

$$23^{\circ} \text{ point : } \frac{7l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$F(t) = 58,85 \times 1,053 + \frac{1}{2} \times 1,80 \times 0,99 = 62,00 + 0,90 = \underline{62 \text{ m. } 90}$$

$$24^{\circ} \text{ point : } \frac{8l}{a}$$

$$F(t) = 58,85 \times 1,088 + \frac{1}{2} \times -7,40 \times 1 = 64,00 - 3,70 = \underline{60 \text{ m. } 30}$$

$$25^{\circ} \text{ point : } \frac{8l}{a} + \frac{1}{3} \frac{l}{a}$$

$$F(t) = 58,85 \times 1,097 + \frac{1}{2} \times -13,00 = 64,50 - 6,50 = \underline{58 \text{ m. } 00}$$

$$26^{\circ} \text{ point : } \frac{8l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$F(t) = 58,85 \times 1,097 + \frac{1}{2} \times -15,60 = 64,50 - 7,80 = \underline{56 \text{ m. } 70}$$

$$27^{\circ} \text{ point : } \frac{8l}{a} + \frac{2}{3} \frac{l}{a}$$

$$F(t) = 64,50 - \frac{16,00}{2} = \underline{56 \text{ m. } 50}$$

$$28^{\circ} \text{ point : } \frac{9l}{a}$$

$$F(t) = 64,50 - \frac{14,30}{2} = \underline{57 \text{ m. } 35}$$

$$29^{\circ} \text{ point : } \frac{9l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$F(t) = 64,50 - \frac{12,10}{2} = \underline{58 \text{ m. } 45}$$

$$30^{\circ} \text{ point : } \frac{10l}{a}$$

$$F(t) = 64,50 - \frac{7,00}{2} = \underline{61 \text{ m. } 00}$$

$$31^{\circ} \text{ point : } \frac{10l}{a} + \frac{1}{3} \frac{l}{a}$$

$$F(t) = 64,50 - \frac{2,90}{2} = \underline{63 \text{ m. } 05}$$

$$32^{\circ} \text{ point : } \frac{10l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$F(t) = 64,50 - \frac{1,80}{2} = \underline{63 \text{ m. } 60}$$

$$33^{\circ} \text{ point : } \frac{10l}{a} + \frac{2}{3} \frac{l}{a}$$

$$F(t) = 64,50 + 0 = \underline{64 \text{ m. } 50}$$

$$34^{\circ} \text{ point : } \frac{11l}{a}$$

$$F(t) = 64,50 + \frac{1,30}{2} = \underline{65 \text{ m. } 15}$$

$$35^{\circ} \text{ point : } \frac{11l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$F(t) = 64,50 + \frac{5,3}{2} = \underline{67 \text{ m. } 15}$$

$$36^{\circ} \text{ point : } \frac{12l}{a}$$

$$F(t) = 64,50 + \frac{9,68}{2} = \underline{69 \text{ m. } 34}$$

$$37^{\circ} \text{ point : } \frac{12l}{a} + \frac{1}{3} \frac{l}{a}$$

$$F(t) = 64,50 + \frac{13,48}{2} = \underline{71 \text{ m. } 24}$$

$$38^{\circ} \text{ point : } \frac{12l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$F(t) = 64,50 + \frac{15,90}{2} = \underline{72 \text{ m. } 45}$$

$$39^\circ \text{ point : } \frac{12l}{a} + \frac{2}{3} \frac{l}{a}$$

$$F(t) = 64,50 + \frac{16,00}{2} = \underline{72 \text{ m. } 50}$$

$$40^\circ \text{ point : } \frac{13l}{a}$$

$$F(t) = 64,50 + \frac{14,10}{2} = \underline{71 \text{ m. } 55}$$

$$41^\circ \text{ point : } \frac{13l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$F(t) = 64,50 + \frac{11,26}{2} = \underline{70 \text{ m. } 13}$$

$$42^\circ \text{ point : } \frac{14l}{a}$$

$$F(t) = 64,50 + \frac{5,46}{2} = \underline{67 \text{ m. } 23}$$

$$43^\circ \text{ point : } \frac{14l}{a} + \frac{1}{3} \frac{l}{a}$$

$$F(t) = 64,50 + \frac{0,72}{2} = \underline{64 \text{ m. } 86}$$

$$44^\circ \text{ point : } \frac{14l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$F(t) = 64,50 - \frac{0,78}{2} = \underline{64 \text{ m. } 11}$$

$$45^\circ \text{ point : } \frac{14l}{a} + \frac{2}{3} \frac{l}{a}$$

$$F(t) = 64,50 - \frac{2,60}{2} = \underline{63 \text{ m. } 20}$$

$$46^\circ \text{ point : } \frac{15l}{a}$$

$$F(t) = 64,50 - \frac{3,60}{2} = \underline{62 \text{ m. } 70}$$

$$47^{\circ} \text{ point : } \frac{15l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$F(l) = 64,50 - \frac{7,16}{2} = \underline{60 \text{ m. } 92}$$

$$48^{\circ} \text{ point : } \frac{16l}{a}$$

$$F(l) = 64,50 - \frac{10,56}{2} = \underline{59 \text{ m. } 22}$$

$$49^{\circ} \text{ point : } \frac{16l}{a} + \frac{1}{3} \frac{l}{a}$$

$$F(l) = 64,50 - \frac{13,60}{2} = \underline{57 \text{ m. } 70}$$

$$50^{\circ} \text{ point : } \frac{16l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$F(l) = 64,50 - \frac{16,05}{2} = \underline{56 \text{ m. } 48}$$

$$51^{\circ} \text{ point : } \frac{16l}{a} + \frac{2}{3} \frac{l}{a}$$

$$F(l) = 64,50 - \frac{15,58}{2} = \underline{56 \text{ m. } 71}$$

$$52^{\circ} \text{ point : } \frac{17l}{a}$$

$$F(l) = 64,50 - \frac{13,52}{2} = \underline{57 \text{ m. } 74}$$

$$53^{\circ} \text{ point : } \frac{17l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$F(l) = 64,50 - \frac{10,10}{2} = \underline{59 \text{ m. } 45}$$

$$54^{\circ} \text{ point : } \frac{18l}{a}$$

$$F(l) = 64,50 - \frac{3,76}{2} = \underline{62 \text{ m. } 62}$$

$$55^{\circ} \text{ point : } \frac{18l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$F(t) = 64,50 + \frac{3,38}{2} = \underline{66 \text{ m. } 19}$$

$$56^{\circ} \text{ point : } \frac{19l}{a}$$

$$F(t) = 64,50 + \frac{5,80}{2} = \underline{67 \text{ m. } 40}$$

$$57^{\circ} \text{ point : } \frac{19l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$F(t) = 64,50 + \frac{8,80}{2} = \underline{68 \text{ m. } 90}$$

$$58^{\circ} \text{ point : } \frac{20l}{a}$$

$$F(t) = 64,50 + \frac{11,16}{2} = \underline{70 \text{ m. } 08}$$

**102. Courbe de la fonction  $f(t)$ . Expérience US-C<sub>a</sub>-56-4.**

$f(t)$  est donné par la formule

$$a = 1,155 \text{ m./s.}$$

$$f(t) = \frac{a}{2g} (v_0 - v) - \frac{1}{2} \frac{v}{g} \left( 1 + \frac{av}{2gy_0} \right)$$

$$\frac{a}{2g} = \frac{1,155}{2 \times 9,81} = 58,85 \quad 2gy_0 = 4,950 \quad v_0 = 1,097$$

$$1^{\text{er}} \text{ point : } \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$f(t) = 58,85 \times 0,035 - \frac{1}{2} \times 3,30 \times 1,248 = 2,05 - 2,05 = \underline{0 \text{ m. } 00}$$

$$2^{\circ} \text{ point : } \frac{l}{a}$$

$$f(t) = 58,85 \times 0,112 - \frac{1}{2} \times 10,70 \times 1,23 = 6,6 - 6,6 = \underline{0 \text{ m. } 00}$$

$$3^{\circ} \text{ point : } \frac{l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$f(t) = 58,85 \times 0,207 - \frac{1}{2} \times 20,20 \times 1,208 = 12,15 - 12,15 = \underline{0 \text{ m. } 00}$$

$$4^{\circ} \text{ point : } \frac{2l}{a}$$

$$f(t) = 58,85 \times 0,302 - \frac{1}{2} \times 30 \times 1,185 = 17,70 - 17,70 = \underline{0 \text{ m. } 00}$$

$$5^{\circ} \text{ point : } \frac{2l}{a} + \frac{1}{3} \frac{l}{a}$$

$$f(t) = 58,85 \times 0,364 - \frac{1}{2} \times 36,34 \times 1,171 = 21,3 - 21,1 = \underline{0 \text{ m. } 20}$$

$$6^{\circ} \text{ point : } \frac{2l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$f(t) = 58,85 \times 0,393 - \frac{1}{2} \times 39,04 \times 1,164 = 23,1 - 22,8 = \underline{0 \text{ m. } 30}$$

$$7^{\circ} \text{ point : } \frac{2l}{a} + \frac{2}{3} \frac{l}{a}$$

$$f(t) = 58,85 \times 0,427 - \frac{1}{2} \times 42,7 \times 1,157 = 25,00 - 24,6 = \underline{0 \text{ m. } 40}$$

$$8^{\circ} \text{ point : } \frac{3l}{a}$$

$$f(t) = 58,85 \times 0,482 - \frac{1}{2} \times 48 \times 1,144 = 28,3 - 27,6 = \underline{0 \text{ m. } 70}$$

$$9^{\circ} \text{ point : } \frac{3l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$f(t) = 58,85 \times 0,561 - \frac{1}{2} \times 55,7 \times 1,125 = 33 - 31,3 = \underline{1 \text{ m. } 70}$$

$$10^{\circ} \text{ point : } \frac{4l}{a}$$

$$f(t) = 58,85 \times 0,631 - \frac{1}{2} \times 62,4 \times 1,109 = 37 - 34,4 = \underline{2 \text{ m. } 60}$$

$$11^{\circ} \text{ point : } \frac{4l}{a} + \frac{1}{3} \frac{l}{a}$$

$$f(t) = 58,85 \times 0,679 - \frac{1}{2} \times 64,6 \times 1,098 = 39,8 - 35,5 = \underline{4 \text{ m. } 30}$$

$$12^{\circ} \text{ point : } \frac{4l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$f(t) = 58,85 \times 0,705 - \frac{1}{2} \times 63,9 \times 1,092 = 41,3 - 35 = \underline{6 \text{ m. } 30}$$

$$13^{\circ} \text{ point : } \frac{4l}{a} + \frac{2}{3} \frac{l}{a}$$

$$f(t) = 58,85 \times 0,727 - \frac{1}{2} \times 61,7 \times 1,086 = 42,5 - 33,5 = \underline{9 \text{ m. } 00}$$

$$14^{\circ} \text{ point : } \frac{5l}{a}$$

$$f(t) = 58,85 \times 0,763 - \frac{1}{2} \times 56,2 \times 1,078 = 44,8 - 30,50 = \underline{14 \text{ m. } 30}$$

$$15^{\circ} \text{ point : } \frac{5l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$f(t) = 58,85 \times 0,832 - \frac{1}{2} \times 45,8 \times 1,059 = 48,7 - 24,3 = \underline{24 \text{ m. } 40}$$

$$16^{\circ} \text{ point : } \frac{6l}{a}$$

$$f(t) = 58,85 \times 0,895 - \frac{1}{2} \times 33,5 \times 1,047 = 52,5 - 17,6 = \underline{34 \text{ m. } 90}$$

$$17^{\circ} \text{ point : } \frac{6l}{a} + \frac{1}{3} \frac{l}{a}$$

$$f(t) = 58,85 \times 0,932 - \frac{1}{2} \times 25,4 \times 1,038 = 54,7 - 13,2 = \underline{41 \text{ m. } 50}$$

$$18^{\circ} \text{ point : } \frac{6l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$f(t) = 58,85 \times 0,952 - \frac{1}{2} \times 22,2 \times 1,034 = 55,8 - 11,5 = \underline{44 \text{ m. } 30}$$

$$19^{\circ} \text{ point : } \frac{6l}{a} + \frac{2}{3} \frac{l}{a}$$

$$f(l) = 58,85 \times 0,971 - \frac{1}{2} \times 18 \times 1,029 = 57 - 9,25 = \underline{47 \text{ m. } 75}$$

$$20^{\circ} \text{ point : } \frac{7l}{a}$$

$$f(l) = 58,85 \times 1,01 - \frac{1}{2} \times 11,50 \times 1,02 = 59,5 - 5,35 = \underline{54 \text{ m. } 15}$$

$$21^{\circ} \text{ point : } \frac{7l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$f(l) = 58,85 \times 1,053 - \frac{1}{2} \times 1,80 \times 1,01 = 62 - 0,91 = \underline{61 \text{ m. } 10}$$

$$22^{\circ} \text{ point : } \frac{8l}{a}$$

$$f(l) = 58,85 \times 1,088 - \frac{1}{2} \times -7,40 \times 1 = 64 + 3,70 = \underline{67 \text{ m. } 70}$$

$$23^{\circ} \text{ point : } \frac{8l}{a} + \frac{1}{3} \frac{l}{a}$$

$$f(l) = 58,85 \times 1,097 + \frac{13,0}{2} = 64,5 + 6,5 = \underline{71 \text{ m. } 00}$$

$$24^{\circ} \text{ point : } \frac{8l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$f(l) = 64,5 + \frac{15,6}{2} = 64,5 + 7,8 = \underline{72 \text{ m. } 3}$$

$$25^{\circ} \text{ point : } \frac{8l}{a} + \frac{2}{3} \frac{l}{a}$$

$$f(l) = 64,5 + 8 = \underline{72 \text{ m. } 5}$$

$$26^{\circ} \text{ point : } \frac{9l}{a}$$

$$f(l) = 64,5 + 7,15 = \underline{71 \text{ m. } 65}$$

$$27^{\circ} \text{ point : } \frac{9l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$f(l) = 64,5 + 6,05 = \underline{70 \text{ m. } 55}$$

$$28^{\circ} \text{ point : } \frac{10l}{a}$$

$$f(l) = 64,5 + 3,5 = \underline{68 \text{ m. } 00}$$

$$29^{\circ} \text{ point : } \frac{10l}{a} + \frac{1}{3} \frac{l}{a}$$

$$f(l) = 64,5 + 1,45 = \underline{65 \text{ m. } 95}$$

$$30^{\circ} \text{ point : } \frac{10l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$f(l) = 64,5 + 0,9 = \underline{65 \text{ m. } 40}$$

$$31^{\circ} \text{ point : } \frac{10l}{a} + \frac{2}{3} \frac{l}{a}$$

$$f(l) = 64,5 + 0 = \underline{64 \text{ m. } 50}$$

$$32^{\circ} \text{ point : } \frac{11l}{a}$$

$$f(l) = 64,5 - 0,65 = \underline{63 \text{ m. } 85}$$

$$33^{\circ} \text{ point : } \frac{11l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$f(l) = 64,5 - 2,65 = \underline{61 \text{ m. } 85}$$

$$34^{\circ} \text{ point : } \frac{12l}{a}$$

$$f(l) = 64,5 - 4,84 = \underline{59 \text{ m. } 66}$$

$$35^{\circ} \text{ point : } \frac{12l}{a} + \frac{1}{3} \frac{l}{a}$$

$$f(l) = 64,5 - 6,74 = \underline{57 \text{ m. } 76}$$

$$36^\circ \text{ point : } \frac{12l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$f(l) = 64,5 - 7,95 = \underline{56 \text{ m. } 55}$$

$$37^\circ \text{ point : } \frac{12l}{a} + \frac{2}{3} \frac{l}{a}$$

$$f(l) = 64,5 - 8 = \underline{56 \text{ m. } 50}$$

$$38^\circ \text{ point : } \frac{13l}{a}$$

$$f(l) = 64,5 - 7,05 = \underline{57 \text{ m. } 45}$$

$$39^\circ \text{ point : } \frac{13l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$f(l) = 64,5 - 5,63 = \underline{58 \text{ m. } 87}$$

$$40^\circ \text{ point : } \frac{14l}{a}$$

$$f(l) = 64,5 - 2,73 = \underline{61 \text{ m. } 77}$$

$$41^\circ \text{ point : } \frac{14l}{a} + \frac{1}{3} \frac{l}{a}$$

$$f(l) = 64,5 - 0,36 = \underline{64 \text{ m. } 14}$$

$$42^\circ \text{ point : } \frac{14l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$f(l) = 64,5 + 0,39 = \underline{64 \text{ m. } 89}$$

$$43^\circ \text{ point : } \frac{14l}{a} + \frac{2}{3} \frac{l}{a}$$

$$f(l) = 64,5 + 1,3 = \underline{65 \text{ m. } 80}$$

$$44^\circ \text{ point : } \frac{15l}{a}$$

$$f(l) = 64,5 + 1,8 = \underline{66 \text{ m. } 30}$$

$$45^{\circ} \text{ point : } \frac{15l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$f(t) = 64,5 + 3,58 = \underline{68 \text{ m. } 08}$$

$$46^{\circ} \text{ point : } \frac{16l}{a}$$

$$f(t) = 64,5 + 5,28 = \underline{69 \text{ m. } 78}$$

$$47^{\circ} \text{ point : } \frac{16l}{a} + \frac{1}{3} \frac{l}{a}$$

$$f(t) = 64,5 + 6,80 = \underline{71 \text{ m. } 30}$$

$$48^{\circ} \text{ point : } \frac{16l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$f(t) = 64,5 + 8,02 = \underline{72 \text{ m. } 52}$$

$$49^{\circ} \text{ point : } \frac{16l}{a} + \frac{2}{3} \frac{l}{a}$$

$$f(t) = 64,5 + 7,79 = \underline{72 \text{ m. } 29}$$

$$50^{\circ} \text{ point : } \frac{17l}{a}$$

$$f(t) = 64,5 + 6,76 = \underline{71 \text{ m. } 26}$$

$$51^{\circ} \text{ point : } \frac{17l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$f(t) = 64,5 + 5,05 = \underline{69 \text{ m. } 55}$$

$$52^{\circ} \text{ point : } \frac{18l}{a}$$

$$f(t) = 64,5 + 1,88 = \underline{66 \text{ m. } 38}$$

$$53^{\circ} \text{ point : } \frac{18l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$f(t) = 64,5 - 1,69 = \underline{62 \text{ m. } 81}$$

$$54^{\circ} \text{ point : } \frac{19l}{a}$$

$$f(t) = 64,5 - 2,90 = \underline{61 \text{ m. } 60}$$

$$55^{\circ} \text{ point : } \frac{19l}{a} + \frac{1}{2} \frac{l}{a}$$

$$f(t) = 64,5 - 4,40 = \underline{60 \text{ m. } 10}$$

$$56^{\circ} \text{ point : } \frac{20l}{a}$$

$$f(t) = 64,5 - 5,58 = \underline{58 \text{ m. } 92}$$

### 103. Calcul des pressions. Expérience US-C<sub>2</sub>-56-4.

La pression  $y$  est donné par la formule :

$$y - y_0 = F\left(t - \frac{x}{a}\right) - f\left(t + \frac{x}{a}\right)$$

$$\frac{x}{a} = \frac{290}{1155} = 0,252.$$

$$1^{\circ} \text{ point : } t = \frac{l}{a} + \frac{1}{4} \frac{l}{a}$$

$$\xi = F\left(\frac{5l}{4a} - \frac{4l}{4a}\right) - f\left(\frac{5l}{4a} + \frac{4l}{4a}\right) = 1,00 - 0,1 = \underline{0 \text{ m. } 90}$$

$$2^{\circ} \text{ point : } t = \frac{3l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{1}{2} \frac{l}{a}\right) - f\left(\frac{5l}{2a}\right) = 3,30 - 0,30 = \underline{3 \text{ m. } 00}$$

$$3^{\circ} \text{ point : } t = \frac{4l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{l}{a}\right) - f\left(\frac{6l}{2a}\right) = 10,70 - 0,70 = \underline{10 \text{ m. } 00}$$

$$4^{\circ} \text{ point : } t = \frac{5l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{3l}{2a}\right) - f\left(\frac{7l}{2a}\right) = 20,15 - 1,70 = \underline{18 \text{ m. } 45}$$

$$5^{\circ} \text{ point : } t = \frac{6l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{4l}{2a}\right) - f\left(\frac{8l}{2a}\right) = 29,90 - 2,60 = \underline{27 \text{ m. } 30}$$

$$6^{\circ} \text{ point : } t = \frac{7l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{5l}{2a}\right) - f\left(\frac{9l}{2a}\right) = 39,40 - 6,30 = \underline{33 \text{ m. } 10}$$

$$7^{\circ} \text{ point : } t = \frac{8l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{6l}{2a}\right) - f\left(\frac{10l}{2a}\right) = 48,80 - 14,30 = \underline{34 \text{ m. } 50}$$

$$8^{\circ} \text{ point : } t = \frac{9l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{7l}{2a}\right) - f\left(\frac{11l}{2a}\right) = 57,30 - 24,40 = \underline{32 \text{ m. } 90}$$

$$9^{\circ} \text{ point : } t = \frac{10l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{8l}{2a}\right) - f\left(\frac{12l}{2a}\right) = 64,80 - 34,90 = \underline{29 \text{ m. } 90}$$

$$10^{\circ} \text{ point : } t = \frac{11l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{9l}{2a}\right) - f\left(\frac{13l}{2a}\right) = 70,30 - 44,30 = \underline{26 \text{ m. } 00}$$

$$11^{\circ} \text{ point : } t = \frac{12l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{10l}{2a}\right) - f\left(\frac{14l}{2a}\right) = 70,70 - 54,15 = \underline{16 \text{ m. } 55}$$

$$12^{\circ} \text{ point : } t = \frac{13l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{11l}{2a}\right) - f\left(\frac{15l}{2a}\right) = 70,30 - 61,10 = \underline{9 \text{ m. } 20}$$

$$13^{\circ} \text{ point : } t = \frac{14l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{12l}{2a}\right) - f\left(\frac{16l}{2a}\right) = 68,40 - 67,70 = \underline{0 \text{ m. } 70}$$

$$14^{\circ} \text{ point : } t = \frac{15l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{13l}{2a}\right) - f\left(\frac{17l}{2a}\right) = 66,50 - 72,30 = \underline{-5 \text{ m. } 80}$$

$$15^{\circ} \text{ point : } t = \frac{16l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{14l}{2a}\right) - f\left(\frac{18l}{2a}\right) = 65,10 - 71,65 = \underline{-6 \text{ m. } 55}$$

$$16^{\circ} \text{ point : } t = \frac{17l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{15l}{2a}\right) - f\left(\frac{19l}{2a}\right) = 62,90 - 70,55 = \underline{-7 \text{ m. } 65}$$

$$17^{\circ} \text{ point : } t = \frac{18l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{16l}{2a}\right) - f\left(\frac{20l}{2a}\right) = 60,30 - 68,00 = \underline{-7 \text{ m. } 70}$$

$$18^{\circ} \text{ point : } t = \frac{19l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{17l}{2a}\right) - f\left(\frac{21l}{2a}\right) = 56,70 - 65,40 = \underline{-8 \text{ m. } 70}$$

$$19^{\circ} \text{ point : } t = \frac{20l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{18l}{2a}\right) - f\left(\frac{22l}{2a}\right) = 57,35 - 63,85 = \underline{-6 \text{ m. } 50}$$

$$20^{\circ} \text{ point : } t = \frac{21l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{19l}{2a}\right) - f\left(\frac{23l}{2a}\right) = 58,45 - 61,85 = \underline{-3 \text{ m. } 40}$$

$$21^{\circ} \text{ point : } t = \frac{22l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{20l}{2a}\right) - f\left(\frac{24l}{2a}\right) = 61,00 - 59,66 = \underline{1 \text{ m. } 34}$$

$$22^{\circ} \text{ point : } t = \frac{23l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{21l}{2a}\right) - f\left(\frac{25l}{2a}\right) = 63,60 - 56,55 = \underline{7 \text{ m. } 05}$$

$$23^{\circ} \text{ point : } t = \frac{24l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{22l}{2a}\right) - f\left(\frac{26l}{2a}\right) = 65,15 - 57,45 = \underline{7 \text{ m. } 70}$$

$$24^{\circ} \text{ point : } t = \frac{25l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{23l}{2a}\right) - f\left(\frac{27l}{2a}\right) = 67,15 - 58,87 = \underline{8 \text{ m. } 28}$$

$$25^{\circ} \text{ point : } t = \frac{26l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{24l}{2a}\right) - f\left(\frac{28l}{2a}\right) = 69,34 - 61,77 = \underline{7 \text{ m. } 57}$$

$$26^{\circ} \text{ point : } t = \frac{27l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{25l}{2a}\right) - f\left(\frac{29l}{2a}\right) = 72,45 - 64,90 = \underline{7 \text{ m. } 55}$$

$$27^{\circ} \text{ point : } t = \frac{28l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{26l}{2a}\right) - f\left(\frac{30l}{2a}\right) = 71,55 - 66,30 = \underline{5 \text{ m. } 25}$$

$$28^{\circ} \text{ point : } t + \frac{29l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{27l}{2a}\right) - f\left(\frac{31l}{2a}\right) = 70,13 - 68,08 = \underline{2 \text{ m. } 05}$$

$$29^{\circ} \text{ point : } t = \frac{30l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{28l}{2a}\right) - f\left(\frac{32l}{2a}\right) = 67,23 - 69,78 = \underline{-2 \text{ m. } 55}$$

$$30^{\circ} \text{ point : } t = \frac{31l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{29l}{2a}\right) - f\left(\frac{33l}{2a}\right) = 64,10 - 72,52 = \underline{-8 \text{ m. } 42}$$

$$31^{\circ} \text{ point : } t = \frac{32l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{30l}{2a}\right) - f\left(\frac{34l}{2a}\right) = 62,70 - 71,26 = \underline{-8 \text{ m. } 56}$$

$$32^{\circ} \text{ point : } t = \frac{33l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{31l}{2a}\right) - f\left(\frac{35l}{2a}\right) = 60,92 - 69,55 = \underline{-8 \text{ m. } 63}$$

$$33^{\circ} \text{ point : } t = \frac{34l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{32l}{2a}\right) - f\left(\frac{36l}{2a}\right) = 59,22 - 66,38 = \underline{-7 \text{ m. } 16}$$

$$34^{\circ} \text{ point : } t = \frac{35l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{33l}{2a}\right) - f\left(\frac{37l}{2a}\right) = 56,48 - 62,81 = \underline{-5 \text{ m. } 33}$$

$$35^{\circ} \text{ point : } t = \frac{36l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{34l}{2a}\right) - f\left(\frac{38l}{2a}\right) = 57,74 - 61,60 = \underline{-3 \text{ m. } 86}$$

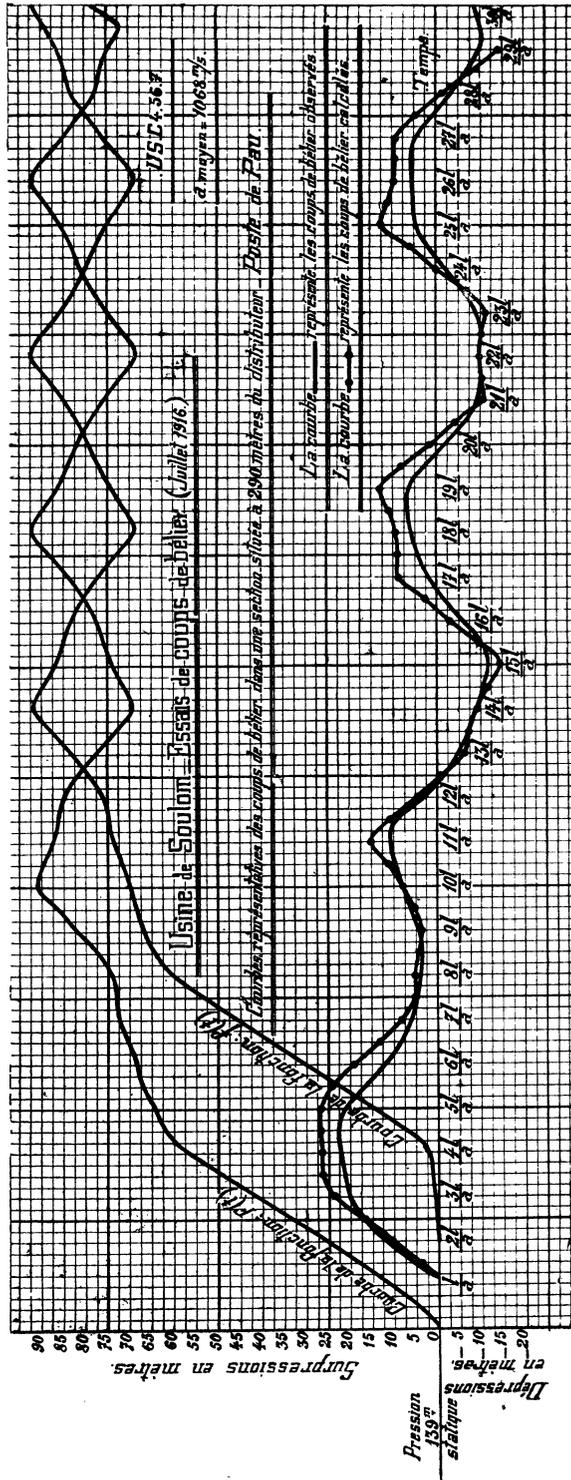


Fig. 175.



$$36^{\text{e}} \text{ point : } t = \frac{37l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{35l}{2a}\right) - f\left(\frac{39l}{2a}\right) = 59,45 - 60,10 = \underline{\underline{-0 \text{ m. } 65}}$$

$$37^{\text{e}} \text{ point : } t = \frac{38l}{2a}$$

$$\xi = F\left(\frac{36l}{2a}\right) - f\left(\frac{40l}{2a}\right) = 62,62 - 58,92 = \underline{\underline{3 \text{ m. } 70}}$$

Les mêmes calculs ont été faits pour l'expérience :

US-C<sub>4</sub>-56-7, Poste de Pau (*fig. 175*), et pour l'expérience US-C<sub>4</sub>-55-2, Poste du Venturi (*fig. 176*). L'accord entre le calcul et l'observation est satisfaisant.

## CHAPITRE X

SOMMAIRE : Maximum de surpression au distributeur dans les phénomènes de coups de bélier de fermeture. — Recherche de la fermeture la plus dangereuse. — Formules de Michaud, Joukowski-Allievi, de Sparre. — Vérifications expérimentales. — Maximums de dépression et de surpression au distributeur dans les phénomènes de coups de bélier d'ouverture. — Recherche de l'ouverture la plus dangereuse. — Formule de Michaud corrigée; formule de de Sparre. — Tableau des maximums de surpression à craindre à la suite d'une dépression. — Vérifications expérimentales.

### **104. Maximum de surpression au distributeur dans les phénomènes de coups de bélier de fermeture. — Recherche de la fermeture la plus dangereuse. — Formules de Michaud, Allievi-Joukowski, de Sparre.**

Nous avons montré dans les chapitres qui précèdent comment les théories modernes des coups de bélier permettaient de déterminer d'une façon très exacte la forme des diagrammes de pression tels qu'on peut les observer après une variation de débit produite par exemple par le fonctionnement du régulateur d'une turbine.

Mais ce qui importe essentiellement dans la technique courante des usines hydrauliques, ce n'est pas tant de pouvoir tracer *a priori* la courbe des variations de pression correspondant à une manœuvre donnée que de déterminer aussi simplement que possible le maximum de surpression résultant de cette manœuvre. L'un de nous <sup>(1)</sup> s'est particulièrement attaché à l'étude de cette question et est arrivé aux conclusions que nous exposons ci-dessous :

Historiquement parlant, les formules donnant d'une façon plus ou moins approchée le maximum en question ont précédé les théories générales. La plus ancienne de ces formules et la plus connue est celle de M. Michaud, qui date, croyons-nous, d'une quarantaine d'années <sup>(2)</sup>. L'expérience montra assez vite que la formule de Michaud devait être fréquemment corrigée comme donnant des résultats trop forts. Les théories de MM. Allievi et de Sparre confirmèrent cette conclusion et montrèrent que ce facteur de correction était essentiellement variable suivant les cas, en sorte que la formule de Michaud parut devoir être abandonnée par les techniciens.

---

<sup>(1)</sup> M. Gariel. Ce chapitre est la reproduction d'une étude parue dans la *Revue générale de l'Électricité* des 21 septembre et 5 octobre 1918.

<sup>(2)</sup> Michaud, *Bulletin de la Société Vaudoise des Ingénieurs et Architectes*, année 1878, nos 3 et 4, et Michaud, *Bulletin technique de la Suisse Romande*, 10 et 25 février 1903.

Nous nous proposons de montrer qu'il ne doit pas en être ainsi : il se trouve en effet que cette formule, assez empirique dans son origine et inexacte dans une catégorie déterminée de cas, se rattache étroitement aux théories les plus modernes, les plus complètes et les mieux vérifiées. Complétée par la formule de Joukowski-Allievi  $\frac{av_0}{g}$  convenablement corrigée dans certaines circonstances, elle permet de calculer le coup de bélier maximum pour la plupart des cas des usines hydrauliques comportant des conduites forcées sans réservoir d'air ni cheminée d'équilibre, alimentant des turbines.

Avant d'entrer dans les détails, rappelons que les surpressions dans les conduites forcées sont dues généralement aux fermetures des vannages des turbines sous l'action des régulateurs automatiques de vitesse. Ces mouvements de fermeture se produisent en particulier lors des déclenchements des machines électriques actionnées par les turbines. Suivant la charge à laquelle fonctionne le groupe, la fermeture peut se produire soit à partir de l'ouverture complète du distributeur, soit à partir d'une ouverture partielle quelconque. On conçoit aisément que le coup de bélier varie suivant le degré d'ouverture à partir duquel se produit le mouvement du vannage. Mais contrairement à ce que l'on aurait pu croire, dans la plupart des cas de la pratique, le coup de bélier le plus fort n'est pas celui qui se produit lorsque l'on ferme la turbine à partir de la pleine ouverture, mais bien celui qui se produit lorsqu'on ferme à partir d'une ouverture partielle qui peut être une fraction très faible de l'ouverture totale.

C'est le développement systématique de cette remarque qui nous a amenés aux conclusions que nous allons exposer.

Rappelons maintenant la formule de Michaud. Elle se rapporte, comme toutes les formules simples que l'on peut donner sur ce sujet, au cas où le débit, pendant la fermeture, serait une fonction linéaire du temps si le coup de bélier était négligeable. Dans ces conditions, si l'on appelle, pour une conduite de diamètre constant :

- L la longueur de la conduite en mètres,
- $v_0$  la vitesse initiale de l'eau dans la conduite en mètres par seconde,
- T le temps de fermeture du vannage en secondes,
- $g$  l'accélération due à la pesanteur en mètres par seconde,

le coup de bélier maximum  $\xi_m$  est donné par :

$$\xi_m = \frac{2Lv_0}{gT}. \quad (115)$$

On voit immédiatement que, d'après cette formule, le coup de bélier dépend uniquement, pour une conduite donnée, du rapport  $\frac{v_0}{T}$ , c'est-à-dire du débit coupé

dans l'unité de temps. Par conséquent, le coup de bélier maximum croîtrait indéfiniment lorsque le temps de fermeture tend vers zéro.

Joukowski le premier a montré que ceci était inexact et que, à partir d'une certaine vitesse limite de fermeture, le coup de bélier demeurerait constant, quelle que soit cette vitesse (voir ci-dessus, chapitre II).

Nous avons vu plus haut, en effet, que, pour tous les temps de fermeture inférieurs ou égaux à  $\frac{2L}{a}$ , le coup de bélier est indépendant de la vitesse de manœuvre et est donné par la formule :

$$\xi_m = \frac{av_0}{g}, \quad (116)$$

$v_0$  étant la vitesse initiale de l'eau dans la conduite.

Cette seconde formule est identique à la formule de Michaud si le temps de fermeture  $T$  est égal à  $\frac{2L}{a}$ . La formule de Michaud devient, en effet, pour cette valeur de  $T$  :

$$\xi_m = \frac{2Lv_0}{g \frac{2L}{a}} = \frac{av_0}{g}.$$

On voit donc que la formule de Michaud se relie par là aux théories de Joukowski et d'Allievi. Mais cette liaison apparaît comme plus étroite encore si l'on considère les formules remarquablement condensées qu'a données M. de Sparre pour les fermetures linéaires et dans le cas, toujours réalisé dans la pratique, où le coup de bélier est inférieur à la moitié de la pression statique. Ces formules supposent en outre que le temps de fermeture considéré  $T$  est supérieur à  $\frac{2L}{a}$ . Nous les avons rappelées plus haut, chapitre III; mais, pour plus de clarté, nous les reproduisons ci-dessous. Soient donc :

$\gamma_0$  la pression statique en mètres,

$a$  la vitesse de propagation de l'onde en mètres par seconde dans la conduite supposée à caractéristique unique,

$v_0$  la vitesse initiale de l'eau dans la conduite en mètres par seconde,

$L$  la longueur de celle-ci en mètres,

$T$  le temps de fermeture du vannage en seconde.

Il faut distinguer deux cas suivant que la quantité  $\frac{av_0}{2g\gamma_0}$  est plus petite ou plus grande que 1.

1°  $\frac{av_0}{2g\gamma_0} \leq 1$ . Le coup de bélier maximum donné par :

$$\xi_m = \frac{2Lv_0}{gT} \frac{1}{1 + \frac{av_0}{2g\gamma_0} \left(1 - \frac{2L}{aT}\right)}; \quad (117)$$

2°  $\frac{av_0}{2g\gamma_0} > 1$ . Le coup de bélier maximum donné par :

$$\xi_m = \frac{2Lv_0}{gT} \frac{1}{2 \left(1 - \frac{Lv_0}{2gT\gamma_0}\right)}. \quad (118)$$

Dans le premier cas, le coup de bélier maximum est égal au coup de bélier de Michaud  $\frac{2Lv_0}{gT}$  multiplié par un facteur plus petit que 1, puisque par hypothèse T est supérieur à  $\frac{2L}{a}$  et que par conséquent  $\frac{2L}{aT}$  est inférieur à 1.

Dans le second cas, le coup de bélier maximum est égal au coup de bélier de Michaud multiplié par un facteur dont on ne voit pas immédiatement s'il est plus grand ou plus petit que 1. Il est facile de voir cependant qu'il est plus petit que 1. Nous avons en effet par hypothèse :

$$\xi_m < \frac{\gamma_0}{2},$$

d'où :

$$\frac{2Lv_0}{gT} \frac{1}{2 \left(1 - \frac{Lv_0}{2gT\gamma_0}\right)} < \frac{\gamma_0}{2},$$

ce qui donne :

$$\frac{2Lv_0}{gT} < \gamma_0 - \frac{Lv_0}{2gT},$$

d'où

$$\frac{5Lv_0}{2gT} < \gamma_0$$

et en définitive

$$v_0 < \frac{2gT\gamma_0}{5L}.$$

On a donc :

$$\frac{Lv_0}{2gT\gamma_0} < \frac{1}{5}.$$

On en conclut :

$$\frac{1}{2 \left( 1 - \frac{Lv_0}{2gTy_0} \right)} < \frac{1}{2 \left( 1 - \frac{1}{5} \right)} < \frac{5}{8}.$$

Le coup de bélier maximum est donc inférieur aux  $\frac{5}{8}$  du coup de bélier de Michaud.

Par conséquent, pour tous les cas de fermeture en un temps supérieur ou égal à  $\frac{2L}{a}$ , le coup de bélier maximum est représenté par une fraction plus ou moins importante, mais toujours plus petite que 1 ou au plus égale à 1 de  $\frac{2Lv_0}{gT}$ , coup de bélier de Michaud.

Ceci posé, nous sommes maintenant en mesure, à l'aide de deux formules simples, d'indiquer comment on peut, dans le cas des fermetures linéaires, calculer la surpression maximum pouvant se produire pendant le fonctionnement d'une turbine pour laquelle la durée de fermeture totale du vannage par le régulateur est égale à T. Nous distinguerons pour cela deux cas :

1°  $T < \frac{2L}{a}$ . Le coup de bélier maximum est donné par :

$$\xi_m = \frac{av_0}{g},$$

$v_0$  étant la vitesse de l'eau dans la conduite pour l'ouverture totale du distributeur.

2°  $T > \frac{2L}{a}$ .

Dans ce cas, il pourra toujours arriver, au cours des manœuvres, que l'on ferme précisément le distributeur à partir d'une ouverture partielle, telle que la fermeture complète à partir de cette ouverture se fasse en un temps  $t$  égal à  $\frac{2L}{a}$ . Soit  $v$  la vitesse de l'eau dans la conduite pour cette ouverture partielle; le coup de bélier correspondant sera donné par la formule  $\frac{av}{g}$  qui, d'après la remarque faite plus haut, se confond avec la formule de Michaud  $\frac{2Lv}{gT}$ . Mais, puisque la fermeture est supposée linéaire, nous aurons :

$$\frac{v}{t} = \frac{v_0}{T},$$

d'où :

$$\frac{2Lv}{gt} = \frac{2Lv_0}{gT}.$$

Le coup de bélier sera donc donné par la formule classique de Michaud, et, comme nous l'avons démontré ci-dessus, ce sera bien là le coup de bélier maximum qui puisse se produire pour une manœuvre quelconque en un temps supérieur ou au plus égal à  $\frac{2L}{a}$ .

Nous arrivons ainsi à la conclusion suivante sur la portée pratique de laquelle nous ne saurions trop insister :

*Dans le cas où la durée de fermeture du régulateur est supérieure à  $\frac{2L}{a}$ , il y aura toujours une manœuvre qui produira un coup de bélier égal à celui donné par la formule de Michaud, et ce sera là le maximum qui puisse se produire. C'est donc rigoureusement cette formule qu'il faudra appliquer pour l'établissement de la turbine et de la conduite.*

Cette conclusion essentielle concernant le maximum une fois dégagée, nous allons l'illustrer d'une façon plus précise en donnant des diagrammes montrant comment varie le coup de bélier maximum suivant que l'on ferme à partir de l'ouverture complète ou à partir d'ouvertures partielles quelconques.

Trois cas doivent être envisagés :

1° La fermeture totale du distributeur à partir de l'ouverture complète se fait en un temps  $T$  inférieur à  $\frac{2L}{a}$ .

2° Ce temps  $T$  est supérieur à  $\frac{2L}{a}$  et l'expression  $\frac{av_0}{2g\gamma_0}$  est inférieure ou au plus égale à 1.

3° Ce temps  $T$  est supérieur à  $\frac{2L}{a}$  et l'expression  $\frac{av_0}{2g\gamma_0}$  est supérieure à 1.

Examinons successivement ces divers cas :

$$1^\circ \quad T < \frac{2L}{a}.$$

Soit  $v_0$  la vitesse dans la conduite correspondant à l'ouverture totale du distributeur; le coup de bélier maximum  $\xi_m$  sera donné par :

$$\xi_m = \frac{av_0}{g}.$$

Considérons ensuite la turbine fonctionnant à charge partielle et soit  $v$  la vitesse correspondante dans la conduite. On a évidemment  $v < v_0$ . Le coup de bélier

correspondant à une fermeture complète à partir de cette ouverture partielle sera donné par :

$$\xi_m = \frac{av}{g}$$

Si, comme nous le supposons dans toute cette étude, les débits du distributeur

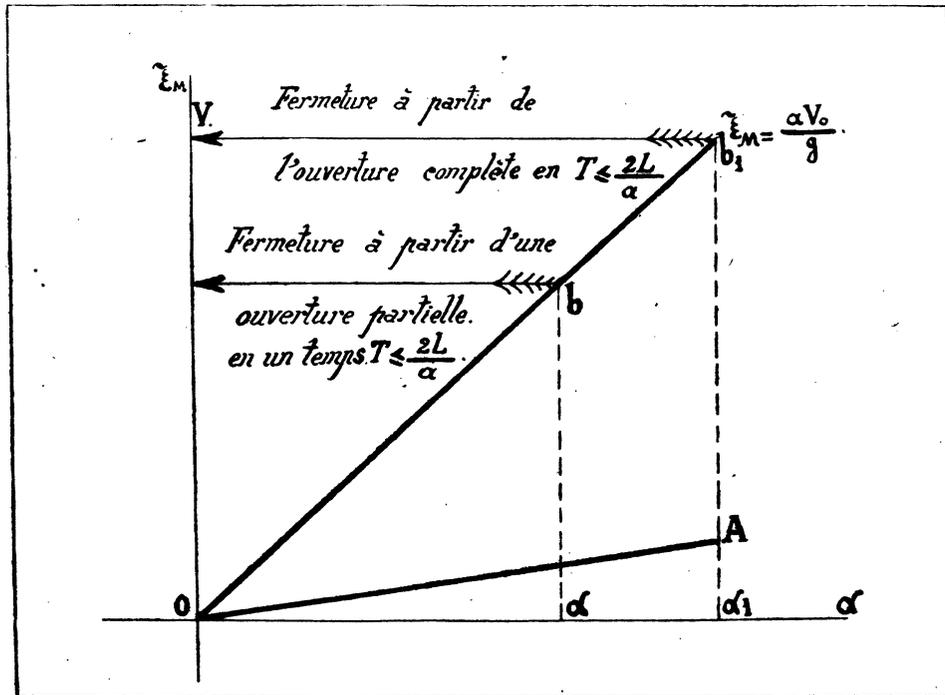


FIG. 177.

sont sensiblement proportionnels aux courses du vannage, les vitesses  $v$  seront proportionnelles à ces mêmes courses.

Si donc nous portons en abscisses (fig. 177), les ouvertures  $\alpha$  du distributeur en millimètres par exemple et en ordonnées les vitesses  $v$  de l'eau dans la conduite, la courbe représentant  $v$  en fonction de  $\alpha$  est une droite OA passant par l'origine. Soit  $Ox$  le segment représentant l'ouverture complète; sur l'ordonnée de  $\alpha_1$  portons la valeur du coup de bélier maximum correspondant à la fermeture complète à partir de l'ouverture complète. Ce maximum, comme nous venons de le voir, est égal à  $\frac{av_0}{g} = \alpha_1 b_1$ . Soit  $Ox$  le segment représentant une ouverture partielle quel-

conque. Sur l'ordonnée de  $x$  portons la valeur du coup de bélier maximum correspondant à la fermeture complète à partir de l'ouverture partielle  $Ox$ . Ce maximum sera égal à  $\frac{av}{g} = \alpha b$ . Puisque les vitesses  $v$  sont proportionnelles aux courses du vannage, les coups de bélier  $\frac{av}{g}$  le sont également et la ligne  $O b b_1$  est une ligne droite.

On voit donc que, dans le cas où le temps de fermeture totale du distributeur à partir de l'ouverture complète est inférieur ou au plus égal à  $\frac{2L}{a}$ , le coup de bélier maximum se produit lorsqu'on ferme à partir de l'ouverture complète et, lorsque l'on part d'ouvertures partielles, il décroît linéairement avec la valeur de l'ouverture dont on part :

$$2^{\circ} \quad T > \frac{2L}{a} \quad \frac{av_0}{2gy_0} \leq 1.$$

Le phénomène change complètement d'allure si le temps de fermeture totale du distributeur est supérieur à  $\frac{2L}{a}$ . Considérons d'abord le cas où  $\frac{av_0}{2gy_0}$  est inférieur à 1. C'est le cas des hautes chutes. Le coup de bélier maximum pour la fermeture complète est donné par :

$$\xi_m = \frac{2Lv_0}{gT} \frac{1}{1 + \frac{av_0}{2gy_0} \left(1 - \frac{2L}{aT}\right)}.$$

Nous avons remarqué plus haut que la fraction constituant le second terme de ce produit est inférieure à 1.

Employons la même représentation graphique que précédemment et portons

$$\alpha_1 b_1 = \xi_m = \frac{2Lv_0}{gT} \frac{1}{1 + \frac{av_0}{2gy_0} \left(1 - \frac{2L}{aT}\right)}.$$

Considérons ensuite une ouverture partielle  $Ox$  correspondant à une vitesse  $v$  dans la conduite, et soit  $t$  la durée de fermeture complète à partir de cette ouverture. Le coup de bélier maximum qui se produira au cours de cette fermeture sera donné par :

$$\xi_m = \frac{2Lv}{gt} \frac{1}{1 + \frac{av}{2gy_0} \left(1 - \frac{2L}{at}\right)}.$$

La loi de fermeture étant supposée linéaire, nous aurons :

$$\frac{v}{l} = \frac{v_0}{T} = K,$$

$K$  étant une constante, d'où :

$$\xi_m = \frac{2Lv_0}{gT} \frac{1}{1 + \frac{aKt}{2g\gamma_0} \left(1 - \frac{2L}{at}\right)}.$$

Posons :

$$\frac{2Lv_0}{gT} = K_1; \quad \frac{aK}{2g\gamma_0} = K_2; \quad \frac{KL}{g\dot{\gamma}_0} = K_3.$$

L'expression de  $\xi_m$  devient :

$$\xi_m = \frac{K_1}{1 + K_2 t - K_3}$$

ou, en posant  $1 - k_3 = K_4$  :

$$\xi_m = \frac{K_1}{K_4 + K_2 t},$$

équation qui s'écrit :

$$K_2 \xi_m t + K_4 \xi_m - K_1 = 0.$$

C'est l'équation d'une hyperbole équilatère qui admet comme asymptotes l'axe des  $t$  et une parallèle à l'axe des  $\xi$  d'abscisse

$$t = -\frac{K_4}{K_2}.$$

Étant donné que, par hypothèse, la loi de fermeture est supposée linéaire, la même hyperbole, tracée avec une autre échelle des abscisses, représente la variation des maximums en fonction de l'ouverture à partir de laquelle on commence à fermer.

Nous avons tracé sur la figure 178 ci-contre l'hyperbole en question.

Mais il est essentiel de remarquer que cette hyperbole ne représente le phénomène du maximum du coup de bélier que dans une portion déterminée de l'une

de ses branches. Nous avons indiqué plus haut, en effet, que la formule 117 ne s'appliquait que si, d'une part, le temps  $t$  était inférieur à  $\frac{2L}{a}$  et si, d'autre part, l'expression  $\frac{av_0}{2gy_0}$  était inférieure ou au plus égale à 1.

A partir de l'ouverture  $O\alpha_c$ , telle que la fermeture totale s'effectue en un

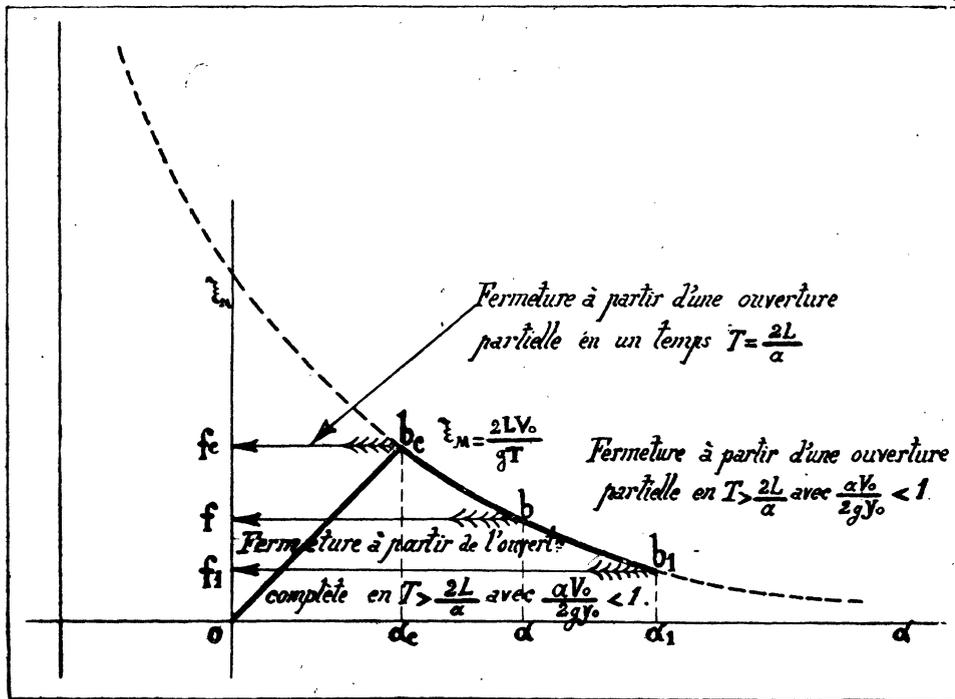


FIG. 178.

temps  $\frac{2L}{a}$  et pour toutes les ouvertures inférieures, on retombe sur le cas n° 1 et la courbe représentative des maximums se réduit à la droite  $Ot_c$ . Pour la fermeture  $b_c f_c$  s'effectuant en un temps

$$t_c = \frac{2L}{a},$$

la surpression maximum est, comme nous l'avons vu, égale à

$$\frac{2Lv_c}{gt_c} = \frac{2Lv_0}{gT},$$

coup de bélier de Michaud. Le graphique illustre clairement ce que nous avons démontré plus haut, à savoir que, parmi tous les coups de bélier que peut produire la fermeture de la turbine fonctionnant à diverses charges, le coup de bélier de Michaud se produira certainement et ce sera là le maximum que l'on ait à redouter.

Au contraire, pour les fermetures à partir d'ouvertures supérieures à l'ouverture critique  $Ox_0$ , le coup de bélier maximum sera notablement inférieur au coup de bélier de Michaud. Plus l'ouverture dont on part sera grande, plus le coup de bélier sera faible. Il sera minimum si la vitesse  $v_0$  est telle que l'expression  $\frac{av_0}{2gy_0}$  soit égale à 1.

A partir du point tel que  $\frac{av_0}{2gy_0}$  soit supérieur à 1, les considérations précédentes ne s'appliquent plus, et l'on tombe dans le troisième cas que nous traiterons ci-après.

Il est intéressant de rechercher quelle peut être la valeur du minimum du coup de bélier. Reprenons pour cela l'expression de  $\xi_m$  :

$$\xi_m = \frac{2Lv_0}{gT} \frac{1}{1 + \frac{av_0}{2gy_0} \left(1 - \frac{2L}{aT}\right)}$$

Nous avons, par hypothèse :

$$\frac{av_0}{2gy_0} \leq 1 \quad \frac{2L}{aT} \leq 1.$$

On en conclut :

$$\frac{av_0}{2gy_0} \left(1 - \frac{2L}{aT}\right) \leq 1.$$

Le produit sera maximum si  $\frac{av_0}{2gy_0} = 1$  (plus grande valeur que puisse atteindre cette expression dans le cas considéré) et si le temps  $\frac{2L}{a}$  devient négligeable vis-à-vis de la durée de fermeture T. Dans ce cas, le coup de bélier maximum est égal à :

$$\frac{Lv_0}{gT}.$$

On voit donc que, dans le cas le plus favorable, le coup de bélier de fermeture peut être réduit à la moitié du coup de bélier de Michaud. On se rend compte ainsi de l'erreur grave dans laquelle on a pu tomber en se contentant de calculer, par la

méthode d'Allievi ou les formules de M. de Sparre, le coup de bélier correspondant à la fermeture de la turbine à pleine charge : on peut arriver ainsi, dans le cas de fermetures lentes, à des surpressions moitié de celles qui se produiront réellement pendant le fonctionnement du régulateur.

$$3^{\circ} \quad T > \frac{2L}{a}; \quad \frac{av_0}{2g\gamma_0} > 1.$$

C'est en général là le cas des basses chutes. Le coup de bélier  $\xi_m$  est donné alors pour la fermeture complète à partir de l'ouverture totale par la formule (118) :

$$\xi_m = \frac{2Lv_0}{gT} \frac{1}{2 \left( 1 - \frac{Lv_0}{2gT\gamma_0} \right)}$$

et, pour les fermetures totales à partir d'ouvertures partielles :

$$\xi_m = \frac{2Lv}{gt} \frac{1}{2 \left( 1 - \frac{Lv}{2gt\gamma_0} \right)}$$

On voit que les quantités  $v$  et  $t$  ne figurent dans cette expression que par le rapport  $\frac{v}{t}$ . Or, la fermeture étant supposée linéaire, ce rapport est constant et, par suite, le coup de bélier  $\xi_m$  est constant, de quelque ouverture que l'on parte.

Nous avons vu qu'il était toujours inférieur aux  $\frac{5}{8}$  du coup de bélier de Michaud. Recherchons, comme dans le cas précédent, quel peut être le minimum de  $\xi_m$ . Comme on le voit immédiatement, ce minimum se produira lorsque le temps de fermeture  $t$  sera assez grand pour que l'expression  $\frac{Lv}{2gt\gamma_0}$  soit négligeable vis-à-vis de  $t$ . On aura dans ce cas :

$$\xi_m = \frac{Lv}{gt},$$

moitié du coup de bélier de Michaud comme précédemment.

Ceci posé, considérons donc une installation dans laquelle, pour l'ouverture complète, on ait :

$$T > \frac{2L}{a} \quad \text{et} \quad \frac{av_0}{2g\gamma_0} > 1.$$

Construisons le diagramme des maximums de surpressions en fonction de l'ouverture.

Soit  $Ox_1$  l'ouverture totale,  $\alpha_1 b_1$  le coup de bélier maximum correspondant à la fermeture totale  $f_1$ . Soit  $Ox$  une ouverture partielle telle que l'on ait encore  $\frac{av}{2gy_0} > 1$ ; le coup de bélier maximum correspondant à la fermeture partielle  $f$  sera le même que pour l'ouverture totale, soit  $\alpha b = \alpha_1 b_1$ . La courbe des maximums sera donc une parallèle à l'axe des  $\alpha$ .

Afin de pouvoir déterminer jusqu'où se prolongera cette parallèle, nous allons examiner quels sont les domaines d'application des formules (117) et (118).

Reprenons la formule [(3)] :

$$\xi_m = \frac{2Lv_0}{gT} \frac{1}{1 + \frac{av_0}{2gy_0} \left(1 - \frac{2L}{aT}\right)} \text{ avec } \frac{av_0}{2gy_0} \leq 1.$$

Nous avons remarqué que, pour  $T = \frac{2L}{a}$  cette formule se réduit à :

$$\xi_m = \frac{2Lv_0}{gT}.$$

Par contre, pour  $T = \frac{2L}{a}$ , la formule (118)

$$\xi_m = \frac{2Lv_0}{gT} \frac{1}{2 \left(1 - \frac{Lv_0}{2gTy_0}\right)}$$

se réduit à :

$$\xi_m = \frac{2Lv_0}{gT} \frac{1}{2 \left(1 - \frac{av_0}{4gy_0}\right)},$$

expression différente de la formule de Michaud.

Cette anomalie apparente est due au fait que l'hypothèse faite pour l'établissement de la formule (118) n'est jamais réalisée pour  $T = \frac{2L}{a}$ . Dans ce cas, en effet, le coup de bélier est égal à  $\frac{av_0}{g}$  et, comme on a :

$$\frac{av_0}{2gy_0} > 1.$$

on en déduirait :

$$\frac{\xi_M}{2\gamma_0} > 1$$

ou

$$\xi_M > 2\gamma_0,$$

c'est-à-dire que le coup de bélier serait supérieur à deux fois la pression statique.

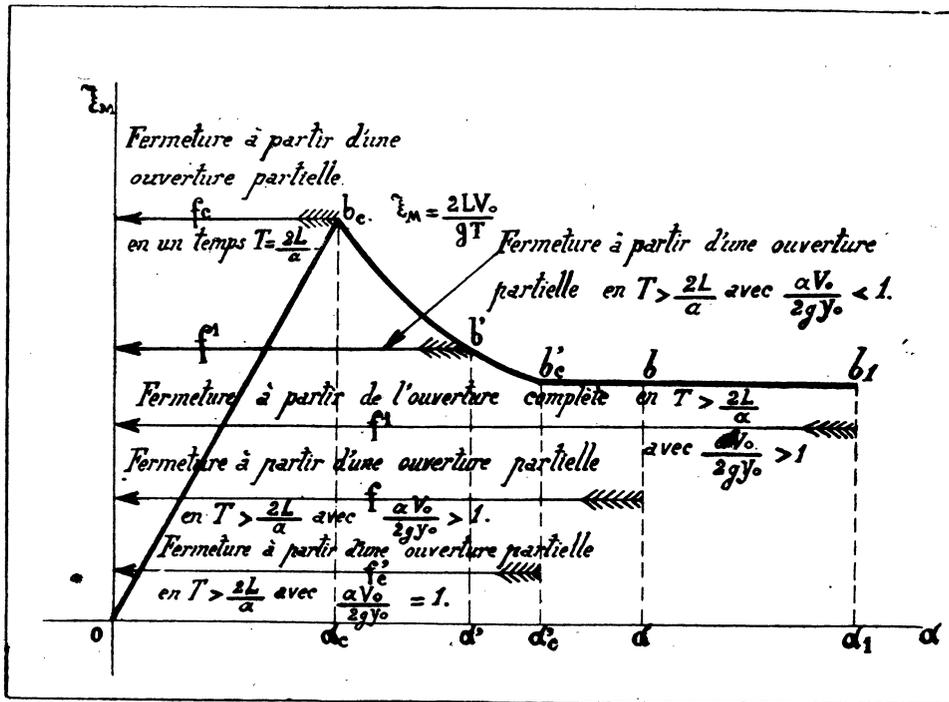


FIG. 179.

Or, par hypothèse, les formules de M. de Sparre ne s'appliquent avec exactitude que si

$$\xi_M < \gamma_0.$$

On en conclut donc que, pour des fermetures en un temps  $\frac{2L}{a}$ , on se trouve toujours dans le cas où  $\frac{\alpha v_0}{2g\gamma_0}$  est plus petit que 1.

Si donc nous nous plaçons dans le cas du diagramme de la figure 179, où

l'on a, pour l'ouverture complète,  $\frac{av_0}{2gy_0} > 1$ , il y aura une ouverture partielle  $Oz'_c$  correspondant à une fermeture en un temps supérieur à  $\frac{2L}{a}$  et pour laquelle on aura  $\frac{av_0}{2gy_0} = 1$ .

Pour toutes les ouvertures inférieures à  $Oz'_c$  on aura  $\frac{av_0}{2gy_0} < 1$ , et l'on retombe sur le cas n° 2, avec la branche d'hyperbole  $b'_c b_c$ , la droite  $b_c O$  et le maximum  $\frac{2Lv_0}{gT}$  à l'intersection de cette branche et de cette droite.

Le graphique de la figure 179 nous donne ainsi une vue d'ensemble de la loi des maximums dans les trois cas que nous avons envisagés et qui comprennent tous ceux qui peuvent se présenter.

Toutes les formules et considérations ci-dessus s'appliquent à des conduites d'épaisseur et de diamètre constants.

Les expériences de Soulom nous ont montré que les théories générales de M. Allievi pouvaient s'appliquer avec une très grande approximation aux conduites de diamètre constant et d'épaisseur variable qui se présentent le plus souvent dans les installations hydrauliques, dans tous les cas où l'on considérerait des durées de fermeture supérieures à  $\frac{2L}{a}$  ou peu inférieures à cette valeur <sup>(1)</sup>. M. de Sparre, dans sa communication du 28 janvier 1918 à l'Académie des Sciences, a montré le fondement théorique de ces constatations expérimentales.

Pratiquement, dans la presque totalité des installations hydroélectriques, les durées de fermeture des régulateurs sont choisies supérieures à  $\frac{2L}{a}$ . Pour toutes celles-là, nous pouvons donc conclure :

*CAS GÉNÉRAL. — Dans toutes les installations hydrauliques comportant une conduite de diamètre constant et d'épaisseur constante ou variable alimentant une turbine commandée par un régulateur assurant la fermeture complète du vannage en un temps supérieur ou égal à  $\frac{2L}{a}$ , la surpression maximum qui pourra se produire à la suite d'une fermeture et qui se produira certainement en cours d'exploitation est donnée par la formule de Michaud  $\frac{2Lv_0}{gT}$ . C'est en tenant compte de cette surpression que doivent être calculées la turbine et la conduite.*

*CAS EXCEPTIONNELS. — Si la durée de fermeture totale est inférieure à  $\frac{2L}{a}$ , ce qui*

---

<sup>(1)</sup>  $a$  étant, dans ce cas, la vitesse moyenne de propagation de l'onde dans les tronçons de diverses épaisseurs.

est rare dans le cas des turbines hydrauliques et doit autant que possible être évité, il faut distinguer deux cas :

1° Si la conduite est d'épaisseur constante, le coup de bélier maximum à craindre est donné par la formule  $\frac{av_0}{g}$ .

2° Si la conduite est d'épaisseur variable, M. de Sparre a démontré et nous avons vérifié expérimentalement que le coup de bélier  $\frac{av_0}{g}$  pouvait se trouver très notablement majoré, cette majoration pouvant atteindre 75 % pour des fermetures instantanées.

Le cas des fermetures pratiquement instantanées n'est jamais réalisé par les régulateurs des turbines hydrauliques, mais on le rencontre dans les usines d'emboutissage d'obus fonctionnant sous de hautes chutes naturelles. Les arrêts des presses sur leurs butées sont en effet extrêmement brusques. Il paraît prudent dans ce cas de calculer le coup de bélier par la formule  $1,75 \frac{av_0}{g}$ .

Formule de Michaud  $\frac{2Lv_0}{gT}$  pour l'immense majorité des installations de turbines hydrauliques, formule de Joukowski-Allievi  $\frac{av_0}{g}$  pour les fermetures en un temps inférieur à  $\frac{2L}{a}$  dans les conduites d'épaisseur constante, formule majorée de M. de Sparre  $1,75 \frac{av_0}{g}$  pour les fermetures extra-rapides dans les conduites d'épaisseur variable, telles sont les trois expressions extrêmement simples auxquelles se résolvent pour les besoins de la pratique industrielle courante les théories modernes des coups de bélier en ce qui concerne les maximums consécutifs à des fermetures linéaires dans des conduites de diamètre constant.

## 105. Vérifications expérimentales.

Les conclusions que nous venons d'indiquer sont des conséquences directes des théories générales que nous avons exposées dans les chapitres précédents. Les vérifications expérimentales très nombreuses qui nous ont confirmé l'exactitude de ces théories valent donc également pour les conclusions que nous en avons tirées concernant les maximums. Toutefois, il est intéressant d'interpréter spécialement ces expériences au point de vue qui nous occupe maintenant.

Nous avons donné plus haut un certain nombre de vérifications de la formule  $\frac{av_0}{g}$  dans le cas de conduites à caractéristique unique et de fermetures en un temps infé-

rieur à  $\frac{2L}{a}$ . Nous ne reviendrons donc pas sur ce point, nous bornant à faire remarquer à nouveau que ces vérifications sont tout à fait satisfaisantes.

En ce qui concerne la majoration à faire subir à la formule  $\frac{av_0}{g}$  lorsque la conduite est d'épaisseur variable et que la durée de fermeture est notablement inférieure à  $\frac{2L}{a}$ , la nécessité de cette majoration ressort clairement des expériences effectuées sur la conduite  $C_4$  de Soulom. Prenons en effet les trois graphiques

US- $C_4$ -55-2

US- $C_4$ -56-1

US- $C_4$ -55-1.

Ces graphiques sont relatifs à des fermetures s'effectuant respectivement en 0",63, 0",56 et 0",5 (rappelons que  $\frac{L}{a} = 0",5$  dans le cas qui nous occupe). Nous n'avons pas réalisé sur la conduite  $C_4$  de fermetures plus rapides.

On voit très nettement sur ces trois graphiques que le maximum de surpression ne se produit pas lors de la première onde, mais lors de la seconde.

C'est ainsi que dans le graphique US- $C_4$ -55-2 la surpression atteint 25<sup>m</sup>,00 pour la première onde et 26<sup>m</sup>,00 pour la seconde; pour US- $C_4$ -56-1 (fermeture en 0",56), première onde 24<sup>m</sup>,00, deuxième onde 28<sup>m</sup>,00; pour US- $C_4$ -55-1 (fermeture en 0",5), première onde 20<sup>m</sup>,50, deuxième onde 23<sup>m</sup>,00. Ainsi donc, pour les durées de fermeture notablement inférieures à  $\frac{2L}{a}$ , le coup de bélier subit dans la conduite d'épaisseur variable de Soulom une majoration importante, comme l'indiquent les calculs de M. de Sparre. Il faut remarquer toutefois que la viscosité de l'eau tend à amortir dans une certaine mesure cet effet, en sorte que, sur le graphique US- $C_4$ -56-1 par exemple, le maximum de la troisième onde observée est un peu inférieur au maximum de la deuxième, alors que le calcul — qui ne tient pas compte de la viscosité — l'indiquerait supérieur. Il y a là une circonstance favorable, mais sur laquelle il ne faut pas trop compter jusqu'à nouvel ordre, l'influence de la viscosité n'étant pas encore étudiée d'une façon précise dans ces phénomènes.

Il faut donc s'en tenir, en l'état actuel de nos connaissances, à la formule de M. de Sparre  $1,75 \frac{av_0}{g}$  pour le maximum à craindre pour le coup de bélier dans une conduite d'épaisseur variable et pour une fermeture pratiquement instantanée.

En ce qui concerne les fermetures en un temps supérieur à  $\frac{2L}{a}$ , nous ne sommes arrivés aux conclusions exposées ci-dessus qu'après avoir achevé la plupart de nos

expériences. Celles-ci n'ont donc pas été conduites spécialement en vue d'illustrer les règles pratiques données dans ce chapitre. C'est ainsi que dans les expériences de Soulom nous ne nous sommes pas préoccupés d'obtenir des lois de fermeture de vannage rigoureusement linéaires avec vitesses de manœuvre constantes dans les différents essais.

Il est possible cependant d'extraire des expériences effectuées sur la conduite C<sub>4</sub> de Soulom quelques chiffres intéressants au point de vue qui nous occupe.

Nous choisirons pour cela les expériences :

US-C<sub>4</sub>-51-5  
 US-C<sub>4</sub>-56-8  
 US-C<sub>4</sub>-56-7  
 US-C<sub>4</sub>-56-4  
 US-C<sub>4</sub>-54-5,

qui correspondent à des fermetures à partir d'ouvertures de plus en plus petites, les vitesses de manœuvre étant sensiblement les mêmes dans ces diverses expériences.

Nous avons résumé dans le tableau ci-dessous les diverses données correspondant à ces essais :

| NUMÉROS<br>de<br>L'ESSAI | DURÉE<br>de<br>FERMETURE<br>du<br>régulateur | DÉBIT<br>INITIAL<br>de la<br>turbine<br>en litres<br>par<br>seconde. | VITESSE<br>INITIALE<br>dans<br>la conduite<br>en mètres<br>par<br>seconde. | SURPRESSIONS<br>OBSERVÉES |       | SURPRESSIONS<br>DONNÉES<br>par la<br>formule de Michaud,<br>en supposant<br>la fermeture linéaire : |       |
|--------------------------|--|--|--|---------------------------|-------|---|-------|
|                          |  |  |  | En valeur<br>absolue.     | En %. | En valeur<br>absolue.   | En %. |
|                          |  |  |  |                           |       |   |       |
| US-C <sub>4</sub> -51-5  | 5 <sup>s</sup> ,00                           | 1.465  | 2,844  | 47 <sup>m</sup> ,50       | 18,80 | 62 <sup>m</sup> ,00   | 24,60 |
| US-C <sub>4</sub> -56-8  | 3 <sup>s</sup> ,37                           | 980  | 1,90   | 52 <sup>m</sup> ,00       | 20,60 | 61 <sup>m</sup> ,90   | 24,50 |
| US-C <sub>4</sub> -56-7  | 2 <sup>s</sup> ,5                            | 703  | 1,365  | 57 <sup>m</sup> ,00       | 22,60 | 59 <sup>m</sup> ,50   | 23,60 |
| US-C <sub>4</sub> -56-4  | 2 <sup>s</sup> ,00                           | 565  | 1,097  | 63 <sup>m</sup> ,50       | 25,15 | 60 <sup>m</sup> ,20   | 23,80 |
| US-C <sub>4</sub> -54-5  | 1 <sup>s</sup> ,46                           | 420  | 0,816  | 65 <sup>m</sup> ,50       | 25,90 | 61 <sup>m</sup> ,50   | 24,35 |

Remarquons que dans tous ces essais on se trouve dans le cas où  $\frac{av_0}{2gY_0}$  est infé-

rieur à 1. On voit très nettement, d'après ce tableau, qu'il est beaucoup plus dangereux, à vitesse de manœuvre sensiblement constante, de réduire le débit de 420 litres à zéro en un temps voisin de  $\frac{2L}{a}$  que de le réduire de 1.465 litres à zéro en un temps égal à  $\frac{10L}{a}$ . Dans le premier cas, on obtient une surpression de 47<sup>m</sup>,50, soit 18,8 % de la chute totale de 252<sup>m</sup>,50; dans le second cas, on obtient une surpression de 65<sup>m</sup>,50, soit 25,9 %. Pour cette vitesse de manœuvre, la formule de Michaud indiquerait une surpression de 24 à 25 %, c'est-à-dire tout à fait de l'ordre de celle observée.

Ces cinq expériences, bien que ne réalisant pas des fermetures rigoureusement linéaires, confirment donc que l'allure du phénomène est bien celle que nous avons indiquée plus haut : la formule de Michaud donnerait un résultat trop fort si l'on considérait seulement les fermetures à partir des grandes ouvertures, mais elle est sensiblement vérifiée par l'expérience si l'on considère des fermetures à partir d'ouvertures partielles s'effectuant en un temps de l'ordre de  $\frac{2L}{a}$ .

**106. Maximum de dépression et de surpression dans les phénomènes de coups de bélier d'ouverture. — Recherche de l'ouverture la plus dangereuse. — Formule de Michaud corrigée; formule de de Sparre.**

Nous venons de montrer comment on pouvait résoudre, à l'aide de quelques formules simples, le problème de la recherche des maximums de surpression qui se produisent après un coup de bélier de fermeture.

Nous aborderons maintenant un problème analogue pour les coups de bélier qui se produisent dans une conduite à la suite de l'ouverture d'un robinet ou d'un vannage de turbine. Ce second cas a, lui aussi, une très grande importance pratique. Toute ouverture plus ou moins rapide d'un vannage placé sur une conduite entraîne en effet dans celle-ci la production d'une onde de dépression, généralement suivie d'une onde de surpression qui peut être assez importante.

Dépressions et surpressions doivent être également l'objet d'une étude attentive. La surpression maximum ne doit pas en effet dépasser une certaine valeur si l'on ne veut pas compromettre la sécurité de la conduite, et, d'autre part, la dépression maximum doit être maintenue au-dessous d'une certaine limite si l'on veut obtenir du régulateur de la turbine une stabilité suffisante et un réglage acceptable. Nous traiterons donc successivement les deux questions suivantes :

- 1° Maximum de dépression correspondant à une ouverture donnée;
- 2° Maximum de surpression consécutif à une dépression donnée.

Il est entendu que, dans tout ce qui va suivre, nous nous occuperons exclusivement du cas où la section du distributeur varie proportionnellement au temps pendant les manœuvres.

#### 1° MAXIMUM DE DÉPRESSION CORRESPONDANT A UNE OUVERTURE DONNÉE

Comme nous l'avons vu plus haut, les équations d'Allievi ou les formules simplifiées de M. de Sparre permettent de calculer *a priori* avec la plus grande exactitude autant de points que l'on désire d'un graphique de coup de bélier d'ouverture. Mais, là comme précédemment, la question la plus importante en pratique est celle du maximum de la dépression atteinte.

C'est encore aux travaux de M. de Sparre que nous aurons recours pour résoudre cette question. M. de Sparre a cherché en effet, dans le *Bulletin spécial n° 1 du Comité technique de la Société hydrotechnique de France*, à ramener la recherche de ce maximum à des formules analogues à celles qu'il avait données pour les coups de bélier de fermeture. Bien que la question soit plus difficile à résoudre que dans le premier cas, les formules proposées sont très intéressantes puisqu'elles donnent dans tous les cas un maximum de dépression qui pourra n'être pas atteint mais ne sera jamais dépassé.

Toutefois, la solution devient beaucoup plus simple si l'on introduit dans cette étude des considérations analogues à celles que nous avons exposées à propos des coups de bélier de fermeture, c'est-à-dire si l'on recherche quelle est, parmi toutes les ouvertures qui peuvent se produire en cours d'exploitation, celle qui donne la dépression maximum.

Considérons donc une turbine fonctionnant seule sur une conduite et supposons d'abord son vannage complètement fermé. Nous pouvons, en partant toujours de la fermeture complète, réaliser une série d'ouvertures de plus en plus importantes jusqu'à obtenir l'ouverture totale à partir de la fermeture complète. D'où une première série de manœuvres parmi lesquelles nous avons à rechercher celle donnant la dépression maximum. Nous pouvons également réaliser des manœuvres qui aboutissent toujours à l'ouverture totale, mais en partant d'ouvertures partielles déjà préexistantes au commencement de la manœuvre. D'où une seconde série d'ouvertures parmi lesquelles nous déterminerons celle donnant la dépression maximum. Nous comparerons ensuite l'ensemble des résultats obtenus et nous conclurons de là quelle est, parmi toutes les manœuvres d'ouvertures possibles, celle qui conduit au maximum de dépression.

Afin de nous faire mieux comprendre, nous représenterons par un schéma (*fig. 180*) les diverses manœuvres envisagées. Représentons par la longueur OB l'ouverture complète du vannage. Nous pouvons réaliser soit une série d'ouvertures

partielles  $A_1 B_1$ ,  $A_2 B_2$ ,  $A_3 B_3$ , à partir de la fermeture complète, soit une série d'ouvertures  $D_1 C_1$ ,  $D_2 C_2$ ,  $D_3 C_3$ ,  $D_4 C_4$ , depuis des ouvertures partielles jusqu'à l'ouverture totale. Étudions la valeur du coup de bélier maximum dans ces différents cas. Pour cela, nous envisagerons successivement le cas où la durée totale d'ouverture  $T$  est inférieure à  $\frac{2L}{a}$  et celui où elle est supérieure à cette valeur.

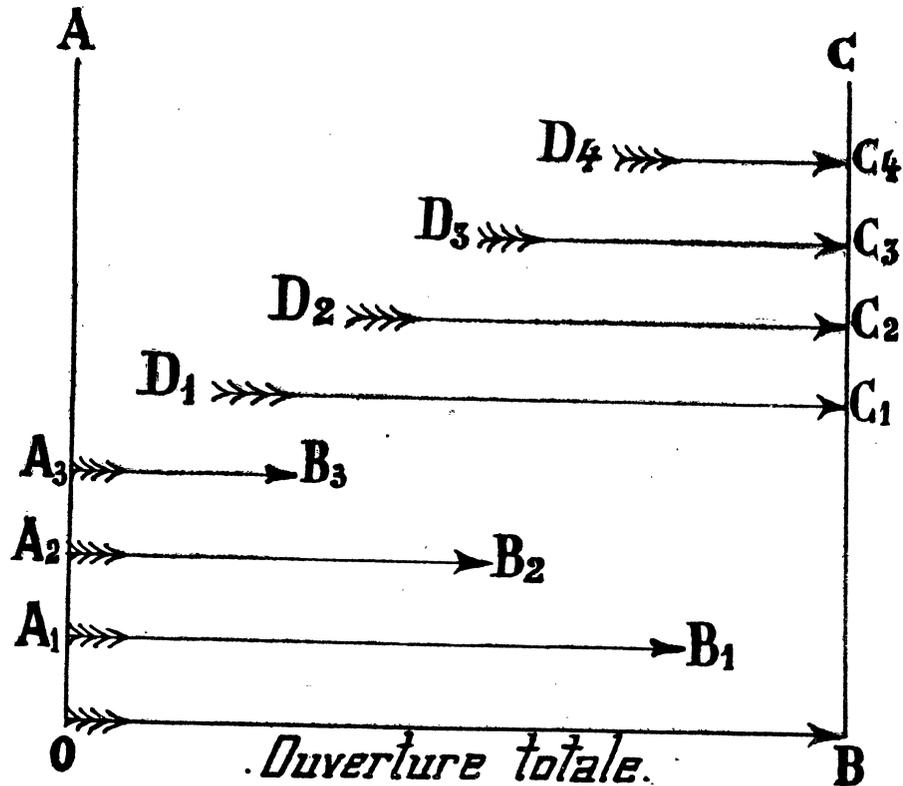


FIG. 180.

a)  $T \leq \frac{2L}{a}$ . Dans ce cas, le coup de bélier maximum est donné par la formule de M. de Sparre :

$$\xi_m = \frac{a(v_0 - v)}{g \left( 1 + \frac{av}{2gy_0} \right)},$$

$v_0$  étant la vitesse initiale dans la conduite ;

$v$  étant la vitesse correspondant à l'ouverture réalisée à l'instant considéré et abstraction faite du coup de bélier ;

$y_0$  étant la pression statique en mètres d'eau

$v_0$  étant plus petit que  $v$ ,  $\xi_m$  sera négatif, ce qui correspond bien à une dépression.

Considérons d'abord toutes les ouvertures possibles à partir de la fermeture complète. Le coup de bélier  $\xi_m$  est donné dans chaque cas par :

$$\xi_m = \frac{-av}{g\left(1 + \frac{av}{2g\gamma_0}\right)}$$

Cette fraction sera maximum en valeur absolue lorsque  $v$  aura la plus grande valeur possible, car, en fonction de  $v$ , le numérateur croît plus rapidement que le dénominateur. Donc  $\xi_m$  sera maximum pour l'ouverture totale.

Considérons maintenant toutes les ouvertures possibles aboutissant à l'ouverture complète.  $\xi_m$  sera donné dans chaque cas par :

$$\xi_m = \frac{a(v_0 - v)}{g\left(1 + \frac{av}{2g\gamma_0}\right)}$$

$v$  étant constant,  $\xi_m$  sera maximum en valeur absolue lorsque  $v_0$  sera nul, c'est-à-dire pour l'ouverture à partir de la fermeture complète.

Nous pouvons donc conclure :

*Lorsque la durée d'ouverture totale d'un régulateur est inférieure ou au plus égale à  $\frac{2L}{a}$ , la dépression maximum se produit lorsque l'on ouvre complètement à partir de la fermeture complète, et cette dépression est donnée par :*

$$\xi_m = \frac{-av}{g\left(1 + \frac{av}{2g\gamma_0}\right)}$$

$v$  étant la vitesse dans la conduite pour l'ouverture complète du distributeur.

Si, en particulier, l'ouverture complète du distributeur à partir de la fermeture totale se fait en un temps  $\theta$  égal à  $\frac{2L}{a}$ , la formule donnant  $\xi_m$  devient :

$$\xi_m = -\frac{2Lv}{g\theta} \times \frac{1}{1 + \frac{av}{2g\gamma_0}}$$

On voit que cette formule n'est autre que la formule de Michaud, où l'on fait figurer la vitesse finale  $v$  et que l'on multiplie par le facteur :

$$\frac{1}{1 + \frac{av}{2gy_0}}$$

Pour les hautes chutes, le terme  $\frac{av}{2gy_0}$  est généralement faible vis-à-vis de l'unité, en sorte que la dépression d'ouverture est donnée sensiblement par la formule de Michaud.

b)  $T > \frac{2L}{a}$ . Pour les durées d'ouverture s'effectuant en un temps supérieur à  $\frac{2L}{a}$ ,

il y a lieu de distinguer deux cas suivant que la quantité  $\frac{av_0}{2gy_0}$  est plus petite ou plus grande que 1 ( $v_0$  étant la vitesse initiale dans la conduite).

$$1^\circ \quad \frac{av_0}{2gy_0} \leq 1.$$

Remarquons que ce cas renferme en particulier *toutes* les ouvertures à partir de la fermeture complète, puisque, pour toutes celles-ci, on a :  $v_0 = 0$ .

M. de Sparre a démontré <sup>(1)</sup> que, dans ce cas, le maximum de surpression se produit au bout du temps  $\frac{2L}{a}$ . Ce maximum de surpression est donc donné par la formule du cas précédent, soit :

$$\xi_m = \frac{a(v_0 - v)}{g \left( 1 + \frac{av}{2gy_0} \right)}$$

Nous tirerons immédiatement de là deux conséquences importantes : la première est que, pour toutes les ouvertures effectuées à partir de la fermeture complète en un temps au moins égal à  $\frac{2L}{a}$ , ouvertures telles que O B, A<sub>1</sub> B<sub>1</sub>, A<sub>2</sub> B<sub>2</sub>, A<sub>3</sub> B<sub>3</sub>, la dépression maximum est la même et qu'elle est égale à celle produite par l'ouver-

<sup>(1)</sup> C. de Sparre, *Bulletin spécial n° 1 du Comité technique de la Société hydrotechnique de France*.

ture effectuée en un temps  $\frac{2L}{a}$  à partir de la fermeture complète. Cette dépression est donnée par la formule indiquée plus haut :

$$\xi_M = - \frac{2Lv}{g\theta} \times \frac{1}{1 + \frac{av}{2gy_0}}.$$

Mais, puisque l'ouverture est linéaire, on a, si on appelle T le temps total d'ouverture du régulateur et  $v_t$  la vitesse dans la conduite pour l'ouverture totale :  $\frac{v}{\theta} = \frac{v_t}{T}$ , et, par suite, l'expression de  $\xi_M$  peut s'écrire :

$$\xi_M = - \frac{2Lv_t}{gT} \times \frac{1}{1 + \frac{av}{2gy_0}}.$$

La seconde conséquence est relative aux ouvertures effectuées à partir d'une certaine ouverture préexistante en réalisant la condition  $\frac{av_0}{2gy_0} \ll 1$ . Supposons que de telles ouvertures soient par exemple les ouvertures  $D_1 C_1$  et  $D_2 C_2$ . D'après ce que nous venons de voir, si nous appelons dans ce cas, pour plus de clarté,  $v_1$  la vitesse dans la conduite correspondant à l'ouverture atteinte au bout du temps  $\frac{2L}{a}$ , la dépression maximum sera donnée par :

$$\xi'_M = \frac{a}{g} \times \frac{v_0 - v_1}{\left(1 + \frac{av_1}{2gy_0}\right)}.$$

Il est facile de voir que cette dépression est inférieure à celle correspondant à toutes les ouvertures à partir de la fermeture complète O B,  $A_1 B_1$ ,  $A_2 B_2$ ,  $A_3 B_3$ . En effet, pour toutes ces ouvertures, la dépression maximum est la même et elle est égale en valeur absolue à

$$\xi'_M = \frac{a}{g} \times \frac{-v}{\left(1 + \frac{av}{2gy_0}\right)},$$

$v$  étant la vitesse dans la conduite pour l'ouverture atteinte en un temps  $\frac{2L}{a}$  à partir de la fermeture complète.

Étant donné que la fermeture est linéaire, on a évidemment :

$$v = v_1 - v_0.$$

et  $v_1 > v$ , d'où l'on déduit, en comparant les deux expressions de  $\xi_m$  et  $\xi'_m$  :

$$\xi_m < \xi'_m,$$

ce qu'il fallait démontrer.

Ainsi donc, parmi toutes les ouvertures réalisées avec la condition  $\frac{av_0}{2gY_0} \leq 1$ , celle donnant la dépression maximum est celle correspondant à l'ouverture effectuée en un temps  $\frac{2L}{a}$  à partir de la fermeture complète.

$$2^\circ \quad \frac{av_0}{2gY_0} > 1.$$

Dans ce cas, M. de Sparre a démontré<sup>(1)</sup> que le coup de bélier maximum se produisait après le temps  $\frac{2L}{a}$  et qu'il demeurerait toujours inférieur en valeur absolue à une certaine valeur  $z_1$  donnée par la formule :

$$z_1 = \frac{\frac{2Y_0 b_1 \theta}{1 + \frac{2Y_0 b_1 \theta}{2}}}{\frac{2Y_0 b_1 \theta}{1 + \frac{2Y_0 b_1 \theta}{2}}} \quad \text{avec} \quad \theta = \frac{2L}{a} \quad \text{et} \quad b_1 = \frac{v_1 - v_0}{v_1 T}.$$

L'expression de  $z_1$  peut s'écrire :

$$z_1 = \frac{L(v_1 - v_0)}{gT} \times \frac{1}{1 + \frac{L(v_1 - v_0)}{2gTY_0}}.$$

Remarquons que le cas considéré, où  $\frac{av_0}{2gY_0}$  est plus grand que 1, correspond à une ouverture s'effectuant non à partir de la fermeture complète (pour laquelle on aurait  $V_0 = 0$ ), mais à partir d'une certaine ouverture déjà préexistante. Nous avons vu que, dans le cas où on ouvre à partir de la fermeture complète, la dépression maximum se produit au bout du temps  $\frac{2L}{a}$  et qu'elle est égale à :

$$\xi_m = \frac{-2Lv}{g\theta} \times \frac{1}{1 + \frac{av}{2gY_0}},$$

<sup>(1)</sup> *Loc. cit.*

$v$  étant la vitesse atteinte dans la conduite au bout du temps  $\frac{2L}{a}$  s'il n'y avait pas de coup de bélier.

Nous allons montrer que, pour une ouverture linéaire, cette dépression est toujours supérieure à toutes celles qui peuvent se produire pour d'autres ouvertures dans lesquelles la condition  $\frac{av_0}{2gy_0} > 1$  se trouve réalisée.

Considérons, en effet, une ouverture faisant passer la vitesse de la valeur  $v_0$  à la valeur  $v_1$  dans le temps  $T_1$ . Nous venons de voir que, dans ce cas, le coup de bélier  $\xi'_m$  est inférieur à  $\alpha_1$ ; nous aurons donc :

$$\xi'_m < \frac{L(v_1 - v_0)}{gT_1} \times \frac{1}{1 + \frac{L(v_1 - v_0)}{2gT_1 y_0}}$$

expression qui peut s'écrire :

$$\xi'_m < \frac{2L(v_1 - v_0)}{gT_1} \times \frac{1}{2 \left[ 1 + \frac{L(v_1 - v_0)}{2gT_1 y_0} \right]}$$

Or, l'ouverture étant supposée linéaire, on a :

$$\frac{v_1 - v_0}{T_1} = \frac{v}{\theta}$$

L'inégalité relative à  $\xi'_m$  devient donc :

$$\xi'_m < \frac{2Lv}{g\theta} \times \frac{1}{2 \left( 1 + \frac{Lv}{2g\theta y_0} \right)}$$

ou, puisque  $\theta = \frac{2L}{a}$  :

$$\xi'_m < \frac{2Lv}{g\theta} \times \frac{1}{2 + \frac{av}{2gy_0}}$$

L'expression de  $\xi_m$  étant

$$\xi_m = \frac{2Lv}{g\theta} \times \frac{1}{1 + \frac{av}{2gy_0}}$$

il est évident que l'on a :

$$\xi_M > \xi'_M,$$

puisque  $2 + \frac{av}{2gy_0}$  est plus grand que  $1 + \frac{av}{2gy_0}$ .

Nous pouvons donc conclure que, dans le cas où  $\frac{av_0}{2gy_0}$  est plus grand que 1, la dépression maximum est toujours inférieure à la dépression correspondant à l'ouverture en un temps  $\frac{2L}{a}$  à partir de la fermeture complète.

Toutes les considérations que nous venons d'exposer s'appliquent à des conduites de diamètre et d'épaisseur constants. Ainsi que nous l'avons fait remarquer dans le précédent paragraphe relatif aux coups de bélier de fermeture, ces mêmes considérations peuvent, d'après les expériences de Soulom, s'appliquer à des conduites d'épaisseur variable pourvu que les durées d'ouverture soient supérieures à  $\frac{2L}{a}$  ou peu inférieures à cette valeur.

Comme nous l'avons dit également, dans la presque totalité des installations hydroélectriques les durées d'ouverture des régulateurs sont choisies supérieures à  $\frac{2L}{a}$ . Pour toutes celles-là nous pouvons donc conclure :

CAS GÉNÉRAL. — *Dans toutes les installations hydrauliques comportant une conduite de diamètre constant et d'épaisseur constante ou variable alimentant une turbine commandée par un régulateur qui assure l'ouverture complète du vannage suivant une loi linéaire, en un temps supérieur ou égal à  $\frac{2L}{a}$ , la dépression maximum qui puisse se produire à la suite d'une ouverture, et qui se produira certainement en cours d'exploitation, est celle correspondant à l'ouverture en un temps  $\frac{2L}{a}$  à partir de la fermeture complète. Si T est le temps total d'ouverture du régulateur et  $v_t$  la vitesse dans la conduite pour l'ouverture complète, cette dépression maximum est donnée par la formule*

$$\frac{2Lv_t}{gT} \times \frac{1}{1 + \frac{av}{2gy_0}}$$

où l'on fait figurer la vitesse finale, c'est-à-dire la formule de Michaud multipliée par un facteur correctif dont la valeur se rapproche sensiblement de l'unité pour les hautes chutes, mais qui peut prendre une grande importance pour les basses chutes. La vitesse  $v$  figurant dans le facteur correctif est la vitesse qui serait réalisée dans la conduite pour l'ouverture atteinte au bout du temps  $\frac{2L}{a}$  s'il n'y avait pas de coup de bélier.

CAS EXCEPTIONNELS. — Si la durée d'ouverture totale est inférieure à  $\frac{2L}{a}$ , ce qui est rare dans le cas des turbines hydrauliques et doit autant que possible être évité, il y a lieu de distinguer deux cas :

1° Si la conduite est d'épaisseur constante, la dépression maximum à craindre est donnée par la formule

$$\frac{av_t}{g} \times \frac{1}{1 + \frac{av_t}{2g\gamma_0}}$$

2° Si la conduite est d'épaisseur variable, la dépression, pour des ouvertures extrêmement rapides, peut se trouver majorée par rapport à cette formule, dans laquelle on ferait figurer pour  $a$  une valeur moyenne. Toutefois, dans ce cas, l'amortissement dû à l'écoulement de l'eau diminue beaucoup l'intensité de ce phénomène de renforcement, qui a par conséquent beaucoup moins d'importance que dans le cas des fermetures complètes. Comme, d'autre part, les ouvertures instantanées se rencontrent peu en pratique, ce cas est peu intéressant à considérer. Si toutefois on avait à l'envisager pour une installation donnée, on pourrait toujours le traiter en supposant la conduite représentée par une conduite schématique composée de deux ou de trois tronçons d'épaisseur constante et appliquant à celle-ci les formules générales qu'a données M. de Sparre dans ses diverses communications à l'Académie des Sciences et dans le *Bulletin spécial n° 2 du Comité technique de la Société hydrotechnique de France* (1918).

### 107. Maximum de la surpression consécutive à une dépression donnée.

Ainsi que nous l'avons vu, à la suite d'une ouverture, l'onde de dépression est en général suivie d'une onde de surpression. En raison de l'amortissement que produit l'écoulement de l'eau lorsque le distributeur est ouvert, le maximum de cette onde de surpression est, dans les conduites à caractéristique unique, toujours inférieur ou au plus sensiblement égal au maximum de la première onde de dépression. Cet effet d'amortissement est d'autant plus faible que le débit final considéré est lui-même moins élevé. (Voir chapitre VII.)

Nous nous proposons de rechercher :

1° Quelle est, parmi toutes les manœuvres d'ouverture d'un régulateur donnant lieu à la dépression maximum, celle qui correspond à l'amortissement minimum.

2° Quelle est, dans ce cas d'amortissement minimum, qui est le plus dangereux pour la conduite, la valeur en pour cent de la surpression succédant à une dépression donnée.

Considérons un régulateur dont le temps d'ouverture totale est de  $T$  secondes.

Supposons d'abord que  $T$  soit inférieur à  $\frac{2L}{a}$ . Comme nous l'avons vu, toutes les ouvertures à partir de la fermeture totale s'effectuant en un temps au moins égal à  $\frac{2L}{a}$  donnent lieu à la même dépression maximum :

$$\frac{2Lv_t}{gT} \times \frac{1}{1 + \frac{av}{2gy_0}}$$

Parmi toutes ces ouvertures, celle qui correspond au débit final minimum est évidemment celle qui correspond à une ouverture en un temps égal à  $\frac{2L}{a}$ ; c'est donc pour ce temps d'ouverture que l'amortissement sera minimum.

Si  $T$  est inférieur ou au plus égal à  $\frac{2L}{a}$ , nous avons vu que la dépression maximum se produisait pour l'ouverture complète et qu'elle était donnée par la formule :

$$\frac{av_t}{g} \times \frac{1}{1 + \frac{av_t}{2gy_0}}$$

Étant donné que seule l'ouverture totale donne, dans ce cas, la dépression maximum, on se trouve, pour cette durée d'ouverture, dans le cas de l'amortissement minimum correspondant à la dépression donnée.

Réolvons maintenant la seconde question : Quel est, dans le cas de l'amortissement minimum, la valeur de la surpression succédant à une dépression donnée ? Il suffit, pour cela, d'avoir recours à l'équation donnée par M. Allievi dans la *Revue de mécanique de 1904*.

Si l'on appelle :

$Y_*$  la valeur minimum de la pression lors de la première onde de dépression,

$Y_0$  la valeur normale de la pression statique,

$Y_1$  la valeur maximum de la pression lors de la surpression qui suit immédiatement la première dépression,

et si l'on pose :

$$S = \frac{Y_*}{Y_0} \quad z = \frac{Y_1}{Y_0},$$

$z$  est donné en fonction de  $S$  par l'équation :

$$z^2 - 2z \left[ 3 - 2S + \frac{(1-S)^2}{2S} \right] + (3-2S)^2 = 0.$$

Si l'on résoud cette équation pour diverses valeurs de  $S$  et que l'on exprime les

coups de bélier en pour cent de la pression statique, on obtient le tableau suivant qui est d'un emploi très commode :

*Si, à la suite d'une ouverture, il se produit une dépression de :*

$$\underline{10\% - 14\% - 30\% - 44,6\% - 57\% - 70\% - 90\%,}$$

la surpression maximum consécutive sera de

$$\underline{9\% - 12\% - 20,8\% - 22,8\% - 19,3\% - 7,6\% - 6\%}.$$

Nous avons représenté l'allure du phénomène dans la courbe de la figure 179. On voit que la valeur de la surpression passe par un maximum égal à 22,8 % lorsque la dépression première est de 44,6 %. *Ainsi donc, à la suite d'une ouverture, la pression ne peut jamais dépasser de plus de 23 % environ la pression statique* (1).

Comme précédemment, toutes les considérations ci-dessous s'appliquent rigoureusement aux conduites d'épaisseur et de diamètre constants, mais peuvent être étendues aux conduites d'épaisseur variable toutes les fois que la durée totale d'ouverture du régulateur est supérieure, égale ou peu inférieure à  $\frac{2L}{a}$ .

Si la conduite est d'épaisseur variable et que l'ouverture totale de l'orifice se produise en un temps très inférieur à  $\frac{2L}{a}$  (ce qui est très rare dans le cas des installations de turbines), la surpression consécutive à une dépression peut être notablement supérieure à celle indiquée dans le tableau ci-dessus. Il peut même arriver, si la dépression relative est peu élevée (5 à 10 % par exemple), que la surpression soit légèrement supérieure à la première dépression. Ces cas tout à fait exceptionnels peuvent être aisément traités par les formules générales de M. de Sparre relatives aux conduites supposées divisées en deux ou trois tronçons.

### 108. Vérifications expérimentales.

Ainsi que nous l'avons dit à propos des coups de bélier de fermeture, ce n'est qu'après la plupart de nos expériences terminées que nous avons développé les

---

(1) On peut arriver sensiblement aux mêmes conclusions en appliquant, au lieu de l'équation d'Allievi, une équation de M. de Sparre, qui est d'un calcul plus aisé. Si l'on appelle  $u$  la valeur relative de la surpression consécutive à une dépression  $x$ , on a la relation

$$u = x(1 - u).$$

Cette relation s'applique avec une bonne approximation tant que les coups de bélier ne dépassent pas 50 % de la pression statique. Elle donne sensiblement les valeurs du tableau ci-dessus.

considérations qui précèdent concernant la question des maximums. Bien que nos expériences n'aient donc pas été spécialement dirigées vers l'illustration de nos conclusions, il est possible cependant de tirer des expériences faites sur la conduite C<sub>4</sub> de Soulom quelques graphiques intéressants à ce point de vue.

Choisissons pour cela les deux graphiques :

US-C<sub>4</sub>-56-10

US-C<sub>4</sub>-52-14

relatifs à des ouvertures. Nous avons reproduit ces graphiques au chapitre VII. Comme on s'en rend compte immédiatement, les lois d'ouverture réalisées pendant ces expériences ne sont pas rigoureusement linéaires; mais on peut, dans une première approximation, les considérer comme telles pour l'objet qui nous occupe. Comme on le voit sur ces deux graphiques, la dépression maximum se produit au temps  $\frac{2L}{a}$  (on se trouve en effet dans le cas  $\frac{av}{2gy_0} < 1$ ). Nous avons résumé ci-dessous les principales caractéristiques de ces ouvertures en faisant figurer dans une colonne la valeur de  $\frac{2Lv}{g\theta}$  ( $v$  étant la vitesse dans la conduite correspondant à l'ouverture atteinte au temps  $\theta = \frac{2L}{a}$ ) et dans une autre la valeur de l'expression :

$$\frac{2Lv}{g\theta} \times \frac{1}{1 + \frac{av}{2gy_0}}$$

qui, d'après ce que nous avons vu plus haut, donne la valeur du maximum de dépression dans le cas d'une ouverture rigoureusement linéaire. Voici le tableau des valeurs obtenues :

| NUMÉROS<br>du<br>GRAPHIQUE | $\frac{2Lv}{g\theta}$    |       | $\frac{2Lv}{g\theta} \frac{1}{1 + \frac{av}{2gy_0}}$ |       | DÉPRESSIONS<br>OBSERVÉES |       |
|----------------------------|--------------------------|-------|--|-------|--------------------------|-------|
|                            | En mètres.               | En %. | En mètres.   | En %. | En mètres.               | En %. |
|                            | US-C <sup>4</sup> -56-10 | 54,40 | 21,5   | 49,20 | 19,5                     | 49    |
| US-C <sup>4</sup> -52-14   | 29,1                     | 11,55 | 27,50  | 10,9  | 27                       | 10,7  |

Comme on le voit, la concordance est parfaite entre la formule et l'observation.

En ce qui concerne le maximum de surpression consécutif à la dépression, les graphiques de Soulom n'offrent pas de durée d'ouvertures totales réalisées en des temps inférieurs ou au plus égaux à  $\frac{2L}{a}$ . Aucun de ces graphiques ne se trouve donc dans les conditions d'amortissement minimum.

Prenons par exemple l'expérience US-C<sub>1</sub>-56-10, pour laquelle la dépression maximum est de 18,65 %. D'après la courbe de la figure correspondante, la surpression consécutive serait de 15,2 % si l'on se trouvait dans des conditions d'amortissement minimum. En réalité, la surpression observée a été de 13,5 % à cause de l'amortissement supplémentaire dû au fait que la durée totale d'ouverture était assez notablement supérieure à  $\frac{2L}{a}$ .

Dans l'expérience US-C<sub>1</sub>-52-14, le phénomène est encore plus accentué, le régulateur ayant continué à ouvrir lentement après une première ouverture rapide. Il en est résulté que le maximum de surpression n'a été que de 3,58 %, alors que, dans le cas d'amortissement minimum, il aurait été de 9,5 %.

Nous concluons donc d'une façon générale : les règles que nous avons données pour la détermination des maximums de surpressions et de dépressions découlent directement des théories générales que les expériences de Toulouse et de Soulom ont permis de vérifier. En outre, les expériences de Soulom ont vérifié un certain nombre d'applications particulières de ces règles dans des conditions satisfaisantes.

Nous croyons donc que les formules données peuvent servir utilement de guide dans la détermination des surpressions à craindre dans les installations hydrauliques.

## CHAPITRE XI

### Résonances dans les conduites à caractéristiques variables.

SOMMAIRE : Analyse de la conduite IE à caractéristiques variables; expériences : IE-153-8; IE-153-1; IE-146-6; IE-153-9; IE-153-10; IE-152-2; IE-153-11; IE-153-12. — Résonances de  $P_3$ ; expériences : US- $P_3$ -22-3; US- $P_3$ -18-3; US- $P_3$ -18-6; US- $P_3$ -18-8; US- $P_3$ -16-1; US- $P_3$ -7-1; US- $P_3$ -24-10; US- $P_3$ -24-7; US- $P_3$ -24-6; US- $P_3$ -18-5; US- $P_3$ -15-1; US- $P_3$ -25-7; US- $P_3$ -25-6; US- $P_3$ -19-8; US- $P_3$ -19-14; US- $P_3$ -19-7.

#### 109. Analyse de la conduite IE à caractéristiques variables.

##### Expériences.

L'analyse d'une conduite au point de vue de la détermination des périodes qu'elle est susceptible de donner a été faite à l'Institut électrotechnique et à l'usine de Soulom par la méthode du robinet tournant (*fig. 74*).

Les expériences de l'Institut électrotechnique n'ayant d'abord porté que sur une conduite formée d'un seul tronçon, nous avons pensé qu'il y avait lieu d'étudier une conduite formée de plusieurs tronçons (*fig. 181*).

Nous avons expérimenté sur une conduite formée d'une première partie de 201 m. 63 et ayant un diamètre intérieur de 80 mm.; c'est la conduite IE, sur laquelle ont porté de nombreuses expériences de ce mémoire; dans cette conduite, la vitesse  $a = 1.300$  mètres. La deuxième partie avait 105 m. 85, une épaisseur de 40 mm., ce qui correspond à une vitesse  $a = 1.356$  mètres.

La première partie de la conduite peut être considérée comme formée de deux tronçons identiques pour lesquels la durée de propagation est :

$$\frac{100,8}{1.300} = 0,0775,$$

et la durée du parcours du troisième tronçon est :

$$\frac{105,8}{1.356} = 0,078.$$

*Conduite IE  
à caractéristiques variables*

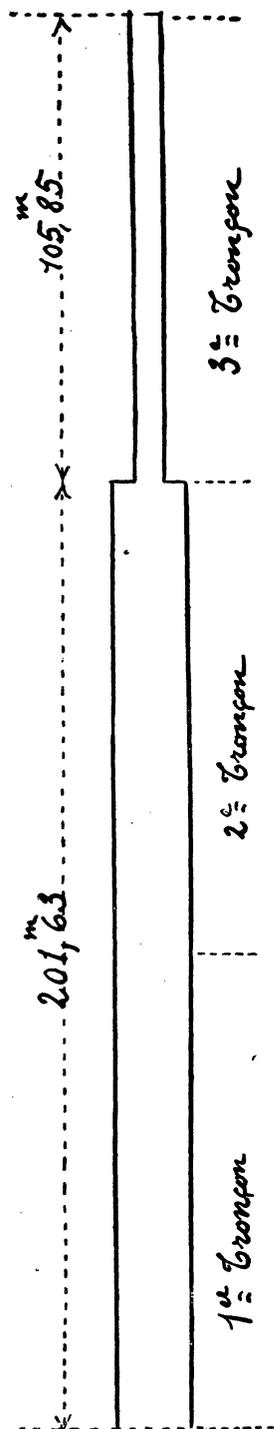


FIG. 181.

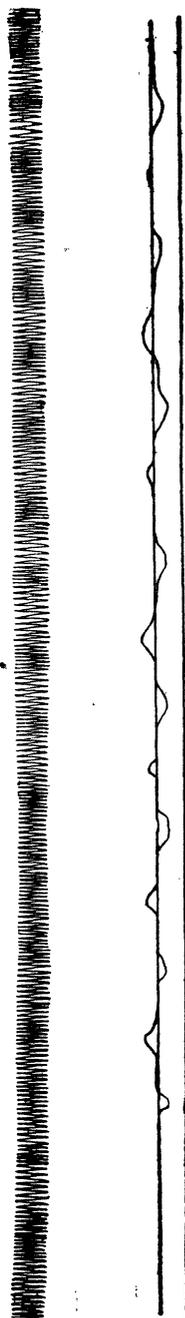


FIG. 182. — Expérience : IE-153-8. Dépression brusque dans une conduite à caractéristiques variables.

Cette conduite diffère peu de celle que nous avons étudiée à propos de la dépression brusque dans les conduites à caractéristiques variables. (Voir chapitre IX.)

Comme nous l'avons indiqué à propos de la dépression brusque, la période théorique de la conduite est  $0^{\circ},92$ ; expérience : IE-153-8; (*fig. 182*), analogue à la *fig. 138*.

Nous avons étudié les résonances au moyen du robinet tournant (*fig. 74*) :

Nous avons vu à propos de la dépression brusque que la période apparente d'une pareille conduite était

$$0^{\circ},69.$$

C'est exactement ce que donne le graphique figure 179, expérience : IE-153-1, qui donne cette période apparente par résonance, alors que l'expérience : IE-146-6, (*fig. 139*), donnait la même période à suite d'une fermeture.

En même temps, on remarque qu'au moment de la résonance la pression varie de 0 à  $2\gamma$ . C'est une extension de la propriété du doublement, déjà mise en évidence à propos des conduites à une seule caractéristique.

Le graphique IE-153-9 (*fig. 184*), montre l'obtention par variation de vitesse du robinet, de l'harmonique 3; sa période est le tiers de la période théorique, soit  $0^{\circ},31$ . Le graphique IE-153-10 (*fig. 185*) montre la réalisation du même harmonique 3, obtenu en utilisant la propriété du minimum de débit.

Ces graphiques sont tracés avec un indicateur à ressort extérieur, donnant 1 mm. 8 pour 17 m. 3<sup>(1)</sup> de pression; ils montrent l'un et l'autre que la propriété du doublement de la pression statique au moment de la résonance se vérifie également pour les harmoniques.

Le graphique IE-152-2 (*fig. 186*) relatif au même harmonique 3 et obtenu avec un ressort de 4 mm. par kg., est particulièrement intéressant : il montre avec une remarquable netteté le phénomène du doublement.

Les graphiques IE-153-11 et 12 (*fig. 187 et 188*) sont relatifs à la résonance de l'harmonique 5, de période de  $0^{\circ},19$ ; ils sont obtenus, le premier par une variation de vitesse, le second par réglage au minimum de débit; ce dernier montre le phénomène du doublement de la pression statique.

On voit donc que l'analyse d'une conduite à caractéristiques variables au moyen du robinet tournant permet de mettre en évidence la résonance de la période apparente et des divers harmoniques impairs de la période théorique. Nous allons retrouver le même résultat pour la conduite P<sub>3</sub> de Soulom.

---

(<sup>1</sup>) L'emploi d'une conduite de 40 mm. exigeait l'usage d'un manomètre à ressort très fort et à très petit piston. (Voir chapitre II.)

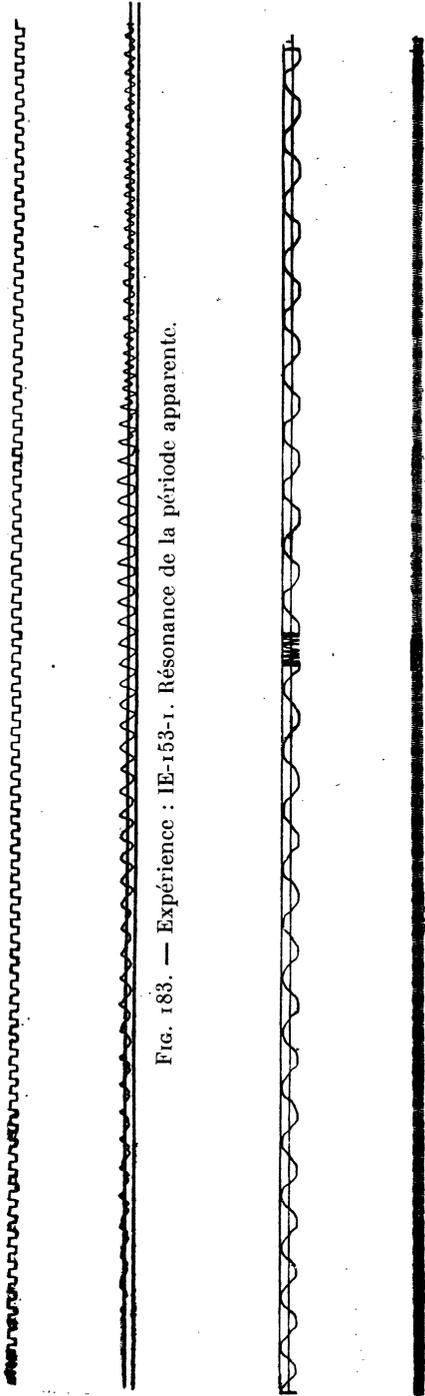


Fig. 184. — Expérience IE-153-9. Résonance de l'harmonique 3; variation de vitesse du robinet.

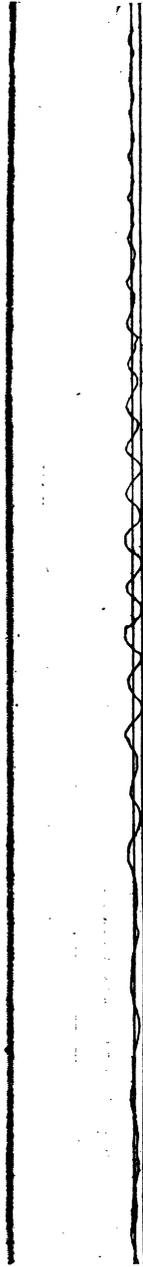


Fig. 185. — Expérience : IE-153-10. Résonance de l'harmonique 3; utilisation de la propriété du minimum de débit au moment de la résonance.

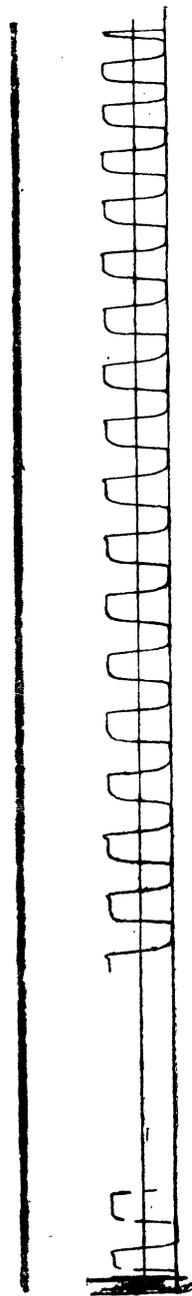


FIG. 186. — Expérience : IE-152-2. Résonance de l'harmonique 3; phénomène du doublement.



FIG. 187. — Expérience : IE-153-11. Résonance de l'harmonique 5; par variation de vitesse du robinet.



FIG 188. — Résonance de l'harmonique; utilisation de la propriété du minimum de débit.

## 110.

## Résonances de P.

Le mode expérimental était le même que celui employé par l'un de nous à l'Institut électrotechnique de Toulouse. Les harmoniques étaient produits par les manœuvres d'un robinet tournant entraîné par un moteur.

Ce robinet en bronze que nous avons déjà décrit (*fig. 142 et 143*), et dont nous avons donné le dessin à propos des expériences de dépression brusque de Soulom, était entraîné par un moteur électrique d'environ 7 chevaux, dans le circuit duquel était intercalée une résistance liquide formée de deux plaques en tôle plongées dans une lessive de soude.

Voici comment était en général réglée une expérience (*fig. 189*) :

Au début, les deux plaques de tôle étant au contact, le moteur donnait toute sa vitesse; on manœuvrait alors à la main l'une des plaques en l'écartant peu à peu de l'autre. Quand on avait obtenu l'écartement maximum compatible avec l'installation, on augmentait encore la résistance en la sortant peu à peu de la lessive. On réduisait ainsi la vitesse de rotation du moteur.

La sortie totale de la plaque correspondait à la coupure du courant. Il faut ajouter d'ailleurs que le moteur calait en général avant que l'on soit arrivé à ce point.

Comme la variation de vitesse se faisait pratiquement dans des limites trop peu étendues pour des essais complets, nous avons fait trois installations différentes correspondant à des vitesses très diverses de rotation du robinet.

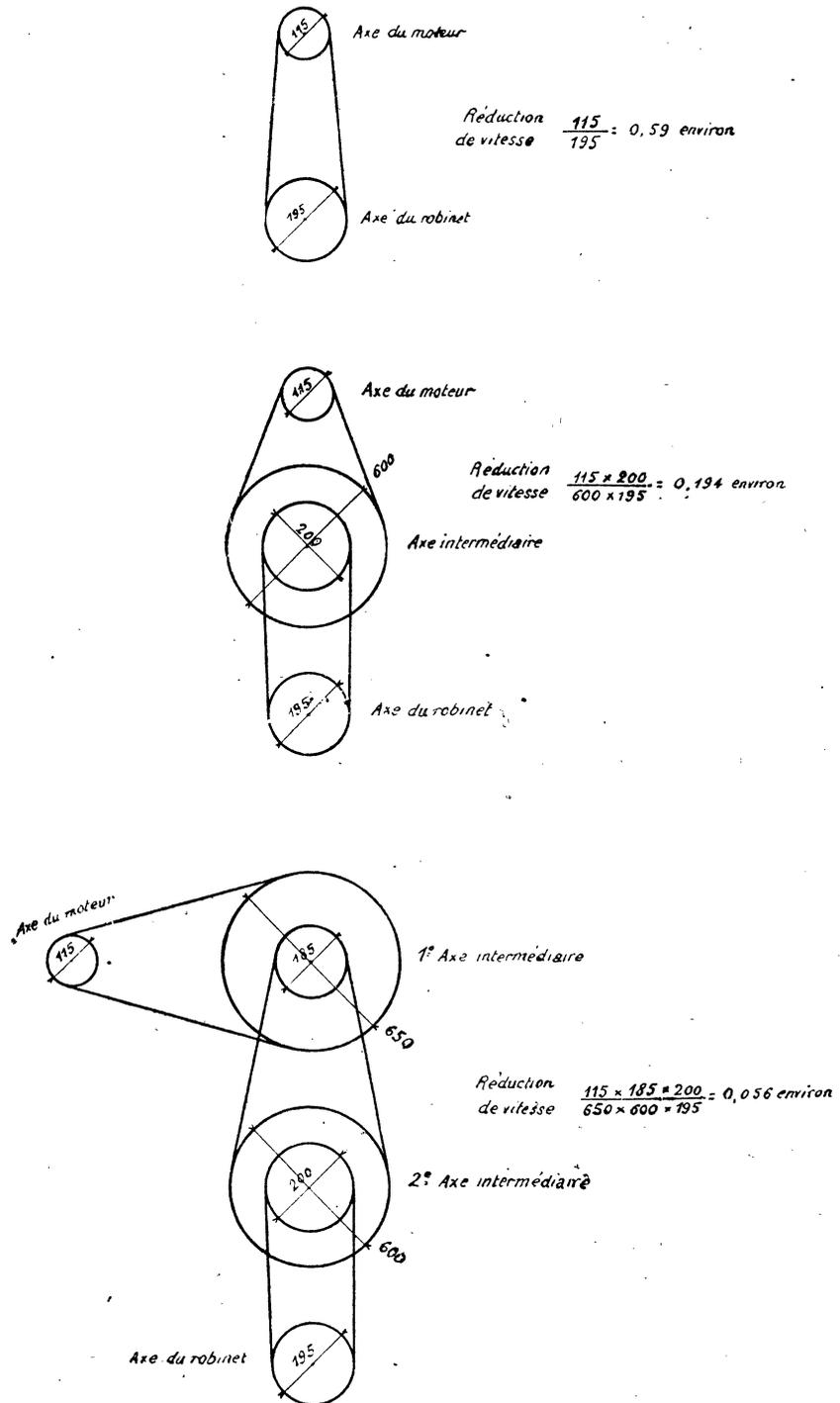
La première, représentée par le schéma ci-contre (*fig. 189*), donnait des vitesses de rotation très grandes. La réduction de vitesse à partir de l'axe du moteur était de 0,59 environ.

La deuxième ramenait la vitesse à des chiffres plus faibles, 0,194 environ à partir de l'axe moteur.

Enfin, la troisième permettait d'obtenir des rotations lentes (réduction : 0,056 environ à partir de l'axe du moteur) pouvant arriver à donner une rotation complète du robinet en trois secondes environ, soit une ouverture et une fermeture toutes les 1",5.

Comme toujours, il était nécessaire de vérifier par des expériences de dépression brusque que la conduite était bien purgée et donnait comme vitesse de propagation la vitesse théorique calculée par la formule de M. Allievi.

Le graphique US-P<sub>3</sub>-22-3 (*fig. 190*), représente une dépression brusque et donne la période théorique; on a :

FIG. 189. — Résonances de  $P_3$ ; montage du robinet tournant.

$$T = 4 \sum \frac{l_i}{a_i} \dots \text{correspond à } 20^{\text{mm}},3 \left. \vphantom{\sum} \right\} \text{ d'où : } T = 1^{\text{s}},5.$$

$$2 \text{ secondes} \dots \dots \dots 27^{\text{mm}},0$$

Le graphique : US-P<sub>3</sub>-18-3, (*fig. 191*) donne :

$$T \dots \dots \dots 49 \text{ mm.} \left. \vphantom{T} \right\} \text{ d'où : } T = 1^{\text{s}},48.$$

$$1 \text{ seconde} \dots \dots \dots 33,2$$

Ces valeurs sont suffisamment concordantes avec la valeur 1<sup>s</sup>,46 de la période

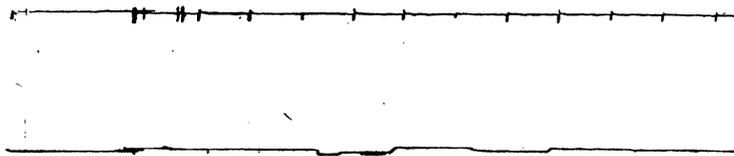


FIG. 190. — Expérience US-P<sub>3</sub>-22-3. Dépression brusque.

théorique trouvée par le calcul. On peut donc procéder aux expériences de résonance. Citons les essais suivants :

La période apparente T<sub>a</sub> est très nette dans le graphique US-P<sub>2</sub>-18-6 (*fig. 192*) :

$$4 \text{ périodes } T_a \dots \dots \dots 30^{\text{mm}},8 \left. \vphantom{4} \right\} \text{ la période } T_a \text{ est : } 1^{\text{s}},38.$$

$$5 \text{ secondes} \dots \dots \dots 27,8$$

Le graphique US-P<sub>2</sub>-18-8 (*fig. 193*) est extrêmement intéressant; il donne toujours la résonance de la période apparente :

$$5 \text{ périodes } T_a \dots \dots \dots 30^{\text{mm}},7 \left. \vphantom{5} \right\} \text{ la période } T_a \text{ est : } 1^{\text{s}},364.$$

$$7 \text{ secondes} \dots \dots \dots 31,5$$

Mais on a laissé, dans cette expérience, la résonance s'établir plus complètement; la pression a varié au-dessus et au-dessous de la pression statique de 38 m. 3 d'eau. En effet, en se reportant à US-P<sub>3</sub>-18-6 (*fig. 192*), on voit que :

$$119 \text{ mètres d'eau correspondent à} \dots \dots \dots 43^{\text{mm}},5$$

$$\text{La variation de pression constatée correspond à} \dots 14^{\text{mm}}, \text{ soit } \frac{14 \times 119}{43,5} = 38^{\text{m}},3.$$

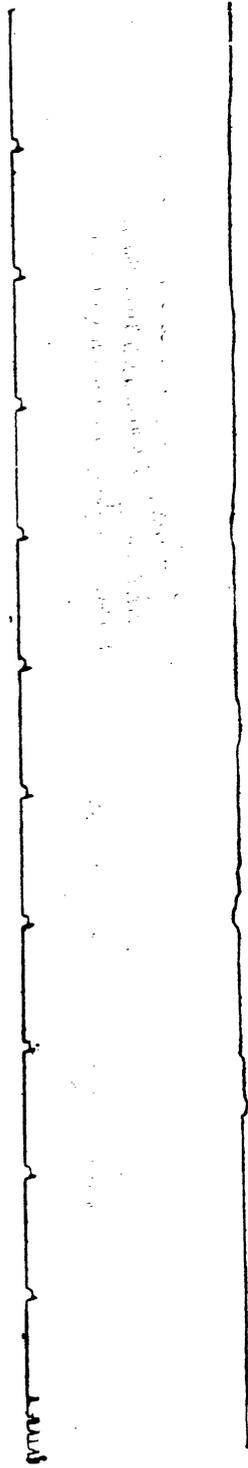


FIG. 191. — Expérience : US-P<sub>3</sub>-18-3. Dépression brusque.

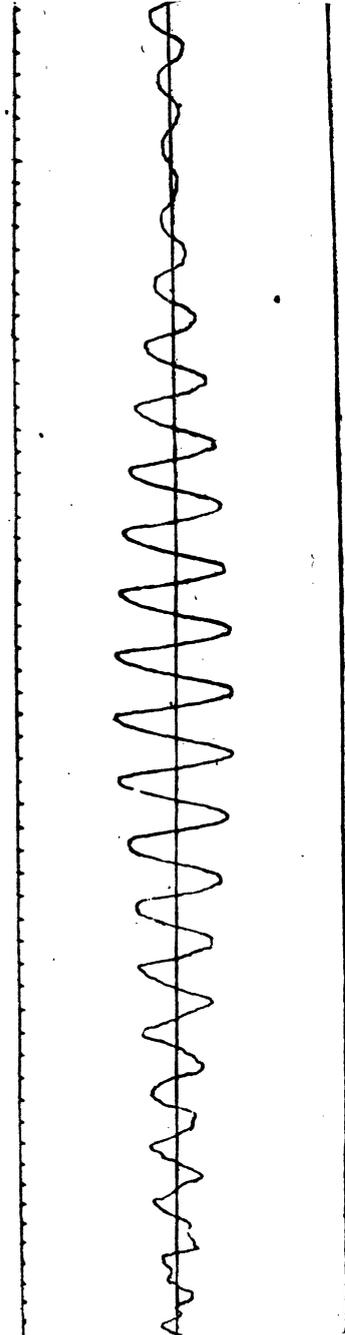


FIG. 192. — Expérience : US-P<sub>3</sub>-18-6. Résonance de la période apparente.

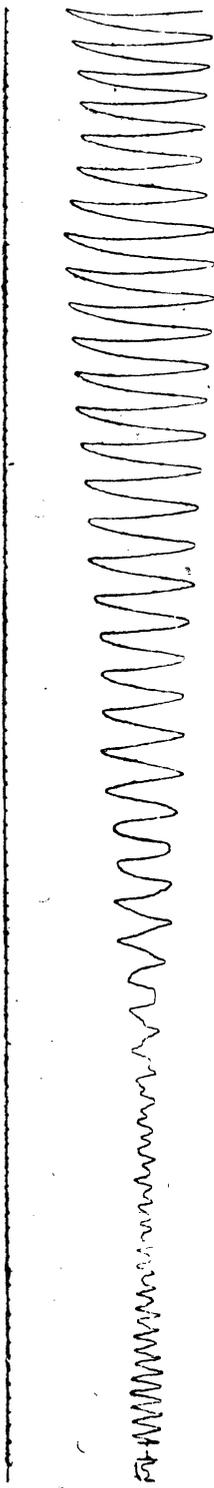


FIG. 193. — Expérience : US-P<sub>3</sub>-18-8. Résonance de la période apparente.

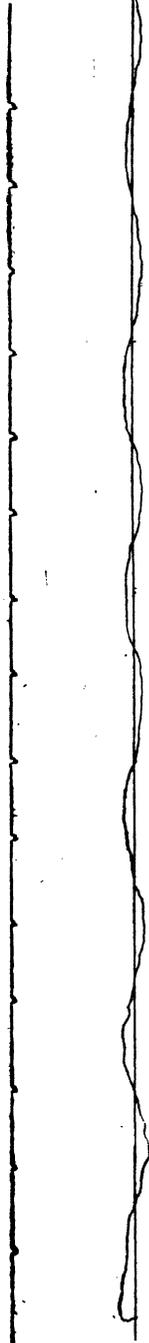


FIG. 194. — Expérience : US-P<sub>3</sub>-16. Période apparente.

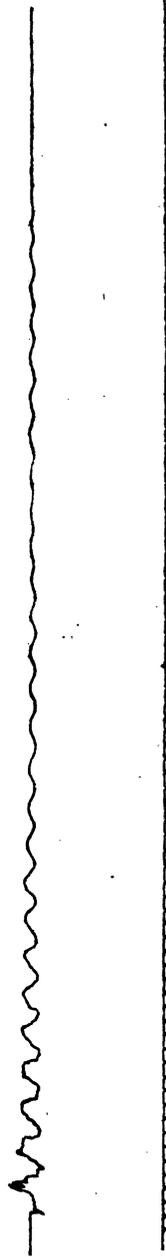


FIG. 195. — Expérience : US-P<sub>3</sub>-7-1. Période apparente.

On voit donc que sur la conduite  $P_3$ , qui a 346 m. 5 de longueur et 1 m. 20 de diamètre intérieur, on peut provoquer la résonance de la période apparente au moyen d'un robinet (les dimensions en sont indiquées sur les figures 142 et 143) dont la lumière n'a que  $22^{\text{mm}} \times 48^{\text{mm}}$ , soit  $10^{\text{cm}^2}$  environ; la vitesse doit être telle que la durée séparant deux ouvertures consécutives du robinet soit  $1^{\text{s}},36$ ; on a créé ainsi des variations de pression dont l'amplitude totale représentait une colonne d'eau de 77 m. 6. L'expérience n'a pas été poussée plus loin.

Cet exemple montre l'importance qu'il faut attacher à la période apparente et

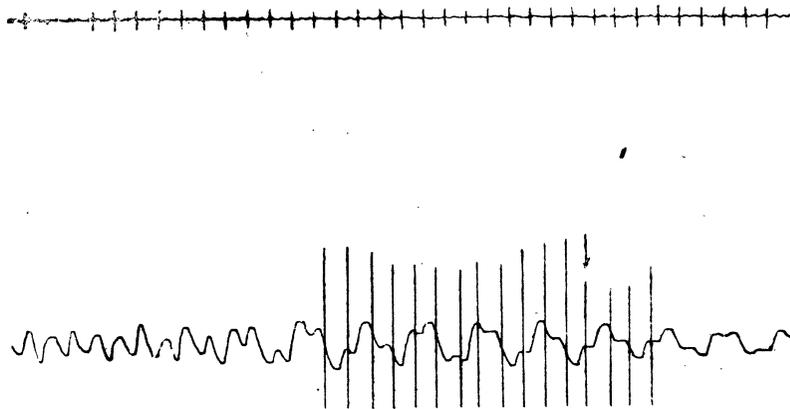


FIG. 196. — Expérience : US- $P_3$ -24-10. Superposition de la période apparente et du 3<sup>e</sup> harmonique.

aux phénomènes de pompage. Remarquons que cette période apparaît naturellement, sans qu'il soit nécessaire de produire des résonances. En voici des exemples :

Le graphique US- $P_3$ -16-1 (fig. 194) représente une fermeture qui, au bout d'un certain temps, fait apparaître des variations de pressions d'allure sinusoïdale et ayant la période  $1^{\text{s}},367$ ; c'est toujours la période apparente.

Le graphique US- $P_3$ -7-1 (fig. 195) représente le même phénomène; la période trouvée est  $1^{\text{s}},36 = T_a$ .

Continuons l'étude des résonances :

Le graphique US- $P_3$ -24-10 (fig. 196) indique la superposition de la période apparente  $T_a$  et de la période  $0^{\text{s}},502$ . On trouve en effet pour la période greffée :

$$\left. \begin{array}{l} 15 \text{ périodes} \dots\dots 43 \text{ mm.} \\ 8 \text{ s.} \dots\dots\dots 45,7 \end{array} \right\} \text{ la période} = \frac{43 \times 8}{15 \times 45,7} = 0^{\text{s}},502.$$

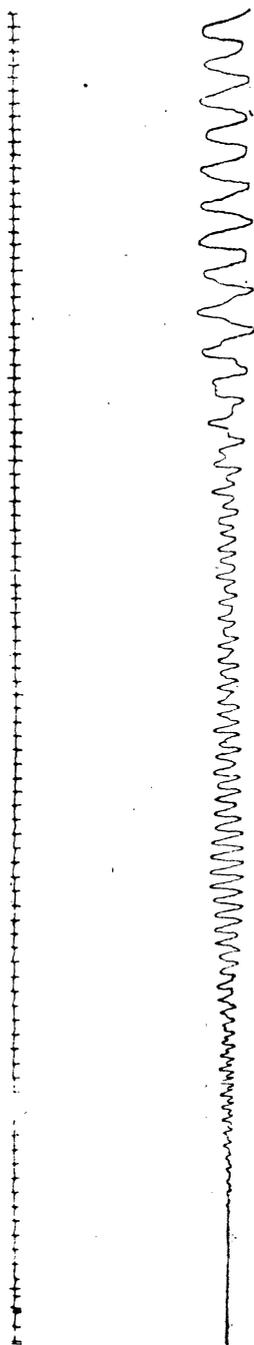


Fig. 197. — Expérience : US-P<sub>s</sub>-24-7. Résonance de la période apparente et de l'harmonique 3.

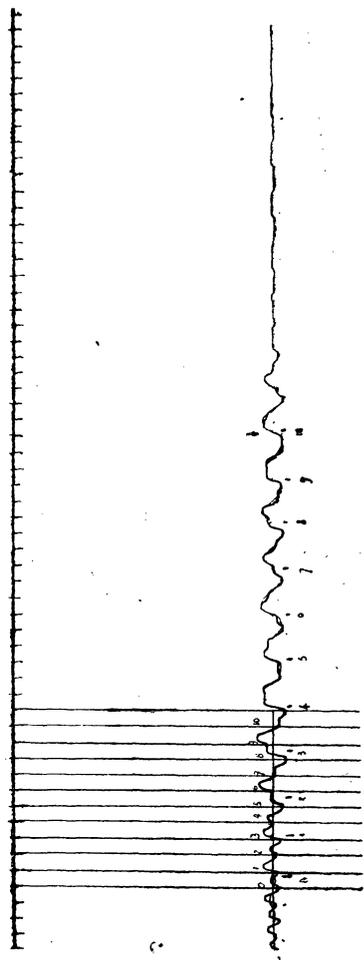


Fig. 198. — Expérience : US-P<sub>s</sub>-24-6. Superposition de la période apparente et du 3<sup>e</sup> harmonique ; à l'extrémité droite du graphique, période théorique.



Fig. 199. — Expérience : US-P<sub>3</sub>-18-5. Résonance du 3<sup>e</sup> harmonique.



Fig. 200. — Expérience ; US-P<sub>3</sub>-15-1. Résonance de l'harmonique 3 ; à droite du graphique, période théorique.

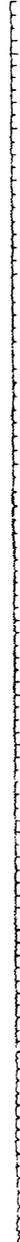


Fig. 201. — Expérience : US-P<sub>3</sub>-25-7. Résonance du 5<sup>e</sup> harmonique.

Pour la période principale :

$$\left. \begin{array}{ll} 4 \text{ périodes} \dots\dots & 31 \text{ mm.} \\ 6 \text{ s.} \dots\dots\dots & 34,2 \end{array} \right\} \text{ la période} = 1,36 = T_a.$$

La période greffée se rapproche beaucoup de l'harmonique 3 de la période  $T = 4 \sum \frac{l_i}{a_i}$ ; on a en effet  $T = 1,48$  :

$$\frac{1,48}{3} = 0,49.$$

Le graphique US-P<sub>3</sub>-24-7 (*fig. 197*) donne une belle résonance de période 0,51, et vers la droite la résonance de la période apparente 1,36.

Le graphique US-P<sub>3</sub>-24-6 (*fig. 198*) donne une superposition de l'harmonique 3, de période 0,51 et de la période apparente T<sub>a</sub>, et, à la fin du graphique, après l'arrêt du robinet, on remarqué une perturbation qui met en évidence la période théorique T = 1,51.

Le graphique US-P<sub>3</sub>-18-5 (*fig. 199*) donne une belle résonance de l'harmonique 3, pour lequel on trouve une période égale à 0,504.

Le graphique US-P<sub>3</sub>-15-1 (*fig. 200*) donne la résonance de l'harmonique 3, de période égale à 0,50, et après l'arrêt du robinet on trouve la période théorique :

$$\left. \begin{array}{ll} 2T \dots\dots\dots & 16,1 \\ 3 \text{ secondes} \dots\dots & 16,3 \end{array} \right\} T = 1,48.$$

Le graphique US-P<sub>3</sub>-25-7 (*fig. 201*) donne une résonance de 0,31, qui est voisine du 5<sup>me</sup> harmonique de la période T; on a :

$$\left. \begin{array}{ll} 5 \text{ périodes} \dots\dots & 8,6 \\ 2 \text{ s.} \dots\dots\dots & 11,1 \end{array} \right\} \text{ la période} = 0,31; \text{ or : } T = 1,48 \text{ et } \frac{1,48}{5} = 0,296.$$

Le graphique US-P<sub>3</sub>-25-6 (*fig. 202*) donne une résonance de 0,215, qui se rapproche du 7<sup>me</sup> harmonique de la période T, puisqu'on a :

$$\left. \begin{array}{ll} 11 \text{ périodes} \dots\dots & 12,5 \\ 2 \text{ s.} \dots\dots\dots & 10,6 \end{array} \right\} \text{ la période} = 0,215; \text{ or : } \frac{1,48}{7} = 0,211.$$

Le graphique US-P<sub>3</sub>-19-8 (*fig. 203*) donne une résonance correspondant à la période 0,169 :

$$\left. \begin{array}{ll} 4 \text{ périodes} \dots\dots & 10^{\text{mm}},5 \\ 1 \text{ s.} \dots\dots\dots & 15,5 \end{array} \right\} \text{ la période} = 0,169, \text{ voisine du } 9^{\text{me}} \text{ harmonique } \frac{1,48}{9} = 0,165.$$



Fig. 202. — Expérience : US-P<sub>3</sub>-25-6. Résonance du 7<sup>e</sup> harmonique.

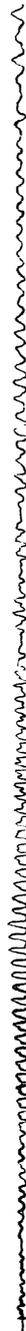


Fig. 203. — Expérience : US-P<sub>3</sub>-19-8. Résonance du 9<sup>e</sup> harmonique.



Fig. 204. — Expérience : US-P<sub>3</sub>-19-14. Résonance du 9<sup>e</sup> et du 11<sup>e</sup> harmoniques.

Le graphique US-P<sub>3</sub>-19-14 (*fig. 204*) donne une résonance correspondant à la période 0<sup>s</sup>,166 :

|                 |                    |   |   |
|-----------------|--------------------|---|---|
| 10 périodes.... | 9 <sup>mm</sup> ,5 | } | la période = 0 <sup>s</sup> ,166, qui paraît être le 9 <sup>e</sup> harmonique et |
| 3 s.....        | 17,2               |   |   |
| 10 périodes.... | 8 <sup>mm</sup> ,2 | } | la période = 0 <sup>s</sup> ,145, qui est voisin du 11 <sup>e</sup> harmoni-      |
| 2 s.....        | 11,3               |   |   |

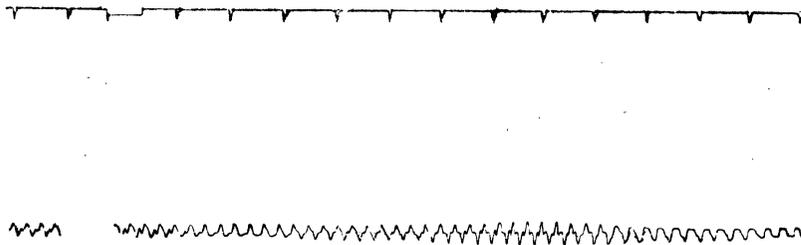


FIG. 205. — Expérience : US-P<sub>3</sub>-19-7. 11<sup>e</sup> et 9<sup>e</sup> harmoniques.

Enfin le graphique US-P<sub>3</sub>-19-7 (*fig. 205*) donne une résonance correspondant à la période 0<sup>s</sup>,165 :

|                 |                    |   |   |
|-----------------|--------------------|---|---|
| 3 périodes..... | 7 <sup>mm</sup> ,2 | } | la période = 0 <sup>s</sup> ,165, 9 <sup>me</sup> harmonique, |
| 2 s.....        | 29 <sup>mm</sup>   |   |   |

et une résonance correspondant à la période 0<sup>s</sup>,139 :

|                 |                     |   |  |
|-----------------|---------------------|---|--|
| 8 périodes..... | 15 <sup>mm</sup> ,0 | } | la période = 0 <sup>s</sup> ,139, voisine du 11 <sup>e</sup> harmonique. |
| 2 s.....        | 27,0                |   |  |

La conclusion est la même que plus haut : la conduite P<sub>3</sub> à caractéristiques multiples donne comme résonances : la période apparente T<sub>a</sub> et les divers harmoniques impairs de la période  $4 \Sigma \frac{l_i}{a_i}$ .

## CONCLUSIONS

Nous résumerons brièvement les conclusions auxquelles nous sommes arrivés dans ce travail :

### **123. Appareils employés.**

Nous avons indiqué comment on pouvait calculer la perturbation provoquée dans une conduite par le déplacement du piston du manomètre indicateur et l'influence du tube réunissant la conduite au manomètre.

### **124 Détermination de la vitesse de propagation $a$ .**

Comme il arrive généralement, l'onde se déforme en se propageant. Nous avons montré qu'elle s'étale en même temps que son ordonnée maximum diminue. Mais dans les conditions ordinairement réalisées dans la pratique industrielle, il se trouve heureusement que la déformation de l'onde est assez faible pour qu'on puisse, dans une première approximation, admettre que la vitesse  $a$  de l'onde a une valeur bien déterminée.

a) Cette vitesse et le degré de longévité de l'onde ont été déterminés par la *méthode de la dépression brusque*, qui a permis, dans les conduites à caractéristique unique, de vérifier la formule de Joukowski-Allievi donnant la vitesse de propagation en fonction du diamètre et de l'épaisseur de la conduite et de la compressibilité de l'eau.

b) La méthode de la dépression brusque a permis aussi de montrer que la variation de la vitesse de propagation sous l'influence de la pression, signalée par divers expérimentateurs, n'existait pas et provenait d'une mauvaise interprétation des expériences consistant à déterminer cette vitesse par l'observation de l'oscillation des aiguilles des manomètres, les formules de M. de Sparre relatives à une conduite à caractéristiques multiples permettant de se rendre compte complètement de l'erreur commise jusqu'à ce jour.

Dans les conduites à caractéristiques variables existent donc deux périodes : l'une correspondant à 4 fois le temps de parcours total de l'onde dans toute la lon-

gueur de la conduite  $4 \sum \frac{l_i}{a_i}$ , nous l'avons appelée période théorique; l'autre dite période apparente, et qui est produite par le jeu des réflexions partielles des ondes aux points de jonction des divers tronçons de la conduite. C'est celle que les expérimentateurs avaient observée.

c) Quand il n'y a pas de robinet de dépression brusque, on peut observer sur un diagramme de fermeture le va et vient, tout le long de la conduite, d'une dentelure provenant d'une variation de pression, qui se réfléchit à la fin de chaque parcours, sans changement de signe au distributeur et avec changement de signe à la chambre de mise en charge. C'est ainsi qu'on a déterminé la valeur observée pour  $4 \sum \frac{l_i}{a_i}$  sur la chute de 250 mètres (conduite C<sub>1</sub>).

### 125. Variations de pression au voisinage du distributeur.

Les surpressions provoquées dans les conduites à une seule caractéristique, par une fermeture rapide ou lente, peuvent être exactement calculées par les formules de MM. Allievi et de Sparre.

Il en est de même pour les conduites à caractéristiques variables tant que la durée de fermeture est très peu inférieure à  $\frac{2L}{a}$ , à condition de prendre une valeur moyenne de la vitesse égale à  $\frac{L}{\sum \frac{l_i}{a_i}}$ , L désignant la longueur totale de la conduite.

Si l'on veut plus de précision et, en même temps, si l'on désire connaître la période apparente de la conduite, il faut employer les formules de M. de Sparre relatives aux conduites subdivisées en deux ou trois tronçons; ces formules sont très bien vérifiées par l'expérience et permettent de traiter les cas où la durée de fermeture est très inférieure à  $\frac{2L}{a}$ .

### 126. Transmission du coup de bélier le long de la conduite.

Dans le cas d'une conduite à caractéristique constante, l'expérience a montré qu'on peut calculer le coup de bélier  $\xi_x$  à une époque  $t$ , en un point de la conduite situé à une distance  $x$  du distributeur, en appliquant la formule classique

$$\xi_x = F\left(t - \frac{x}{a}\right) - F\left(t - \frac{2L-x}{a}\right).$$

La répartition du coup de bélier dans les conduites à caractéristiques variables peut être calculée au moyen des formules de M. de Sparre.

Au point de vue de la transmission du coup de bélier, les expériences ont mis en trois cas évidence de répartition remarquables :

a) *Transmission intégrale* : c'est le cas d'une conduite à caractéristique constante, que l'on ferme dans un temps égal à  $\frac{2L}{na}$  ; le coup de bélier se transmet intégralement jusqu'au point situé à une distance  $\frac{L}{n}$  de la chambre de mise en charge.

b) *Répartition linéaire* : c'est le cas de la répartition des maxima de pression que M. de Sparre a mise en évidence pour les conduites entièrement purgées, et qui a été également vérifiée par l'expérience.

c) *Répartition sinusoïdale* : on démontre facilement que lorsque la courbe des pressions au distributeur prend la forme d'une sinusoïde, la pression et la vitesse le long de la conduite ont une répartition sinusoïdale.

Comme la courbe des pressions tend toujours, quel que soit le phénomène initial, à prendre l'allure sinusoïdale, il peut se produire, dans certains cas, des surpressions plus grandes que celles prévues par la répartition linéaire; c'est ce qui donne de l'intérêt à la répartition sinusoïdale.

## 127. Influence de la perte de charge.

En s'appuyant sur deux remarques essentielles :

- a) *Longévité de l'onde* dans son parcours aller et retour le long de la conduite,
- b) *Lenteur* avec laquelle se produisent, dans les conduites forcées, les changements de régime,

On peut rendre compte de l'influence de la perte de charge par deux modes de calculs différents :

- 1° Dans le cas de fermetures ou d'ouvertures instantanées;  
ou bien d'ouvertures ou fermetures lentes et de conduites relativement courtes;  
ou bien d'ouvertures ou fermetures lentes et de conduites longues, quand on se contente du début du phénomène;

on utilise les formules ordinaires en prenant comme pression initiale la pression statique diminuée de la perte de charge au début de l'expérience. Dans ce cas, les deux courbes de pression observée et calculée coïncident sensiblement au début de l'ouverture ou de la fermeture; elles se séparent ensuite l'une de l'autre.

2° Quand les conduites sont longues et qu'on veut étudier le phénomène pendant une longue durée, on calcule les pressions au moyen des formules ordinaires, sans tenir compte de la perte de charge; on retranche ensuite de la pression ainsi obtenue la perte de charge correspondant en régime permanent à l'ouverture réalisée au moment pour lequel le calcul est fait.

**128.****Résonances.**

Dans une conduite à caractéristique constante, le fondamental de période  $\frac{4L}{a}$  et les divers harmoniques pairs et impairs ont été mis en évidence.

Pour le fondamental et les harmoniques impairs, il a été démontré qu'au moment de la résonance la pression devient le double de la pression statique, et que le débit passe par un minimum.

La méthode du robinet tournant sur une conduite à caractéristique variable a montré que la première résonance correspond à la période apparente et les autres aux harmoniques impairs de la période  $4 \sum \frac{l_i}{a_i}$ , elle a permis de mettre en évidence que les phénomènes du doublement de la pression statique et du minimum de débit, comme dans le cas des conduites à caractéristique unique.

On a montré que la résonance de la période apparente peut être très dangereuse dans les installations industrielles.

**129.** Telles sont les principales conclusions auxquelles nous ont conduit les études théoriques et expérimentales que nous avons poursuivies sur les coups de bélier.

Ce travail n'a pas la prétention d'être un traité didactique sur cette question, mais simplement un Mémoire scientifique résumant les principaux résultats obtenus au cours de nos recherches; la question n'est certainement pas épuisée: en particulier, le problème des oscillations en masse, réservoirs d'air et cheminées d'équilibre a été complètement laissé de côté.

Tel qu'il est, nous espérons qu'il sera susceptible d'intéresser les physiciens et les techniciens, et qu'il pourra, dans sa modeste sphère, rendre plus étroite la collaboration de la science et de l'industrie françaises.

# TABLE DES MATIÈRES

---

## CHAPITRE PREMIER

**TOME VIII**

|   |   |
|---|---|
| Avant-propos. — Méthodes employées au laboratoire et à l'usine. — Appareils utilisés. — Conduites de l'Institut électrotechnique. — Conduites industrielles. — Usine de Soulom : chute du gave de Pau, chute du gave de Cauterets. — Mesure des débits. — Classement des graphiques. .... | I |
|---|---|

## PREMIÈRE PARTIE

### CHAPITRE II

|  |    |
|--|----|
| Coups de bélier d'ondes. — Oscillations en masse. — Bibliographie des coups de bélier. — Conduites à caractéristique unique. — Théorie de MM. Joukowski et Allievi. — Détermination de la vitesse $a$ : méthode de la dépression brusque. — Même méthode : observation au milieu de la conduite. — Application : vérification de l'état d'une conduite : détermination de la position d'une poche d'air. — Fermeture brusque et complète. — Expériences. — Pressions inférieures à la pression atmosphérique provoquées par un coup de bélier de fermeture trop violent. — Comparaison des conduites de laboratoire et des conduites industrielles. — Choix du manomètre ; dérivée maximum de la pression en fonction du temps. .... | 24 |
|--|----|

### CHAPITRE III

**Fermetures lentes dans les conduites à caractéristique unique.**

|   |    |
|---|----|
| Méthode de M. Allievi. — Formules de M. de Sparre. — Discontinuité de la fonction $u$ . — Conduite inclinée. .... | 44 |
|---|----|

## CHAPITRE IV

**Influence de la perte de charge sur les coups de bélier dans les conduites à caractéristique unique.**

Remarques générales. — Fermetures brusques. — Expériences sur les fermetures brusques. — Expériences : IE-124-15; IE-145-7; IE-147-5. — Fermetures lentes. — Expériences sur les fermetures lentes : IE, séries : 143, 144, 145. — Détermination de la fonction  $\psi$ . — Expériences : IE-144-5; IE-148-3; IE-145-14. — Conclusions. — Ouvertures instantanées. — Distinction entre les coups de bélier de fermeture et d'ouverture. — Expériences : IE-147-3. — Démonstration expérimentale de la formule (28). — Ouvertures lentes avec pertes de charge. — Expériences sur les ouvertures lentes avec pertes de charge. — Expériences : IE-148-18; IE-148-7. — Conclusions..... 49

## CHAPITRE V

**Répartition du coup de bélier dans une conduite à caractéristique unique.**

Importance de cette question. — Calcul des pressions en un point quelconque de la conduite. — Répartition des maxima. — Expérience : IE-127-8. — Répartition sinusoïdale. — Expérience : IE-128-4..... 84

## CHAPITRE VI

**Résonances dans les conduites à caractéristique unique.**

Analyse d'une conduite. — Résonances des divers harmoniques. — Expériences de résonance : UG-80-34, 1<sup>er</sup> poste; UG-80-41, 1<sup>er</sup> et 2<sup>e</sup> postes; UG-80-44, 1<sup>er</sup> poste. — Amplitude des harmoniques impairs. — Expériences : IE-120-23; IE-121-13; IE-121-11; IE-121-12. — Minimum de débit au moment de la résonance. — Expériences : IE-126. — Répartition du fondamental le long de la conduite. — Expériences : IE-120-23; IE-120-14. — Enregistrement du fondamental au premier tiers amont et à l'extrémité aval, dans une conduite qui n'est pas horizontale. — Expériences : IE-138-8. — Répartition de l'harmonique 3 le long de la conduite. — Expériences : IE-120-14; IE-121-2. — Enregistrement de l'harmonique 3 à l'extrémité aval et au premier tiers amont, dans une conduite qui n'est pas horizontale. — Expériences : IE-134-9. — Battements. — Expériences : IE-121-5. — Ondes entretenues : clapet automatique. — Expériences : IE-119-7; IE-119-4; IE-121-21. — Moteur hydraulique synchrone..... 93

## DEUXIÈME PARTIE

## CHAPITRE VII

**Conduites à caractéristiques multiples. — Représentation des phénomènes au moyen d'une vitesse moyenne.**

Vitesse moyenne de propagation dans une conduite à caractéristiques variables; application aux conduites de Soulom. — Nomenclature des épaisseurs de la conduite  $P_3$ . — Nomenclature des épaisseurs de la conduite  $C_4$ . — Emploi d'une vitesse moyenne  $a$  pour l'étude du coup de bélier de fermeture au voisinage du distributeur dans une conduite à caractéristiques variables. — Étude par les équations d'Allievi: accord de l'expérience et du calcul effectué en prenant une vitesse  $a$  moyenne. — Conduite  $C_4$  de Soulom; tableau des valeurs de la fonction  $\frac{a^2 \psi^2(t)}{g}$  de l'équation d'Allievi. — Calculs relatifs au diagramme US- $C_4$ -56-4 par les formules d'Allievi. — Méthode de M. de Sparre. — Calculs relatifs au diagramme US- $C_4$ -56-4 par les formules simplifiées de M. de Sparre. — Calcul en un tronçon de la conduite  $C_4$ , pour le diagramme US- $C_4$ -56-8. — Indications sur les graphiques calculés par les méthodes précédentes: US- $C_4$ -51-5; US- $C_4$ -56-8; US- $C_4$ -56-7; US- $C_4$ -55-4; US- $C_4$ -54-7; US- $C_4$ -56-4; US- $C_4$ -55-3; US- $C_4$ -54-5; US- $C_4$ -54-1; US- $C_4$ -52-9; US- $C_4$ -52-8; US- $C_4$ -55-2; US- $C_4$ -56-1; US- $C_4$ -55-1. — Transmission du coup de bélier le long de la conduite; calcul avec une vitesse  $a$  moyenne. Calcul en un tronçon de la conduite  $C_4$  pour le diagramme des pressions au poste de Pâu; expériences: US- $C_4$ -56-4; US- $C_4$ -56-5; US- $C_4$ -56-7; US- $C_4$ -56-8. — Diagrammes des pressions à l'amont de Venturi: US- $C_4$ -55-2; US- $C_4$ -55-3; US- $C_4$ -55-4. — Vérification expérimentale de la formule (34) relative à la répartition des maxima de pression. — Coups de bélier d'ouverture; calcul avec une vitesse  $a$  moyenne; expériences: US- $C_4$ -56-9; US- $C_4$ -56-10; US- $C_4$ -52-14. . . .

119

## CHAPITRE VIII

**Conduites à caractéristiques multiples (suite).**

Formules de M. de Sparre; coup de bélier dans une conduite formée de deux tronçons, pour lesquels la durée de propagation est la même. — Généralisation du calcul précédent pour une conduite formée de deux tronçons de longueur quelconque et de diamètre et d'épaisseurs différents. — Coup de bélier dans une conduite formée de trois tronçons pour lesquels la durée de propagation est la même. — Application des formules précédentes. — Détermination de la vitesse de propagation de l'onde dans les conduites formées de tronçons à caractéristiques différentes. — Conduite de Fully. — Conduite de l'Akersand. — Méthode de la dépression brusque dans les conduites à caractéristiques variables. — Vérifications expérimentales de la dépression brusque dans les conduites à caractéristiques variables. — Expériences sur la conduite IE, à 3 tronçons: IE-146-4. — Période apparente; expérience: IE-146-6. — Expériences de dépression brusque faites sur la conduite  $P_3$  de Soulom. — Instruments employés pour la mesure des pressions. — Conduite  $P_3$  de Soulom. — Expériences: US- $P_3$ -24-1; US- $P_3$ -16-7; US- $P_3$ -18-2; US- $P_3$ -16-8.

— Détermination de  $a$  en étudiant les réflexions successives à la chambre de mise en charge et à l'extrémité aval d'une perturbation donnant une discontinuité dans le diagramme; accord de l'expérience et de la théorie. — Expériences : US-C<sub>4</sub>-50-12; US-C<sub>4</sub>-51-3; US-C<sub>4</sub>-50-10; US-C<sub>4</sub>-50-4; US-C<sub>4</sub>-50-15; US-C<sub>4</sub>-51-2. — Période apparente et période théorique : Soulom, Pau, Caunterets, Eget. — Réflexions dans une conduite à caractéristiques variables à l'extrémité des tronçons. — Expériences : US-P<sub>3</sub>-35-4; US-P<sub>3</sub>-12-11. — Généralisation des équations de la page 27;  $a$  fonction de  $x$ . . . . . 202

CHAPITRE IX

Conduites à caractéristiques multiples (suite.)

TOME IX

Division de la conduite C<sub>4</sub> en deux tronçons. — Fermetures lentes; calcul du coup de bélier au distributeur. — Expériences : US-C<sub>4</sub>-56-4; US-C<sub>4</sub>-56-1; US-C<sub>4</sub>-56-7; US-C<sub>4</sub>-56-8; US-C<sub>4</sub>-54-7; US-C<sub>4</sub>-52-8; US-C<sub>4</sub>-55-2; US-C<sub>4</sub>-55-1. — Subdivision en trois tronçons; fermetures lentes; calcul du coup de bélier au distributeur. — Subdivision de la conduite C<sub>4</sub> en trois tronçons. — Expériences : US-C<sub>4</sub>-56-7; US-C<sub>4</sub>-55-2; US-C<sub>4</sub>-55-1. — Ouvertures lentes; expérience US-C<sub>4</sub>-52-14. — Répartition du coup de bélier dans l'hypothèse de la division de la conduite en deux tronçons. — Subdivision de C<sub>4</sub> en deux tronçons; calcul du diagramme des pressions au poste de Pau. — Courbe de la fonction F(t); expérience US-C<sub>4</sub>-56-4. — Courbe de la fonction f(t). . . . . 1

CHAPITRE X

Maximum de surpression au distributeur dans les phénomènes de coup de bélier de fermeture. — Recherche de la fermeture la plus dangereuse. — Formules de Michaud, Joukowski-Allievi, de Sparre. — Vérifications expérimentales. — Maximums de dépression et de surpression au distributeur dans les phénomènes de coups de bélier d'ouverture. — Recherche de l'ouverture la plus dangereuse. — Formule de Michaud corrigée; formule de de Sparre. — Tableau des maxima de surpression à craindre à la suite d'une dépression. — Vérifications expérimentales. . . . . 90

CHAPITRE XI

Résonances dans les conduites à caractéristiques variables.

Analyse de la conduite IE à caractéristiques variables; expériences IE-153-8; IE-153-1; IE-146-6; IE-153-9; IE-153-10; IE-152-2; IE-153-11; IE-153-12. — Résonances de P<sub>3</sub>; expériences : US-P<sub>3</sub>-22-3; US-P<sub>3</sub>-18-3; US-P<sub>3</sub>-18-6; US-P<sub>3</sub>-18-8; US-P<sub>3</sub>-16-1; US-P<sub>3</sub>-7-1; US-P<sub>3</sub>-24-10; US-P<sub>3</sub>-24-7; US-P<sub>3</sub>-24-6; US-P<sub>3</sub>-18-5; US-P<sub>3</sub>-15-1; US-P<sub>3</sub>-25-7; US-P<sub>3</sub>-25-6; US-P<sub>3</sub>-19-8; US-P<sub>3</sub>-19-14; US-P<sub>3</sub>-19-7. . . . . 122  
 CONCLUSIONS. . . . . 138