
RECHERCHES

SUR LA

POLARISATION ROTATOIRE MAGNÉTIQUE

DANS LE SPATH D'ISLANDE;

PAR M. CHAUVIN.



INTRODUCTION.

Lorsque, en 1845, Faraday eut découvert la propriété que possèdent certaines substances, de faire tourner le plan de polarisation de la lumière qui les traverse, sous l'influence d'un champ magnétique, il soumit à l'expérience un très grand nombre de corps. Il en trouva beaucoup d'inactifs : en particulier, tous les gaz et tous les cristaux, sauf quelques espèces cubiques comme le sel gemme, le spath fluor, l'alun.

Depuis ces premières recherches, les physiciens qui ont reproduit le phénomène de Faraday ont considérablement réduit le nombre des substances regardées tout d'abord comme inactives. On peut citer en particulier les travaux de Pouillet, Matthiessen, Bertin, Wertheim, Wiedemann, Ed. Becquerel, Verdet, qui montrèrent que le pouvoir rotatoire magnétique appartient à tous les corps transparents isotropes solides ou liquides. Les recherches de MM. Bichat et H. Becquerel l'ont étendu aux gaz et aux vapeurs.

Les cristaux n'ont point été jusqu'ici l'objet de recherches étendues.

Ed. Becquerel (1) trouva la rotation magnétique dans le quartz. Il annulait la rotation naturelle en superposant deux quartz de même épaisseur et de rotations contraires. Un échantillon jaunâtre de béryl, de 1^{cm} d'épaisseur,

(1) ED. BECQUEREL, *Annales de Chimie et de Physique*, 3^e série, t. XVII, p. 437.

visé dans la croix donna une rotation de plus de 5° ; mais deux autres échantillons de béryl ne donnèrent rien. Un échantillon jaune de tourmaline manifesta aussi la propriété rotatoire. D'autres échantillons ne donnèrent rien.

Bertin confirma la propriété rotatoire magnétique du quartz à l'aide de l'appareil de Norremberg placé sur le pôle d'un électro-aimant. Dans cette disposition, le rayon lumineux traverse le quartz deux fois en sens inverses, ce qui annule la rotation naturelle. En actionnant l'électro-aimant, la rotation magnétique se manifeste.

M. Lüdtge (¹), dans une étude des influences mécaniques sur le pouvoir rotatoire magnétique, revint sur le quartz et montra qu'il possédait la rotation magnétique non seulement suivant l'axe, mais aussi dans des directions inclinées sur l'axe. Sa méthode d'observation consistait à recevoir dans un spectroscopie un faisceau de lumière polarisée ayant traversé d'abord un biquartz de Soleil de 7^{mm} , 5 d'épaisseur, puis le corps soumis à l'expérience et placé entre les pôles d'un électro-aimant. On obtenait ainsi deux spectres superposés provenant des deux moitiés du biquartz. Chacun de ces spectres présentait une bande noire. On tournait l'analyseur de manière à placer ces deux bandes l'une au-dessus de l'autre. En actionnant alors l'électro-aimant, les deux bandes se séparaient l'une de l'autre si le corps transparent aimanté faisait tourner le plan de polarisation. L'angle dont on devait faire tourner l'analyseur pour ramener les deux bandes l'une au-dessus de l'autre mesurait la rotation produite.

L'auteur se borna à constater par cette méthode la rotation magnétique à plusieurs degrés de l'axe, sans faire de mesures sur la valeur de cette rotation pour les différentes directions du rayon lumineux à l'intérieur du cristal.

En somme, sur un grand nombre de cristaux uniaxes, le pouvoir rotatoire magnétique n'a pas encore été observé, et sur aucun il n'a été fait de mesure complète du phénomène. C'est cette lacune qui m'a conduit à entreprendre les recherches actuelles.

En opérant sur le quartz, on aurait l'inconvénient d'avoir à étudier un phénomène complexe, résultant de la superposition du pouvoir rotatoire naturel et du pouvoir rotatoire magnétique. Pour avoir le phénomène le

(¹) LUDTGE, *Poggendorff Annalen*, CXXXVII, 271-289, année 1869, et *Annales de Chimie et de Physique*, 4^e série, t. XVIII.

plus simple, il fallait expérimenter sur un cristal biréfringent uniaxe non doué du pouvoir rotatoire naturel.

Malheureusement, les échantillons de cristaux *épais et transparents*, nécessaires pour ces expériences, sont très rares; aussi ai-je cherché à utiliser un beau cristal de spath d'Islande que j'avais à ma disposition. Suivant Wertheim, en raison de sa grande biréfringence, ce cristal ne pouvait être doué du pouvoir rotatoire magnétique. On verra dans la suite de ce travail comment, avec un appareil de mesures suffisamment sensible et des dispositions expérimentales convenables, j'ai pu détruire cette assertion de Wertheim et mettre en évidence les propriétés présentées par le spath d'Islande dans un champ magnétique.

L'étude complète du phénomène doit comprendre non seulement la mesure de la rotation produite par le champ magnétique sur le plan de polarisation des rayons qui traversent le cristal dans différentes directions, mais aussi l'analyse des modifications qu'apporte le champ magnétique sur la nature de la lumière qui se propage dans le cristal.

Ce travail se trouve donc naturellement divisé en deux Parties :

- 1° Mesure des rotations;
- 2° Analyse de la lumière.

Nous étudierons successivement ces deux points.



PREMIÈRE PARTIE.

MESURE DES ROTATIONS.

CHAPITRE I.

DISPOSITION DES APPAREILS DE MESURE.

I. — Méthode de mesure des rotations.

Les principales méthodes qui ont été employées pour mesurer la rotation d'un plan de polarisation sont :

1° La méthode de Biot, qui consiste à rétablir l'extinction du champ par une rotation convenable de l'analyseur, si l'on emploie une lumière homogène, ou à chercher la position de l'analyseur qui donne la teinte sensible, si l'on emploie la lumière blanche. C'est la méthode utilisée par Verdet (1) dans une partie de ses recherches sur le pouvoir rotatoire magnétique. Elle exige une source de lumière très intense; Verdet a fait usage de la lumière solaire;

2° La méthode de Pouillet, dans laquelle on rétablit l'égalité de coloration des deux moitiés d'une double lame de quartz. On sait qu'en raison des lois de la dispersion rotatoire cette méthode s'applique exclusivement aux mesures saccharimétriques;

3° La méthode de Broch et Wiedemann, dans laquelle on analyse au spectroscope la lumière qui a traversé le corps à étudier. Si celui-ci acquiert le pouvoir rotatoire, il se produit dans le spectre une bande noire qui en parcourt les différentes régions, lorsqu'on fait tourner l'analyseur. Cette méthode est particulièrement avantageuse dans l'étude de la dispersion rotatoire : elle a été utilisée par M. Joubin dans un travail récent sur ce sujet (2). Elle est susceptible d'une grande précision, mais exige pour cela

(1) VERDET, *Annales de Chimie et de Physique*, 3^e série, t. XLI, p. 370.

(2) JOUBIN, *Thèse de Doctorat*, 1888.

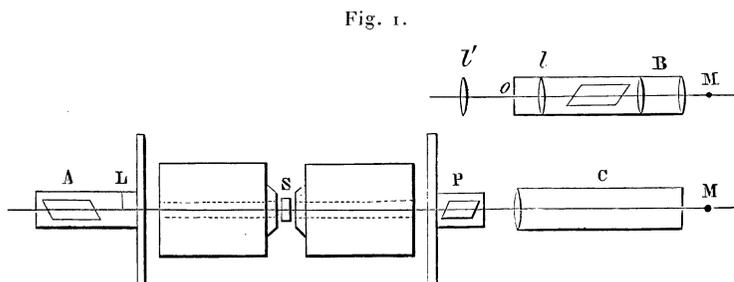
l'emploi d'une source de lumière très intense, comme la lumière solaire ou un arc électrique puissant ;

4° La méthode de Lüdtge, qui est, comme nous l'avons vu plus haut, une modification de la précédente ;

5° La méthode du polarimètre à pénombre, méthode très sensible, qui permet de mesurer les rotations à une ou deux minutes près, sans exiger de source de lumière aussi intense que les précédentes. C'est cette méthode que j'ai employée dans les expériences actuelles. J'ai pris pour point de départ la disposition du saccharimètre de M. Laurent, que j'ai modifiée successivement, comme on le verra ci-après.

II. — Appareil polarisant.

L'appareil polarisant de M. Laurent se compose d'un système de lentilles B (*fig. 1*) suivi d'un nicol, qui fait converger la lumière sur l'ouver-



ture d'un diaphragme dont une moitié est recouverte par une lame demi-onde.

Une modification s'impose de prime abord à cette disposition. Je voulais, comme je l'ai dit, mesurer la rotation électromagnétique non seulement suivant l'axe du cristal, mais aussi suivant les directions inclinées sur cet axe, et de plus faire l'analyse de la lumière modifiée sous l'influence du champ magnétique. En laissant la lame demi-onde en avant du cristal, l'étude du phénomène eût été très complexe. En effet, au delà de cette lame, les deux moitiés du champ sont polarisées dans des plans différents : dans la moitié libre, la lumière est polarisée suivant la section du nicol ; dans l'autre elle est polarisée dans un plan symétrique par rapport à l'axe de la lame demi-onde. C'est cet ensemble qui arriverait sur le cristal. Il est clair qu'il est préfé-

nable de ne laisser tomber sur celui-ci qu'un faisceau polarisé dans un plan unique, qui sera pour plus de simplicité une section principale du cristal. C'est ainsi que j'ai été naturellement amené à supprimer la lame demi-onde au polariseur pour la reporter à l'analyseur. J'ai remplacé alors la lame demi-onde par un diaphragme percé d'un trou très petit o sur lequel la lumière est exactement concentrée par l'addition d'une lentille convenable l au système B, qui n'est pas suffisamment convergent. La lumière, étant alors très convergente, donne des franges et des branches de croix très étroites dans le cristal S vu à travers l'analyseur A. Or, pour analyser la lumière suivant un des bras de la croix, par la méthode du polarimètre à pénombre, il faut l'étaler assez pour que la petite surface vue dans le champ de l'analyseur sous chaque inclinaison du cristal paraisse uniformément éclairée.

Pour étaler ainsi les bras de la croix, il est nécessaire de faire arriver sur le cristal de la lumière suffisamment parallèle, ce que l'on obtient en plaçant en avant du système polarisant déjà décrit une lentille convergente l' dont l'ouverture o du diaphragme occupe le foyer. La lumière est d'autant plus parallèle que cette ouverture est plus petite : on est limité par l'intensité de la lumière.

C'est avec cette disposition que j'ai trouvé les premiers résultats de ce travail. Mais, les recherches ultérieures m'ayant montré la nécessité de pouvoir orienter rigoureusement le polariseur, je fus amené à faire monter un nicol isolé sur un cercle divisé, pour servir de polariseur.

Pour produire plus simplement la lumière parallèle, j'ai employé alors un collimateur.

La partie antérieure au cristal se compose donc définitivement d'un collimateur C suivi d'un nicol P monté sur un cercle divisé. Les deux dispositions successives de l'appareil polarisant sont indiquées l'une au-dessus de l'autre dans la *fig.* 1.

Le collimateur employé est celui d'un spectroscope. Il a environ 32^{cm} de longueur. La fente est remplacée par une petite ouverture circulaire d'environ $\frac{1}{3}$ de millimètre de diamètre; ce qui, d'après l'expérience, laisse passer assez de lumière, et donne un champ suffisamment uniforme. Les rayons partant du bord extrême de l'ouverture, et allant au centre optique de la lentille collimatrice, font avec l'axe un angle d'environ $\frac{1}{320 \times 6} = \frac{1}{1920}$, c'est-

à-dire approximativement $2'$. C'est là le degré de parallélisme des rayons issus du collimateur.

Pour faciliter le réglage, le support du collimateur est placé sur deux planchettes superposées, dont l'ensemble coulisse dans une rainure. De plus, la planchette supérieure est mobile autour d'un axe sur la planchette inférieure. On peut alors donner au collimateur C des déplacements parallèles et angulaires continus.

Le nicol polariseur P est, comme nous l'avons dit, monté sur un cercle divisé. Ce cercle est gradué en degrés sur tranche, et se meut au moyen d'un pignon denté devant un vernier au trentième, qui donne par conséquent les deux minutes.

III. — Analyseur.

L'analyseur est constitué en principe par un nicol lié à une lame demi-onde qui couvre la moitié du champ et reçoit la vibration incidente.

Soit α l'angle formé par l'axe de la lame demi-onde avec la section principale du nicol. Supposons qu'on reçoive sur ce système un rayon polarisé rectilignement, dont la vibration coïncide avec l'axe de la lame demi-onde. Cette vibration traverse la lame sans altération. Les deux moitiés du champ ont la même intensité $i = I \cos^2 \alpha$, I désignant l'intensité de la source lumineuse.

Si l'on fait tourner le *système analyseur* d'un petit angle β , la vibration arrive directement sur le nicol dans la moitié libre du champ, mais y arrive après une rotation 2β dans la moitié occupée par la lame. Les intensités des deux parties du champ à travers l'analyseur sont donc respectivement

$$I \cos^2(\alpha - \beta) \quad \text{et} \quad I \cos^2(\alpha + \beta).$$

Elles deviennent égales pour $\beta = 0$: c'est la condition qui détermine la vibration incidente.

La sensibilité de l'analyseur est d'autant plus grande que, pour une rotation donnée β très petite, à partir de la position qui donne un champ uniforme, le rapport de la différence d'intensité des deux moitiés du champ à l'intensité i est plus grand.

On a

$$\frac{di}{i} = \frac{I[\cos^2(\alpha - \beta) - \cos^2(\alpha + \beta)]}{I \cos^2 \alpha} = \frac{\sin 2\beta \sin 2\alpha}{\cos^2 \alpha} = 2 \sin 2\beta \operatorname{tang} \alpha.$$

Cette expression croît à mesure que α se rapproche de 90° . Il y a donc intérêt à faire l'angle α , qui règle la sensibilité, aussi voisin que possible de 90° .

Mais l'intensité commune $i = I \cos^2 \alpha$ de la lumière reçue lorsque les deux moitiés du champ sont égales dépend de l'intensité I de la source et de α . A mesure que cet angle se rapproche de 90° , i diminue. Au-dessous d'une certaine limite, l'œil n'apprécie plus les différences d'intensité. La grandeur de α , que l'on fixe expérimentalement, dépend donc des conditions de sensibilité de l'œil et de la source de lumière employée. D'après ce qui précède, celle-ci devra être la plus intense possible. Nous y reviendrons ultérieurement.

L'emploi de l'analyseur que nous venons de décrire peut être étendu à la lumière elliptique dans certaines limites. En effet, lorsque l'axe de la lame demi-onde coïncide avec l'un des axes d'une vibration elliptique, l'ellipse sortante est, au signe près, identique à l'ellipse incidente. Si a et b sont les axes de cette ellipse, les deux moitiés du champ ont une même intensité égale à

$$i = b^2 \cos^2 \alpha + a^2 \sin^2 \alpha.$$

Cette condition détermine donc les axes de la vibration elliptique. La sensibilité est donnée par l'expression

$$\frac{di}{i} = \frac{[b^2 \cos^2(\alpha - \beta) + a^2 \sin^2(\alpha - \beta)] - [b^2 \cos^2(\alpha + \beta) + a^2 \sin^2(\alpha + \beta)]}{b^2 \cos^2 \alpha + a^2 \sin^2 \alpha},$$

$$\frac{di}{i} = \frac{(b^2 - a^2) \sin 2\alpha \sin 2\beta}{b^2 \cos^2 \alpha + a^2 \sin^2 \alpha},$$

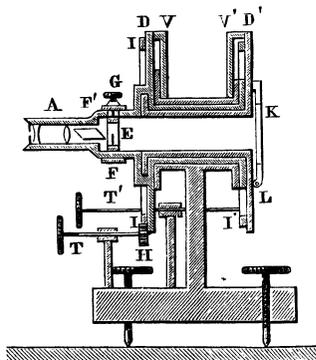
ce qui montre qu'à mesure que a augmente, c'est-à-dire à mesure que l'ellipse grandit, la sensibilité diminue, fait évident *a priori*. L'expérience m'a montré que la méthode pouvait s'appliquer jusqu'à un rapport d'axes égal à $\frac{1}{10}$ environ. Elle convient en particulier à toutes les ellipses que nous aurons à déterminer dans ce travail.

La partie de l'appareil analyseur destinée à la mesure des rotations a une disposition semblable à l'analyseur du saccharimètre de M. Laurent.

Le nicol (*fig. 2*), suivi d'une petite lunette de Galilée, est monté dans un tube A fixé au centre d'un cercle divisé D qui se meut devant un vernier V. La graduation est faite sur tranche. Le cercle D est mis en mouvement à l'aide d'un pignon denté H qui engrène avec une roue dentée II fixée sur une

des faces de ce cercle. Entre le nicol et le cercle divisé est ménagée dans le tube une partie libre évidée, où peut s'introduire une bague E, maintenue

Fig. 2.



à l'aide d'un anneau FF' faisant ressort. Cette bague porte à son intérieur, monté entre deux verres, un petit écran percé d'une ouverture, dont une moitié est recouverte par la lame demi-onde.

On règle la sensibilité en faisant tourner la bague sur elle-même, de manière à modifier l'angle de la lame demi-onde et du nicol. Une petite tige fixée à la bague, et traversant une encoche pratiquée dans l'anneau-ressort qui l'entoure, permet d'opérer facilement ces mouvements. Un bouton de serrage G se vissant sur la tige sert à immobiliser le système dans la position convenable.

La grandeur de l'ouverture du diaphragme qui porte la lame demi-onde a une grande importance. Le champ doit être uniforme pour chaque inclinaison du cristal. Or on observe en réalité en lumière convergente; mais le champ paraît uniforme sur une étendue d'autant plus grande que la lumière est plus parallèle. On se trouve donc pris entre deux conditions contradictoires : d'une part, on est conduit, pour rendre la lumière suffisamment parallèle, à réduire le diamètre de l'ouverture focale du collimateur, que, d'autre part, on doit laisser aussi grande que possible pour accroître l'intensité de la lumière.

L'expérience montre que, avec le degré de parallélisme des rayons lumineux indiqué au sujet du polariseur et avec la source de lumière employée, on est dans de bonnes conditions en donnant à l'ouverture du diaphragme un diamètre de 3^{mm}.

L'analyseur que nous venons de décrire est complété par un dispositif permettant de mesurer le rapport des axes d'une vibration elliptique : nous y reviendrons dans la suite.

Ajoutons seulement que l'appareil est posé sur une planchette pouvant se déplacer parallèlement à elle-même à l'aide d'une vis, ce qui permet d'amener facilement son axe au centre du faisceau lumineux.

IV. — Support du cristal. Électro-aimant.

Entre le polariseur et l'analyseur est placé l'électro-aimant. J'ai utilisé celui de Ruhmkorff muni de ses petites pièces polaires coniques. Pour laisser libre l'espace compris au-dessous des bobines, je l'ai placé sur un fort support en bois, permettant de rejeter les masses de fer sur le côté.

Dans toutes les premières recherches, l'électro-aimant fut actionné par des piles; mais, plus tard, il fut actionné par une machine Edison de 50 lampes, mise en mouvement par un moteur Otto de 8 chevaux. On peut ainsi utiliser des courants allant jusqu'à 40 ampères.

Dès qu'on fait passer pendant un certain temps des courants un peu intenses dans le fil de l'électro-aimant, il s'échauffe et chauffe par suite les pièces polaires entre lesquelles se trouve le cristal. Celui-ci serait donc soumis pendant les mesures à des variations importantes de température. Pour remédier à cet inconvénient, j'ai emboîté les deux pièces coniques dans de petites caisses plates en zinc, ayant le diamètre extérieur des bobines de l'électro-aimant. Deux tubulures diamétralement opposées permettent d'établir dans ces caisses un courant d'eau continu. Ce courant est obtenu en faisant passer l'eau d'un premier flacon dans un second placé à un niveau inférieur. En réglant convenablement la vitesse du courant d'eau, son échauffement est négligeable. Lorsque l'écoulement est terminé dans un sens, on change la position respective des flacons : l'écoulement se fait en sens inverse, et ainsi de suite.

Le cristal, disposé sur un théodolite Secrétan dont on a enlevé les lunettes, est placé en S (*fig. 1*) entre les pôles de l'électro-aimant distants de 5^{cm}. Il peut recevoir des mouvements de rotation autour d'un axe horizontal et autour d'un axe vertical. Ces mouvements sont mesurés sur les deux cercles divisés du théodolite.

V. — Lumière.

Dans ces mesures photométriques, le choix de la source lumineuse a une grande importance. La méthode de mesures par la lame demi-onde exige l'emploi d'une source de lumière jaune homogène et intense. Cette double condition est difficile à réaliser. Le brûleur de M. Laurent, très avantageux dans certains cas, exige une pression de gaz assez forte que je n'avais pas, au moins dans la journée, à ma disposition. De plus, le réglage de la flamme est délicat, et celle-ci ne se maintient pas fixe pendant bien longtemps, en raison de la dépense constante de sel, même dans l'intervalle des mesures.

J'ai essayé d'utiliser un procédé que Bertin avait imaginé pour projeter les franges des cristaux. Ce procédé consiste à diriger le dard du chalumeau à la surface d'un creuset de charbon de cornue, percé suivant son axe d'un trou dans lequel on a coulé du sel fondu. Ce sel chauffé vient se volatiliser peu à peu dans la flamme à travers les pores du charbon et donne du jaune. Mais cette lumière contient encore beaucoup de blanc; de plus, le charbon se creuse rapidement, ce qui déplace le point lumineux et rend la lumière très variable.

On pouvait aussi songer à utiliser la lumière blanche rendue homogène par des dissolvants appropriés. J'ai même essayé à cet effet l'emploi simultané de dissolutions de bichromate de potasse et de sulfate de nickel, qui arrêtent respectivement : la première, le violet, le bleu et jusqu'au vert, suivant le degré de concentration; la seconde, le rouge. Mais ces substances réduisent en même temps beaucoup l'intensité du jaune et ne donnent d'ailleurs jamais une lumière suffisamment homogène. Après bien des tâtonnements, voici le procédé que j'ai employé.

Dans un petit creuset de grès fendu latéralement sur une largeur de 1^{cm} à 2^{cm}, on coule du sel fondu. Puis on fait arriver, suivant la partie de la surface latérale libre du petit bloc de sel ainsi obtenu et tangentiellement à son arête supérieure, le dard du chalumeau à gaz oxhydrique. On obtient ainsi une belle lumière très intense et très fixe. L'observateur commande l'arrivée de l'oxygène par un robinet placé sous sa main. La lumière n'est ainsi donnée que pendant les mesures, ce qui rend la dépense du sel très lente. On remonte de temps en temps le creuset à mesure que le sel fond.

Il importe de bien placer la lumière par rapport à l'ouverture focale du collimateur. A cet effet, la lampe est fixée sur une planchette mobile dans

une rainure. Cette planchette peut se manœuvrer de loin à l'aide de deux ficelles passant sur de petites poulies placées à droite et à gauche de l'appareil.

Sous sa forme définitive, l'appareil se compose donc des parties successives suivantes :

- 1° La source lumineuse ;
- 2° Le collimateur ;
- 3° Le polariseur ;
- 4° L'électro-aimant entre les pôles duquel est placé le cristal ;
- 5° L'analyseur.

La *fig. 1* représente ces différents appareils disposés à la suite l'un de l'autre.

Les axes de ces différentes parties doivent être placés rigoureusement en ligne droite.

CHAPITRE II.

RÉGLAGE DE L'APPAREIL.

Avant d'établir le cristal sur son support, il faut régler toutes les autres parties de l'appareil. Ce réglage consiste à les fixer les unes à la suite des autres dans une orientation convenable et à déterminer certaines constantes nécessaires aux mesures ultérieures.

I. — Mise en place des appareils.

L'électro-aimant ne pouvant être déplacé facilement en raison de sa masse, c'est lui qui sert de repère.

On agit d'abord méthodiquement sur le collimateur jusqu'à ce que le faisceau lumineux traverse l'électro-aimant suivant son axe. Puis on interpose le polariseur. Afin de n'utiliser que le centre du nicol, celui-ci porte en avant et en arrière deux diaphragmes percés de petites ouvertures de 6^{mm} de diamètre.

Il importe aussi de régler le tirage du collimateur. Si les faces du nicol étaient rigoureusement planes et parallèles, de telle sorte qu'en les traver-

sant les rayons ne subissent pas de déviation, il suffirait de régler isolément le collimateur sur l'infini. Mais cette condition n'est pas toujours réalisée, et les faces sont généralement un peu convexes en raison de leur faible étendue et de la difficulté du travail du spath. Il est préférable de faire le réglage après l'interposition du polariseur muni de ses diaphragmes. Pour l'effectuer, on se fonde sur la remarque suivante :

Deux lunettes à réticules A et B, pointées séparément sur une troisième C, ne sont au point l'une sur l'autre que lorsque A, B, C sont réglées toutes trois à l'infini.

On prend donc deux lunettes que l'on pointe séparément sur l'ouverture du diaphragme du collimateur. On regarde si les deux lunettes sont alors au point l'une sur l'autre. S'il en est ainsi, le réglage est terminé; sinon, on modifie méthodiquement le tirage du collimateur jusqu'à ce que cette condition soit réalisée.

Reste à régler l'analyseur, c'est-à-dire à faire coïncider son axe géométrique avec l'axe du faisceau lumineux incident. L'analyseur porte, comme on sait, une lunette de Galilée permettant de viser la lame demi-onde. Cette lunette peut être transformée facilement en lunette astronomique : il suffit de remplacer la lentille divergente par une lentille convergente de longueur focale convenable. Pour les pointés, cette lentille est de plus munie d'un réticule. A l'aide de cette lunette on vise l'ouverture du diaphragme du collimateur, qui apparaît dans le champ comme un petit point lumineux. Si toutes les pièces de l'analyseur étaient géométriquement centrées par construction, il suffirait de faire coïncider ce point lumineux avec le point de croisement des fils du réticule. Mais le centrage du réticule, des lentilles, etc., n'est jamais parfait. Pour effectuer ce réglage, on modifie la distance du point lumineux au point de croisement des fils du réticule, par des déplacements convenables de l'appareil, jusqu'à ce que cette distance demeure constante pour une rotation complète du cercle de l'analyseur.

Cette condition réalisée, on reconstitue la lunette de Galilée que l'on met au point sur la lame demi-onde. Lorsque l'analyseur est ainsi réglé, on fixe avec de l'arcanson les crapaudines qui le supportent. Il ne peut plus alors recevoir, comme nous l'avons dit, que des mouvements de translation permettant d'amener son axe au centre du faisceau lumineux.

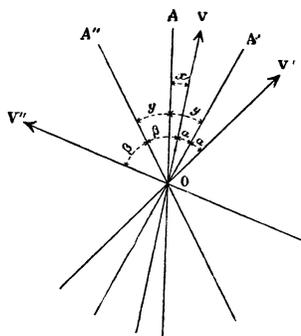
II. — Établissement des constantes.

Il faut encore, avant toute mesure, fixer l'orientation du polariseur. Celle-ci doit être telle que le plan de polarisation du rayon qui en sort coïncide sous toutes les incidences avec l'une des sections principales du cristal à étudier. Or, lorsque ce dernier est convenablement réglé sur son support, et nous verrons ultérieurement comment s'effectue ce réglage, l'une de ses sections principales passe par l'axe vertical du théodolite, et l'autre lui est perpendiculaire. Il faut donc orienter le polariseur de manière que l'une de ses sections principales contienne l'axe vertical du théodolite. Voici la méthode employée pour réaliser cette condition.

Le polariseur occupant d'abord une position quelconque, fixée par la lecture du cercle divisé auquel il est lié, on détermine dans l'analyseur la direction de la vibration incidente; puis on place sur le théodolite une lame demi-onde traversée par le faisceau lumineux.

Soient A l'axe du théodolite; V la vibration incidente; A' l'axe de la lame

Fig. 3.



demi-onde. L'interposition de celle-ci amène V dans une position symétrique V'. On détermine dans l'analyseur la direction V'. La différence des lectures donne l'angle $VOV' = 2\alpha$. Si x et y désignent les angles de OV et OA' avec OA,

$$(1) \quad y - x = \alpha,$$

on fait alors tourner l'équipage mobile du théodolite de 180° autour de l'axe vertical OA. L'axe de la lame demi-onde OA' prend la direction OA'' symétrique par rapport à OA. La vibration OV devient OV''. On cherche

à l'aide de l'analyseur la nouvelle position OV'' ; d'où l'angle $VOV'' = 2\beta$, et

$$(2) \quad y + x = \beta.$$

De (1) et (2) on tire

$$x = \frac{\beta - \alpha}{2}.$$

x est l'angle dont il faut tourner le polariseur pour amener sa section principale suivant θA .

Remarquons que, si $x = 0$, $\alpha = \beta$. Au point de vue expérimental, il est préférable de faire une série de mesures des angles α et β pour différentes positions du polariseur et de tracer simultanément deux courbes ayant pour abscisses les positions successives du polariseur, et pour ordonnées les valeurs α et β correspondantes. Le point d'intersection des deux courbes détermine le zéro.

On a ainsi la position que doit garder le polariseur pendant toute la série des mesures. On connaît en même temps la position de l'analyseur fixant la direction de la vibration incidente. C'est ce que nous appellerons le zéro de l'analyseur.

III. — Réglage du cristal.

Il reste enfin à régler méthodiquement le cristal sur son support. C'est ce réglage qui a causé les principales difficultés de ce travail. Il importe de l'effectuer avec beaucoup de précision, car la rotation magnétique décroît rapidement lorsque l'angle formé par l'axe optique du cristal avec le rayon incident grandit. C'est parce qu'ils n'avaient pris aucune précaution de cette nature que les expérimentateurs qui ont étudié le pouvoir rotatoire magnétique sur un grand nombre de corps ne l'ont observé que sur un très petit nombre d'échantillons de cristaux.

Lorsque le rayon incident est polarisé dans une section principale du cristal, il traverse ce cristal sans altération. C'est ce qui a lieu ici en particulier suivant le plan de polarisation initial, lorsqu'on amène l'axe du cristal dans ce plan.

Si l'analyseur est au zéro, c'est-à-dire dans la position où les deux moitiés du champ ont une intensité égale sans le cristal, en faisant tourner ce cristal autour de l'axe *horizontal* du théodolite, il arrive un moment où le

champ redevient uniforme : c'est précisément lorsque la section principale, déterminée par l'axe du cristal et le rayon incident, vient coïncider avec le plan de polarisation initial.

L'uniformité du champ étant ainsi obtenue en un point, elle doit théoriquement se maintenir, si l'on fait tourner le cristal autour de l'axe *vertical* du théodolite. Le plan de polarisation initial est en effet perpendiculaire à cet axe d'après un réglage antérieur; et, en faisant tourner ainsi le cristal, la section principale reste constamment en coïncidence avec le plan de polarisation. Or l'expérience ne vérifie jamais complètement ce résultat.

Lorsqu'on fait tourner le cristal autour de l'axe vertical du théodolite, les deux moitiés du champ ne restent pas constamment d'égale intensité, c'est-à-dire que la vibration incidente ne se transmet pas sans altération. Au début de ces recherches, avant d'être en possession de méthodes rigoureuses de réglage, je trouvais aussi des variations considérables dans les intensités des deux moitiés du champ. Ces variations tenaient à la fois au réglage défectueux des appareils et aux imperfections de la taille du cristal : convexité et absence de parallélisme des faces. Je fus ainsi conduit à établir un réglage très minutieux des différentes parties de l'appareil, tel que je l'ai décrit ci-dessus. En outre, il fallait un cristal de spath dont les faces fussent bien perpendiculaires à l'axe et bien parallèles entre elles. On connaît l'habileté particulière de M. Laurent dans ce genre de travail, et les méthodes délicates de contrôle imaginées par lui. Il a bien voulu me tailler les cristaux dont j'avais besoin pour ces recherches. Je tiens à le remercier ici bien vivement de son extrême obligeance. Grâce à lui, j'ai pu expérimenter sur deux beaux échantillons de spath de 26^{mm} et 33^{mm} d'épaisseur. D'après M. Laurent, le parallélisme des faces est obtenu à une vingtaine de secondes près; leur perpendicularité, par rapport à l'axe, à moins d'une minute.

En opérant avec de pareils spaths, le réglage peut être obtenu d'une manière assez approchée, sans être encore absolu. Mais, en passant d'une incidence quelconque à une autre, il suffit d'une rotation de *quelques secondes* autour de l'axe *horizontal* du théodolite pour rétablir l'égalité des deux moitiés du champ. La valeur de cette rotation est donc de l'ordre du degré de perfection de la taille. D'ailleurs, une différence de quelques secondes dans la position du cristal n'entraîne, dans la mesure des rotations, que des erreurs de l'ordre même des erreurs d'expérience. On peut donc, pour chaque incidence, ou bien partir de zéros légèrement différents, ou bien partir toujours du même zéro en faisant chaque fois tourner le cristal d'un

angle convenable autour de l'axe horizontal : on a pratiquement le même résultat.

Pour effectuer ces rotations, toujours très petites, comme je l'ai dit, j'ai fixé sur la tête de la vis qui commande la rotation autour de l'axe horizontal un petit cercle divisé en 200 parties, et qui tourne devant un index fixe. D'après les dimensions de l'appareil, une division correspond à 1" environ. On peut alors, pour chaque incidence, rétablir méthodiquement le zéro.

CHAPITRE III.

RÉSULTATS DES MESURES DE ROTATIONS.

I. — Valeur des constantes.

La première détermination à faire est celle de zéro du polariseur et de l'analyseur par la méthode décrite précédemment.

Voici les résultats de trois séries de mesures faites en donnant à la lame demi-onde des positions différentes.

Chaque nombre inscrit dans la première colonne du Tableau ci-dessous est la moyenne de 4 ou 5 lectures.

Polariseur, 0.

Analyseur, $n = 1^{\circ}6'$.

Analyseur.		Différences à $n = 1^{\circ}, 6.$		Différ. $\frac{2\beta - 2\alpha}{4}$.
Après interposition de la lame demi-onde.	Après rotation de 180° autour de l'axe vertical du théodolite.	$n' - n = 2\beta.$	$n - n'' = 2\alpha.$	$x = \frac{2\beta - 2\alpha}{4}$.
$n' = 8^{\circ} 4'$	$n'' = - 0^{\circ} 10'$	6.58'	1.16'	1.26'
8.14	— 0.18	7. 8	1.24	1.26
12.20	— 4.30	11.14	5.36	1.24
		Moyenne à 2' près.....		1.26

La section principale du polariseur fait donc un angle de $1^{\circ}26'$ avec l'axe du théodolite. La position pour laquelle cette section contient l'axe est par conséquent à la division $1^{\circ}26'$ du cercle divisé auquel est lié le polariseur. La

position correspondante de l'analyseur est à la division $1^{\circ}26' + 1^{\circ}6' = 2^{\circ}32'$. C'est le zéro de l'analyseur.

II. — Marche d'une expérience.

Après avoir déterminé les constantes, on interpose le cristal. Voici la marche d'une expérience :

Le cristal étant placé dans une position à étudier, on fait la lecture du cercle horizontal du théodolite. Cette lecture sert ultérieurement à fixer l'inclinaison de l'axe optique sur les rayons incidents. Puis, à l'aide de l'analyseur, on détermine, pour une série d'inclinaisons autour de l'axe horizontal, la direction de la vibration qui a traversé le cristal, jusqu'à ce qu'on passe par la division $2^{\circ}32'$, qui correspond au zéro direct sans le cristal.

Si l'on voulait avoir aussi exactement que possible la position correspondant à ce zéro, il faudrait tracer une courbe ayant pour abscisses les positions successives du cercle vertical, et pour ordonnées les zéros mesurés. L'abscisse correspondant à l'ordonnée $2^{\circ}32'$ donnerait la position cherchée. Mais, ainsi que nous l'avons déjà dit, une rotation de $1''$ autour de l'axe horizontal déplace souvent le zéro de plusieurs minutes. Or une erreur de quelques secondes dans l'orientation du cristal n'a pas d'influence sur la valeur de la rotation magnétique. On peut donc partir de zéros un peu différents de $2^{\circ}32'$, ce qui simplifie le réglage.

On fait alors passer le courant successivement dans les deux sens, et l'on cherche les nouvelles positions de la vibration qui sort du cristal. Chaque mesure est, bien entendu, la moyenne d'un certain nombre d'expériences. En général, on fait trois ou quatre lectures, ne différant pas de plus de $4'$ ou $6'$. La moyenne est estimée exacte à $2'$ près environ. Il faut remarquer qu'on se trouve dans des conditions plus défavorables que dans les mesures saccharimétriques : d'abord parce que le champ n'est pas toujours absolument uniforme, ensuite parce que la lumière n'arrive que par la très petite ouverture focale du collimateur.

III. — Première série de mesures relatives à une valeur fixe du courant

Voici une première série complète de mesures faites avec une intensité de courant égale à 20 ampères :

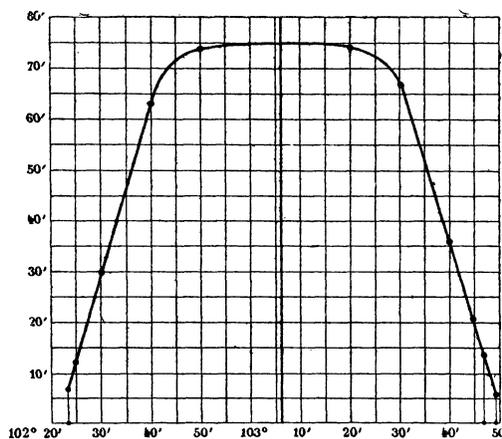
Théodolite.	Zéro.		1 ^{er} sens du courant.		2 ^e sens du courant.		Rotations.		Moy.
	Lectures.	Moy.	Lectures.	Moy.	Lectures.	Moy.	1 ^{er} sens.	2 ^e sens.	
102.23'	2.28' 2.28 2.30	2.28'	2.36' 2.34 2.34 2.32 2.36	2.34'	2.22' 2.16 2.22	2.20'	0.6' 0.8'	0.7'	
102.25	2.34 2.34 2.30 2.32	2.32	2.44 2.44	2.44	2.20 2.20 2.20	2.20	0.12 0.12	0.12	
102.30	2.28 2.30 2.34 2.34	2.32	3.6 3.2 3.2	3.2	2. 2.4	2.2	0.30 0.30	0.30	
102.40	2.28 2.28	2.28	3.32 3.34 3.32	3.32	1.24 1.26 1.28	1.26	1.4 1.2	1.3	
102.50	2.26 2.26	2.26	3.36 3.38 3.44 3.40	3.40	1.16 1.12 1.12	1.12	1.14 1.14	1.14	
103.5	2.26 2.34 2.30 2.30	2.30	3.46 3.42 3.42 3.42	3.44	1.20 1.14 1.14 1.14	1.16	1.14 1.14	1.14	
103.20	2.28 2.28	2.28	3.46 3.40 3.40	3.42	1.16 1.14	1.14	1.14 1.14	1.14	
103.30	2.32 2.36 2.28 2.34	2.34	3.40 3.40	3.40	1.28 1.28	1.28	1.6 1.6	1.6	
103.40	2.34 2.30 2.26 2.26 2.32	2.30	3.6 3.6	3.6	1.54 1.54	1.54	0.36 0.36	0.36	
103.45	2.40 2.30 2.28 2.30	2.30	2.50 2.52 2.50	2.50	2.10 2.6 2.4 2.8	2.8	0.20 0.22	0.21	

Théodolite.	Zéro.		1 ^{er} sens du courant.		2 ^e sens du courant.		Rotation.		
	Lectures.	Moy.	Lectures.	Moy.	Lectures.	Moy.	1 ^{er} sens.	2 ^e sens.	Moy.
103.47'	2.34'	2.34'	2.46'	2.50'	2.20'	2.22'	0.16'	0.12'	0.14'
	2.32		2.54		2.26				
	2.34		2.54		2.20				
	2.34		2.44		2.24				
	2.34		2.52		2.24				
			2.50		2.24				
		2.50	2.22						
103.49	2.34	2.34	2.46	2.40	2.30	2.28	0.6	0.6	0.6
	2.34		2.36		2.26				
			2.40		2.30				
			2.38						

On voit d'abord, par ce Tableau, que les rotations à droite et à gauche correspondant aux deux sens du courant sont égales, résultat qui n'était pas évident *a priori* pour les cristaux.

J'ai tracé la courbe de ces résultats en prenant pour abscisses les divisions du cercle horizontal du théodolite, et pour ordonnées les rotations magnétiques.

Fig. 4.



Je pensais, *a priori*, obtenir une courbe asymptote à l'axe des abscisses. Au contraire, elle semble tomber à zéro pour des valeurs finies de l'abscisse. La rotation, il est vrai, ne peut plus être mesurée lorsqu'elle devient inférieure à 4' ou 5'; mais l'aspect général de la courbe ne laisse guère de doute.

Les deux branches de droite et de gauche prolongées vont couper l'axe des abscisses aux deux points $102^{\circ}21'$ et $103^{\circ}51'$ environ. La moyenne $103^{\circ}6'$ donne la position correspondant à l'axe optique du cristal. La courbe est symétrique par rapport à l'ordonnée de cette division.

Ce premier résultat amène naturellement à chercher la variation que subit la courbe pour diverses intensités du champ magnétique.

IV. — Deuxième série de mesures, relatives à diverses intensités du champ magnétique.

J'ai cherché sous chaque incidence les valeurs de la rotation pour des courants égaux successivement à 10, 15, 20, 30 et 40 ampères. Les nombres obtenus sont donnés dans le Tableau ci-dessous; mais je n'y ai inscrit que les moyennes :

Théodolite.	Courant en ampères.	Zéro.	1 ^{er} sens du courant.	2 ^e sens du courant.	Rotation		Moyenne.
					1 ^{er} sens.	2 ^e sens.	
102.23'	10	2.32'	2.36'	2.26'	0.4'	0.6'	0.5'
	15	2.26	2.30	2.18	0.6	0.6	0.6
	20	2.28	2.34	2.20	0.6	0.8	0.7
	30	2.28	2.36	2.20	0.8	0.8	0.8
	40	2.32	2.42	2.24	0.10	0.8	0.9
102.25	10	2.32	2.40	2.24	0.8	0.8	0.8
	15	2.32	2.42	2.20	0.10	0.12	0.11
	20	2.32	2.44	2.20	0.12	0.12	0.12
	30	2.32	2.50	2.16	0.18	0.16	0.17
	40	2.30	2.50	2.12	0.20	0.18	0.19
102.30	10	2.26	2.42	2.8	0.16	0.18	0.17
	15	2.32	2.56	2.8	0.24	0.24	0.24
	20	2.32	3.2	2.2	0.30	0.30	0.30
	30	2.32	3.12	1.52	0.40	0.40	0.40
	40	2.30	3.16	1.40	0.46	0.50	0.48
102.40	10	2.28	3.2	1.54	0.34	0.34	0.34
	15	2.28	3.18	1.38	0.50	0.50	0.50
	20	2.28	3.32	1.26	1.4	1.2	1.3
	30	2.28	3.54	1.4	1.26	1.24	1.25
	40	2.32	4.16	0.52	1.44	1.40	1.42
102.50	10	2.28	3.8	1.48	0.40	0.40	0.40
	15	2.28	3.24	1.26	0.56	1.2	0.59
	20	2.26	3.40	1.12	1.14	1.14	1.14
	30	2.26	4.6	0.50	1.40	1.36	1.38
	40	2.28	4.22	0.34	1.54	1.54	1.54

Théodolite.	Courant en ampères.	Zéro.	1 ^{er} sens du courant.	2 ^e sens du courant.	Rotation		Moyenne.
					1 ^{er} sens.	2 ^e sens.	
103. 5'	10	2.30'	3.10'	1.50'	0.40'	0.40'	0.40'
	15	2.30	3.30	1.30	1.00	1.00	1.00
	20	2.30	3.44	1.16	1.14	1.14	1.14
	30	2.30	4. 8	0.50	1.38	1.40	1.39
	40	2.32	4.32	0.36	2.00	1.56	1.58
103.20	10	2.28	3. 8	1.48	0.40	0.40	0.40
	15	2.28	3.28	1.30	1.00	0.58	0.59
	20	2.28	3.42	1.14	1.14	1.14	1.14
	30	2.28	4. 8	0.52	1.40	1.36	1.38
	40	2.30	4.24	0.34	1.54	1.56	1.55
103.30	10	2.30	3. 6	1.54	0.36	0.36	0.36
	15	2.34	3.28	1.40	0.54	0.54	0.54
	20	2.34	3.40	1.28	1. 6	1. 6	1. 6
	30	2.34	4. 4	1. 4	1.30	1.30	1.30
	40	2.32	4.16	0.44	1.44	1.48	1.46
103.40	10	2.30	2.50	2.10	0.20	0.20	0.20
	15	2.30	3.00	2.00	0.30	0.30	0.30
	20	2.30	3. 6	1.54	0.36	0.36	0.36
	30	2.30	3.20	1.40	0.50	0.50	0.50
	40	2.30	3.30	1.34	1.00	0.56	0.58
105.45	10	2.30	2.42	2.20	0.12	0.10	0.11
	15	2.30	2.48	2.14	0.18	0.16	0.17
	20	2.30	2.50	2. 8	0.20	0.22	0.21
	30	2.30	2.56	2. 4	0.26	0.26	0.26
	40	2.30	3.00	1.56	0.30	0.34	0.32
103.47	10	2.34	2.44	2.26	0.10	0. 8	0. 9
	15	2.32	2.44	2.22	0.12	0.10	0.11
	20	2.34	2.50	2.22	0.16	0.12	0.14
	30	2.32	2.52	2.16	0.20	0.16	0.18
	40	2.32	2.54	2.14	0.22	0.18	0.20
103.49	10	2.34	2.38	2.28	0. 4	0. 6	0. 5
	15	2.34	2.38	2.28	0. 4	0. 6	0. 5
	20	2.34	2.40	2.28	0. 6	0. 6	0. 6
	30	2.34	2.40	2.24	0. 6	0.10	0. 8
	40	2.34	2.42	2.22	0. 8	0.12	0.10

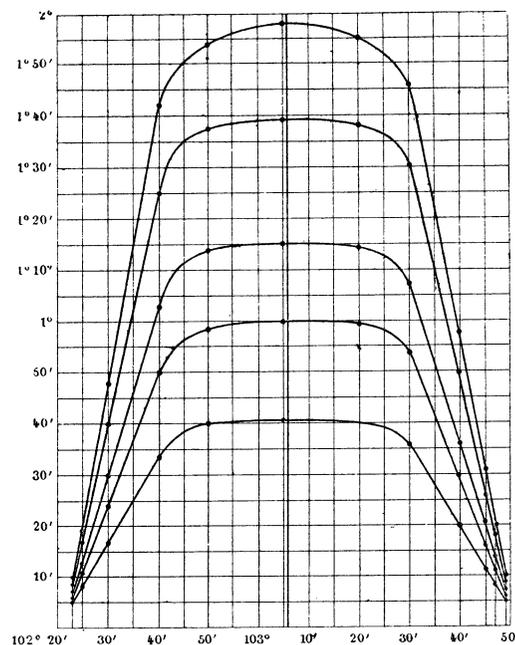
Voici les courbes de ces résultats :

Elles montrent que, si l'action du champ magnétique croît, l'action rotatoire ne s'étale pas en même temps à droite et à gauche de l'axe. Toutes les courbes prolongées viennent sensiblement couper la ligne des abscisses aux deux mêmes points. Il semble même que, à mesure que l'intensité magné-

tique croît, les deux points de rotation nulle se rapprochent un peu de l'axe optique. Entre 15 et 40 ampères, il semble y avoir un écart de 1 ou 2 minutes.

A l'examen de ces résultats, il ne semble guère douteux que l'action du champ magnétique s'étende, en changeant de sens, au delà des directions

Fig. 5.



de rotation nulle. C'est, en effet, ce à quoi m'a conduit une observation patiente du phénomène poursuivie à des intervalles très rapprochés.

Voici la série des mesures dans laquelle j'ai mis en évidence cet important résultat.

V. — Nouvelles mesures relatives à un courant d'intensité fixe.

Ces mesures sont relatives à un courant fixe de 25 ampères, courant qui n'échauffe pas trop rapidement l'électro-aimant. Le spath ayant été déplacé entre les séries précédentes et celle-ci, les divisions du cercle horizontal du théodolite ne se correspondent plus. Dans cette série, je ne me suis pas préoccupé des zéros, ce qui n'est pas nécessaire, comme je l'ai déjà expliqué.

Théodolite.	1 ^{er} sens du courant.	2 ^e sens du courant.	Demi- différence.	Théodolite.	1 ^{er} sens du courant.	2 ^e sens du courant.	Demi- différence.
101.28'	2.34'	2.34'	0 0'	103.30'	4. 4'	1.12'	+1.26'
101.32	2.42	2.34	+0. 4	103.40	4.00	1.18	+1.21
101.35	2.40	2.34	+0. 3	103.50	3.34	1.36	+0.59
101.37	2.36	2.36	0. 0	104. 1	3. 6	2.36	+0.15
101.40	2.20	2.28	-0. 4	104. 4	2.38	2.38	0. 0
101.43	2.26	2.36	-0. 5	104. 7	2.24	2.48	-0.12
101.45	2.24	2.32	-0. 4	104.12	2.22	2.56	-0.17
101.47	2.20	2.20	0. 0	104.15	2.26	2.52	-0.13
101.50	2.26	2.16	+0. 5	104.18	2.28	2.38	-0. 5
101.53	2.28	2.16	+0. 6	104.20	2.36	2.36	0. 0
101.55	2.34	2.26	+0. 4	104.22	2.44	2.32	+0. 6
101.57	2.36	2.36	0. 0	104.25	2.44	2.26	+0. 9
102.00	2.34	2.46	-0. 6	104.28	2.48	2.24	+0.12
102. 3	2.44	3. 2	-0. 9	104.31	2.50	2.32	+0. 9
102. 5	2.48	3. 2	-0. 7	104.34	2.40	2.40	0. 0
102. 8	2.56	2.56	0. 0	104.37	2.54	3. 8	-0. 7
102.12	3. 2	2.44	+0. 9	104.40	2.54	3.12	-0. 9
102.15	3. 2	2.38	+0.12	104.43	2.50	3.00	-0. 5
102.18	2.44	2.26	+0. 9	104.45	2.44	2.44	0. 0
102.22	2.32	2.32	0. 0	104.47	2.38	2.30	+0. 4
102.25	2.18	2.36	-0. 9	104.50	2.40	2.28	+0. 6
102.28	2.18	2.50	-0.16	104.53	2.24	2.16	+0. 4
102.30	2.46	3.20	-0.17	104.55	2.28	2.28	0. 0
102.35	3.20	3.36	-0. 8	104.57	2.32	2.26	-0. 3
102.38	3.28	3.28	0. 0	105.00	2.22	2.32	-0. 5
102.40	3.36	3.12	+0.12	105. 3	2.30	2.38	-0. 4
102.50	3.34	1.44	+0.55	105. 5	2.34	2.34	-0. 0
103.00	3.58	1.20	+1.19	105. 7	2.36	2.30	+0. 3
103.10	4. 4	1.12	+1.26	105.10	2.38	2.30	+0. 4
103.20	4. 6	1.10	+1.28	105.14	2.34	2.34	0. 0

En dehors de ces limites, les rotations sont trop petites pour être appréciées.

L'axe du cristal correspond sensiblement à la division $103^{\circ}21'$. On voit qu'à droite et à gauche les rotations passent, pour un même sens du courant, par des valeurs alternativement de sens contraires, et deviennent nulles pour une série de directions symétriques par rapport à l'axe. Ces directions sont réunies dans le Tableau suivant :

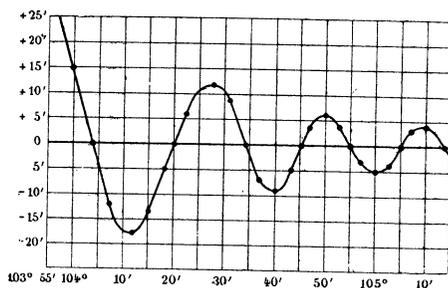
Direction de l'axe 103° 21'.

Directions de rotations nulles d'un côté.	Distance à l'axe.	Distance des zéros entre eux.	Directions de rotations nulles de l'autre côté.	Distance à l'axe.	Distance des zéros entre eux.
102.38'	0.43'		104.4'	0.43'	
102.22	0.59	16'	104.20	0.59	16'
102.8	1.13	14	104.34	1.13	14
101.57	1.24	11	104.45	1.24	11
101.47	1.34	10	104.55	1.34	10
101.37	1.44	10	105.5	1.44	10
101.28	1.53	9	105.14	1.53	9

On voit que, à mesure qu'on s'éloigne de l'axe, les zéros se rapprochent entre eux. Voici une partie de la courbe de ces résultats, tracée à partir du premier point de rotation nulle.

L'autre partie est symétrique par rapport à l'axe du cristal.

Fig. 6.



VI. — Mesures relatives à un spath plus épais.

Ces résultats sont relatifs à un spath de 26^{mm} d'épaisseur.

Dans un cristal uniaxe, si b et a désignent les vitesses ordinaires et extraordinaires perpendiculairement à l'axe, la direction correspondant à une différence de marche $\frac{\lambda}{2}$ fait avec l'axe un angle I donné par la formule (1)

$$\sin I = \sqrt{\frac{b\lambda}{\varepsilon(a^2 - b^2)}}.$$

(1) VERDET, *Leçons d'Optique physique*, t. II, p. 150.

Dans le spath, on a

$$a = \frac{1}{1,519}, \quad b = \frac{1}{1,665};$$

de plus

$$\lambda = 0,000589 \quad \text{et} \quad \varepsilon = 26;$$

d'où

$$I = 47'.$$

Nous avons vu que la première direction de rotation nulle était à 43' de l'axe. Elle est donc très voisine de la première frange, un peu plus rapprochée de l'axe que celle-ci. Lorsque l'épaisseur du cristal augmente, la première frange se rapproche de l'axe. Si le premier point de rotation nulle suit la première frange, il doit aussi se rapprocher de l'axe dans ces conditions. J'ai tenu à vérifier ce fait, et en même temps à confirmer les résultats ci-dessus sur un cristal plus épais que le précédent. Ce nouveau cristal avait 33^{mm} d'épaisseur. Voici les résultats des mesures faites sur lui :

Distances à l'axe.	Rotations.	Distances à l'axe.	Rotations.
0. 0'	1.52'	1. 6'	0. 0'
0. 5	1.52	1. 9	-0. 8
0.10	1.50	1.12	-0.11
0.15	1.48	1.15	-0. 7
0.20	1.44	1.17	0. 0
0.25	1.24	1.19	+0. 5
0.30	0.56	1.22	+0. 9
0.35	0.26	1.25	+0. 4
0.37	0.14	1.26	0. 0
0.39	0. 0	1.28	-0. 5
0.42	-0.12	1.30	-0. 7
0.45	-0.17	1.32	-0. 5
0.51	-0.10	1.34	0. 0
0.54	0. 0	1.35	+0. 3
0.56	+0.10	1.38	+0. 5
1.00	+0.14	1.40	+0. 2
1. 4	+0. 7	1.42	0. 0

Les directions de rotation nulle sont réunies dans le Tableau ci-dessous :

Distance des zéros à l'axe.	Distance des zéros entre eux.
0.39'	15'
0.54	12
1. 6	10
1.17	9
1.26	8
1.34	8
1.42	

Ces résultats sont conformes aux prévisions : à mesure que l'épaisseur du cristal augmente, les zéros se rapprochent de l'axe.

Les divers zéros dans le champ magnétique ont les mêmes positions relatives que les franges dans le cristal en dehors du champ magnétique.

Ces dernières s'obtiennent par la relation

$$\sin I' = \sin I\sqrt{K},$$

I étant la position de la première frange, et K l'ordre de la frange. En appliquant cette relation dans les deux échantillons étudiés, on a

Cristal de 26 ^{mm} d'épaisseur.		Cristal de 33 ^{mm} d'épaisseur.	
Zéros successifs		Zéros successifs	
observés.	calculés.	observés.	calculés.
0.43'	0. ,	0.39'	0. ,
0.59	0.60	0.54	0.55
1.13	1.14	1.6	1.7
1.24	1.26	1.17	1.18
1.34	1.36	1.26	1.27
1.44	1.45	1.34	1.35
1.53	1.53	1.42	1.43

Les différences ne dépassent pas deux minutes, valeur de l'ordre des erreurs d'expériences.



SECONDE PARTIE.

ANALYSE DE LA LUMIÈRE.

CHAPITRE I.

MÉTHODE DE MESURE.

Pour compléter l'analyse des phénomènes présentés par le spath dans un champ magnétique, il faut étudier la modification produite par l'aimantation sur la nature de la lumière qui traverse le cristal.

A priori, il était probable que, suivant les directions inclinées par rapport à l'axe du cristal, une vibration incidente rectiligne devait se transformer en vibration elliptique sous l'influence du champ magnétique. Il fallait donc analyser la lumière qui traverse le spath avant et pendant l'aimantation.

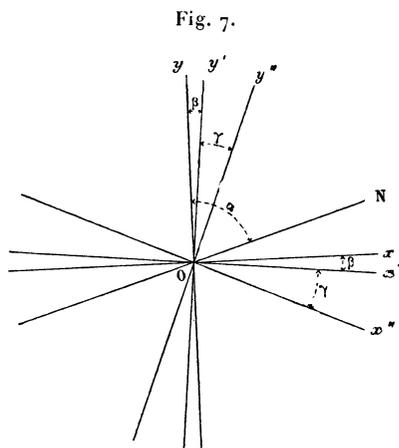
Les méthodes ordinaires d'analyse des vibrations elliptiques : la méthode de de Senarmont, modifiée par Wiedemann, et la méthode de Jamin, ne s'adaptent pas simplement aux dispositions expérimentales précédentes. Il est important, d'autre part, de conserver dans cette étude une sensibilité de même ordre que dans les mesures de rotation, et d'utiliser la même source de lumière jaune homogène.

I. — Appareil de mesure; sensibilité.

En avant de l'analyseur déjà décrit est placé un quart d'onde **K** (*fig. 2*) monté sur un cercle divisé **D'** qui se meut devant un vernier **V'**. Ce cercle, divisé sur tranche comme **D**, est disposé dans la même monture que ce dernier, ainsi que l'indique la figure. Les deux cercles **D** et **D'** peuvent tourner séparément autour du même axe à l'aide de deux pignons dentés que commandent deux tiges **T** et **T'** et qui engrènent avec des roues dentées **I** et **I'** fixées sur l'une des faces de chacun des cercles. De plus, le quart d'onde **K**,

monté dans un petit cadre à charnière L, peut être rabattu au devant de l'analyseur ou relevé à volonté.

On peut voir d'abord que, lorsque l'axe Oy de la lame demi-onde coïncide avec une vibration rectiligne incidente, si l'on fait tourner le quart



d'onde au devant de l'analyseur ainsi réglé, on peut rétablir l'égalité d'éclairément des deux moitiés du champ avec une sensibilité de même ordre qu'avec l'analyseur seul. Cette égalité est rétablie lorsque l'axe du quart d'onde coïncide avec l'axe de la lame demi-onde. Alors l'intensité commune est $\cos^2 \alpha$, α étant l'angle de l'axe de la lame demi-onde et du nicol.

Faisons tourner le quart d'onde d'un petit angle β . La vibration rectiligne incidente Oy se transforme en vibration elliptique dont les axes sont Ox' et Oy', axes du quart d'onde.

Si $y = \cos 2\pi \frac{t}{T}$ est la vibration incidente Oy, les composantes suivant Ox' et Oy' sont

$$x' = -\sin \beta \cos 2\pi \frac{t}{T},$$

$$y' = \cos \beta \cos 2\pi \frac{t}{T}.$$

En traversant le quart d'onde, l'une des vibrations, y' , par exemple, prend un retard $\frac{\pi}{2}$. A la sortie, on a donc

$$x' = -\sin \beta \cos 2\pi \frac{t}{T},$$

$$y' = \cos \beta \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

Dans la moitié libre du champ, ces vibrations arrivent directement sur le nicol et donnent, suivant ON,

$$V = -\sin\beta \sin(\alpha - \beta) \cos 2\pi \frac{t}{T} + \cos\beta \cos(\alpha - \beta) \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

L'intensité est

$$I = \sin^2\beta \sin^2(\alpha - \beta) + \cos^2\beta \cos^2(\alpha - \beta).$$

Du côté occupé par la lame demi-onde, les deux vibrations Ox' et Oy' deviennent symétriques par rapport à l'axe Oy de la lame demi-onde : β change de signe.

$$I' = \sin^2\beta \sin^2(\alpha + \beta) + \cos^2\beta \cos^2(\alpha + \beta);$$

d'où

$$I' - I = \sin^2\beta [\sin^2(\alpha + \beta) - \sin^2(\alpha - \beta)] - \cos^2\beta [\cos^2(\alpha - \beta) - \cos^2(\alpha + \beta)],$$

$$I' - I = dI = \sin 2\alpha \sin 2\beta \cos 2\beta.$$

Or, avec l'analyseur seul, une rotation β amène une différence d'intensité

$$dI' = \sin 2\alpha \sin 2\beta.$$

On voit que les deux variations dI et dI' sont égales au facteur près $\cos 2\beta$, qui ne diffère de l'unité que d'une quantité infiniment petite du second ordre, si β est du premier.

On peut donc déterminer très exactement la position pour laquelle l'un des axes du quart d'onde coïncide avec l'axe de la lame demi-onde. C'est ce qu'on peut appeler le zéro du quart d'onde. Cette position est fixée par le cercle divisé sur lequel il est monté. Ayant ainsi une position relative des deux cercles qui correspond à la coïncidence des axes des lames demi-onde et quart d'onde, on reproduit cette coïncidence, après une rotation quelconque de l'un des cercles, par une rotation égale de l'autre.

II. — Première méthode de mesure.

Pour analyser une vibration elliptique, on détermine d'abord la direction de ses axes à l'aide de l'analyseur : ce qui est possible, ainsi que je l'ai dit au début de ce travail, pour des ellipses dont le rapport des axes ne dépasse pas $\frac{1}{10}$. Dans les mesures actuelles, ce rapport ne dépasse pas $\frac{1}{50}$. Puis on interpose le quart d'onde dont on fait coïncider l'un des axes avec celui

de la lame demi-onde dans la position trouvée. Les axes du quart d'onde sont alors dirigés suivant les axes de l'ellipse : celle-ci, en le traversant, se transforme en vibration rectiligne, dont la direction fait, avec l'axe de l'ellipse, un angle φ tel que $\text{tang}\varphi = \frac{a}{b}$, a et b étant les deux axes de l'ellipse. Les deux moitiés du champ n'ont plus la même intensité. On rétablit l'uniformité d'éclairement par une rotation de l'analyseur qui donne l'angle φ .

On fait une seconde expérience en tournant le quart d'onde de 90° . La vibration rectiligne est rétablie symétriquement par rapport à l'axe du quart d'onde. On mesure de nouveau l'angle φ . On prend la moyenne des deux mesures.

On peut montrer qu'une erreur sur la détermination de l'axe n'entraîne qu'une erreur du second ordre dans la mesure du rapport des axes.

Soient Ox , Oy les axes de l'ellipse. Supposons que, au lieu d'orienter le quart d'onde suivant ces directions, on le dirige suivant Ox' , Oy' sous une inclinaison β . Il sortira du quart d'onde non plus une vibration rectiligne, mais une vibration elliptique plus ou moins allongée suivant la valeur de β . Soient Ox'' , Oy'' les directions des axes de cette ellipse.

La rotation de l'analyseur qui rétablit l'uniformité du champ donne alors l'angle $\gamma = y'Oy''$. Calculons cet angle en fonction de β .

Les composantes de l'ellipse suivant Ox et Oy sont

$$x = a \cos 2\pi \frac{t}{T} = aC,$$

$$y = b \sin 2\pi \frac{t}{T} = bS.$$

Suivant Ox' et Oy' , on a

$$x' = a \cos\beta C - b \sin\beta S,$$

$$y' = a \sin\beta C + b \cos\beta S.$$

Si le quart d'onde produit, suivant Oy' , un retard de phase $\frac{\pi}{2}$, on aura, à la sortie,

$$x' = a \cos\beta C - b \sin\beta S,$$

$$y' = a \sin\beta S - b \cos\beta C.$$

Pour trouver les axes de cette ellipse, rapportons-la à deux directions

Ox'' , Oy'' faisant avec Ox' , Oy' un angle γ ; nous aurons

$$\begin{aligned}x'' &= C(a \cos \beta \cos \gamma + b \cos \beta \sin \gamma) - S(a \sin \beta \sin \gamma + b \sin \beta \cos \gamma), \\y'' &= C(a \cos \beta \sin \gamma - b \cos \beta \cos \gamma) + S(a \sin \beta \cos \gamma - b \sin \beta \sin \gamma).\end{aligned}$$

L'élimination de C et S entre ces deux relations donne l'équation de l'ellipse par rapport à Ox'' et Oy'' .

Exprimons que le coefficient du terme en $x''y''$ est nul, c'est-à-dire que l'ellipse est rapportée à ses axes. On a

$$\begin{aligned}(a \cos \beta \cos \gamma + b \cos \beta \sin \gamma)(a \cos \beta \sin \gamma - b \cos \beta \cos \gamma) \\= (a \sin \beta \sin \gamma + b \sin \beta \cos \gamma)(a \sin \beta \cos \gamma - b \sin \beta \sin \gamma);\end{aligned}$$

d'où l'on tire

$$\operatorname{tang} 2\gamma = \frac{2ab}{(b^2 - a^2) \cos 2\beta}.$$

Posons $\frac{a}{b} = \operatorname{tang} \varphi$,

$$\operatorname{tang} 2\gamma = \frac{\operatorname{tang} 2\varphi}{\cos 2\beta}.$$

Or le facteur $\cos 2\beta$ est très voisin de l'unité. Pour $\beta = 1^\circ$, on a

$$\cos 2\beta = \cos 2^\circ = 0,999.$$

On voit que l'erreur commise sur la direction de l'axe peut être assez grande, sans que la différence entre φ et γ dépasse l'ordre des erreurs d'expériences.

III. — Seconde méthode de mesure.

On peut encore, pour mesurer le rapport des axes de l'ellipse, suivre une méthode un peu différente, qui n'exige pas la connaissance préalable du zéro du quart d'onde.

On établit d'abord le zéro avec l'analyseur seul : on sait qu'alors le grand axe de l'ellipse incidente coïncide avec l'axe de la lame demi-onde. Puis on interpose le quart d'onde, que l'on fait tourner, à l'aide du cercle divisé auquel il est lié, jusqu'à ce que l'uniformité du champ soit rétablie. Cette condition est réalisée lorsque le grand axe de l'ellipse issue du quart d'onde coïncide avec l'axe de la lame demi-onde. Soit n la division du cercle qui fixe la première position ainsi obtenue.

Cela fait, on échange entre eux les deux axes du quart d'onde par une rotation préalable d'un quart de tour, et l'on rétablit l'égalité des deux moitiés du champ. Les axes ainsi échangés viennent dans une seconde position, symétrique de la première par rapport aux axes de l'ellipse incidente. Soit n'_1 la division, lue sur le cercle, qui fixe la nouvelle position du quart d'onde.

Posons $90 - n'_1 = n'$,

$$\frac{n' - n}{2}$$

est sensiblement égal à φ .

En effet, β désignant l'angle formé par l'axe de l'ellipse incidente avec l'axe du quart d'onde, nous avons vu que l'axe de l'ellipse issue du quart d'onde faisait, avec ce dernier, un angle γ donné par

$$\text{tang } 2\gamma = \frac{\text{tang } 2\varphi}{\cos 2\beta}.$$

Le nouveau mode expérimental impose à γ la valeur β en grandeur absolue : donc

$$\text{tang } 2\beta = \frac{\text{tang } 2\varphi}{\cos 2\beta}$$

ou

$$\sin 2\beta = \text{tang } 2\varphi.$$

L'expérience donne 2β .

Or, d'après une remarque faite ci-dessus, β est pratiquement égal à φ dans les mesures actuelles; car, pour $\frac{a}{b} = \frac{1}{50}$, limite supérieure des ellipses mesurées dans ce travail, β et φ diffèrent de moins de $1'$.

Si $n = n'$, $\beta = 0$, et la vibration incidente est rectiligne.

Remarquons que $\frac{n' + n}{2}$ correspond précisément à l'axe, ou au zéro du quart d'onde. Ce zéro peut donc s'obtenir sans que la lumière incidente soit rectiligne. De plus, cette position relative des deux cercles correspondant à la coïncidence des axes de la lame demi-onde et du quart d'onde se déduit de chaque mesure, ce qui constitue un contrôle permanent.

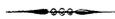
Dans cette seconde méthode comme dans la première, une erreur sur la détermination de l'axe de l'ellipse n'entraîne qu'une erreur beaucoup plus faible sur la détermination du rapport des axes. Dans ce cas, les angles β et γ , au lieu d'être égaux comme ci-dessus, diffèrent de δ ; on a

$$\delta = \beta - \gamma;$$

d'où

$$\operatorname{tang} 2\gamma = \frac{\operatorname{tang} 2\varphi}{\cos(2\gamma + 2\delta)}.$$

Si l'angle δ est petit, $\cos(2\gamma + 2\delta)$ diffère peu de $\cos 2\gamma$, et l'on a encore approximativement $\gamma = \varphi$.



CHAPITRE II.

RÉSULTATS DES MESURES SUR LE SPATH.

Pour étudier en un point la modification qu'apporte le champ magnétique sur la nature de la lumière qui traverse le cristal, il faut déterminer le zéro avant d'actionner l'électro-aimant, puis analyser la lumière pendant l'aimantation.

En ce qui concerne le zéro, il y a lieu de faire ici une remarque analogue à celle que j'ai déjà faite au sujet des mesures de rotation. Le zéro théorique correspond à une vibration rectiligne et dirigée suivant la vibration incidente. Cette double condition exigerait, pour être remplie, une taille parfaite du cristal.

Si en chaque point on analyse la lumière issue du cristal non aimanté pour différentes inclinaisons autour de l'axe horizontal, on trouve deux directions particulières : l'une, pour laquelle la vibration est rectiligne sans être parallèle à la vibration incidente; l'autre, pour laquelle la vibration est elliptique, mais a son grand axe parallèle à la vibration incidente. Ces deux directions, lorsqu'elles ne sont pas confondues, ne font entre elles qu'un angle de quelques secondes, valeur de l'ordre des écarts existant entre les conditions théoriques et les conditions expérimentales relatives à la taille du cristal.

Si l'on se place suivant l'inclinaison qui correspond à la lumière rectiligne, celle-ci se transforme, en général, par l'aimantation en vibration elliptique. Cette ellipse donne précisément la modification produite par le champ magnétique sur la nature de la lumière qui traverse le cristal.

Mais, comme pour les mesures de rotation, il n'est pas nécessaire que la

direction du zéro soit rigoureusement fixée. Une erreur de quelques secondes dans l'orientation n'a pratiquement aucune influence sur la grandeur des résultats obtenus.

On analyse d'abord la lumière issue du cristal avant l'action du champ magnétique, ce qui donne la direction des axes, et leur rapport si la vibration est elliptique. Les mêmes déterminations sont faites sur le cristal aimanté. L'angle des axes mesure la rotation; la différence des rapports des axes est l'ellipticité produite par le champ magnétique. On peut même se dispenser de mesurer l'ellipse avant l'aimantation : il suffit de mesurer les ellipses produites successivement pour les deux sens du courant. En effet, soient e l'ellipse avant l'aimantation, φ l'ellipse produite par l'aimantation. Les deux ellipses analysées sont respectivement $e + \varphi$ et $e - \varphi$. Leur demi-différence donne φ .

La mesure du rapport des axes peut se faire indifféremment par l'une des deux méthodes décrites dans le Chapitre précédent.

Lorsqu'on analyse la lumière en un point où la rotation est nulle, l'expérience est particulièrement simple. Après avoir placé la lame demi-onde suivant l'axe de l'ellipse incidente, on interpose le quart d'onde avec lequel on rétablit l'uniformité du champ successivement pour les deux sens de l'aimantation. La demi-distance des deux positions du quart d'onde donne l'ellipse cherchée. En effet, e et φ ayant les mêmes significations que précédemment, les distances de l'axe du quart d'onde dans ses deux positions successives, avec l'axe de la lame demi-onde, sont respectivement $e + \varphi$ et $e - \varphi$. La demi-différence donne φ . L'expérience est tout à fait semblable à une simple mesure de rotation.

Voici les résultats des mesures faites sur le spath pour un courant de 25 ampères.

Ces mesures ont porté successivement sur les spaths de 26^{mm} et de 33^{mm} d'épaisseur. Pour transformer en rapport le nombre donné en minutes par l'expérience, on multiplie ce nombre par 29.10^{-5} , valeur de la minute.

Spath de 26^{mm}.

Distance à l'axe.	Rotation.	Valeur de φ .	Distance à l'axe.	Rotation.	Valeur de φ .
0° 0'	+1.28' Maximum	0	1.13'	0° 0'	18' Maximum
0. 9	1.26	2	1.19	-0.9 Minimum	9
0.14	1.24	7	1.24	0.0	0
0.19	1.21	21	1.29	+0.6 Maximum	6
0.29	0.59	37	1.34	0.0	12 Maximum
0.40	0.15	44	1.39	-0.5 Minimum	6
0.43	0. 0	44 Maximum	1.44	0.0	0
0.51	-0.17 Minimum	20	1.49	+0.4 Maximum	3
0.59	0. 0	0	1.53	0.0	6 Maximum
1. 7	+0.12 Maximum	11			

Spath de 33^{mm}.

Distance à l'axe.	Rotation.	Valeur de φ .	Distance à l'axe.	Rotation.	Valeur de φ .
0° 0'	+1.52' Maximum	0'	1.00'	+0.14' Maximum	8'
0.10	1.50	5	1.06	0. 0	20 Maximum
0.15	1.48	17	1.12	-0.11 Minimum	10
0.20	1.44	40	1.17	0. 0	0
0.25	1.24	52	1.22	+0. 9 Maximum	6
0.30	0.56	55	1.26	0. 0	14 Maximum
0.35	0.26	56	1.30	-0. 7 Minimum	6
0.39	0. 0	56 Maximum	1.34	0. 0	0
0.45	-0.17 Minimum	36	1.38	+0. 5	5
0.54	0. 0	0	1.42	0. 0	7 Maximum

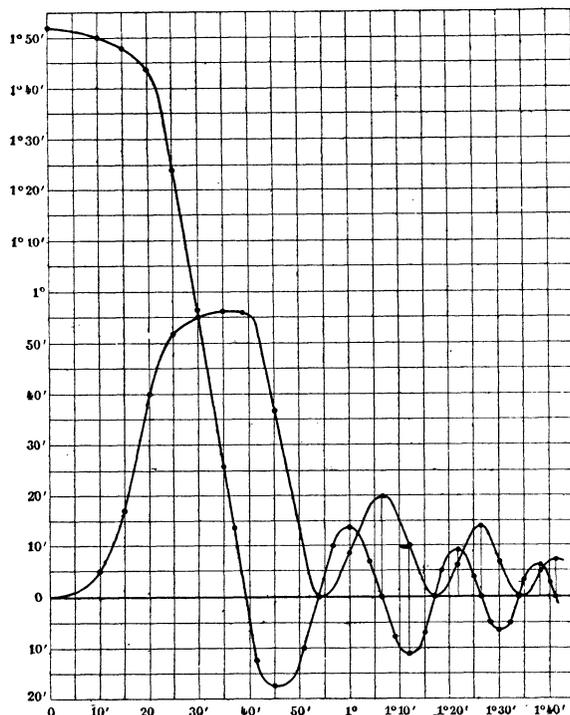
Voici la courbe des résultats relatifs au spath de 33^{mm}. J'ai reproduit simultanément la courbe des rotations, afin de montrer les rapports qui existent entre les deux ordres de mesures.

On voit que les points où la rotation magnétique est nulle correspondent alternativement à des ellipses maximum ou nulles.

Dans la direction de l'axe, l'aimantation produit une simple rotation de la vibration incidente suivant les lois ordinaires, c'est-à-dire proportionnelle au champ magnétique et à l'épaisseur du cristal. Inversement, des rotations observées suivant l'axe on déduit la variation du champ magnétique en fonction des intensités données au courant de l'électro-aimant. Il suffit donc de connaître la valeur absolue du champ relative à une intensité particulière du courant, pour en déduire les valeurs absolues correspondant aux autres intensités.

Or, pour un courant de 25 ampères, la valeur absolue du champ magnétique, mesurée par la rotation du sulfure de carbone, a été trouvée égale à 1808 unités.

Fig. 8.



On en déduit le tableau suivant :

Courant en ampères.	Rotation.	Valeur absolue du champ magnétique.
10	1.40	822 unités
15	1.00	1233 »
20	1.14	1521 »
25	1.28	1808 »
30	1.39	2034 »
40	1.58	2425 »

En dehors de l'axe optique du cristal, il y a en général rotation et production de lumière elliptique, sauf pour des incidences particulières. La rotation a lieu alternativement à droite et à gauche de la vibration incidente,

pendant que l'ellipse éprouve des variations de grandeur qui suivent une périodicité analogue.

Le long des bras de la croix d'un spath placé dans un champ magnétique et observé entre un polariseur et un analyseur à l'extinction, la lumière n'est donc pas éteinte : elle présente une série de maxima et de minima, c'est-à-dire précisément toutes les particularités offertes par le quartz. Dans ce dernier, les maxima correspondent également à des ellipses dont le grand axe est dirigé suivant la vibration incidente; les minima à des vibrations rectilignes parallèles à la vibration incidente. Entre ces directions particulières, l'ellipse issue du quartz a son grand axe dirigé périodiquement à droite et à gauche de la vibration primitive.

CHAPITRE III.

INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS.

Ces résultats peuvent être interprétés comme dans le quartz, suivant les conceptions d'Airy.

Lorsqu'un rayon rectiligne incident se présente sur un spath d'Islande placé dans un champ magnétique, il se transforme en deux elliptiques réciproques inverses qui se propagent avec des vitesses différentes. A la sortie, l'analyse optique donne le résultat de la recomposition de ces elliptiques après qu'ils ont subi l'un par rapport à l'autre une certaine différence de marche en traversant le cristal.

Soit $y = \sin 2\pi \frac{t}{T}$ la vibration incidente.

La décomposition en deux elliptiques inverses donne

$$\begin{aligned} y' &= \frac{1}{1+k^2} \sin 2\pi \frac{t}{T}, & y'' &= \frac{k^2}{1+k^2} \sin 2\pi \frac{t}{T}, \\ x' &= \frac{k}{1+k^2} \cos 2\pi \frac{t}{T}, & x'' &= \frac{-k}{1+k^2} \cos 2\pi \frac{t}{T}. \end{aligned}$$

En traversant le cristal aimanté, l'un des deux elliptiques prend sur

l'autre un retard δ et l'on a, par exemple,

$$y' = \frac{1}{1+k^2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\delta}{\lambda} \right), \quad y'' = \frac{k^2}{1+k^2} \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

$$x' = \frac{k}{1+k^2} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\delta}{\lambda} \right), \quad x'' = \frac{-k}{1+k^2} \cos 2\pi \frac{t}{T}.$$

A la sortie, ces deux elliptiques se recombinent :

$$Y = \frac{1}{1+k^2} \left[\sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\delta}{\lambda} \right) + k^2 \sin 2\pi \frac{t}{T} \right] = \frac{B'}{1+k^2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} \right);$$

d'où

$$\cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} + k^2 = B' \cos 2\pi \frac{d}{\lambda},$$

$$\sin 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = B' \sin 2\pi \frac{d}{\lambda};$$

on en déduit

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} B'^2 = 1 + k^4 + 2k^2 \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \\ \text{et} \\ \text{tang } 2\pi \frac{d}{\lambda} = \frac{\sin 2\pi \frac{\delta}{\lambda}}{k^2 + \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}}. \end{array} \right.$$

De même

$$X = \frac{k}{1+k^2} \left[\cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\delta}{\lambda} \right) - \cos 2\pi \frac{t}{T} \right] = \frac{kA'}{1+k^2} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d'}{\lambda} \right),$$

d'où

$$\cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} - 1 = A' \cos 2\pi \frac{d'}{\lambda},$$

$$\sin 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = + A' \sin 2\pi \frac{d'}{\lambda};$$

on en déduit

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} A'^2 = 4 \sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}, \\ \text{tang } 2\pi \frac{d'}{\lambda} = - \frac{\sin 2\pi \frac{\delta}{\lambda}}{1 - \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}}. \end{array} \right.$$

Des groupes d'équations (1) et (2) on tire la valeur de $\frac{B'}{A'}$ et de

$$\operatorname{tang} 2\pi \frac{d' - d}{\lambda},$$

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{B'^2}{A'^2} = \frac{1 + k^2 + 2k^2 \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}}{4 \sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}}, \\ \operatorname{tang} 2\pi \frac{d' - d}{\lambda} = \frac{1 + k^2}{1 - k^2} \cot \pi \frac{\delta}{\lambda}. \end{array} \right.$$

La méthode de mesure employée donne l'ellipse par ses axes. Mais, lorsqu'on connaît la direction des axes d'une ellipse et leur rapport $\frac{B}{A}$, on en déduit $\frac{B'}{A'}$, le rapport des composantes suivant deux directions rectangulaires quelconques, et la différence de marche $d' - d$ correspondant à ces deux directions. Des mesures effectuées, on déduira donc $\frac{B'}{A'}$ et $d' - d$, d'où k et δ en résolvant les équations (3). Voici comment on peut diriger les calculs.

Les équations (3) peuvent s'écrire

$$(3') \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{B'^2}{k^2 A'^2} = \frac{(1 + k^2)^2}{4k^2 \sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}} - 1 = m^2, \\ \cot 2\pi \frac{d' - d}{\lambda} = \frac{1 - k^2}{1 + k^2} \operatorname{tang} \pi \frac{\delta}{\lambda} = n. \end{array} \right.$$

Calculons les quantités $\frac{B'}{kA'}$ et $\operatorname{tang} 2\pi \frac{d' - d}{\lambda}$ en fonction de $\varphi = \frac{A}{B}$ et de la rotation α .

L'ellipse analysée, rapportée à ses axes, a pour équations

$$y' = B \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

$$x' = A \cos 2\pi \frac{t}{T}.$$

Par rapport aux axes primitifs, elle a pour équations

$$Y = \frac{B'}{1 + k^2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda} \right),$$

$$X = \frac{kA'}{1 + k^2} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d'}{\lambda} \right);$$

or

$$\begin{aligned} X &= x' \cos \alpha + y' \sin \alpha, \\ Y &= -x' \sin \alpha + y' \cos \alpha; \end{aligned}$$

d'où, par identification des valeurs de X et de Y,

$$(4) \quad \begin{cases} \frac{kA'}{1+k^2} \cos 2\pi \frac{d'}{\lambda} = A \cos \alpha, \\ \frac{kA'}{1+k^2} \sin 2\pi \frac{d'}{\lambda} = B \sin \alpha, \\ \frac{B'}{1+k^2} \cos 2\pi \frac{d}{\lambda} = B \cos \alpha, \\ \frac{B'}{1+k^2} \sin 2\pi \frac{d}{\lambda} = A \sin \alpha. \end{cases}$$

De ces quatre équations, on tire $\frac{B'}{kA'}$ et $\cot 2\pi \frac{d'-d}{\lambda}$ en fonction de $\frac{A}{B}$ et de α .

Des deux premières, on déduit

$$\tan 2\pi \frac{d'}{\lambda} = \frac{B}{A} \tan \alpha.$$

Des deux dernières,

$$\tan 2\pi \frac{d}{\lambda} = \frac{A}{B} \tan \alpha;$$

d'où

$$\tan 2\pi \frac{d'-d}{\lambda} = \frac{\frac{B}{A} \tan \alpha - \frac{A}{B} \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{\sin 2\alpha}{\tan 2\varphi},$$

en posant $\frac{A}{B} = \tan \varphi$.

Dans les expériences actuelles, les angles α et φ sont très petits : on peut donc remplacer $\sin 2\alpha$ et $\tan 2\varphi$ par 2α et 2φ , ce qui donne

$$\tan 2\pi \frac{d'-d}{\lambda} = \frac{\alpha}{\varphi} \quad \text{ou} \quad \cot 2\pi \frac{d'-d}{\lambda} = \frac{\varphi}{\alpha} = n.$$

De même, en faisant la somme des carrés des deux premières équations du groupe 4, on a

$$\frac{k^2 A'^2}{(1+k^2)^2} = A^2 \cos^2 \alpha + B^2 \sin^2 \alpha$$

et, pour les deux dernières,

$$\frac{B'^2}{(1+k^2)^2} = B^2 \cos^2 \alpha + A \sin^2 \alpha,$$

d'où

$$\frac{B'^2}{k^2 A'^2} = \frac{A^2 \sin^2 \alpha + B^2 \cos^2 \alpha}{A^2 \cos^2 \alpha + B^2 \sin^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \varphi \sin^2 \alpha + \cos^2 \varphi \cos^2 \alpha}{\sin^2 \varphi \cos^2 \alpha + \cos^2 \varphi \sin^2 \alpha},$$

α et φ étant très petits, les cosinus peuvent être remplacés par l'unité et les sinus par les arcs,

$$\frac{B'^2}{k^2 A'^2} = \frac{1 + \varphi^2 \alpha^2}{\varphi^2 + \alpha^2};$$

$\varphi^2 \alpha^2$ est infiniment petit par rapport à 1. On a donc

$$\frac{B'^2}{k^2 A'^2} = \frac{1}{\varphi^2 + \alpha^2} = m^2.$$

Les deux équations (3') deviennent donc

$$(3'') \quad \begin{cases} 1 + m^2 = \frac{(1+k^2)^2}{4k^2 \sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}}, \\ n = \frac{1-k^2}{1+k^2} \operatorname{tang} \pi \frac{\delta}{\lambda}, \end{cases}$$

m et n étant donnés par les relations

$$n = \frac{\varphi}{\alpha}, \quad m^2 = \frac{1}{\varphi^2 + \alpha^2}.$$

Les équations (3'') se résolvent facilement en prenant pour inconnue auxiliaire $\frac{1}{k} - k$.

Elles peuvent s'écrire

$$1 + m^2 = \frac{\left(\frac{1}{k} + k\right)^2}{4 \sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}},$$

$$n = \frac{\frac{1}{k} - k}{\frac{1}{k} + k} \operatorname{tang} \pi \frac{\delta}{\lambda},$$

d'où

$$\frac{1}{k} - k = \frac{n}{\operatorname{tang} \pi \frac{\delta}{\lambda}} 2 \sin \pi \frac{\delta}{\lambda} \sqrt{1+m^2} = 2n \cos \pi \frac{\delta}{\lambda} \sqrt{1+m^2}.$$

En remplaçant $\cos \pi \frac{\delta}{\lambda}$ par sa valeur tirée des équations (3''),

$$\frac{1}{k} - k = \frac{2mn}{\sqrt{1+n^2}},$$

ce qui donne

$$k = \pm \frac{mn}{\sqrt{1+n^2}} \pm \sqrt{1 + \frac{m^2 n^2}{1+n^2}}.$$

On obtient ainsi simultanément les deux valeurs k et $\frac{1}{k}$. En outre, on a

$$\operatorname{tang}^2 \pi \frac{\delta}{\lambda} = n^2 + \frac{1+n^2}{m^2}.$$

Le calcul des quantités k et δ peut donc s'effectuer facilement. Remplaçons m et n par leurs valeurs en φ et α ; on a

$$(5) \quad \begin{cases} k = \pm \frac{\varphi}{\alpha^2 + \varphi^2} \pm \sqrt{1 + \frac{\varphi^2}{(\alpha^2 + \varphi^2)^2}}, \\ \operatorname{tang}^2 \pi \frac{\delta}{\lambda} = \frac{\varphi^2 + (\alpha^2 + \varphi^2)^2}{\alpha^2}. \end{cases}$$

Suivant la direction de l'axe, on a $\varphi = 0$. Donc $k = 1$ et $\operatorname{tang} 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = \alpha^2$ ou sensiblement $\pi \frac{\delta}{\lambda} = \alpha$. On sait en effet que, dans ce cas, la différence de phase $2\pi \frac{\delta}{\lambda}$ est double de α .

Lorsque φ n'est pas infiniment petit par rapport à α , c'est-à-dire à quelque distance de l'axe, les formules (5) peuvent être pratiquement simplifiées. En effet, dans ce cas, $(\alpha^2 + \varphi^2)^2$ est très petit par rapport à φ^2 ; le quotient $\frac{\varphi^2}{(\alpha^2 + \varphi^2)^2}$ est très grand. La racine carrée de $1 + \frac{\varphi^2}{(\alpha^2 + \varphi^2)^2}$ est sensiblement égale à $\frac{\varphi}{\alpha^2 + \varphi^2}$, et l'une des valeurs de k est

$$k = \frac{2\varphi}{\alpha^2 + \varphi^2}.$$

On a de même, sensiblement,

$$\operatorname{tang} \pi \frac{\delta}{\lambda} = \frac{\varphi}{\alpha},$$

en négligeant $(\alpha^2 + \varphi^2)^2$ devant φ^2 .

Quelques cas particuliers sont intéressants à étudier.

Supposons que la différence de marche δ soit un multiple impair de $\frac{\lambda}{2}$,

$$\delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

Les équations des deux elliptiques réciproques deviennent

$$\begin{aligned} y' &= \frac{1}{1+k^2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{\bar{T}} - \frac{2k+1}{2} \right) = \frac{-1}{1+k^2} \sin 2\pi \frac{t}{\bar{T}}, & y'' &= \frac{k^2}{1+k^2} \sin 2\pi \frac{t}{\bar{T}}, \\ x' &= \frac{k}{1+k^2} \cos 2\pi \left(\frac{t}{\bar{T}} - \frac{2k+1}{2} \right) = \frac{-k}{1+k^2} \cos 2\pi \frac{t}{\bar{T}}, & x'' &= \frac{-k}{1+k^2} \cos 2\pi \frac{t}{\bar{T}}. \end{aligned}$$

La recomposition des deux donne

$$\begin{aligned} Y &= \frac{-(1-k^2)}{1+k^2} \sin 2\pi \frac{t}{\bar{T}}, \\ X &= \frac{-2k}{1+k^2} \cos 2\pi \frac{t}{\bar{T}}. \end{aligned}$$

C'est l'équation d'une ellipse rapportée à ses axes.

Ainsi, lorsque la différence de marche entre les deux elliptiques est un multiple impair de demi-longueurs d'onde, l'ellipse sortante a pour axes la direction de la vibration incidente et la direction perpendiculaire. Dans ce cas, la rotation apparente est nulle, et le rapport des axes donne immédiatement

$$\varphi = \frac{2k}{1-k^2},$$

d'où k .

Pour ces incidences particulières, on a donc très simplement le rapport des axes des ellipses qui se propagent dans le cristal. En prenant des spaths d'épaisseurs variables, on pourrait avoir par ce moyen les valeurs de k correspondant à autant d'incidences qu'on voudrait. C'est une des méthodes indiquées par Jamin pour l'étude du quartz (1).

(1) JAMIN, *Annales de Chimie et de Physique*, 3^e série, t. XXX, p. 55.

Lorsque la différence de marche entre les deux elliptiques réciproques qui se propagent à l'intérieur du cristal est un multiple pair de $\frac{\lambda}{2}$, la vibration sortante est rectiligne et dirigée suivant la vibration incidente. Ces elliptiques deviennent, en effet,

$$y' = \frac{1}{1+k^2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - k \right) = \frac{1}{1+k^2} \sin 2\pi \frac{t}{T}, \quad y'' = \frac{k^2}{1+k^2} \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

$$x' = \frac{k}{1+k^2} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - k \right) = \frac{k}{1+k^2} \cos 2\pi \frac{t}{T}, \quad x'' = \frac{-k}{1+k^2} \cos 2\pi \frac{t}{T}.$$

Ils reproduisent exactement les elliptiques incidents ou la vibration incidente

$$Y = \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

$$X = 0.$$

La rotation apparente est donc nulle et l'ellipse nulle. Inversement, la coïncidence des points où l'ellipse et la rotation sont nulles permet de conclure à la similitude des deux elliptiques inverses qui se propagent à l'intérieur du cristal.

D'une manière générale, les points où la rotation magnétique est nulle correspondent donc à des différences de marche égales aux multiples successifs de $\frac{\lambda}{2}$. Nous avons vu que ces points étaient très voisins de ceux qui correspondent aux mêmes différences de marche entre les deux rayons ordinaires et extraordinaires dans le cristal non aimanté, les premiers étant un peu plus rapprochés de l'axe que les seconds. L'écart tient à la petite différence de marche ajoutée par l'action du champ magnétique à la différence de marche due à la biréfringence ordinaire.

J'ai calculé les valeurs de k et les valeurs de δ relatives à une plaque de spath de 1^{mm} d'épaisseur pour toutes les incidences sous lesquelles j'ai fait à la fois la mesure de la rotation et la mesure de l'ellipse. Les résultats de ces calculs sont contenus dans le Tableau suivant. Ils sont relatifs à la fois aux deux spaths et rangés par incidences croissantes.

Ce Tableau est analogue à celui que Jamin a déduit de ses mesures sur le quartz ⁽¹⁾.

(1) JAMIN, *Annales de Chimie et de Physique*, 3^e série, t. XXX, p. 66.

Tableau des valeurs des rapports des axes et des différences de marche pour une plaque de spath de 1^{mm} d'épaisseur.

Épaisseur.	Incidence.	Rotation α .	Ellipse φ .	k .	$\text{tang } \pi \frac{\delta}{\lambda}$.	$\pi \frac{\delta}{\lambda}$.	$\frac{\delta}{\lambda e}$.
} 26	0. 0	+1.28'	0'	1	»	1°28'	0,00031
	33	1.52	0	1	»	1°52'	0,00031
26	0. 9	1.26	2	0,435	0,034	1°57'	0,00041
33	0.10	1.50	5	0,316	0,055	3°8'	0,00053
26	0.14	1.24	7	0,144	0,084	4°48'	0,0010
33	0.15	1.48	17	0,103	0,16	9°5'	0,0015
26	0.19	1.21	21	0,055	0,26	14°34'	0,0031
33	0.20	1.44	40	0,045	0,38	20°48'	0,0035
33	0.25	1.24	52	0,026	0,62	31°48'	0,0053
26	0.29	0.59	37	0,019	0,62	31°48'	0,0068
33	0.30	0.56	55	0,015	0,98	44°25'	0,0075
33	0.35	0.26	56	0,0095	2,15	65°3'	0,0110
33	0.39	0. 0	56	0,0081	∞	90°	0,0151
26	0.40	0.15	44	0,0072	2,93	71°9'	0,0151
26	0.43	0. 0	44	0,0064	∞	90°	0,019
33	0.45	-0.17	36	0,0062	-2,12	180° - 64°45' = 115°15'	0,019
26	0.51	-0.17	20	0,0050	-1,17	180° - 49°28' = 130°32'	0,028
33	0.54	0. 0	0	»	0	180°	0,030
26	0.59	0. 0	0	»	0	180°	0,038
33	0.60	+0.14	8	0,0047	+0,57	180° + 29°41' = 209°41'	0,035
33	1. 6	0. 0	20	0,0030	∞	270°	0,045
26	1. 7	+0.12	11	0,0034	+0,91	180° + 42°18' = 222°18'	0,047
33	1.12	-0.11	10	0,0032	-0,91	360° - 42°18' = 317°42'	0,053
26	1.13	0. 0	18	0,0026	∞	270°	0,057
33	1.17	0. 0	0	»	0	360°	0,060
26	1.19	-0. 9	9	0,0028	-1	360° - 45° = 315°	0,067
33	1.22	+0. 9	6	0,0028	+0,66	360° + 33°25' = 393°25'	0,067
26	1.24	0. 0	0	»	0	360°	0,076
33	1.26	0. 0	14	0,0021	∞	360° + 90° = 450°	0,076
26	1.29	+0. 6	6	0,0018	+1	360° + 45° = 405°	0,086
33	1.30	-0. 7	6	0,0020	-0,86	540° - 40°41' = 499°19'	0,084
33	1.34	0. 0	0	»	0	360° + 180° = 540°	0,091
26	1.34	0. 0	12	0,0017	∞	360° + 90° = 450°	0,096
33	1.38	+0. 5	5	0,0014	+1	540° + 45° = 585°	0,098
26	1.39	-0. 5	6	0,0014	-1,2	540° - 50°11' = 489°49°	0,104
33	1.42	0. 0	7	0,0010	∞	540° + 90° = 630°	0,106
26	1.44	0. 0	0	»	0	360° + 180° = 540°	0,115
26	1.49	+0. 4	3	0,0012	+0,75	540° + 36°52' = 576°52'	0,123
26	1.53	0. 0	6	0,0008	∞	540° + 90° = 630°	0,134

Dans une étude théorique publiée en 1885 ⁽¹⁾, M. Gouy, appliquant le principe de l'indépendance des effets simultanés aux phénomènes produits dans un milieu par l'action combinée du pouvoir rotatoire et de la double réfraction, montre que ce principe permet de retrouver l'hypothèse imaginée par Airy, et conduit à des relations simples entre les quantités k et δ et la rotation ω qui se superpose à la double réfraction φ sous chaque incidence.

Les relations données par M. Gouy sont

$$\frac{\omega}{\pi} = \varphi \frac{2k}{1-k^2} \quad (2),$$

$$\frac{\omega}{\pi} = \delta \frac{2k}{1-k^2} \quad (3).$$

La première relie directement le pouvoir rotatoire et la double réfraction. La deuxième donne le pouvoir rotatoire en fonction de k et δ seuls. Dans ces formules, les quantités $\frac{\omega}{\pi}$ et φ sont comptées en vibrations ou en ondes; ainsi, pour un quart d'onde et une rotation de 1° , on a

$$\varphi = \frac{1}{4}, \quad \frac{\omega}{\pi} = \frac{1}{180}.$$

En calculant ces relations pour les valeurs du Tableau ci-dessus, on a :

⁽¹⁾ *Journal de Physique*, 2^e série, t. IV, p. 149.

⁽²⁾ *Ibid.*, p. 154.

⁽³⁾ *Ibid.*, p. 158.

Incidences.	$\frac{\omega}{\pi} = \varphi \frac{2k}{1-k^2}$.	$\frac{\omega}{\pi} = \delta \frac{2k}{1+k^2}$.	Incidences.	$\frac{\omega}{\pi} = \varphi \frac{2k}{1-k^2}$.	$\frac{\omega}{\pi} = \delta \frac{2k}{1+k^2}$.
0. 0'	»	0,00031	0.60'	0,00029	0,00033
0. 9	0,00074	0,00030	1. 6	0,00023	0,00027
0.10	0,00060	0,00030	1. 7	0,00027	0,00032
0.14	0,00049	0,00023	1.12	0,00029	0,00034
0.15	0,00040	0,00031	1.13	0,00024	0,00030
0.19	0,00034	0,00034	1.19	0,00030	0,00037
0.20	0,00031	0,00031	1.22	0,00023	0,00037
0.25	0,00028	0,00028	1.26	0,00027	0,00032
0.29	0,00027	0,00026	1.29	0,00025	0,00031
0.30	0,00023	0,00023	1.30	0,00028	0,00033
0.35	0,00020	0,00023	1.34	0,00026	0,00033
0.39	0,00021	0,00024	1.38	0,00023	0,00027
0.40	0,00020	0,00021	1.39	0,00024	0,00029
0.43	0,00021	0,00024	1.42	0,00018	0,00021
0.45	0,00022	0,00024	1.49	0,00023	0,00030
0.51	0,00022	0,00028	1.53	0,00018	0,00021

On voit que $\frac{\omega}{\pi}$, calculé par les deux formules, est sensiblement constant pour toutes les incidences. Le phénomène, interprété suivant les idées de M. Gouy, peut donc être considéré comme résultant de la superposition d'un pouvoir rotatoire magnétique uniforme à la double réfraction.

RÉSUMÉ.

J'ai établi dans ce travail les propriétés suivantes du spath d'Islande :

1° Ce cristal possède le pouvoir rotatoire magnétique non seulement suivant l'axe, mais aussi suivant les directions inclinées sur l'axe.

2° Suivant l'axe, l'action magnétique est une simple rotation de la vibration incidente.

3° Suivant les directions inclinées sur l'axe, l'action du champ produit en général à la fois une rotation et une transformation de la vibration rectiligne incidente en vibration elliptique.

4° La rotation change périodiquement de sens, en devenant nulle pour une série de directions particulières.

5° L'ellipse produite par le champ magnétique devient alternativement nulle et maximum pour les directions successives où la rotation est nulle.

J'ai montré comment ces résultats, analogues à ceux que présente le quartz naturel, pouvaient être interprétés suivant les conceptions d'Airy, et

comment des données expérimentales on pouvait déduire les valeurs de k et δ relatives aux différentes incidences.

Comment aussi, d'après les idées de M. Gouy, le phénomène pouvait être considéré comme résultant de la superposition d'un pouvoir rotatoire magnétique uniforme, à la double réfraction.

Ce travail m'a en outre conduit à adapter le polarimètre à pénombre à l'étude du pouvoir rotatoire des cristaux et, enfin, à une nouvelle méthode d'analyse des vibrations elliptiques.

Ce travail a été effectué à la Faculté des Sciences de Toulouse. Qu'il me soit permis d'adresser ici mes bien sincères remerciements à MM. Brillouin et Berson pour les facilités et les bienveillants conseils qu'ils m'ont donnés.

Je remercie également M. Baillaud, qui a bien voulu mettre à ma disposition un local à l'Observatoire pour y installer mes expériences.

