

# JOURNAL de Théorie des Nombres de BORDEAUX

*anciennement Séminaire de Théorie des Nombres de Bordeaux*

Alain TOGBÉ

**Corrigendum to "Complete Solutions of a Family of Cubic Thue Equations"**

**[Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux 18 (2006), 285-298]**

Tome 28, n° 1 (2016), p. 287-288.

<[http://jtnb.cedram.org/item?id=JTNB\\_2016\\_\\_28\\_1\\_287\\_0](http://jtnb.cedram.org/item?id=JTNB_2016__28_1_287_0)>

© Société Arithmétique de Bordeaux, 2016, tous droits réservés.

L'accès aux articles de la revue « Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux » (<http://jtnb.cedram.org/>), implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://jtnb.cedram.org/legal/>). Toute reproduction en tout ou partie de cet article sous quelque forme que ce soit pour tout usage autre que l'utilisation à fin strictement personnelle du copiste est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

**cedram**

*Article mis en ligne dans le cadre du  
Centre de diffusion des revues académiques de mathématiques  
<http://www.cedram.org/>*

## Corrigendum to "Complete Solutions of a Family of Cubic Thue Equations" [Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux **18** (2006), 285–298]

par ALAIN TOGBÉ

RÉSUMÉ. Dans notre article original [4], le lemme 2.2 n'était pas correctement démontré. L'erreur a depuis été réparée par Lee–Louboutin [3]. Cette erreur n'affecte cependant pas le résultat final de l'article.

ABSTRACT. In our original paper [4], Lemma 2.2 was not properly proved. This was done by Lee–Louboutin [3]. The gap doesn't affect the final result of the paper.

In [4], using Baker's method we studied the family of Thue equations

$$(1) \quad \begin{aligned} \Phi_n(x, y) &= x^3 + (n^8 + 2n^6 - 3n^5 + 3n^4 - 4n^3 + 5n^2 - 3n + 3)x^2y \\ &\quad - (n^3 - 2)n^2xy^2 - y^3 \\ &= \pm 1, \end{aligned}$$

for  $n \geq 0$ . To do so, we considered the number field  $\mathbb{K}_n$  related with  $\phi_n(x)$  defined by

$$(2) \quad \begin{aligned} \phi_n(x) &= x^3 + (n^8 + 2n^6 - 3n^5 + 3n^4 - 4n^3 + 5n^2 - 3n + 3)x^2 \\ &\quad - (n^3 - 2)n^2x - 1. \end{aligned}$$

See also [2], pages 100–103. One can see that  $\phi_n$  has three real roots  $\theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \theta^{(3)}$ . For any solution  $(x, y)$  of (1), we have

$$(3) \quad \Phi_n(x, y) = \prod_{j=1}^3 (x - \theta^{(j)}y) = N_{\mathbb{Q}(\theta^{(1)})/\mathbb{Q}}(x - \theta^{(j)}y) = \pm 1.$$

This means that  $x - \theta^{(j)}y$  is a unit in the order  $\mathcal{O} := \mathbb{Z}[\theta^{(1)}, \theta^{(2)}]$ . We proved the following result (see Lemma 2.2 of [4]).

Manuscrit reçu le 6 novembre 2014, accepté le 21 novembre 2014.

Mathematics Subject Classification. 11D59, 11Y50.

Mots-clés. Parametric Thue equations, Baker's method.

**Lemma 2.2.** *Let us consider  $\mathcal{O} := \mathbb{Z}[\theta^{(1)}, \theta^{(2)}]$  and  $< -1, \theta^{(1)}, \theta^{(2)} >$  a subgroup of the unit group. We have*

$$(4) \quad I := [\mathcal{O}^\times : < -1, \theta^{(1)}, \theta^{(2)} >] < 3,$$

for  $n \geq 29$ .

There was a gap in the proof of Lemma 2.2 due to the misinterpretation of Cusick's result, see Proposition 2.1 of [1]. Lee and Louboutin filled the gap and confirmed Lemma 2.2, for any integer  $n$  by proving Lemma 6.4, page 293 of [3]. As Lemma 2.2 is correct, this doesn't affect the main result obtained in our paper.

*Remark.* The example given on page 288 of [3] has no link with polynomial (2).

**Acknowledgments.** We thank Professor Stéphane Louboutin for sending us the manuscript of their paper.

## References

- [1] T. W. CUSICK, "Lower bounds for regulators", in *Number theory, Noordwijkerhout 1983 (Noordwijkerhout, 1983)*, Lecture Notes in Math., vol. 1068, Springer, Berlin, 1984, p. 63-73.
- [2] Y. KISHI, "A family of cyclic cubic polynomials whose roots are systems of fundamental units", *J. Number Theory* **102** (2003), no. 1, p. 90-106.
- [3] J. H. LEE & S. R. LOUBOUTIN, "On the fundamental units of some cubic orders generated by units", *Acta Arith.* **165** (2014), no. 3, p. 283-299.
- [4] A. TOGBÉ, "Complete solutions of a family of cubic Thue equations", *J. Théor. Nombres Bordeaux* **18** (2006), no. 1, p. 285-298.

Alain TOGBÉ  
 Mathematics Department  
 Purdue University North Central  
 1401 S, U.S. 421  
 Westville IN 46391  
 USA  
*E-mail:* atogbe@pnc.edu