ANNALES DE L'INSTITUT FOURIER

LAURENT SCHWARTZ

Les espaces de type et cotype 2 d'après Bernard Maurey, et leurs applications

Annales de l'institut Fourier, tome 24, nº 2 (1974), p. 179-188

<http://www.numdam.org/item?id=AIF_1974__24_2_179_0>

Ann. Inst. Fourier, Grenoble
24, 2 (1974), 179-188.

LES ESPACES DE TYPE ET COTYPE 2, D'APRÈS BERNARD MAUREY, ET LEURS APPLICATIONS

par Laurent SCHWARTZ.

1. Les probabilités cylindriques q-cylindriquement de type p et les fonctions aléatoires linéaires q-factorisables de type p.

On appelle espace à dual quasi-normé E la donnée d'un couple (E, E') d'espaces vectoriels en dualité séparante, et d'une quasi-norme $\| \;\|$ sur E', dont la boule unité B' est bornée pour $\sigma(E', E)$; on notera souvent par (E; E', B') un espace à dual quasi-normé. Si ν est une mesure $\geqslant 0$ finie sur **R**, on pose $\|\nu\|_p = \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |t|^p\, \nu(dt)\right)^{1/p}$, $0 < p \leqslant +\infty$ (modification évidente pour $p = +\infty$);

$$J_\alpha(\nu) = \mathrm{Min}\, \{a \geqslant 0;\, \nu((]-\infty, a[) \cup (]a, +\infty[)) \leqslant \alpha\};$$

de sorte que $J_\alpha(\nu) \leqslant a$ équivaut à

$$\nu((]-\infty, -a[) \cup (]a, +\infty[)) \leqslant \alpha;$$

on peut le définir pour $0 \leqslant \alpha \leqslant 1$, mais sauf mention expresse du contraire, on supposera $0 < \alpha < 1$. Plus généralement, si ν est une mesure $\geqslant 0$ de Radon finie sur un espace quasi-normé G, on posera $\|\nu\|_p = \left(\int_G \|g\|^p \nu\, (dg)\right)^{1/p}$,

$$J_\alpha(\nu) = \mathrm{Inf}\, \{a \geqslant 0;\ \nu\{g \in G, \|g\| > a\} \leqslant \alpha\}.$$

Une probabilité de Radon ν sera dite d'ordre $p > 0$ si $\|\nu\|_p < +\infty$, d'ordre 0 dans tous les cas, ce qui revient à dire aussi que, pour tout α, $J_\alpha(\nu) < +\infty$. Si λ est une probabilité cylindrique sur $\sigma(E, E')$, on dira qu'elle est de type $p > 0$ si $\|\lambda\|_p^* = \operatorname*{Sup}_{\xi \in B', \|\xi\| \leqslant 1} \|\xi(\lambda)\|_p < +\infty$, et de type 0 si, pour tout α (comme toujours, $0 < \alpha < 1$!),

$$J_\alpha^*(\lambda) = \operatorname*{Sup}_{\xi \in B', \|\xi\| \leqslant 1} J_\alpha(\xi(\lambda)) < +\infty$$

Soit λ une probabilité cylindrique de type $p > 0$. Alors, pour tout $\xi \in E'$, $\xi(\lambda)$ est une probabilité sur $\mathbf{R}$, et on a $\|\xi(\lambda)\|_p \leqslant \|\lambda\|_p^* \|\xi\|$. Si maintenant $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ sont n éléments de E', $(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)(\lambda)$ est une probabilité d'ordre p sur $\mathbf{R}^n$, dont on peut calculer l'ordre pour diverses normes sur $\mathbf{R}^n$; si on met sur $\mathbf{R}^n$ la norme

$$l_n^q : (t_1, t_2, \ldots, t_n) \longmapsto \Big(\sum_{1 \leqslant i \leqslant n} |t_i|^q\Big)^{1/q},$$

on trouvera un ordre que nous noterons

$$\|(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)(\lambda)\|_{l_n^q, p}$$
$$= \left[\int_{\mathbf{R}^n} (|t_1|^q + \cdots + |t_n|^q)^{\frac{p}{q}} ((\xi_1, \ldots, \xi_n)(\lambda))(dt_1, \ldots, dt_n)\right]^{\frac{1}{p}}$$

Si $q \leqslant p$, cet ordre est $\leqslant \|\lambda\|_p^* \Big(\sum_{1 \leqslant i \leqslant n} \|\xi_i\|^q\Big)^{1/q}$. Il est donc naturel de poser :

$$\|\lambda\|_{p,q}^* = \operatorname*{Sup}_{n \in \mathbf{N}} \operatorname*{Sup}_{\xi_1, \ldots, \xi_n \in E'} \|(\xi_1, \ldots, \xi_n)(\lambda)\|_{l_n^q, p},$$

pour $\displaystyle \Big(\sum_{i=1}^n \|\xi_i\|^q\Big)^{1/q} \leqslant 1$

et de dire que λ est q-cylindriquement de type p si $\|\lambda\|_{p,q}^* < +\infty$; ce sera automatique si $q \leqslant p$, et on ne considérera que le cas $q > p$. Si $f : E' \to L^p(\Omega, \mu)$ est une fonction aléatoire linéaire représentant λ, on aura :

$$\|\lambda\|_{p,q}^* = \operatorname*{Sup}_{n} \operatorname*{Sup}_{\xi_1, \ldots, \xi_n \in E'} \left\|\Big(\sum_{i=1}^n |f(\xi_i)|^q\Big)^{1/q}\right\|_{L^p(\Omega, \mu)}$$

pour $\displaystyle \Big(\sum_{i=1}^n \|\xi_i\|^q\Big)^{1/q} \leqslant 1$

Naturellement, pour $p = 0$ et $q > 0$, on pourra considérer

$$\|\lambda\|_{J_\alpha, q}^* = \operatorname*{Sup}_{n \in \mathbf{N}} \operatorname*{Sup}_{\left(\sum_{i=1}^n \|\xi_i\|^q\right)^{1/q} \leqslant 1} (J_\alpha((\xi_1, \ldots, \xi_n)(\lambda)))_{l_n^q},$$

et dire que λ est q-cylindriquement de type 0, si, pour tout α, $\|\lambda\|^*_{J_\alpha, q} < +\infty$.

Soit encore $f: E' \to L^p(\Omega, \mu)$, $p \geqslant 0$, représentant λ. On dira que f est q-factorisable, s'il existe une fonction aléatoire $g: E' \to L^q(\Omega, \mu)$ linéaire continue, et une fonction $h \in L^r(\Omega, \mu)$, $\dfrac{1}{p} = \dfrac{1}{q} + \dfrac{1}{r}$, pour $0 \leqslant p < q$, telle que $f(\xi) = hg(\xi)$ pour tout $\xi \in E'$. La quasi-norme q-factorisable de type p de f, pour $p > 0$, sera alors

$$\|f\|^*_{p,q} = \operatorname{Inf} \|g\|_{\mathscr{L}(E';\, L^q(\Omega,\, \mu))} \|h\|_{L^r(\Omega,\, \mu)},$$

pour toutes les représentations possibles de f. Donc f sera q-factorisable de type $0 (p = 0)$ s'il existe une factorisation $f(\xi) = hg(\xi)$, $g: E' \to L^q(\Omega, \mu)$, $h \in L^0(\Omega, \mu)$, et on pourra introduire les jauges q-factorisables de type 0 de f:

$$\|f\|_{J_\alpha, q} = \operatorname{Inf} \|g\|_{\mathscr{L}(E';\, L^q(\Omega,\, \mu))} J_\alpha(h(\mu)).$$

La notion d'application factorisable s'étend aisément à une mesure μ seulement σ-finie sur Ω.

Théorème 1.1. — *Une probabilité cylindrique λ de type $p \geqslant 0$ sur $(E; E', B')$, représentée par une fonction aléatoire $f: E' \to L^p(\Omega, \mu)$, est q-cylindriquement de type p si et seulement si f est q-factorisable. Si $p > 0$, on a exactement*

$$\|\lambda\|^*_{p,q} = \|f\|^*_{p,q}.$$

Si $p = 0$, quel que soit $\beta, 0 < \beta < 1$, il existe $\alpha, 0 < \alpha < 1$, et $M \geqslant 0$, tels que, si l'on choisit $g: E' \to L^q(\Omega, \mu)$ de norme $\leqslant 1$, on ait toujours:

$$\|\lambda\|^*_{J_\beta, q} \leqslant M J_\alpha(h(\mu))$$

et que l'on puisse choisir h telle que

$$J_\beta(h(\mu)) \leqslant M \|\lambda\|^*_{J_\alpha, q}.$$

La démonstration utilise le fait que, si Γ est un ensemble convexe de fonctions convexes semi-continues inférieurement sur un compact convexe, et si tout $\varphi \in \Gamma$ a un minimum

$\leqslant 0$, il existe un même point où toute $\varphi \in \Gamma$ est $\leqslant 0$. On en déduit, sans trop de mal :

Théorème 1.2. — A) *Soit* λ *une probabilité cylindrique sur* E, *q-cylindriquement de type* p *approximable (c'est-à-dire limite cylindrique de probabilités de Radon à supports finis, uniformément q-cylindriquement de type* p*). Si* u *est une application linéaire de* E *dans un espace quasi-normé* G *séparé par son dual, faiblement continue, q-sommante, alors* $u(\lambda)$ *est de Radon d'ordre* p *sur* $\sigma(G'', G')$. *En outre, pour* $p > 0$, *on aura*:

$$\|u(\lambda)\|_p \leqslant \pi_q(u)\|\lambda\|_{p,q}^{*a}.$$

B) *Inversement, soit* λ *une probabilité cylindrique sur* E. *Si, pour toute application* u *q-sommante de* E *dans tout espace quasi-normé* G *séparé par son dual,* $u(\lambda)$ *est de Radon d'ordre* p *sur* $\sigma(G'', G')$, *alors* λ *est q-cylindriquement de type* p.

On en déduit aussitôt :

Théorème 1.3. — *Soit* E *un espace à dual quasi-normé. Les propriétés suivantes sont équivalentes* :

1) *Toute probabilité cylindrique sur* E *de type p-approximable est q-cylindriquement de type* p *(auquel cas elle est q-cylindriquement de type p-approximable).*

1 *bis*) *Si* $p > 0$, *il existe une constante* C *telle que, pour toute probabilité de Radon* λ *à support fini,*

$$\|\lambda\|_{p,q}^{*} \leqslant C\|\lambda\|_p^{*};$$

auquel cas, pour toute probabilité cylindrique, on a aussi

$$\|\lambda\|_{p,q}^{*a} \leqslant C\|\lambda\|_p^{*a};$$

1 *ter*) *Si* $p > 0$, *toute suite de* E, *scalairement* l^p, *est produit d'une suite scalairement* l^q *et d'une suite réelle* l^r, $\frac{1}{p} = \frac{1}{q} + \frac{1}{r}$;

2) *Toute application* u *q-sommante de* E *dans un espace vectoriel quasi normé est p-sommante (et elle est alors complètement sommante, c'est-à-dire sommante pour tout exposant* > -1; *ce qui permet, dans toutes les propriétés précédentes,*

de remplacer p *par n'importe quel exposant* $\geqslant 0$ *ou* > 0 *suivant les cas)*;

2 *bis*) *Il existe une constante* C *(la même que dans* 1 *bis), telle que, pour toute application* u *de* E *dans un quasi-normé de dimension finie, on ait* $\pi_p(u) \leqslant C\pi_q(u)$ *(auquel cas, on a la même inégalité pour toute application* u *dans un quasi-normé quelconque; et aussi pour tout exposant* $p > -1$, *avec une constante dépendant de* p*)*.

Remarque. — On sait qu'un théorème de factorisation de Nikishin a permis à Simone Chevet [1] de montrer la conjecture de Pietsch. Inversement (en supposant la propriété d'approximation métrique sur (E, E')), la conjecture de Pietsch permet de récupérer la factorisation de Nikishin par le théorème (1.3). Soit en effet f: $E' \to L^0(\Omega, \mu)$ linéaire continue. Elle définit une probabilité cylindrique de type 0 sur E. Si E' est r-normé, $r \leqslant 1$, le théorème de Pietsch dit que toute application q-sommante de E dans tout espace vectoriel quasi-normé, $q < r$, est 0-sommante. Donc toute probabilité cylindrique de type 0 sur E est q-cylindriquement de type 0; donc f admet la factorisation

$$f: E' \xrightarrow{g} L^q(\Omega, \mu) \xrightarrow{h} L^0(\Omega, \mu)$$

$h \in L^0(\Omega, \mu)$, ce qui est le résultat de Nikishin.

2. Les espaces de type q.

Dans ce paragraphe, $0 < q \leqslant 2$; on appellera $\bar{q}$ le nombre $+\infty$ si $q = 2$, q lui-même si $q < 2$.

Définition 2.1. — *Soit* $u: F \to G$ *une application linéaire d'un espace vectoriel quasi-normé dans un autre. On dit qu'elle est de type* (p, q), $0 < p < \bar{q}$, *s'il existe une constante* $\tau^* \geqslant 0$ *telle que, pour tout système fini de variables* q*-gaussiennes normales indépendantes* Z_i, $1 \leqslant i \leqslant n$, *et de vecteurs de* F *en même nombre,* f_i, $1 \leqslant i \leqslant n$, *on ait*

$$\left\| \sum_{i=1}^{n} u(f_i) Z_i \right\|_p = \tau^* \left(\sum_{i=1}^{n} \|f_i\|^q \right)^{1/q}.$$

La plus petite constante τ^* possible se notera $\tau^*_{p,q}(u)$. On voit pourquoi nécessairement $p < \bar{q}$: une variable q-gaussienne n'a des moments finis que pour les exposants $< \bar{q}$. Si u est de type (p, q), vuw aussi pour v et w continues, et $\tau^*_{p,q}(vuw) \leqslant \|v\| \tau^*_{p,q}(u) \|w\|$.

L'espace F est de type (p, q) si l'application identique de F est de type (p, q); alors toute application linéaire continue de F dans un quasi-normé ou d'un espace quasi-normé dans F est de type (p, q). Si F est de type (p, q), il en est de même de tous ses sous-espaces et quotients. On peut faire $p = 0$: u est de type $(0, q)$ si, pour tout α, il existe une constante $\tau^*_{J_\alpha, q}(u)$ telle que

$$J_\alpha\left(\sum_{i=1}^{n} u(f_i) Z_i\right) \leqslant \tau^*_{J_\alpha, q}\left(\sum_{i=1}^{n} \|f_i\|^q\right)^{1/q}.$$

Proposition 2.2. — *Si u (resp. F) est de type (p, q), il est de type (p_1, q) pour tout $p_1 < \bar{q}$. On dira alors simplement que u (resp. F) est de type q.*

Démonstration. — Un théorème de Hoffmann-Jørgensen [2] dit que, pour tout $p < \bar{q}$, et tout $r \leqslant 1$, il existe une constante $C = C_{p,q,r}$ et un $\alpha = \alpha_{p,q,r}$ tels que, pour toute combinaison linéaire finie de variables q-gaussiennes indépendantes à coefficients dans un espace vectoriel r-normé, $\| \ \|_p \leqslant CJ_\alpha$. (Bien entendu, dans ce cas, $\tau^*_{p,q}$ dépend de p).

Proposition 2.3. (Pisier) [3]. — *Tout espace de type q est de tout type $\leqslant q$.*

Exemples :

Théorème 2.4. — *Pour $+\infty > r \geqslant 2$, un espace L^r est de type q pour tout $q \leqslant 2$; pour $0 < r < 2$, L^r est de type q pour tout $q < r$; donc un Hilbert est de type q pour tout $q \leqslant 2$; tout espace r-normé est de type q pour tout $q < r$.*

En général, un espace L^∞ n'est de type q pour aucun q, et L^r n'est pas de type r, pour $r < 2$.

Applications : Nous ne donnerons ici que la principale :

Théorème 2.5. — *Soit λ une probabilité cylindrique de type $p \leqslant 2$, sur un espace E à dual quasi-normé, représentée* *par une fonction aléatoire* $f: \mathrm{E}' \to \mathrm{L}^p(\Omega, \mu)$. *Alors* λ *est q-cylindriquement de type* p, $q \leqslant 2$, *si et seulement si* f *est de type* (p, q). *En outre*

$$\|\lambda\|_{p,q}^* = \|\gamma_q\|_p^{-1} \tau_{p,q}^*(f),$$

où γ_q *est la probabilité q-gaussienne normale sur* $\mathbf{R}$.

Évident par Fubini.

Corollaire 2.6. — *Soit* E *un espace, à dual quasi-normé* E′ *quotient d'un sous-espace d'un* L^r. *Alors toute probabilité cylindrique de type* p *approximable sur* E *est q-cylindriquement de type* p *approximable, et toute application q-sommante de* E *dans un quasi-normé est complètement sommante, avec* $0 \leqslant p \leqslant 2$, $q = 2$ *si* $+\infty > r \geqslant 2$, $0 \leqslant p < q < r$ *si* $r < 2$. *Si* E *est un espace hilbertien, toute application* 2*-sommante de* E *dans un quasi-normé est complètement sommante; si* E′ *est r-normé,* $0 < r \leqslant 1$, *toute application q-sommante de* E *dans un quasi-normé,* $q < r$, *est complètement sommante* [1].

3. Espaces de cotype 2.

Définition 3.1. — *Soit* $u: \mathrm{F} \to \mathrm{G}$ *une application linéaire d'un espace vectoriel quasi-normé dans un autre. On dit qu'elle est de cotype* (p, q), $0 < p < \bar{q}$, $q \leqslant 2$, *s'il existe une constante* ${}^*\tau$ *telle que, pour tous système finis* Z_i, $\leqslant 1 \leqslant i \leqslant n$, *de variables q-gaussiennes normales indépendantes, et* f_i, $1 \leqslant i \leqslant n$, *de vecteurs de* F, *on ait*:

$$\left(\sum_{i=1}^n \|u(f_i)\|^q\right)^{1/q} \leqslant {}^*\tau \left\| \sum_{i=1}^n f_i \mathrm{Z}_i \right\|_p ;$$

la plus petite constante ${}^*\tau$ *se notera* ${}^*\tau_{p,q}$. *On peut prendre* $p = 0$; *on supposera alors qu'il existe une constante* ${}^*\tau_q$ *et un* $\alpha = \alpha_q$ *tels que*

$$\left(\sum_{i=1}^n \|u(f_i)\|^q\right)^{1/q} \leqslant {}^*\tau_q \mathrm{J}_\alpha \left(\sum_{i=1}^n f_i \mathrm{Z}_i\right).$$

[1] L'avant-dernière propriété est bien connue; la dernière est la « conjecture de Pietsch »; la première généralise un résultat de Kwapien relatif à $\mathrm{E} = \mathrm{L}^{r'}$ si $r \geqslant 1$.

On aura encore $^*\tau_{p,q}(\nu u w) \leqslant \|\nu\| ^*\tau_{p,q}(u) \| w\|$. F sera dit de cotype (p, q) si son application identique est de cotype (p, q).

PROPOSITION 3.2. — *Une application (resp. un espace quasi-normé), de cotype (p, q) est aussi de cotype (p_1, q), pour tout $p_1 < \overline{q}$. On dit alors qu'il est de cotype q.*

Si F est de cotype q, il en est de même de ses sous-espaces, mais pas de ses quotients. Nous verrons d'ailleurs que tout espace L^1 est de cotype q pour tout q; comme tout Banach est quotient d'un L^1, un passage au quotient, s'il était permis, montrerait que tout Banach est de cotype q pour tout q, ce qui n'est pas.

PROPOSITION 3.3. — *Tout espace quasi-normé F est de cotype q pour tout $q < 2$.*

Démonstration. — On se ramène à montrer que, si $(f_n)_{n \in \mathbf{N}}$ est une suite de vecteurs de F telle que $\sum_{n \in \mathbf{N}} f_n Z_n$ converge en probabilité, $\sum_{n \in \mathbf{N}} \|f_n\|^q < +\infty$. Or les Z_n étant symétriques indépendantes, $\sum_n f_n Z_n$ converge *p. s.* Donc

$$\sum_n \Pr\{\|f_n Z_n\| > 1\} < +\infty;$$

et, pour des variables q-gaussiennes avec $q > 2$,

$$\Pr\left\{|Z_n| > \frac{1}{\|f_n\|}\right\} \simeq \|f_n\|^q.$$

Le seul cas intéressant est donc celui du cotype 2. Mais justement les espaces de cotype 2 ont des propriétés très remarquables.

Exemples :

THÉORÈME 3.4. — *Tout espace* L^r, $0 < r \leqslant 2$, *est de cotype* 2; *plus généralement tout espace quasi-normé plongeable dans un espace* L^0 *est de cotype* 2. *Le dual d'un Banach de type* 2 *est de cotype* 2 *(mais il n'y a rien de vrai en sens inverse,*

c^0 n'est pas de type 2 *bien que son dual l^1 soit de cotype* 2, *et le dual l^∞ de l^1 n'est pas non plus de type* 2).

THÉORÈME 3.4 BIS. — *Si* E *est un Banach de cotype* 2, *toute application* 2-*sommante de* E *dans un quasi-normé est complètement sommante.*

C'est là un théorème difficile, qui utilise un lemme profond de Rosenthal [4].

COROLLAIRE 3.5. — *Toute application linéaire continue d'un espace* L^1 *dans un espace* L^2 *(ou un espace hilbertien) est complètement sommante.*

Grothendieck avait déjà démontré qu'elle était 1-sommante (et c'était aussi une démonstration profonde).

Démonstration. — Puisque L^1 est de cotype 2, il suffit de savoir qu'elle est 2-sommante. Grothendieck a montré qu'un opérateur entre espaces hilbertiens est de Hilbert-Schmidt si et seulement s'il se factorise à travers un espace L^∞ ou un espace L^1 (l'un résultant de l'autre par transposition). Alors tout opérateur u d'un espace L^∞ ou L^1 dans un hilbertien H est 2-sommant, ce qui démontrera le théorème; en effet, si $e = (e_n)_{n\in\mathbf{N}}$ est une suite scalairement l^2 de L^∞ ou L^1, elle définit une application linéaire continue $l^2 \xrightarrow{e} L^\infty$ ou L^1; alors $l^2 \xrightarrow{e} (L^\infty$ ou $L^1) \xrightarrow{u} H$ est de Hilbert-Schmidt donc 2-sommante, donc l'image de la suite « base hilbertienne canonique de l^2 » est une suite l^2 dans H, donc $u(e)$ est l^2, et u est bien 2-sommante.

THÉORÈME 3.6. — *Soient* E, G *des Banach.*

1) *Si* G *est de cotype* 2, *toute application linéaire continue de* E *dans* G, *transformant toute probabilité cylindrique* λ 2-*gaussienne (i. e. de type* 0 *et telle que* $\xi(\lambda)$ *soit* 2-*gaussienne pour tout* $\xi \in E'$) *en probabilité de Radon sur* $\sigma(G'', G')$, *est* 2-*sommante. En particulier, toute application* q-*sommante pour un* q *fini est* 2-*sommante.*

2) *Si* E *est hilbertien et* G *de cotype* 2, *toute application linéaire continue de* E *dans* G *transformant la probabilité cylindrique de Gauss de* E *en une probabilité de Radon sur* $\sigma(G'', G')$, *est complètement sommante.*

3) *Si* G *est tel que toute application linéaire continue d'un Hilbert dans* G, *transformant la probabilité cylindrique de Gauss en probabilité de Radon sur* $\sigma(G'', G')$, *soit complètement sommante,* G *est de cotype* 2.

BIBLIOGRAPHIE

Les principaux résultats sont dus à Maurey, on les trouvera (avec une bibliographie) dans sa Thèse, *Astérisque* 11, 1974. On trouvera aussi beaucoup de ces résultats dans le *séminaire Maurey-Schwartz de l'École Polytechnique* 1972-1973. Pour les notions de base, on pourra aussi consulter le *séminaire Schwartz de l'École Polytechnique*, 1969-1970, et Schwartz : « Probabilités cylindriques et applications radonifiantes », *Journal of the Faculty of Sciences*, The University of Tokyo, Section IA, Vol. 18, No 2, 1971, 139-286.

Voici quelques autres références :

[1] E. M. Nikishin, Resonance theorems and superlinear operators, Translation of contents of *Uspe'hi Matematičeski'h Nauk*, Vol. XXV, N° 6, Nov.-Déc. 1970.

Simone Chevet, Démonstration d'une conjecture de Pietsch, *C.R. Acad. Sc. Paris*, t. 273 (1971), 1261.

[2] J. Hoffmann-Jørgensen, Sums of independant Banach space valued random variables, Aarhus University, Preprint series 1972-1973, N° 1.

[3] Gilles Pisier, Type des espaces normés, *C.R. Acad. Sc., Paris*, t. 276 (1973), 1673.

[4] Rosenthal, On subspaces of L^p, à paraître.

Laurent Schwartz,

Centre de Mathématiques,
École Polytechnique,
17, rue Descartes,
75230 Paris, Cedex 05.