ANNALES DE L'INSTITUT FOURIER

ALBERT PFLUGER

À propos d'un mémoire récent de M. Brelot

Annales de l'institut Fourier, tome 2 (1950), p. 81-82

<http://www.numdam.org/item?id=AIF_1950__2__81_0>

A PROPOS D'UN MÉMOIRE RÉCENT DE M. BRELOT (¹)

par **Albert PFLUGER** (Zürich).

Admettons que la fonction u soit sousharmonique en tout point fini de l'espace à n-dimensions sauf peut-être un ensemble borné de points. Dans le mémoire cité, M. Brelot donne une représentation intégrale de cette fonction en termes de potentiel, qui généralise celle de F. Riesz. Il en déduit qu'une certaine limitation de la croissance des moyennes de u^+ sur les sphères $\overline{\mathrm{OP}} = r$ pour $r \to \infty$ entraîne la même limitation de la fonction u^+ elle-même avec une petite restriction.

Il est à remarquer que ce fait peut être démontré par des moyens plus simples et sans restriction. Soit d'abord $u(z)$ sousharmonique dans tout le plan fini $|z| < \infty$ et $m(r\,;u^+) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} u^+(re^{i\varphi})d\varphi$ ladite moyenne. L'intégrale de Poisson

$$\cdot\, d\Phi \quad \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} u^+(\mathrm{R}e^{i\Phi})\frac{\mathrm{R}^2 - r^2}{\mathrm{R}^2 + r^2 - 2\mathrm{R}r\cos(\Phi - \varphi)}$$

est une majorante de u^+ dans le cercle $|z| < \mathrm{R}$. On en tire alors par une simple estimation, en posant $\mathrm{R} = kr$, $k > 1$ que

$$u^+(re^{i\varphi}) \leqq \frac{k+1}{k-1}\cdot m(kr\,;u^+).$$

De $m(r\,;u^+) = \mathrm{O}(r^\rho)$ resp. $\mathrm{o}(r^\rho)$ il en résulte alors que

$$u^+(re^{i\varphi}) = \mathrm{O}(r^\rho) \text{ resp. } \mathrm{o}(r^\rho)$$

pour $r \to \infty$.

Soit maintenant u sousharmonique dans un domaine contenant l'ensemble $0 < \alpha \leqq |z| < \infty$

et
$$\mathrm{M} = \underset{\alpha \leqq |z| \leqq \alpha + 1}{\mathrm{Max}}\, u^+.$$

(¹) Étude des fonctions sousharmoniques au voisinage d'un point singulier. *Ann. Instit. Fourier*, Université de Grenoble, vol. 1 (1949), p. 121-156.

Posons $v = 0$ pour $|z| \leqq \alpha$ et $v = (u - M)^{+}$ pour $|z| > \alpha$. La fonction v est sousharmonique dans tout le plan fini et le résultat ci-dessus s'applique.

On arrive aux mêmes résultats dans l'espace à n-dimensions ($n > 2$) en utilisant l'intégrale de Poisson relative à cet espace.

(Parvenu aux Annales en novembre 1950.)