MÉMOIRES DE LA S. M. F.

PHILIPPE CASSOU-NOGUES

Classes d'idéaux de l'algèbre d'un groupe abélien

Mémoires de la S. M. F., tome 37 (1974), p. 23-32
<http://www.numdam.org/item?id=MSMF_1974__37__23_0>

Journées arithmétiques [1973, Grenoble]
Bull. Soc. math. France,
Mémoire 37, 1974, p. 23-32

CLASSES D'IDEAUX DE L'ALGEBRE D'UN GROUPE ABELIEN

par

Philippe CASSOU-NOGUES

-:-:-:-

I. - INTRODUCTION.

Soit le groupe abélien fini G . L'extension des scalaires définit, par passage au quotient, un homomorphisme surjectif θ du groupe $C(\mathbb{Z}[G])$ des classes d'isomorphismes de $\mathbb{Z}[G]$-modules projectifs de rang 1 sur le groupe analogue $C(\mathfrak{M})$ associé à l'ordre maximal $\mathfrak{M}$ de la $\mathbb{Q}$-algèbre de groupe $\mathbb{Q}[G]$. On a souvent étudié le groupe $C(\mathbb{Z}[G])$ [1] , [2] , et il est intéressant de rapprocher cette étude de celle du groupe $C(\mathfrak{M})$, mieux connu en ce sens qu'il est produit direct des groupes de classes d'idéaux des extensions cyclotomiques qui apparaissent dans la décomposition de l'algèbre semi-simple $\mathbb{Q}[G]$ en facteurs simples. Il est donc utile d'étudier l'homomorphisme surjectif θ dont le noyau noté $D(G)$ est d'ordre fini $k(G)$. J.P. Serre [10] a montré que ce groupe est isomorphe au groupe quotient

$$(1) \qquad (\mathfrak{M}/\bar{F})^* \Big/ (\mathbb{Z}[G]/F)^* \cdot \operatorname{Im} \mathfrak{M}^* \quad .$$

Dans cette formule, on note F un idéal de $\mathbb{Z}[G]$, que l'on appellera conducteur, tel que $F\mathfrak{M} \subset \mathbb{Z}[G]$, $\bar{F}$ l'idéal de $\mathfrak{M}$ engendré par F , $(\mathfrak{M}/\bar{F})^*$ (resp. $(\mathbb{Z}[G]/F)^*$, resp. $\mathfrak{M}^*$) le groupe des unités de $\mathfrak{M}/\bar{F}$, (resp. $\mathbb{Z}[G]/F$, resp. $\mathfrak{M}$) , $\operatorname{Im} \mathfrak{M}^*$ l'image de $\mathfrak{M}^*$ par la surjection canonique de $\mathfrak{M}$ sur $\mathfrak{M}/\bar{F}$. On a une formule analogue à (1) , si on remplace $\mathfrak{M}$ par un ordre quelconque de $\mathbb{Q}[G]$ contenant $\mathbb{Z}[G]$. En utilisant cette formule (1) on retrouve le théorème de Dock-Sang-Rim [6] que l'on peut énoncer ainsi : "le groupe $D(G)$ est réduit à $\{1\}$ pour tout groupe G d'ordre p premier". A. Fröhlich [7] donne pour le groupe $D(G)$ une formule (2), il en déduit que $D(G)$ est un p-groupe pour tout p-groupe G , et il donne des formules explicites pour $k(G)$ pour des groupes d'exposant 2,4,6 . S. Ullom, en utilisant la formule (2) , étudie le groupe $D(G)$ lorsque le groupe G est cyclique d'ordre $2p^n$, il montre que dans ce cas $k(G) > 1$ lorsque G est d'ordre différent de 6, 10, 14 et éventuellement 18 .

On peut donc se demander de façon générale quels sont les groupes G pour lesquels le groupe $D(G)$ est réduit à $\{1\}$. Nous montrons que ce sont les groupes d'ordre p premier (Théorème de Dock-Sang-Rim), les groupes cycliques d'ordre 4, 6, 8, 9, 10, 14 et le groupe non cyclique d'ordre 4 ; nous en déduirons les algèbres de groupes $\mathbb{Z}[G]$ qui n'ont qu'une classe, nous donnerons également une table de valeurs numériques pour $k(G)$ lorsque le groupe G est d'ordre $2q$, q premier ; enfin, nous indiquerons comment on peut retrouver un résultat récent de A. Fröhlich [8] "$k(G)$ tend vers l'infini avec l'ordre du groupe G" .

La façon générale de procéder consiste à décomposer l'algèbre $\mathbb{Q}[G]$ et à en déduire une décomposition de l'homomorphisme θ en produit d'homomorphismes de noyau séparément calculable par la formule (1). Nous donnerons quelques idées des démonstrations faites dans [4] et aussi indiquées dans [5] .

PROPOSITION 1. - <u>Pour tout sous-groupe</u> H <u>du groupe</u> G , $k(H)$ <u>divise</u> $k(G)$.

On montre [4] que pour tout sous-groupe H de G , la $\mathbb{Q}$-algèbre de groupe $\mathbb{Q}[H]$ est facteur direct de $\mathbb{Q}[G]$ et donc que $\mathbb{Q}[G]$ est isomorphe à un produit de $\mathbb{Q}$-algèbres $\mathbb{Q}[H]\times K$. La $\mathbb{Q}$-algèbre K se décompose en un produit de r extensions cyclotomiques $\prod_{i=1}^{r} \mathbb{Q}(\varepsilon_i)$ et donc l'homomorphisme θ se décompose suivant le diagramme

$$\begin{tikzcd}
C(\mathbb{Z}[G]) \arrow[r, "\varphi"] \arrow[dr, dashed, "\theta"'] & C(\mathbb{Z}[H]) \times \prod_{i=1}^{r} C(\mathbb{Z}[\varepsilon_i]) \arrow[d, "\theta_H \times 1"] \\
 & C(\mathfrak{M}_H) \times \prod_{i=1}^{r} C(\mathbb{Z}[\varepsilon_i])
\end{tikzcd} ;$$

d'où la relation $k(G) = k(H)\cdot|\mathrm{Ker}\ \varphi|$, et la proposition 1.

Tout groupe G est un p-groupe ou contient un sous-groupe dont l'ordre est produit de premiers distincts ; nous étudions $D(G)$ dans ces deux cas.

II. - ETUDE DU GROUPE D(G) ASSOCIE A UN GROUPE G D'ORDRE pq $(p<q)$.

Décomposons la $\mathbb{Q}$-algèbre de groupe $\mathbb{Q}[G]$ en produit d'extensions cyclotomiques et notons ε (resp. η) une racine primitive p-ième (resp. q-ième) de l'unité.

PROPOSITION 2. - *La $\mathbb{Q}$-algèbre semi-simple $\mathbb{Q}[G]$ s'identifie au produit d'extensions cyclotomiques $\mathbb{Q}\times\mathbb{Q}(\eta)\times\mathbb{Q}(\varepsilon)\times\mathbb{Q}(\eta,\varepsilon)$, l'anneau des entiers de $\mathbb{Q}[G]$ s'identifie à l'anneau $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}[\eta]\times\mathbb{Z}[\varepsilon]\times\mathbb{Z}[\eta,\varepsilon]$ formé des éléments $(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)$ tels que*

$$\begin{cases} \alpha_1 \equiv \alpha_2 \mod(1-\eta) \\ \alpha_3 \equiv \alpha_4 \mod(1-\eta) \\ \alpha_1 \equiv \alpha_3 \mod(1-\varepsilon) \\ \alpha_3 \equiv \alpha_4 \mod(1-\varepsilon) \end{cases} .$$

La démonstration est presque immédiate.

Nous choisissons alors pour conducteur l'idéal principal de $\mathbb{Z}[G]$ engendré par l'élément $(pq,p(1-\eta),q(1-\varepsilon),(1-\eta)(1-\varepsilon))$ et nous utilisons la formule (1) qui prend finalement une forme simple :

PROPOSITION 3. - *Le groupe D(G) associé à un groupe G d'ordre pq où p et q sont des premiers distincts est isomorphe au groupe quotient :*

$$(\mathbb{Z}[\varepsilon,\eta]/(1-\varepsilon)(1-\eta))^* \Big/ \operatorname{Im} \mathbb{Z}[\varepsilon,\eta]^* \quad .$$

Nous supposons maintenant p impair et nous notons f_q (resp. f_p) le plus petit entier positif tel que $p^{f_q} \equiv 1 \pmod q$ (resp. $q^{f_p} \equiv 1 \pmod p$) , g_q (resp g_p) l'entier défini par $g_q = (q-1)/f_q$ (resp. $g_p = (p-1)/f_p$) .

COROLLAIRE. - *Le nombre minimal de générateurs du groupe D(G) est majoré par $g_p + g_q$.*

Nous pouvons également déduire de la proposition 3 des formules relativement explicites pour $k(G)$. L'ordre du groupe "numérateur" se calcule simplement et nous avons une expression de l'ordre du groupe "dénominateur" en faisant intervenir le sous-groupe de $\mathbb{Z}[\varepsilon,\eta]^*$ des unités de la sous-extension réelle maximale de $\mathbb{Q}(\varepsilon,\eta)$.

PROPOSITION 4. - <u>L'ordre</u> $k(G)$ <u>du groupe</u> $D(G)$ <u>vérifie les égalités suivantes</u> :

(i) <u>Si</u> $2 | f_p$ <u>et</u> $2 | f_q$,

$$k(G) = 2^{g_p+g_q-1-\alpha}\, p^{g_p-1}\, q^{g_q-1}\, ((p^{f_q/2}+1)/2q)^{g_q}\, ((q^{f_p/2}+1)/2p)^{g_p}\, w_1 \ ;$$

(ii) <u>Si</u> $2 \nmid f_p$ <u>et</u> $2 | f_q$,

$$k(G) = 2^{g_{p/2}+g_q-1-\alpha}\, p^{g_{q/2}-1}\, q^{g_q-1}\, ((p^{f_{q/2}}+1)/2q)^{g_q}\, ((q^{f_p}-1)/2p)^{g_{p/2}}\, w_2 \ .$$

(iii) <u>Si</u> $2 | f_p$ <u>et</u> $2 \nmid f_q$,

<u>formule analogue</u> ;

(iv) <u>Si</u> $2 \nmid f_p$ <u>et</u> $2 \nmid f_q$,

$$k(G) = 2^{g_{p/2}+g_{q/2}-1-\alpha}\, p^{g_{q/2}-1}\, q^{g_{p/2}-1}\, ((p^{f_q}-1)/2q)^{g_{q/2}}\, ((q^{f_p}-1)/2p)^{g_{p/2}}\, w_4 .$$

Dans ces formules, w_1 , w_2 , w_3 , w_4 , <u>sont des entiers qui divisent respectivement</u> $(p^{f_{q/2}}-1)^{g_p}(q^{f_{p/2}}-1)^{g_p}$, $(p^{f_{q/2}}-1)^{g_q}(q^{f_p}-1)^{g_{p/2}}$, $(p^{f_q}-1)^{g_{q/2}}(q^{f_{p/2}}-1)^{g_p}$, $(p^{f_q}-1)^{g_{q/2}}(q^{f_p}-1)^{g_{p/2}}$ et l'exposant de 2 est ≥ 0 .

<u>Remarque</u> : Notons ψ_p (resp. ψ_q) l'homomorphisme du groupe $\mathbb{Z}[\varepsilon,\eta]^*$ dans le groupe $(\mathbb{Z}[\eta]/p)^*$ (resp. $(\mathbb{Z}[\varepsilon]/q)^*$) et G_ε (resp. G_η) le sous-groupe de $\mathbb{Z}[\varepsilon,\eta]^*$ des éléments congrus à 1 $\mathrm{mod}(1-\varepsilon)$ (resp. $(1-\eta)$) . Le calcul (cf. proposition 3) du groupe $\mathrm{Im}\ \mathbb{Z}(\varepsilon,\eta)^*$ nous permet d'écrire les égalités

$$\begin{aligned} k(G) &= [(\mathbb{Z}[\eta]/p)^* : \psi_p(\mathbb{Z}[\varepsilon,\eta]^*)]\,[(\mathbb{Z}[\varepsilon]/q)^* : \psi_q(G_\varepsilon)] = a_p b_q \\ &= [(\mathbb{Z}[\varepsilon]/q)^* : \psi_q(\mathbb{Z}[\varepsilon,\eta]^*)]\,[(\mathbb{Z}[\eta]/p)^* : \psi_p(G_\eta)] = a_q b_p \ . \end{aligned}$$

Désignons par U le sous-groupe d'ordre q de G ; l'homomorphisme θ se décompose suivant le diagramme :

$$\begin{tikzcd} C(\mathbb{Z}[G]) \arrow[r, "\theta_1"] \arrow[dr, dashed, "\theta"'] & C(\mathbb{Z}[U]) \arrow[d, "\theta'_2"] & \times\, C(\mathbb{Z}[\varepsilon]\,[U]) \arrow[d, "\theta_2"] \\ & C(\mathbb{Z})\times C(\mathbb{Z}[\eta]) & \times\, C(\mathbb{Z}[\varepsilon])\times C(\mathbb{Z}[\varepsilon,\eta]) \end{tikzcd}$$

l'homomorphisme θ'_2 est un isomorphisme, on montre que [4] $|\ker \theta_1| = b_p$ et $|\ker \theta_2| = a_q$. Si nous supposons maintenant $p \neq 2$ nous obtenons des propositions analogues aux deux précédentes mais simplifiées.

PROPOSITION 3'. - Le groupe D(G) associé à un groupe G d'ordre 2q est isomorphe au groupe quotient : $(\mathbb{Z}[\eta]/2)^*/ \operatorname{Im} \mathbb{Z}[\eta]^*$.

Cette proposition a été indépendamment obtenue par S. Ullom et Reiner [12].

COROLLAIRE. - Le groupe D(G) vérifie les propriétés suivantes :

(i) Si $g_q = 1$, le groupe D(G) est cyclique ;

(ii) Si $q \neq 17$ et f_q pair, D(G) cyclique implique $g_q = 1$;

(iii) Si f_q est impair, D(G) cyclique implique $g_q = 2$;

(si $q = 17$, f_q est pair, D(G) est cyclique et $g_q = 2$).

PROPOSITION 4'. - L'ordre k(G) du groupe D(G) vérifie les égalités suivantes :

(i) Si $2|f_q$, $k(G) = q^{g_q - 1} ((2^{f_q/2}+1)/q)^{g_q} w$

(ii) Si $2\nmid f_q$, $k(G) = q^{g_q/2 - 1} ((2^{f_q}-1)/q)^{g_q/2} w$

où w désigne l'indice de l'image du groupe des unités B* de la sous-extension réelle maximale de la q-ième extension cyclotomique dans le groupe (B/2B)*.

Les propositions 4 et 4' nous donnent un diviseur de k(G) , ceci nous permet de montrer que les seuls groupes G d'ordre pq tels que $k(G) = 1$ sont les groupes d'ordre 6, 10, 14, ce qui généralise [11] . Nous calculons k(G) pour $p = 2$ et $3 \leq q \leq 29$ et nous calculons un diviseur de k(G) pour $p = 2$, $31 \leq q \leq 101$; ces résultats sont résumés en tables données à la fin.

Lorsque le groupe G est d'ordre $p_1 \ldots p_n$ où $p_1, \ldots, p_n$ sont n premiers distincts et que ϵ_{p_i} désigne une racine primitive p_i-ième de l'unité, nous obtenons :

PROPOSITION 5. - $k(G) = [(\mathbb{Z}[\epsilon_{p_1}, \ldots, \epsilon_{p_n}]/(1-\epsilon_{p_1})\ldots(1-\epsilon_{p_n}))^* / \operatorname{Im} \mathbb{Z}[\epsilon_{p_1}, \ldots, \epsilon_{p_n}]^*] \prod_{G' \subsetneq G} k(G')$.

III. - <u>GROUPES POUR LESQUELS</u> $k(G)$ <u>EST EGAL A</u> 1 .

Nous déterminons les p-groupes G pour lesquels $k(G) = 1$.

PROPOSITION 6. - *Les p-groupes G pour lesquels le groupe $D(G)$ associé est réduit à 1 sont :*

(i) *Les groupes cycliques d'ordre p premier.*

(ii) *Les groupes cycliques d'ordre 4, 8, 9 .*

(iii) *Le groupe non cyclique d'ordre 4 .*

Un p-groupe G d'ordre non premier contient un sous-groupe G' d'ordre p^2 cyclique ou non et $k(G')$ divise $k(G)$ (proposition 1).

Soit le groupe G non cyclique d'ordre p^2 et H sous-groupe de G d'ordre p ; l'homomorphisme θ se décompose suivant le diagramme :

$$\begin{tikzcd}
\mathcal{C}(\mathbb{Z}[G]) \arrow[r, "\theta_1"] \arrow[dr, dashed, "\theta"'] & \mathcal{C}(\mathbb{Z}[H]) \times \arrow[d, "\theta'_2"] & \mathcal{C}(\mathbb{Z}[\varepsilon][H]) \arrow[d, "\theta''_2"] \\
& \mathcal{C}(\mathbb{Z}) \times \mathcal{C}(\mathbb{Z}[\varepsilon]) \times & \mathcal{C}(\mathbb{Z}[\varepsilon])^p
\end{tikzcd}$$

Donc $|\ker \theta_1|$ divise $k(G)$, et $\ker \theta_1$ est isomorphe au groupe quotient $F_p[H]^*/\mathrm{Im}\ \mathbb{Z}[\varepsilon][H]^*$ grâce à la formule (1) . On montre que si $p \neq 2$, alors une puissance de p divise $|\ker \theta_1|$, donc $k(G)$, en majorant l'ordre du groupe dénominateur dont le rang est donné par Highmann.

Soit le groupe G cyclique d'ordre p^2 ; désignons par ω une racine primitive p^2-ième de l'unité et par H le sous-groupe d'ordre p de G . Nous obtenons grâce à la formule (1) l'isomorphisme de groupe :

$$D(G) \simeq F_p[H]^* \times F_p[H]^* \Big/ \Delta\,[\mathrm{Im}(\mathbb{Z}[H]^* \times \mathbb{Z}[\omega]^*)]$$

où Δ désigne la diagonale du groupe produit $F_p[H]^* \times F_p[H]^*$. On montre ainsi que si $p \neq 2$ ou 3 alors p divise $k(G)$. On fait ensuite l'étude directe des cas particuliers $p = 2$ et $p = 3$ qui termine la démonstration de cette proposition.

Nous pouvons maintenant énoncer :

THEOREME 1. - Les groupes G pour lesquels le groupe D(G) est réduit à $\{1\}$ sont : (i) les groupes d'ordre p premier,

(ii) les groupes cycliques d'ordre 4, 6, 8, 9, 10, 14.

(iii) le groupe non cyclique d'ordre 4 .

Le groupe des classes $C(\mathbb{Z}[G])$ est réduit à $\{1\}$ si et seulement si $k(G) = 1$ et les extensions cyclotomiques qui apparaissent dans la décomposition de $\mathbb{Q}[G]$ sont principales. H. Montgomery a récemment montré [9] que le nombre de classes du p-ième corps cyclotomique est plus grand que 1 pour $p \geq 23$.

THEOREME 2. - Les groupes G pour lesquels l'algèbre de groupe $\mathbb{Z}[G]$ n'a qu'une classe sont :

(i) les groupes cycliques d'ordre 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,13,14,17,19

(ii) le groupe non cyclique d'ordre 4.

IV. - ETUDE DE k(G) LORSQUE L'ORDRE DU GROUPE G TEND VERS L'INFINI.

Les résultats numériques obtenus [7], [4], conduisent à penser que k(G) tend vers l'infini lorsque l'ordre du groupe G tend vers l'infini. A. Fröhlich a récemment montré [7] que si G est un p-groupe où p est un nombre premier impair, alors k(G) tend vers l'infini avec l'ordre de G . Une généralisation de la décomposition de θ en produit d'homomorphismes donnée dans III permet de retrouver ces résultats.

PROPOSITION 7. - L'ordre k(G) du groupe D(G) associé à un groupe G tend vers l'infini lorsque le nombre de diviseurs premiers de l'ordre de G tend vers l'infini.

Soient $p_1,\ldots,p_n$ les nombres premiers qui divisent l'ordre du groupe G , alors G contient un sous-groupe H d'ordre $p_1\ldots p_n$, k(H) divise k(G) et tend vers l'infini avec n (Proposition 5).

PROPOSITION 8. - L'ordre k(G) du groupe D(G) associé à un p-groupe G tend vers l'infini avec l'ordre de G .

Nous savons qu'il est suffisant de montrer cette proposition pour un p-groupe élémentaire ou un p-groupe cyclique. Or nous avons les deux propositions suivantes :

PROPOSITION 9. - L'ordre $k(G_n)$ du groupe $D(G_n)$ associé à un p-groupe élémentaire G_n d'ordre p^n est divisible par p^{α_n} où α_n est un entier qui vérifie l'égalité $2(p-1)^2\alpha_n = (n-1)p^{n+1} - 3p^n - np^{n-1} + (2n+1)p - 2n + 3$.

Comme on connait $k(G_n)$ pour $p = 2$ [7] , on peut supposer p impair. Si l'on désigne par ε une racine primitive p-ième de l'unité et si le groupe G_n est produit de n sous-groupes H_i d'ordre p , on décompose l'homomorphisme θ_n suivant le diagramme :

$$\begin{tikzcd}
\mathcal{C}(\mathbb{Z}[G_n]) \arrow[r, "\varphi_n"] \arrow[dr, dashed, "\theta_n"'] & \mathcal{C}(\mathbb{Z}[H_1\ldots H_{n-1}]) \times \mathcal{C}(\mathbb{Z}[\varepsilon][H_1\ldots H_{n-1}]) \arrow[d, "\theta_{n-1} \times \psi_{n-1}"] \\
 & \mathcal{C}(\mathfrak{m}_{n-1}) \times \mathcal{C}(\mathfrak{m}')
\end{tikzcd}$$

on en déduit la relation : $k(G_n) = k(G_{n-1})|\ker \varphi_n||\ker \psi_{n-1}|$.

L'homomorphisme ψ_{n-1} se décompose également :

$$\mathcal{C}(\mathbb{Z}[\varepsilon][H_1\ldots H_{n-1}]) \xrightarrow{\text{p fois}} \begin{cases} \mathcal{C}(\mathbb{Z}[\varepsilon][H_1\ldots H_{n-2}]) \xrightarrow{\text{p fois}} \left\{\ldots \to \begin{cases}\mathcal{C}(\mathbb{Z}[\varepsilon]) \\ \vdots \\ \mathcal{C}(\mathbb{Z}[\varepsilon])\end{cases}\right. \\ \vdots \\ \mathcal{C}(\mathbb{Z}[\varepsilon][H_1\ldots H_{n-2}]) \xrightarrow{\text{p fois}} \left\{\ldots \to \begin{cases}\mathcal{C}(\mathbb{Z}[\varepsilon]) \\ \vdots \\ \mathcal{C}(\mathbb{Z}[\varepsilon])\end{cases}\right. \end{cases}$$

PROPOSITION 10. - L'ordre $k(G_n)$ du groupe $D(G_n)$ associé à un p-groupe cyclique G_n d'ordre p^n est divisible par p^{n-1} lorsque p est un premier impair différent de 3 .

Remarque : Si $p = 2$ (resp. $p = 3$) $k(G_n)$ est divisible par 2^{n-3} (resp 3^{n-2}).

Table 1. - Cette table donne $k(G)$ pour un groupe G d'ordre $2q$ où q est un nombre premier impair vérifiant $3 \le q \le 29$, puis $q = 37, 53, 59$.

q	f_q	g_q	$k(G)$
3	2	1	1
5	4	1	1
7	3	2	1
11	10	1	3
13	12	1	5
17	8	2	17

(suite de la table 1)

q	f_q	g_q	$k(G)$
19	18	1	3^3
23	11	2	89
29	28	1	$5 \cdot 113$
37	36	1	$5 \cdot 13 \cdot 109$
53	52	1	$5 \cdot 157 \cdot 1613$
59	58	1	$3 \cdot 3033169$

Table 2. Dans cette table sont résumées les valeurs $k(G)$ pour un groupe G d'ordre 2^n avec $1 \leq n \leq 4$; un certain nombre de ces valeurs ont été aussi trouvées par Fröhlich [7]

$\|G\|$	Structure de G	$k(G)$
2	(2)	1
4	(2^2)	1
	$(2,2)$	1
8	(2^3)	1
	$(2^2,2)$	2
	$(2,2,2)$	2
16	(2^4)	2
	$(2^3,2)$	2^3
	$(2^2,2^2)$	2^6
	$(2^2,2,2)$	2^6
	$(2,2,2,2)$	2^6

-:-:-:-

BIBLIOGRAPHIE

[1] BASS H. - Algebraic K-theory. Benjamin, New-York (1968).

[2] BASS H. - Topics in algebraic K-theory. Tata Institute, Bombay (1966).

[3] BASS H. et MURPHY M.P. - Grothendieck groups and Picard groups of abelian group ring. Ann. of Math. 86 (1967) pp. 16-73.

[4] CASSOU-NOGUES Ph. - Classes d'idéaux de l'algèbre d'un groupe abélien. Doctorat de Spécialité, polycopié, Bordeaux, 1972.

[5] CASSOU-NOGUES Ph. - Note aux C.R. Acad. Sc. Paris, (à paraître).

[6] DOCK SANG RIM. - Modules over finite groups. Ann. of Math. (2) 46 (1940) pp. 231-248.

[7] FRÖHLICH A. - On the class group of integral group rings of finite abelian groups. Mathematika 16 (1969) pp. 143-152.

[8] FRÖHLICH A. - On the class group of integral group rings of finite abelian groups. Mathematika 19 (1972) pp. 51-56.

[9] MONTGOMERY M. - Séminaire de théorie des nombres de Bordeaux (à paraître).

[10] SERRE J.P. - Modules projectifs et espaces fibrés à fibre vectorielle. Séminaire Dubreil (1957-1958) exp.23 pp. 1-17.

[11] ULLOM S. - A note on the class groups of integral group rings of some cyclic groups. Mathematika 17 (1970) pp. 79-81.

[12] ULLOM S. et REINER I. - Class groups of integral group rings. Trans. Amer. Math. Soc., 170 (1972) pp. 1-30.

-:-:-:-

E.R.A.- C.N.R.S. n°362
U.E.R. de Mathématiques et Informatique
351, cours de la Libération

33405 TALENCE