

# ANNALES SCIENTIFIQUES DE L'É.N.S.

J. BOUSSINESQ

**Supplément à un mémoire des « Annales » sur les principes de la mécanique etc., inséré en Novembre 1910 et déjà complété par un autre mémoire en Décembre 1912. Réflexions sur la longue durée de la dynamique rudimentaire d' Aristote, et sur son rôle capital jusqu'au jour où fut créée l'analyse infinitésimale**

*Annales scientifiques de l'É.N.S. 3<sup>e</sup> série*, tome 32 (1915), p. 161-175

[http://www.numdam.org/item?id=ASENS\\_1915\\_3\\_32\\_\\_161\\_0](http://www.numdam.org/item?id=ASENS_1915_3_32__161_0)

© Gauthier-Villars (Éditions scientifiques et médicales Elsevier), 1915, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales scientifiques de l'É.N.S. » (<http://www.elsevier.com/locate/ansens>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

SUPPLÉMENT A UN MÉMOIRE DES ANNALES

**SUR LES PRINCIPES DE LA MÉCANIQUE, ETC.,**

INSÉRÉ EN NOVEMBRE 1910 ET DÉJÀ COMPLÉTÉ PAR UN AUTRE MÉMOIRE EN DÉCEMBRE 1912.

RÉFLEXIONS SUR LA LONGUE DURÉE DE LA DYNAMIQUE RUDIMENTAIRE  
D'ARISTOTE, ET SUR SON ROLE CAPITAL JUSQU'AU JOUR OÙ FUT  
CRÉÉE L'ANALYSE INFINITÉSIMALE;

PAR M. J. BOUSSINESQ.



SOMMAIRE. — I. Réflexions sur les principes de la Dynamique d'Aristote, et sur leur accord avec l'expérience dans le cas des phénomènes à allure uniforme. — II. Existence, dans nos sciences physico-mathématiques, de Chapitres fondamentaux encore au même état rudimentaire que la Dynamique d'Aristote. — III. Importance capitale qu'a eue cette Dynamique rudimentaire d'Aristote dans le plus grand progrès de la Civilisation méditerranéenne.

**I. — Réflexions sur les principes de la Dynamique d'Aristote, et sur leur accord avec l'expérience dans le cas des phénomènes à allure uniforme.**

1. Comment peut-on, en présence de faits nombreux, des plus vulgaires, semblant imposés à l'attention par leur fréquence même et visiblement contraires au principe fondamental de la Dynamique péripatéticienne (<sup>1</sup>), s'expliquer qu'Aristote et ses innombrables dis-

---

(<sup>1</sup>) Voir, par exemple, la fin de ma Note du 1<sup>er</sup> juillet 1912 (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CLV, p. 5), intitulée « Pourquoi les équations différentielles de la Mécanique sont du second ordre, plutôt que du premier, ou, en d'autres termes, déterminent les accélérations des points matériels et non leurs vitesses? ». Au contraire, d'après M. Pierre Duhem dans le Tome I de son grand Ouvrage intitulé « *Le système du Monde, histoire des doctrines cosmologiques de Platon à Copernic* », Aristote regardait les vitesses comme directement fonctions de l'état statique ou de la configuration actuelle.

ciples, parmi lesquels il y en a eu tant d'éminents, aient pu, durant vingt siècles, regarder les vitesses de corps en présence comme fonction de leurs situations ou respectives, ou absolues au sein de l'Univers? Car ils pensaient que chacun y a sa place *naturelle*, dans laquelle, à leur sens, il trouve soit le *repos* vers lequel il tend sans cesse et que, *non violenté*, il possède, si c'est un corps *sublunaire*, un composé des *quatre éléments* (terre, eau, air, feu), soit *le mouvement circulaire uniforme lui convenant éternellement*, autour d'un axe mené par le centre de notre globe *immobile*, si c'est un corps *céleste*.

2. Il doit y avoir surtout, au fait d'une croyance si tenace chez eux malgré les objections qu'elle soulevait, la raison principale que, peu mathématiciens en général (y compris Aristote lui-même), ils se contentaient d'entrevoir à peine, les laissant instinctivement de côté comme trop complexes et impossibles à débrouiller, la multitude des mouvements *variés*, où la notion fondamentale de *vitesse* leur restait sans doute obscure et, par suite, celle d'*accélération*, encore moins accessible. Ils en étaient donc réduits, pour la Mécanique terrestre, à baser leurs idées dynamiques sur l'observation des *régimes uniformes*, en quelque sorte normaux, auxquels nous accoutume la vie sociale, et qui nous deviennent familiers dès l'enfance.

Tels sont ceux qu'offrent, par exemple : un navire soumis à l'impulsion d'un vent persistant, plus ou moins fort, qui enfile ses voiles, ou à la traction du câble sur lequel pèsent le plus possible, en marchant d'un pas cadencé, la file des matelots qui le halent à son arrivée dans le port ; une voiture traînée sur une route, à une allure déterminée, par un ou plusieurs chevaux ; un treuil élevant des matériaux, sous le pas automatique du carrier qui en gravit les échelons ; une lourde meule écrasant des olives ou broyant du grain, sous l'effort régulier du cheval qui la fait rouler à côté de lui, dans un manège ; etc.

3. Or dans ces cas divers de mouvements *qui ont fini par se régler*, ou bien le travail de la puissance est tout entier absorbé par des *résistances passives* croissant avec la vitesse et qu'un philosophe peu géomètre regardera comme mesurées et représentées, avec une approximation suffisante, par cette vitesse même ; ou bien il y a, outre une

résistance principale et *visible* à vaincre (telle qu'est, par exemple, une *charge* à élever), équilibrée par la puissance et absorbant la partie *du travail moteur* dite *travail utile*, encore des résistances invisibles, employant un reste très notable de ce travail de la puissance, et toujours fonctions de la vitesse, c'est-à-dire mesurées ou représentées plus ou moins bien par elle. Donc, suivant les cas, soit la totalité de la puissance, soit, du moins, une portion de cette puissance en excédent sur la résistance connue, apparaissait à l'esprit non pas, *conformément à la réalité*, comme *employée à créer du mouvement vibratoire parasite*, sans cesse disséminé en tous sens et semblant assez peu de chose, mais bien comme employée à entretenir, à alimenter (pour ainsi dire) la *vitesse normale*; et celle-ci paraissait ainsi produite constamment par un effort *actuel* du moteur sur le corps mù, ou exprimer, égaler à chaque instant cet effort, proportionné lui-même à l'intimité plus ou moins grande du contact des deux corps *actif* et *passif* (*moteur* et *machine*), c'est-à-dire fonction de leurs situations respectives.

De là, l'idée naturelle, d'ailleurs la plus simple possible comme on a vu au n° I de la Note citée plus haut, de vitesses reliées directement à l'état statique ou dépendant de la configuration actuelle des systèmes matériels.

4. Les anciens auraient pu encore, passant des solides aux fluides, observer que les vitesses d'écoulement, dans les cours d'eau découverts à l'état de *régime uniforme* ou *quasi uniforme*, sont visiblement fonctions de la figure des sections transversales et des degrés de rugosité du lit, mais, surtout, des profondeurs d'eau (aux divers points de la largeur), et de la *pente superficielle* (petite inclinaison, sous l'horizon, du profil longitudinal de la surface libre), toutes circonstances purement géométriques ou d'état statique.

5. En général, l'équilibre existe entre les forces en jeu, et les accélérations ou les inerties sont négligeables, pour tous les mouvements qui, dans une région de l'Univers ou fixe, ou se déplaçant lentement et uniformément en ligne droite, parviennent à *se régler*, c'est-à-dire à être *permanents* (ou quasi permanents), et qui, de plus,

se règlent soit en devenant *uniformes* pour chaque particule matérielle, soit sans le devenir, mais, alors, en se faisant avec des vitesses assez petites, pour qu'on puisse, dans les équations différentielles de leurs mouvements, négliger les carrés et produits de ces vitesses à côté de leurs premières puissances.

Soient, en effet, au point  $(x, y, z)$  de l'espace et à l'époque  $t$ ,  $(u, v, w)$  les trois composantes de ces petites vitesses, fonctions continues de  $x, y, z$  et  $t$ ; soient aussi  $a, b, c$  les trois petites composantes analogues de la vitesse constante avec laquelle se déplace la région où l'on suppose réalisée la permanence du phénomène. Comme, dès lors, durant l'instant  $dt$ ,  $u, v, w$  ne varient pas pour un observateur dont les coordonnées  $x, y, z$  croissent de  $a dt, b dt, c dt$ , les différentielles totales correspondantes de  $u, v, w$  s'annulent; et l'on a

$$\frac{d(u, v, w)}{dt} = -a \frac{d(u, v, w)}{dx} - b \frac{d(u, v, w)}{dy} - c \frac{d(u, v, w)}{dz}.$$

Enfin,  $a, b, c$  étant de l'ordre de petitesse de  $u, v, w$ , les seconds membres sont négligeables comme s'ils n'étaient pas linéaires. Donc les dérivées en  $t$ , prises sur place, de  $u, v, w$ , sont, elles aussi, négligeables au même degré; et, par suite, les *accélérations*  $u', v', w'$ , qui n'excèdent, comme on sait, ces dérivées sur place, que des termes du second ordre

$$u \frac{d(u, v, w)}{dx} + v \frac{d(u, v, w)}{dy} + w \frac{d(u, v, w)}{dz},$$

ne le sont pas moins.

Les lois de ces phénomènes se déduiront, par conséquent, des équations du mouvement en y supprimant le terme des accélérations ou des inerties. Or la matière est généralement affectée de *viscosité*; ce qui signifie que les forces dont elle est le siège à l'état de mouvement, exprimables dans l'ensemble, comme on sait qu'elles le deviennent, au moyen de caractères de la matière non microscopiques (ou, pour mieux dire, non confinés à l'intérieur des groupes moléculaires), *mais accessibles à nos sens*, contiendront dans leurs formules non seulement des particularités de sa figure visible *actuelle*, mais aussi *la vitesse avec*

laquelle cette figure visible se déforme ou varie (<sup>1</sup>). Donc les équations du mouvement rattacheront alors cette vitesse de changement de la figure actuelle, considérée dans ses éléments essentiels, à la figure actuelle elle-même. Or telle paraît bien être au fond (d'après M. P. Duhem) l'idée fondamentale de la Dynamique d'Aristote; car les vitesses de déformation d'un système de points sont étroitement liées aux vitesses relatives de ses diverses parties.

L'idée fondamentale en question était donc correcte, en particulier, pour tous les phénomènes terrestres *parvenus à un état de régime uniforme ou quasi uniforme*.

6. Et la même idée se trouvait confirmée par les observations séculaires du mouvement apparent, ou sensiblement ou *moyennement* uniforme, de chaque astre vu dans le ciel, mouvement ayant sa vitesse en rapport déterminé avec le rayon de la sphère transparente ou de cristal, concentrique à notre globe et au centre de l'Univers, qui était censée, dans sa rotation autour d'un certain axe émané du centre commun, transporter l'astre fixé sur elle. Ce mouvement sans commencement ni fin observables et parfaitement ordonné ou réglé, ainsi fonction des situations de l'astre et de la sphère cristalline dans

---

(<sup>1</sup>) Les six variables (généralement trois *dilatations* et trois *glissements*, comptés, les unes et les autres, à partir d'un *état primitif* donné) qui caractérisent à l'instant actuel la *configuration visible* d'une particule, laissent évidemment *très indéterminée* la structure intérieure de ses groupes moléculaires, qui influe pourtant sur les *pressions* mutuelles exercées entre les divers fragments de la particule. Elles ne déterminent (et, encore, indirectement ou *implicitement*) cette structure intérieure et, par suite, les pressions, que lorsque les déformations visibles se font avec assez de lenteur, pour laisser sans cesse le temps à chaque groupe moléculaire de prendre *sa figure la plus stable possible*, eu égard à la place qui lui est laissée entre ses voisins par la configuration visible ou d'ensemble imprimé à la particule. Donc, quand les déformations visibles se font avec une certaine rapidité, il y a des écarts, croissants avec cette rapidité même, ou fonctions de celle-ci, entre la contexture intérieure effective de la particule et sa contexture idéale ou *élastique*, qui aurait lieu, *pour même figure visible actuelle*, si la déformation était infiniment lente. Ce sont ces écarts, et les écarts corrélatifs en résultant pour les pressions, écarts évidemment fonctions aussi des vitesses *visibles* de déformation de la particule, qui constituent la *viscosité*.

Comme les groupes moléculaires nous échappent, les *vitesses de variation* des trois dilatations et des trois glissements *visibles* entreront donc comme variables dans nos formules usuelles des *forces de viscosité*, c'est-à-dire des excédents de pression dus au mouvement.

les *Cieux*, se faisait d'ailleurs en accord avec ceux des autres êtres célestes, tous divins, éternels et incorruptibles, tous emportés dans leurs révolutions *harmonieuses* par leur *attrait* instinctif pour le *Bien*, suprême et universelle *Cause finale*, souverainement désirable, intelligente et intelligible, toute belle, simple et parfaite, ou *acte pur* épuisant en elle le Réel par son égalisation à l'Idéal, au possible, enfin, immobile elle-même dans le monde des Idées éternelles et vivant de leur contemplation (1).

7. Seuls, dans les régions inférieures nous entourant, ou plus proches du centre que la Lune, et livrées comme nous-mêmes (en contraste avec les régions célestes) au changement, aux orages, à la corruption, les mouvements des corps sublunaires plus ou moins *lourds* ou *légers*, arrachés accidentellement par la violence à leurs *niveaux respectifs de repos*, leur paraissaient faire exception à ces lois simples. Car la tendance de ces corps à reprendre leurs niveaux de repos momentanément perdus ne trouvait qu'imparfaitement à se satisfaire, empêchés qu'ils étaient par des causes diverses de suivre le sens vertical (descendant ou ascendant) d'action de leur *pesanteur* ou de leur *légèreté*. Mais c'étaient des mouvements transitoires, se terminant avec la réalisation même des tendances naturelles toujours en éveil qui finissaient, à raison de leur constance, par l'emporter sur

---

(1) On remarquera que cette vie contemplative, tout *intérieure*, mais apte à animer la solitude de la Divinité suprême et d'une intensité infinie comme sa source, n'empêche nullement un rôle actif, *efficient*, de la Cause première, *au dehors*, c'est-à-dire dans la production (éternelle ou non) du Monde, des êtres finis ou contingents, purs néants à côté de son immensité et incapables, même suscités par elle, de troubler son *tout-puissant* repos. La Cause première pourra être ainsi tout à la fois, pour l'Univers, *efficiente*, comme le pensait Platon, et *finale*, comme la voit Aristote.

Je ne sais comment a été commentée par l'Antiquité et par les Pères de l'Église cette étonnante pensée qu'eut Aristote d'attribuer à la Divinité suprême une existence *contemplative*. Mais elle me paraît admirable comme point naturel d'insertion ou de *greffage*, dans nos conceptions, de l'épanouissement chrétien de l'idée de Dieu et de sa vie intérieure, constitué par le mystère des *Personnes divines* avec leurs éternelles relations (non chronologiques, mais logiques), cet épanouissement qui fait remonter jusqu'à la source des idées et des êtres, jusqu'à la première ou plus intime lueur de l'esprit, une riche *Pluralité* à côté de *l'Unité*, sans permettre à la raison, même perfectionnée ou *surhumanisée*, de discerner ce qui est le plus profond, le plus primitif, de la distinction ou de l'union, du *multiple* ou de *l'un*.

leurs multiples antagonistes, d'intensités et surtout de sens variables, vu leur diversité ou leur inconstance (1).

Ces mouvements *violents* étaient, dès lors, bien moins importants que les mouvements réguliers ou *naturels*; et ils devaient d'ailleurs paraître, à cause de leur complication, impropres à servir de type pour l'édification de la Mécanique élémentaire. Il semblait parfaitement raisonnable, en tout cas, de remettre leur description approfondie à une époque où la Science serait plus avancée.

8. Et c'était d'autant plus permis, que le monde au milieu duquel nous nous trouvons, compatible avec l'existence prolongée d'espèces vivantes, c'est-à-dire d'une lente succession ininterrompue d'organismes aussi *déliçats* que le sont les nôtres, a dû, nécessairement, atteindre depuis longtemps, du moins à très peu près, un état *permanent* où la configuration de chaque grand corps est une *forme d'équilibre stable*. Or une telle forme met en jeu les lois du mouvement, quelles qu'elles soient, *dans des conditions de simplicité* atténuant au plus haut point (si elles ne les annihilent pas) leurs différences d'avec les lois supposées par Aristote.

A quoi il faut ajouter la forme presque circulaire des orbites des planètes et des satellites, qui rend leurs vitesses de circulation autour du Soleil ou de leur planète principale, presque constantes, reliées qu'elles sont alors directement par la loi Newtonienne d'attraction au rayon de ces orbites. Or il y a là de nouvelles et capitales simplifications, probablement exigées encore, là où il a existé des témoins du spectacle de ces mondes, par la délicatesse des organismes vivants.

Il ne peut donc guère y avoir *autour de nous*, à de rares exceptions près, que des phénomènes ou de détail, ou médiocrement intenses, dans lesquels se produise avec toute la complexité qu'il comporte ce qu'on pourrait appeler le *cas général* du mouvement des systèmes matériels, échappant tout à fait aux lois d'Aristote (2).

---

(1) Mon attention a été appelée sur cette philosophie scientifique d'Aristote par le premier Volume du bel et immense Ouvrage de M. Pierre Duhem, qui a pour titre « *Le système du Monde, histoire des doctrines cosmologiques de Platon à Copernic* », dont un second Volume a paru depuis, vraisemblablement destiné à être bientôt suivi de plusieurs autres : véritable monument élevé à l'Histoire des Sciences.

(2) Le plus ordinairement, les innombrables et incessants écarts qu'offrent les princi-



II. — Existence, dans nos Sciences physico-mathématiques, de Chapitres fondamentaux encore au même état rudimentaire que la Dynamique d'Aristote.

9. En résumé, la plus générale de ces lois d'Aristote, consistant à regarder les vitesses d'un système de corps comme liées à sa figure, est conforme tant à l'observation qu'à notre Dynamique, lorsqu'on se borne à considérer l'allure moyenne, *idéalement uniforme*, des phénomènes qui se sont réglés ou qui apparaissent comme presque permanents. Or *se borner* à un tel point de vue, c'était ce que le bon sens ne pouvait manquer de suggérer aux intelligences même les plus cultivées dans l'ordre littéraire, mais étrangères aux hautes spéculations mathématiques. Et ces intelligences avaient ainsi un accès fructueux à la plus belle et plus substantielle partie de la Mécanique, à celle que pouvaient rendre intelligible, d'une part, la géométrie de la droite, du rectangle et du cercle, du plan et de la sphère, d'autre part, la théorie du mouvement uniforme, rectiligne ou circulaire, dynamiquement réductible à des considérations de statique (même dans le second cas, par l'emploi de la notion assez simple de *force centrifuge*).

Cette première phase de la Mécanique devait se trouver à peu près l'analogue de celle où est, de nos jours, la Chimie mathématique des phénomènes de *dissociation* (réversibles par le renversement de leurs conditions physiques), qui ne soumet guère à ses calculs approchés que des suites d'*états d'équilibre* ou, plutôt, d'états extrêmement voisins d'états d'équilibre, s'amenant les uns les autres dans

---

poux corps (solides, fluides ou amas éthérés) de notre Univers, d'avec leurs figures stables, sont assez petits pour permettre de réduire à la forme *linéaire* les équations qui les régissent, par la suppression des termes dont l'ordre de petitesse est supérieur au premier. Et alors, ces écarts, suffisants pour mettre en jeu, sans les blesser, les organes de nos sens *intellectuels* (qui sont principalement la vue et l'ouïe), obéissent aux lois simples des *équations différentielles linéaires*, qui leur font diversifier à l'infini, mais d'une manière intelligible ou perceptible pour nous, l'aspect des choses, quoique l'ordre général n'en soit pas compromis ou troublé. Et de là résulte même la beauté de notre Univers et de la vie qui s'y manifeste, pour le peintre, le musicien, le poète, l'orateur, etc.

On peut voir, sur ce sujet, les XXXVIII<sup>e</sup>, XXXIX<sup>e</sup> et XLVI<sup>e</sup> Leçons de mon *Cours d'Analyse infinitésimale pour la Mécanique et la Physique* (t. II, 1<sup>er</sup> fascicule, p. 200 à 207, 223 à 227, etc., et 2<sup>e</sup> fascicule, p. 449\*, etc.). Voir aussi les pages 557 à 562 du Tome II de mon *Cours de Physique mathématique de la Sorbonne*.

l'ordre où les changements éprouvent à se faire les moindres résistances.

10. Même dans la Mécanique actuelle, en dehors des principes les plus généraux, dont rien ne paraît limiter la rigueur, mais insuffisants pour résoudre la plupart des questions, nous en sommes encore réduits à supposer réalisés sans cesse, à très peu près, les états d'équilibre *les plus stables possibles*, dans les infimes mais très complexes régions des groupes moléculaires, quand il s'agit d'étudier avec quelques détails les mouvements intérieurs tant des solides que des fluides (<sup>1</sup>). Et, dans la théorie analytique de la chaleur, un équilibre très approché de température est sans cesse admis dans les mêmes infimes régions des corps, sauf aux instants exceptionnels, infiniment courts et que l'on néglige, où entreraient en contact physique deux particules matérielles présentant des différences sensibles de température (<sup>2</sup>).

La forme linéaire des équations de la Physique mathématique est, à elle seule (vu surtout qu'on les prend presque toujours avec coefficients constants), un indice certain de la petitesse relative des ruptures d'équilibre moléculaire, ou des écarts d'avec l'uniformité, que nous nous bornons à y considérer, faute de pouvoir encore analyser les mouvements les plus généraux, restés d'ailleurs non moins inextricables pour les physiciens que pour les géomètres.

Même notre simple mode d'emploi de la forme linéaire, appliqué presque partout dans les phénomènes élémentaires en tant que traduction habituelle du sentiment de la continuité, sans fixation ration-

(<sup>1</sup>) Voir dans le Tome de 1910 des *Annales scientifiques de l'École Normale supérieure*, aux pages 491 à 497, quelques idées, à ce sujet, de mon Mémoire *Sur les principes de la Mécanique et sur leur applicabilité à des phénomènes qui semblent mettre en défaut certains d'entre eux*, idées essentielles sur lesquelles je suis revenu à la page 549 du Volume de ces *Annales* pour 1912, dans le *Complément* au précédent Mémoire; et voir aussi, aux pages 15 à 25 du Volume des mêmes *Annales* pour 1914, l'application des mêmes idées aux couches superficielles des liquides, c'est-à-dire aux phénomènes capillaires.

(<sup>2</sup>) Voir, à propos de cet équilibre thermique, le Tome I (p. 93 et 173) de mon Cours de Physique mathématique, « *Sur la théorie analytique de la chaleur, mise en harmonie avec la Thermodynamique et avec la théorie mécanique de la lumière* ».

nelle des limites entre lesquelles nous l'utilisons, mais en abandonnant à l'expérience à peu près seule le soin de cette fixation et la détermination *en bloc* des coefficients de proportionnalité, est quelque chose de très rudimentaire, malgré son extrême ingéniosité pour suppléer à notre ignorance d'une infinité de détails. Telle est encore la nécessité où nous sommes de recourir constamment, pour combler d'autres lacunes, à des hypothèses particulières n'appartenant pas à l'essence même des questions, comme sont, par exemple, la supposition de la conservation des volumes dans presque toute l'étude des liquides ou, parfois, dans celle des gaz et des solides; l'admission de résistances proportionnelles aux vitesses ou aux accélérations dans certaines branches de science, pour tenir lieu d'innombrables actions entre points matériels et uniquement fonctions de distances; etc.

Il n'y a donc pas lieu d'être surpris que la Philosophie naturelle d'Aristote ait pu débrouiller seulement les lois les plus essentielles des mouvements susceptibles de régime uniforme.

### III. — Importance capitale qu'a eue cette Dynamique rudimentaire d'Aristote dans le plus grand progrès de la Civilisation méditerranéenne.

41. De fait, la création de l'Analyse infinitésimale devait seule, un jour (au xvii<sup>e</sup> siècle), en permettant de soumettre au calcul la quantité continûment variable, en dégageant les notions de *dérivée* ou de *flux*, de *vitesse*, d'*accélération*, rendre possible l'étude des mouvements variés et faire naître la *Dynamique générale*.

Il ne pouvait donc y avoir, jusque-là, que des aperçus isolés de cette science; et force était de s'y restreindre presque entièrement aux mouvements uniformes, ou à la superposition d'un nombre fini de mouvements uniformes, comme le firent les astronomes par la composition des mouvements circulaires propres à expliquer les aspects successifs du ciel (1). Mais que ces aperçus, tels qu'ils se sont trouvés

---

(1) Cette idée de réduire à des mouvements circulaires uniformes, *simplement superposés*, les révolutions les plus complexes des corps célestes, était vraiment géniale, puisqu'on n'a pas trouvé mieux, malgré tous les progrès réalisés depuis. C'est, effectivement, celle que mettent encore en œuvre les astronomes, dans les formules (malheureusement si longues) des coordonnées de ces corps, formules à termes proportionnels aux cosinus ou aux sinus d'arcs fonctions linéaires du temps, le plus souvent multiples de l'un d'eux. Et

réunis et synthétisés par Aristote, étaient précieux! Ils ont suffi, en effet, au beau génie Hellène, pour asseoir la notion d'un *Ordre universel*, d'un vrai *Régime*, uniforme à certains égards, périodique à d'autres, établi dans l'Univers et y révélant une *Œuvre d'art* conforme cependant à la réalité, l'Œuvre d'une Intelligence.

12. En faisant fortement ressortir, comme on voit, les deux idées capitales d'une *Unité* dominante dans le Monde et de la *Beauté* de son ensemble, comme dans un poème classique, ou, par suite, l'idée d'un Dieu organisateur du *Cosmos*, ces simples aperçus des lois du mouvement (1) ont donc puissamment contribué, au moins dans l'ordre intellectuel, à l'épanouissement de la Civilisation méditerranéenne, avec tous ses éléments Hébraïques, Grecs, Romains, et à l'établissement du Christianisme, c'est-à-dire à la moralisation, à l'ennoblissement spirituel, qui font toute la valeur de la vie humaine.

Alors on a vu, pour la première fois depuis les temps historiques, les forces morales dispersées dans le monde et dans les traditions des peuples, les bonnes volontés des cœurs droits depuis les plus simples jusqu'aux plus affinés, les lumières jusque-là éparses des diverses philosophies, se réunir, sous l'inspiration Providentielle, en un faisceau puissant d'intelligences hiérarchisées, former ainsi l'immense Communauté des âmes chrétiennes, et aboutir, après trois ou quatre siècles de douloureuses mais fécondes luttes, au triomphe d'une synthèse qui embrassait tout le passé, aussi harmoniquement que possible, et éclairait l'avenir; qui, en même temps, organisait la vie morale dans le monde, assignait à l'action libre de chaque être humain venu ici-bas, et sans en sacrifier aucun, un but élevé, réconfortant, accessible à tous; enfin, constituait pour tous, au confluent de toutes les lumières antiques, le grand *fanal directeur*, la Société

---

la série trigonométrique de Fourier me paraît n'être, au fond, qu'une extension de la même idée à tous les faits périodiques de la nature ou même de l'Analyse pure.

(1) Surtout complétés par le principe, que suggérait et que suggère toujours l'observation, d'un ordre parfait établi dans toutes les régions plus élevées que l'atmosphère de notre globe et constituant ensemble la majeure partie de l'Univers, immense domaine de la Paix, de la Lumière et du Bien, où paraissait s'accomplir dès à présent, sans aucune trace de lutte ou d'opposition, la volonté du *Père céleste*.

éducatrice, foyer toujours progressif <sup>(1)</sup> de lumière, de bonne chaleur, de force ordonnée et de dévouement, où ils devaient puiser désormais noblesse, confiance et sérénité durant leur carrière terrestre.

13. Depuis lors, tandis que l'individu continue à n'apporter en son esprit propre, du moins dans l'ordre moral où l'obscurité des questions est en raison inverse de la simplicité, de l'humilité, de la naïveté du regard, qu'une *différentielle* de lumière, pâle lueur presque imperceptible, sans rayonnement ni énergie, juste suffisante pour lui permettre de voir, autour de lui ou dans le Ciel de l'Histoire <sup>(2)</sup>, la grande traînée de feu, éclairante et réchauffante, qui l'a précédé depuis (maintenant) près de vingt siècles, et pour l'incliner alors, s'il est bien disposé, à *s'y allumer* lui-même, à s'adjoindre, comme nouvel élément actif du foyer commun, à l'immortelle Communauté des âmes, celle-ci est restée vraiment *l'intégrale*, à la fois divine et humaine, de la lumière, de la force et de la saine joie mises à la disposition de notre espèce, intégrale d'une valeur ou d'une autorité incomparables, capables d'entraîner l'assentiment de toutes les bonnes volontés que n'offusque pas un ombrageux amour-propre.

D'ailleurs, *en dehors d'Elle*, il n'y a plus pour nous, surtout dans l'ordre moral, après l'œuvre de critique universelle des deux derniers

---

<sup>(1)</sup> Les progrès, bien qu'obtenus uniquement par voie de développement harmonique, *d'explication* à partir de principes posés dès l'origine, y ont été néanmoins d'une étendue et d'une richesse immenses, non seulement dans le dogme, mais aussi dans la morale, où on les a, peut-être, moins remarqués. Ces derniers ont concerné surtout les devoirs dits *envers soi-même*, ou relatifs au perfectionnement individuel, à la pureté, à la dignité, à la beauté de l'âme humaine, qui se sont adjoints désormais aux devoirs *envers Dieu et envers le prochain* (auxquels s'était borné le Décalogue mosaïque), et qui tendent à élever la nature humaine en la spiritualisant, en la rapprochant de la nature angélique, mais par l'esprit d'abnégation, d'humilité personnelle, de sacrifice aux autres, de lutte contre soi, c'est-à-dire tout à l'encontre du *surhomme* de Nietzsche, inévitable exaltation à leur plus haute puissance d'une animalité sans frein et d'instincts égoïstes.

Pour mesurer le chemin fait, à cet égard, par la Législation chrétienne entre les temps évangéliques et le XIII<sup>e</sup> siècle, il suffit, par exemple, de comparer les sixième et dixième (ou neuvième) commandements, tels que les présente Saint Paul (*Épître aux Romains*, XIII, 9) à leur énoncé dans nos catéchismes : la différence y apparaît aussi grande qu'entre l'enfant de naissance et l'homme fait.

<sup>(2)</sup> J'appelle ici *Ciel de l'Histoire* l'histoire des idées, de la vie intellectuelle et morale de l'Humanité, par opposition à celle des intérêts matériels ou de la vie quotidienne, plus terre à terre, des multitudes humaines et de leurs gouvernants.

siècles, que ténèbres épaisses sur toutes les questions importantes, notamment sur le *but de la vie* (si elle en a un) et sur ce que nous avons à y faire. Au milieu de ces ténèbres morales, notre terre habitée, en proie à la guerre universelle des égoïsmes, apparaît comme une horrible énigme, comme un inextricable et désolant chaos, comme l'odieux spectacle, cent fois pire que le néant, d'un monde de vivants livrés sans recours possible au règne toujours éphémère, mais toujours renouvelé, de la force et de la ruse.

14. Voilà donc à quel point se ternit la beauté du *Cosmos* (car l'horreur de sa face terrestre affecte la totalité du tableau), dès qu'on substitue à l'impassible regard du pur intellectuel, ou, ce qui revient au même, à la contemplation d'un monde inorganique dépourvu de sensibilité, le point de vue du cœur humain affiné par le Christianisme, point de vue où dominent les sentiments de Justice et de Bonté, le respect des tendances essentielles des êtres vivants, *avec la nécessité de leur aboutissement légitime*; choses qu'ignore totalement la simple nature. Et qu'il y a loin, à cet égard, de l'Intelligence géométrique organisatrice, pressentie par Pythagore, vue par Platon, dans l'Univers son œuvre comme dans un miroir, prouvée ainsi presque démonstrativement par la Science, au *Dieu très bon et très grand* (ou tout puissant), que réclamaient déjà ces philosophes et qu'affirme la grande Communauté des âmes, mais que semble démentir cruellement l'expérience de la vie!

Serait-il possible que le spectacle ainsi enlaidi de notre monde terrestre, et si rebutant pour tous les nobles sentiments de l'âme humaine, fût la vraie expression d'ensemble de la réalité, ou que le fond des choses se trouvât à ce point mauvais et incohérent? Ce que nous montre l'observation des êtres vivants paraît bien à peu près tel. Mais elle est loin de nous faire connaître tout ce qu'il y a chez eux et chez nous, même dans l'ordre moral où le bien, plus intérieur, silencieux dans son action, éclate beaucoup moins que le mal.

Nous savons, d'autre part, que, dans nos Sciences physiques, les données de l'expérience seraient impuissantes à nous révéler les lois des choses, si la lumière infuse en nous de la raison n'apportait pas, de son côté, les éléments d'ordre, de simplicité, de beauté qui nous

permettent de relier, compléter et généraliser ces données empiriques, entre lesquelles subsistent toujours d'infinies lacunes.

15. Sans doute, la beauté d'un système, sa simplicité sont loin de prouver à elles seules sa vérité ; car tout est étrangement mêlé ici-bas. Et c'est pourquoi, au grand désespoir de notre pauvre nature intellectuelle impatiente de ses limites, la pénible, minutieuse observation est nécessaire pour jalonner les chemins que doit suivre notre esprit, dans sa recherche des lois idéales reliant les faits, et du genre de beauté, de simplicité, qui s'y manifeste. Mais, néanmoins, c'est toujours le principe esthétique de simplicité qui y fournit, en définitive, le *criterium final*, ou du moins la sanction consacrant le progrès, bref, *qui a le dernier mot* ; car cette sanction, indispensable pour conclure, consiste dans la concordance, dans *l'intelligibilité*, des résultats et de toute l'Œuvre (1).

Or il semble bien suivre de là, malgré l'inévitable *acte de foi en l'Intelligence* subsistant toujours dans cette question et devenu de plus en plus un *acte libre de l'âme entière*, que la *laideur absolue* est un signe certain de fausseté, d'erreur et ne saurait se trouver au fond des choses. Donc la grande Communauté des âmes, où ont été le plus mûrement et le plus complètement élaborés par les siècles les mystérieux éléments de l'ordre moral, au moyen des mêmes principes de raison, d'harmonieuse beauté, qui ont organisé nos sciences, ou au moyen de principes analogues plus élevés encore, fait bien de verser, dans nos cœurs, les immortelles espérances permettant de neutraliser ou, tout au moins, d'atténuer, la tristesse du tableau qu'offre en nous et autour de nous, à nos consciences et à notre sensibilité, le coin d'Univers où nous vivons.

16. En résumé, dans nos sociétés éclairées par le Christianisme, l'homme d'études aux prises avec les problèmes philosophiques ou moraux que lui posent inévitablement l'existence et la nécessité de

---

(1) On peut voir à ce sujet, à la suite de ma *Théorie approchée de l'Écoulement de l'eau sur un déversoir en mince paroi et sans contraction latérale*, une longue Note finale du Mémoire, intitulée « *Considérations sur les lois d'économie et de simplicité ; importance de ces lois en tant que principes directeurs de l'esprit* » (Gauthier-Villars, 1907, et *Mémoires de l'Académie des Sciences*, t. L).

s'y conduire, mais où il sent complètement en défaut son intuition de savant, ne saurait mieux faire, sous peine de ne pas aboutir, que de s'y laisser guider par le *Principe d'autorité*, tel qu'il existe ou se trouve représenté au milieu de nous et a prouvé bien des fois, depuis des siècles, son efficacité. En particulier, le jeune homme de ce temps-ci, qui se sent la vocation de consacrer sa vie à la recherche passionnée du vrai, ne trouvera pas ailleurs le moyen d'épargner à son âge mûr l'effondrement de ses espérances, c'est-à-dire le naufrage de son ardente croyance à la Vérité dans un scepticisme universel. Le principe d'autorité ne lui est pas moins nécessaire qu'à l'humble ouvrière absorbée par sa tâche ou à l'homme des champs courbé sur son sillon, lorsqu'ils sont, l'une et l'autre, soulevés au-dessus de la matière par l'appel d'un idéal supérieur de beauté morale.

Ce principe d'autorité modérera chez lui la tendance critique, impatiente des obscurités subsistant toujours dans les questions même les plus simples (ne serait-ce qu'à raison des imperfections inhérentes à notre nature), tendance qui le pousserait instinctivement à dissoudre toutes les idées dans une analyse sans terme, jusqu'à la destruction complète de l'œuvre intellectuelle. Le respect de ce principe le maintiendra en communion avec le genre humain, ou lui permettra de ne philosopher *qu'avec la sobriété caractéristique du sens commun*, et, lui faisant accepter volontiers, malgré leur médiocrité apparente, les conditions de certitude de l'intelligence humaine, lui évitera de tomber au-dessous de sa nature pour avoir trop voulu s'élever au-dessus (1).

---

(1) Le principe d'autorité a, très légitimement, un rôle à remplir jusque dans les Mathématiques, non seulement, chez tous, pour les innombrables résultats auxquels chacun croit sur la foi de ceux qui ont eu le temps et les moyens de les obtenir, mais même, *pour les principes et les résultats les plus importants*, chez ces esprits dont parle Pascal vers la fin de ses célèbres *Réflexions sur la Géométrie en général*, qui, faute de savoir comprendre ou se représenter la divisibilité à l'infini de la quantité idéale, « *ne peuvent, dit-il, rien prétendre aux démonstrations géométriques* ». Et il ajoute : « Quoi-  
qu'ils puissent être éclairés en d'autres choses, ils le seront fort peu en celles-ci ; car on peut aisément être très habile homme et mauvais géomètre. »

Son temps n'a pas été le seul à connaître de tels esprits.