

ANNALES SCIENTIFIQUES DE L'É.N.S.

HENRI SAINTE-CLAIRE DEVILLE

E. MASCART

**Sur la construction de la règle géodésique internationale
(deuxième Mémoire)**

Annales scientifiques de l'É.N.S. 2^e série, tome 9 (1880), p. 9-20

http://www.numdam.org/item?id=ASENS_1880_2_9_9_0

© Gauthier-Villars (Éditions scientifiques et médicales Elsevier), 1880, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales scientifiques de l'É.N.S. » (<http://www.elsevier.com/locate/ansens>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

ANNALES

SCIENTIFIQUES

DE

L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE.

SUR LA CONSTRUCTION

DE LA

RÈGLE GÉODÉSIQUE INTERNATIONALE

(DEUXIÈME MÉMOIRE);

PAR MM. H. SAINTE-CLAIRE DEVILLE ET É. MASCART.

Les travaux que nous nous sommes proposé d'entreprendre avec les appareils décrits dans un précédent Mémoire (1) sont encore loin de leur terme, mais nous croyons utile d'indiquer dès à présent les résultats que nous avons obtenus dans une première série d'expériences.

Nous voulions d'abord étudier l'appareil lui-même, déterminer les conditions dans lesquelles on doit se placer pour atteindre toute la précision désirable, et vérifier en particulier si l'emploi des vapeurs de liquides convenablement choisis permettait de maintenir les tubes à une température constante, avec une exactitude du même ordre que celle du volumétre.

Nous avons rencontré, dans le cours de ces expériences, un certain nombre de difficultés que nous signalerons et qu'il sera facile d'éviter quand les instruments seront remis en état.

Comparaison des micromètres. — Avant de procéder à aucune me-

(1) *Annales de l'École Normale*, 2^e Série, Tome VIII, page 9.

Ann. de l'Éc. Normale. 2^e Série. Tome IX. — JANVIER 1879.

sure, il est nécessaire de connaître exactement la valeur des micromètres avec lesquels s'effectuait le pointage des traits. Nous avons dit qu'aux deux extrémités du tube témoin on avait tracé, au lieu de traits simples, deux millimètres divisés en dixièmes. A l'aide de ces divisions, on a pu vérifier d'abord que les vis des micromètres ne devaient subir aucune correction sensible dans toute l'étendue utilisée, et l'on en a ensuite déterminé l'équation. L'un des micromètres donnait très exactement $\frac{1}{10}$ de millimètre par tour, c'est-à-dire 1 micron pour chacune des divisions du tambour; pour l'autre, la correction était de $\frac{1}{100}$ environ, et l'on en tenait compte à chaque expérience.

Expériences à zéro. — Les longueurs des deux tubes étaient définies par la distance des deux traits pour le tube thermomètre, et pour le tube témoin par la distance des traits moyens des millimètres tracés sur ce tube. Ces longueurs, quoique très voisines, n'étaient pas rigoureusement égales, et le premier point était de déterminer la différence qui existe entre elles à la température de zéro.

L'auge du tube témoin a été maintenue, pendant plus de trois mois d'hiver, pleine de glace fondante, concassée en petits morceaux. La glace était remplacée tous les jours, souvent deux fois par jour, et les lectures étaient faites assez longtemps après cette opération pour que l'équilibre de température fût atteint. Le temps écoulé depuis le remplissage jusqu'au moment de l'observation a varié depuis un quart d'heure jusqu'à dix heures; on a reconnu ainsi, au moins tant que la cuve n'était pas restée vide de glace, qu'il suffisait d'un court intervalle pour amener le tube à zéro.

L'auge du tube thermomètre a été d'abord remplie de glace de la même manière pendant un mois environ; puis on l'a chauffée à différentes reprises par des courants de vapeur, et, dans les intervalles de ces expériences, on la remettait de nouveau à la température de zéro pour comparer les distances des traits.

Les résultats des comparaisons à zéro n'ont pas été aussi satisfaisants qu'on aurait pu l'espérer d'abord, par suite de diverses causes d'erreur. Les différences ont varié d'une manière assez irrégulière, souvent par séries concordantes, et la moyenne générale indiquait un excès de 13,5 microns environ pour le tube thermomètre. C'est le nombre que nous accepterons, à titre provisoire.

Après avoir démonté les cuves à la fin des expériences, nous avons reconnu, en effet, que les rouleaux, disposés de manière à laisser aux tubes toute liberté pour les dilatations, n'avaient pas bien rempli cet office à la température de zéro, au moins pour le tube thermomètre; il en résultait sans doute des frottements et des résistances assez grandes pour altérer d'une manière sensible la distance des traits. Pour éviter aussi que le poids de la petite couche de glace posée sur le tube dans la deuxième enceinte n'en fit varier les dimensions, comme on l'avait constaté dans les expériences relatives à la règle d'Espagne, sous la direction de M. le général Ibañez (¹), nous avons recouvert le tube d'un cylindre percé de trous, de manière à laisser un espace vide et éviter le contact de la glace.

Le tube témoin paraît n'avoir éprouvé aucune variation appréciable. On avait d'ailleurs un contrôle de ces variations par la mesure de la distance des microscopes à l'aide des tubes eux-mêmes. Sans doute les pierres qui les supportent ne sont pas soustraites aux effets des dilatations; mais, lorsque la température moyenne de la salle restait à peu près constante, la distance des microscopes devait changer très lentement et d'une manière continue, ce qui s'est trouvé parfaitement conforme aux observations. Mais il arrivait parfois que les variations accusées par les deux tubes n'étaient pas concordantes et que l'une d'elles éprouvait un changement brusque, dû sans doute aux défauts de glissement du tube.

L'humidité de l'air compris dans la cheminée par laquelle la lumière éclairait les divisions des tubes se condensait sur le platine et troublait la netteté des images. Pour la faire disparaître, il a suffi d'y placer, dans les intervalles des observations, des tubes de verre munis d'un orifice latéral et renfermant quelques fragments de chlorure de calcium. L'air était ainsi maintenu sec dans cet espace, et aucune condensation apparente ne se produisait pendant les pointés.

Enfin, une autre cause d'erreur tient à la forme des tubes eux-mêmes. Les divisions ont été tracées sur les surfaces cylindriques, mais ces surfaces n'ont pas pu être tournées avec tout le soin qu'on pourrait

(¹) *Expériences faites avec l'appareil à mesurer les bases appartenant à la Commission de la Carte d'Espagne*, § 4

apporter à des objets pleins, et les rayons de courbure sont très différents; il en résulte, entre les surfaces voisines des traits, des défauts de parallélisme qui rendent l'éclairage commun très difficile. Le plus souvent, la lumière était plus vive ou plus uniforme sur un tube que sur l'autre, et l'on sait que ces petites modifications influent d'une manière très notable sur l'exactitude des pointés.

Nous avons l'intention de faire déposer une goutte de platine iridié sur les tubes à l'endroit des divisions, afin qu'il soit possible d'y travailler de petites surfaces parfaitement planes et parallèles. Dans ces conditions, l'éclairage sera aussi régulier que si l'on opérerait sur des règles plates.

Toutefois les mêmes divergences n'ont pas paru se produire lorsque le tube thermomètre a été porté à des températures plus élevées, par la vapeur d'eau ou la vapeur d'alcool, ou même simplement par la vapeur de l'éther formique du méthylène, qui bout à 32° environ sous la pression atmosphérique.

Expériences à 100°. — Cette expérience sert en même temps à déterminer la dilatation du tube de platine iridié et le coefficient de dilatation du gaz qu'il renferme.

Le tube thermomètre avait été primitivement mis en communication avec le manomètre décrit (*fig.* 5) dans le précédent Mémoire, puis rempli d'une quantité convenable d'azote absolument pur et sec.

L'auge du tube et la caisse du volumétre étant remplies de glace à zéro, on a réglé par une manœuvre convenable la quantité de mercure introduite dans l'appareil, de façon que la pointe visée par une bonne lunette vint affleurer exactement à la surface du liquide. A ce moment, on ferme le robinet de communication et on tare le vase latéral.

Pour chauffer ensuite le tube thermomètre, on a fait passer dans la double enceinte de la cuve qui le renferme la vapeur d'eau pure fournie par une chaudière d'environ 40^{lit}, où le liquide était entretenu en pleine ébullition. La vapeur s'échappait abondamment dans l'air, et, à l'aide d'un tube latéral plongeant dans un verre d'eau, on s'assurait que la pression de la vapeur dans la cuve était rigoureusement égale à la pression atmosphérique.

Le manomètre étant toujours entouré de la glace fondante, on faisait

écouler du mercure pour maintenir la surface au voisinage de la pointe. Après une demi-heure d'ébullition, le liquide n'éprouvait plus que des déplacements insensibles, dus aux variations correspondantes du baromètre, et l'on pouvait considérer le tube comme étant à la même température que la vapeur.

Un courant d'air très lent, entretenu par une trompe, traversait constamment le liquide pour faciliter l'ébullition.

Par une manœuvre convenable des vis plongeant dans le vase latéral, on amenait la pointe rigoureusement en contact avec le mercure; on fermait alors le robinet de communication et l'on observait la hauteur du baromètre.

Aussitôt après, et sans interrompre le courant de vapeur, on pointait les deux traits du tube; puis on amenait sous les microscopes le tube témoin, qui était resté dans la glace, et, pour ne pas faire les mesures directement avec les vis micrométriques, on pointait les traits des millimètres divisés situés le plus près des fils. De cette manière la différence des longueurs était donnée en dixièmes de millimètre par le tube témoin lui-même, les micromètres ne servant qu'à déterminer les millièmes.

A la température de 100° , les images paraissaient un peu agitées, à cause des réfractions inégales dans la masse d'air chaud comprise entre le microscope et le tube; on évitait cet inconvénient d'une manière presque complète à l'aide d'un courant d'air horizontal produit dans cet espace par un soufflet ou un éventail.

L'excès de la différence obtenue, dans le cas actuel, sur la valeur (13,5 microns) qui correspond à zéro, donne la dilatation du tube thermomètre entre la température de la glace fondante et celle qu'on a atteinte dans l'expérience. Celle-ci est évaluée en fonction de la hauteur barométrique par une Table que M. Broch a déduite des expériences de Regnault.

Le baromètre employé était un Fortin de grandes dimensions, celui même qui servait à Regnault et dont ce physicien avait lui-même indiqué la correction.

On détermine ensuite, avec toutes les précautions convenables, l'augmentation de poids du vase qui a recueilli le mercure écoulé du volumétre, et l'on peut calculer aisément la dilatation du gaz.

Soient, en effet,

V_0 le volume du tube à zéro;

v le volume à zéro du gaz qui en est sorti;

k le coefficient de dilatation du tube entre zéro et 100° ;

α le coefficient de dilatation de l'azote sous pression constante;

T la température de l'expérience.

En écrivant que le volume du tube à zéro est égal à la somme des volumes du gaz sorti, lequel est à zéro dans le volumétre, et du gaz qu'il renferme à la température T , ce dernier étant ramené à zéro, on obtient l'équation

$$V_0 = v + V_0 \frac{1 + 3kT}{1 + \alpha T},$$

d'où l'on déduit

$$\alpha = \frac{3k + \frac{1}{T} \left(\frac{v}{V_0} \right)}{1 - \frac{v}{V_0}} = \frac{3k}{1 - \frac{v}{V_0}} + \frac{1}{T} \frac{1}{\frac{v}{V_0} - 1}.$$

En prenant la valeur de α sous la dernière forme, on peut remarquer que le premier terme est très petit et peut être évalué une fois pour toutes d'une manière approchée, ce qui simplifie beaucoup les calculs. La valeur de ce terme est d'environ 0,000036 pour les expériences faites au voisinage de 100° , ce qui donne

$$\alpha = 0,000036 + \frac{1}{T} \frac{1}{\frac{v}{V_0} - 1}.$$

Le poids p du mercure écoulé occuperait, à la température de zéro, le volume v .

D'autre part, le tube, comme on l'a vu, renferme, à la température de zéro, un poids d'eau égal à $1^{\text{kg}}, 0388125$; il renfermerait à la même température un poids de mercure égal à

$$1,0388125 \times 13,59761 = 14,125366.$$

On a donc

$$\frac{V_0}{v} = \frac{14,125366}{p}.$$

Le poids p était d'environ $3^{\text{kg}}, 750$.

Ces expériences à 100° nous ont donné les résultats suivants :

Dilatation du tube.

Date des expériences.	Dilatation du tube.	Température.	Coefficient moyen de dilatation $\times 10^5$.
15 février 1879.....	873,6	99,500	0,8780
22 " "	876,5	99,305	0,8826
8 mars "	884,4	100,347	0,8813
15 " "	874,5	99,730	0,8769
22 " "	871,8	99,472	0,8764
25 " "	872,0	99,582	0,8757
29 " "	875,5	99,773	0,8775
5 avril "	877,0	99,806	0,8787
8 " "	871,4	99,320	0,8774
12 " "	873,0	99,784	0,8749
15 " "	873,6	99,446	0,8785
19 " "	873,7	99,720	0,8762
Moyenne.....		99,643	0,8778

Dilatation du gaz.

Pour le coefficient de dilatation de l'azote, cinq expériences nous ont donné

0,0036680
0,0036687
0,0036673
0,0036690
0,0036644
Moyenne.... 0,0036675

Ce nombre est un peu plus faible que celui qui résulte des expériences de Regnault. Malheureusement les mesures relatives au gaz ont dû être interrompues, parce que le mastic qui servait à réunir le tube au volumétre s'est fendillé, sans doute à cause du séjour prolongé dans la glace.

Expériences à 78°. — Dans d'autres expériences, la chaudière à vapeur a été remplacée par une chaudière de capacité moindre, renfermant de l'alcool ordinaire. Par suite de l'accident survenu au mastic du volumétre, la dilatation du gaz ne pouvait plus servir pour

déterminer les températures. On y a suppléé en plaçant un thermomètre de Baudin, parfaitement comparé, dans un manchon de verre où passait la vapeur d'alcool avant d'entrer dans la cuve du tube thermomètre. Lorsque le thermomètre fut devenu quelque temps stationnaire, la vapeur d'alcool sortant en grande abondance sans excès de pression, on pouvait être assuré que la température du tube de platine était bien égale à celle du thermomètre.

Deux expériences ont donné :

Dilatation du tube.	Température.	Coefficient moyen de dilatation $\times 10^5$ entre zéro et $77^{\circ},93$
678,2	77,93	0,8703
677,1	77,93	0,8689
	Moyenne.....	0,8696

Expériences à 33° . — Enfin, on a employé la vapeur d'un liquide bouillant à une température beaucoup plus basse, l'éther formique du méthylène.

Voici les résultats obtenus dans deux expériences :

Dilatation du tube.	Température.	Coefficient moyen de dilatation $\times 10^5$ entre zéro et $32^{\circ},58$.
272,2	$32,00$	0,8506
281,8	33,15	0,8501
	Moyenne.....	0,8503

Résumé. — On a donc, en prenant les notations de M. Fizeau et en multipliant tous les résultats par 10^8 ,

$$\alpha_{40,8} = 877,8,$$

$$\alpha_{39} = 869,5,$$

$$\alpha_{16,8} = 850,3.$$

On en déduit

$$\alpha_{50} = 877,9,$$

$$\alpha_{40} = 870,3,$$

$$\alpha_{15} = 848,8,$$

$$\frac{\Delta\alpha}{\Delta\theta} = 0,77 \text{ entre } 80^{\circ} \text{ et } 100^{\circ},$$

$$0,86 \quad \text{»} \quad 30^{\circ} \quad \text{»} \quad 80^{\circ}.$$

Nous ne pouvons donner ces résultats que comme une première approximation, à cause des inconvénients que nous avons signalés et de diverses circonstances sur lesquelles nous n'avons pas cru devoir insister plus longuement. Les appareils sont maintenant en réparation, et nous espérons les remettre bientôt en expérience.

Ces expériences nous ont prouvé que, pour maintenir des enceintes à température fixe, l'emploi d'une matière solide qui fond, comme la glace, ou d'une vapeur saturée à pression constante, présente des avantages certains sur tous les autres procédés dans lesquels on ne fait pas intervenir un phénomène de chaleur latente.

Il faut néanmoins que la température ambiante soit plus élevée que le point de fusion de la glace, que cette température (ambiante) soit plus basse que la température des vapeurs de formiate de méthylène, d'alcool et d'eau, saturées sous la pression atmosphérique. Rien n'est plus facile à réaliser dans les trois cas que nous venons d'examiner. L'éther chlorhydrique de l'alcool trouverait aussi facilement son emploi en hiver. Mais si l'on utilisait des liquides bouillant à très basse température, comme l'acide sulfureux, l'ammoniaque, le protoxyde d'azote, etc., il faudrait multiplier les enveloppes de manière à ne pas surchauffer la partie de la vapeur qui est au contact du tube thermométrique (1).

Toutes ces précautions prises, les vapeurs nous paraissent être des agents très précieux pour les expériences à température constante. Elles sont bien plus commodes que la glace, dont le poids est souvent fort gênant et avec laquelle les phénomènes de regel sont une grave cause d'erreur. Si l'on s'astreint à faire fabriquer des appareils susceptibles d'être absolument étanches, rien ne serait plus facile que de les employer à produire toutes les températures, sans qu'on ait besoin souvent de changer leur nature.

(1) Nous avons constaté trop souvent que le caoutchouc et les mastics ne peuvent pas servir à des températures voisines de 0° : le caoutchouc durcit et se dilate ; le mastic devient trop cassant.

NOTES.

Préparation de l'alcool pur employé pour la production d'une température voisine de 178° (1).

On prend de l'alcool très concentré du commerce et on le fait digérer avec de la chaux vive et concassée pendant trois semaines au moins; puis on distille la liqueur en faisant passer la vapeur sur une longue colonne de chaux caustique que l'on enferme dans un récipient florentin plongé dans un bain-marie chauffé à 85° ou 90°. L'alcool à l'état de vapeur est introduit par le goulot du vase florentin, traverse la colonne de chaux dont celui-ci est rempli et vient se condenser dans un serpentín entouré d'eau froide, en passant par le tube recourbé qui termine le vase florentin. On le recueille dans un flacon bouché avec du liège.

Enfin on le distille plusieurs fois sur de la baryte. Il doit avoir rigoureusement la densité 0,7925 à 0°.

Préparation de l'éther méthylformique.

Quant à l'éther formique du méthylène, on l'obtient à l'état de grande pureté par le procédé dont M. Bardy a bien voulu nous donner la description qui suit.

L'éther méthylformique se prépare très facilement en faisant réagir sur du formiate de soude un mélange de *méthylène* commercial et d'acide chlorhydrique aqueux.

Le formiate de soude doit être sensiblement pur et surtout exempt de substances organiques étrangères. On l'obtient toujours dans des conditions suffisantes de pureté, lorsqu'on prépare avec soin de l'acide formique au moyen de la glycérine et de l'acide oxalique et que, après l'avoir redistillé une fois, on le sature par du carbonate de soude pur.

Le formiate de soude ainsi obtenu est maintenu à une température de 130° à 140° jusqu'à dessiccation complète, puis pulvérisé.

(1) Consulter pour plus de détails le travail de M. Berthelot sur ce sujet.

Le choix du méthylène n'est pas indifférent. Il faut éviter la présence des impuretés, dont le point d'ébullition est inférieur à celui de l'alcool méthylique et se rapproche par suite de celui de l'éther qu'on veut obtenir.

Le mieux est d'employer ce que l'industrie appelle des *méthylènes de queue*. Si l'on ne peut pas s'en procurer, on prend les beaux méthylènes à 99° que l'on trouve facilement dans le commerce et, par surcroît de précaution, on les rectifie en rejetant les portions qui passent au-dessous de 66°. On détermine ensuite la teneur réelle du produit en alcool méthylique pur.

Enfin l'acide chlorhydrique que l'on emploie est celui du commerce, dont on détermine également la teneur en acide pur.

Pour préparer l'éther méthylformique, on prend les trois corps ci-dessus sous des poids tels que le formiate de soude, l'alcool méthylique et l'acide chlorhydrique se trouvent en proportions équivalentes; toutefois, on met un léger excès de méthylène.

L'appareil le plus commode à employer se compose d'un ballon, dont le col est fermé par un bouchon de caoutchouc traversé par un tube de verre droit. Ce tube est mis, au moyen d'un tube de caoutchouc de 0^m, 15 à 0^m, 20 de longueur, en communication avec la partie inférieure d'un serpentín ascendant entouré d'eau froide qu'on ne renouvelle pas. De la partie supérieure de ce premier serpentín part un tube de verre recourbé qui va aboutir à la partie supérieure d'un second serpentín, soigneusement refroidi par une circulation d'eau. Enfin, à la partie inférieure du second serpentín, on adapte un récipient pour recueillir le produit.

Le ballon étant séparé de son bouchon, on y met d'abord le formiate de soude, on introduit ensuite d'un seul coup et en agitant le mélange de méthylène et d'acide, puis on le rebouche promptement en l'adaptant au reste de l'appareil, comme nous l'avons dit.

Il est alors plongé dans un bain d'eau froide dont on élève doucement la température. Les vapeurs d'éther méthylformique se dégagent, traversent le serpentín ascendant, s'y dépouillent des vapeurs étrangères entraînées et vont se condenser dans le second serpentín. Pour faciliter la réaction, on agite de temps en temps le ballon, ce qui est possible, grâce au tube de caoutchouc qui réunit le ballon au serpentín.

L'eau qui entoure le serpentín ascendant s'échauffe peu à peu; lorsqu'elle a atteint la température de 40° à 45°, ce qui n'arrive que lorsque le bain-marie dans lequel plonge le ballon est en pleine ébullition depuis assez longtemps, on peut considérer l'opération comme terminée.

On trouve alors dans le récipient placé à la sortie du second serpentín un liquide qui, agité avec quelques gouttes de soude, pour le débarrasser d'une trace d'acide chlorhydrique qu'il contient souvent, puis rectifié une ou deux fois au bain-marie, fournit de l'éther méthylformique parfaitement pur et anhydre, bouillant à 32°.

Lorsque le second serpentín fonctionne bien, c'est-à-dire lorsqu'il ne se produit aucune perte par défaut de condensation, cette préparation donne toujours des rendements très voisins du rendement théorique. Mais l'éther méthylformique est si volatil qu'il est souvent impossible de n'en pas laisser échapper, surtout lorsqu'on opère l'été. C'est là, du reste, la seule difficulté de cette préparation. Quant à la pureté du produit, elle est toujours absolue.

L'éther formique du méthylène n'attaque pas le caoutchouc et il est très peu combustible, ce qui en rend l'emploi très commode et nullement dangereux.